This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Phys 229.2.2

BOUGHT WITH
THE INCOME FROM
THE BEQUEST OF
GEORGE HAYWARD, M. D.,
OF BOSTON,
[Class of 1830,]

5 Oct., 1874

Anfangsgründe

der

Physik.

Von

Andreas von Ettingshausen,

Doctor der Philosophie und der Medicin, Ritter des königl. Dänischen Dannebrog-Ordens, k. k. Regierungsrathe, Professor der Physik, emeritirtem Professor der höheren Mathematik an der k. k. Universität zu Wien, Mitgliede der philosophischen Facultät, der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft, der k. k. Gesellschaft der Aerzte und des nieder-österreichischen Gewerb-Vereines zu Wien, der Gesellschaft des vaterländischen Museums, des Vereines zur Ermunterung des Gewerbsgeistes in Böhmen, corresp. Mitgliede des k. k. Institutes der Wissenschaften und Künste zu Venedig, der k. Akademie der Wissenschaften in München, der großh. Bad. Gesellschaft der Naturforscher und Aerzte zu Heidelberg, der naturforschenden Gesellschaft zu Halle, der Rheinischen naturforschenden Gesellschaft zu Mainz, Ehrenmitgliede der Leipziger polytechnischen Gesellschaft und des physikalischen Vereines zu Frankfurt.

Zweite Auflage.

Mit fünf Kupfertafeln.

Wien.

Gedruckt und im Verlage bei Carl Gerold.

1845.

~~F.1895~~
Phys 229.2.2

OCT 15 1894

Vorrede
zur ersten Auflage.

Der Verfasser vorliegender Anfangsgründe der Physik wurde zu deren Ausarbeitung durch den Wunsch veranlaßt, in dem ihm zugewiesenen Wirkungskreise nach Kräften nützlich zu werden. Obgleich derselbe, bei der Auswahl der zur Sprache zu bringenden Gegenstände aus dem bereits so reichhaltigen Gebiete der Naturlehre, und bei der Methode des Vortrages bloß das Bedürfniß seiner speciellen Sphäre vor Augen hatte, so dürfte doch der Zweck, den er bei seiner Arbeit verfolgte, nämlich einen möglichst gründlichen Leitfaden zum streng wissenschaftlichen Studium der Physik zu liefern, ein sehr allgemeiner seyn, und sonach der Verfasser, indem er nur seinem individuellen Berufe zu entsprechen suchte, zugleich auch fremden Wünschen entgegen kommen.

Dem genannten Zwecke gemäß mußte sich der Verfasser die Pflicht auferlegen, für alle in seinem Buche vorgetragenen theoretischen Sätze die zur Einsicht in deren Richtigkeit nöthigen Beweise zu geben, und er durfte daher sich nicht mit bloßen Berufungen auf das Ergebniß anderswo geführter Demonstrationen begnügen. Doch aber lag es außer dem Plane des Buches dabei den höheren Calcul zu Hilfe zu nehmen, sondern es sollte nirgends über die Grenzen der Elementar-Mathematik, wie sie aller Orten gelehrt wird, hinausgegangen werden. In dieser Hinsicht sieht sich der Verfasser in der angenehmen Lage versichern zu können, daß die Ansprüche, welche er an die mathematischen Vorkenntnisse seiner Leser macht, sogar durchgehends sehr gering sind, da wirk-

lich überall nur die elementarſten Lehren der Algebra und Geometrie als bekannt vorausgeſetzt werden. Wer ſich die Mühe nehmen will darauf zu achten, was mit ſo wenigen Hilfsmitteln geleiſtet werden konnte, wird dem Verfaſſer gewiß darin beiſtimmen, daß es wahrlich zu bedauern geweſen wäre, der Beſorgniß vor dem Anſcheine von Schwierigkeit, den die mathematiſche Behandlung der Gegenſtände dieſes Buches vielleicht in den Augen Unkundiger haben könnte, den hohen Genuß zu opfern, der dem Lernenden durch den Erwerb gründlichen Wiſſens verſchafft wird, und einzig und allein für die Mühe des Lernens auf eine angemeſſene Weiſe zu entſchädigen vermag.

Wien im Mai 1844.

Der Verfaſſer.

Vorrede
zur zweiten Auflage.

Die beifällige Aufnahme, welche dieſem Buche gleich bei ſeinem erſten Erſcheinen zu Theil wurde, insbeſondere deſſen Einführung als Leitfaden, nicht bloß an den vaterländiſchen, ſondern auch an mehreren auswärtigen Lehranſtalten, an welchen die Phyſik ſtreng wiſſenſchaftlich vorgetragen wird, beſtärkt den Verfaſſer in der Anſicht, daß der in dem Buche betretene Weg den Forderungen zuſage, welche Sachkenner an eine gründliche Behandlung der Elemente der Phyſik ſtellen. Bei ſolcher Sachlage war wohl kein Grund vorhanden in ſo kurzer Zeit nach Vollendung des Buches an demſelben ſchon eine tief eingreifende Umarbeitung vorzunehmen; doch ſollte nach dem eifrigen Wunſche des Verfaſſers die günſtige Gelegenheit zu Verbeſſerungen, welche die ungewöhnlich raſch nöthig gewordene neue Auflage darbot, nicht unbenützt vorüber gehen, und er war befliſſen an dem Texte alle Aenderungen anzubringen, welche bei der ſorgfältigen Reviſion deſſelben die Klarheit oder Schärfe der Darſtellung zu fördern ſchienen. In dem chemiſchen Abſchnitte wurde es für zweckmäßig erachtet, durchgehends nur von Aequivalenten, nicht aber von Atomgewichten zu ſprechen und auch die Bezeichnung damit in Einklang zu

ſetzen. Dem gemäß ſtehen hier ſtatt der in der vorigen Auflage gebrauchten Doppelatome H_2, N_2, Cl_2 bloß die einfachen Buchſtaben H, N, Cl als Zeichen der Miſchungsgewichte.

Wien im Juli 1845.

Der Verfaſſer.

Inhalt.

Einleitung.

Seite

1. Definition der Physik. Erscheinung, Natur, Bestimmung und Erklärung einer Erscheinung, Physiologie, Naturlehre 3
2. Wege zur Bestimmung einer Erscheinung. Empirische Methode (Induction), theoretische Methode . . . . . —
3. Arten der Erklärung einer Erscheinung. Apodictische, hypothetische Erklärung, Nutzen der Hypothesen 4
4. Naturkräfte . . . . . —
5. Beobachtung, Versuch 5
6. Physikalische Apparate . . . . . —
7. Theile der Physik. Verhältniß der Chemie zur Physik . . . . . —
8. Hilfswissenschaften der Physik 6

Erstes Hauptstück.

Von den Körpern im Allgemeinen.

9. Begriff eines Körpers. Ausdehnung, Materie . . . . . —
10. Geometrischer, physischer Körper . . . . . —
11. Volum, Figur 7
12. Einheit zum Messen der Volume. Oesterreichische, metrische, alt französische Maße . . . . . —
13. Undurchdringlichkeit 8
14. Trägheit der Materie . . . . . —
15. Theilbarkeit der Materie. Molekel und materielle Punkte 9
16. Porosität 10

Zweites Hauptstück.

Von den Kräften der Materie.

17. Eintheilung und Aufzählung der an der Materie vorfindigen Kräfte. Fernwirkende und Molecularkräfte 11
18. Schwere . . . . . —
19. Gewicht. Messen der Gewichte . . . . . —
20. Wage. Empfindlichkeit derselben, doppelte Wägung 12
21. Gravitation . . . . . —
22. Aggregationsformen der Körper 13
23 Feste Körper . . . . . —
24. Arten fester Körper. Harte, weiche, spröde, elastische, dehnbare Körper, Elasticitätsgrenze . . . . . —
25. Arten flüssiger Körper. Tropfbare, ausdehnsame Körper 14
26. Ursache der Aggregationsformen. Anziehungs- und Abstoßungskraft . . —

Seite
27. Beziehung der Molecularkräfte zum Weſen der Materie 15
28. Wärme. Temperatur, Mittheilung der Wärme, Wärmeleiter 16
29. Einfluß der Wärme auf das Volum 17
30. Einfluß der Wärme auf die Aggregationsform. Gaſe, Dämpfe . . 18
31. Hypotheſe über den Einfluß der Wärme auf die gegenſeitige Abſtoßung der Körpertheilchen. Imponderabilien überhaupt, Aether 19
32. Thermometer. Verfertigung, Scalen 20
33. Bedeutung der Thermometerangaben 22
34. Andere Arten von Thermometern. Metall- und Luftthermometer, Maximum- und Minimumthermometer 23
35. Binden und Freiwerden der Wärme bei Aenderung der Aggregationsform. Schmelzpunkt, Binden, Freiwerden der Wärme, Flüſſigkeits- und Verdampfungswärme . . . . . —
36. Meſſen der Wärmemengen 24
37. Specifiſche Wärme und Wärmecapacität 25
38. Adhäſion 27
39. Auflöſung 28
40. Geſetze der Auflöſung. Sättigung und Ueberſättigung . . . . . —
41. Miſchung, Abſorption 29
42. Urſache der Auflöſung . . . . . —
43. Kryſtalliſation . . . . . —
44. Geſetze der Kryſtallformen. Mittelpunkt der Geſtalt, einfache zuſammengeſetzte Geſtalten (Combination), Zerlegung, Ableitung, Grundgeſtalt, Kryſtallſyſteme 30
45. Regelmäßige Theilbarkeit der Kryſtalle. Theilungsflächen, Theilungsgeſtalten, Erklärung des Baues der Kryſtalle 31
46. Chemiſche Verbindung. Beſtandtheile, chemiſche Verwandtſchaft . . . 32
47. Chemiſche Scheidung 33
48. Chemiſche Grundſtoffe. Einfache Stoffe, Elemente . . . . . —
49. Geſetze der chemiſchen Verbindung. 1) Erhaltung der Quantität der Materie. 2) Geſetz der beſtimmten Verhältniſſe. 3) Geſetz der Vielfachen. 4) Geſetz der Aequivalente. 5) Geſetz der zuſammengeſetzten Verbindungen. 6) Geſetz der einfachen Volumverhältniſſe 34
50. Miſchungsgewichte. Wiederholungszeiger, Zuſammenſetzungsformel, Stöchiometrie 35
51. Atomiſtiſche Anſicht der chemiſchen Erſcheinungen. Atome, einfache und zuſammengeſetzte, chemiſche Anziehungskraft 36
52. Relative Atomgewichte 37

Drittes Hauptſtück.

Chemiſche Betrachtung einiger vorzüglich wichtigen Stoffe.

53. Zuſammenſetzung der atmoſphäriſchen Luft. Sauerſtoff, Stickſtoff, Oxydation, Eudiometer . . . . . —
54. Iſolirung des Sauerſtoffes der atmoſphäriſchen Luft 40
55. Verbrennen. Engere, weitere Bedeutung des Verbrennens, brennbare Stoffe, Zündſtoffe, Brennſtoffe 41
56. Arten der Oxyde und deren Verbindungen. Säuren, Baſen, Salze, indifferente Oxyde 42
57. Amphidſalze und Haloidſalze 43
58. Nomenclatur der Sauerſtoffſäuren. Baſen und Salze. Wiſſenſchaftliche, Trivialnamen, Oxyd, Oxydul, Doppelſalze 44
59. Chemiſche Zeichen und Formeln. Empiriſche, theoretiſche Formeln . . 45
60. Verhalten der Sauerſtoffſäuren gegen Oxyde. Hyperoxyde, Suboxyde 46
61. Analyſe und Syntheſe des Waſſers. Waſſerſtoff, Knallluft 47

Seite
62. Mischungsgewichte der Bestandtheile des Wassers 49
63. Wasserstoff-Eudiometer 50
64. Chemischer Charakter des Wassers. Hydrate, Krystallwasser, Wasser bald Säure bald Basis 51

Nähere Betrachtung einiger der wichtigsten Sauerstoffsäuren und Oxyde nicht metallischer Radicale.

65. Säuren des Stickstoffes. Salpetersäure, salpetrige Säure, Stickoxyd, Stickoxydul 52
66. Säuren des Schwefels. Schwefelsäure, schwefelige Säure 54
67. Verbindungen des Kohlenstoffes mit dem Sauerstoffe. Kohlensäure, Kohlenoxyd 55
68. Verbindungen des Phosphors mit dem Sauerstoffe 56

Verbindungen des Wasserstoffes mit nicht metallischen Grundstoffen.

69. Wasserstoffsäuren. Deren Verhalten gegen Oxyde, Haloide 57
70. Schwefelwasserstoffsäure . . . . . —
71. Das Chlor und dessen Verbindungen mit dem Wasserstoffe und Sauerstoffe. Salzsäure, Chlorsäuren, Königswasser 58
72. Jod und Brom 60
73. Flußsäure. Fluor . . . . . —
74. Ammoniak. Salmiak, Ammonium . . . . . —
75. Phosphorwasserstoff 61
76. Verbindungen des Wasserstoffes mit dem Kohlenstoffe. Grubengas, Leuchtgas . . . . . —

Beispiele organischer Radicale und ihrer Verbindungen.

77. Zusammengesetzte Radicale. Organische Stoffe 62
78. Das Cyan und seine Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff. Cyanwasserstoffsäure, Cyansäure, Knallsäure, Cyanursäure 63
79. Aethylverbindungen. Geistige Gährung, Alkohol, Aether, Zucker . . 64
80. Acetylverbindungen. Essigsäure, Aldehyd 65
81. Glyceryl- und Margarylverbindungen. Margarin- und Stearinsäure, Seifen 66

Beispiele stöchiometrischer Aufgaben.

82. Mischungsgewichte der Grundstoffe 67
83. Aufgaben . . . . . —

Viertes Hauptstück.

Vom Gleichgewichte der Kräfte im Allgemeinen.

84. Begriff und Eintheilung der Mechanik. Statik, Dynamik 69
85. Bestimmungsstücke einer Kraft. Angriffspunct, Richtung, Intensität . —
86. Messen der Kräfte . . . . . —
87. Darstellung der Kräfte durch Linien . . . . . —
88. Aequivalenz der Kräfte 70
89. Resultirende Kraft und Componenten . . . . . —

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, welche auf einen und denselben Punct wirken.

90. Existenz der Resultirenden mehrerer auf einen Punct wirkenden Kräfte . . . . . —
91. Resultirende mehrerer längs derselben Geraden auf einen Punct wirkenden Kräfte. Uebereinstimmende, entgegengesetzte Kräfte . . . . —
92. Eigenschaften der Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte 71

Seite

93. Größe der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte 72
94. Geometrische Construction der Größe der Resultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte . . 73
95. Richtung der Resultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte 74
96. Parallelogramm der Kräfte. Kräftendreieck 76
97. Zusammensetzung mehrerer nach beliebigen Richtungen auf einen Punct wirkenden Kräfte 78
98. Zerlegung einer gegebenen Kraft . . . . . —
99. Lehrsätze zur Bestimmung des Großenverhältnisses zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte und ihrer Resultirenden . . . . . —

Zusammensetzung von Kräften mit verschiedenen Angriffspuncten.

100. Unveränderliche Verbindung materieller Puncte. Starres System . 80
101. Versetzung der Kräfte . . . . . —
102. Zusammensetzung zweier auf verschiedene Puncte wirkenden Kräfte. Erster Fall. Die in einerlei Ebene liegenden Richtungen der Kräfte bilden einen Winkel. Zweiter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und übereinstimmenden Richtungen. Dritter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und entgegengesetzten Richtungen . . . . . —
103. Zusammensetzung mehrerer parallelen Kräfte 83
104. Mittelpunct paralleler Kräfte . . . . . —
105. Bedingungen der Aequivalenz zweier Paare gleicher, parallelen, entgegengesetzten Kräfte 84

Die wichtigsten Fälle des Gleichgewichtes der Kräfte.

106. Bedingungen des Gleichgewichtes von Kräften, welche auf einen Punct wirken 85
107. Gleichgewicht dreier Kräfte mit völlig freiem Angriffspuncte . . —
108. Gleichgewicht drehender Kräfte. Drehungsmoment 86
109. Zusammensetzung der Drehungsmomente . . . . . —

Gleichgewicht der Kräfte an Maschinen.

110. Begriff einer Maschine und Arten derselben. Kraft, Last, statisches Verhältniß, einfache, zusammengesetzte Maschinen 87
111. Die einfachen Maschinen. 1) Hebel, 2) Wellrad, 3) Rolle, fixe und bewegliche, 4) Keil, 5) Schraube, 6) Gelenk 88
112. Beurtheilung zusammengesetzter Maschinen. Schraube ohne Ende, Flaschenzug 91
113. Allgemeines Mittel zur Beurtheilung des statischen Verhältnisses der Kräfte an einer Maschine 92

Fünftes Hauptstück.

Von der Bewegung.

114. Gegenstände der Betrachtung bei der Untersuchung einer Bewegung. Geradlinige, krummlinige Bewegung, Richtung, Zeit, Gesetz der Bewegung, Kraft 94
115. Gleichförmige Bewegung Begriff der Geschwindigkeit 95
116. Aeußerung der Trägheit der Materie in der Bewegung . . . 96
117. Ungleichförmige Bewegung Beschleunigte, verzögerte Bewegung, mittlere Geschwindigkeit . . . . . —
118. Eintheilung der bewegenden Kräfte. Momentane, continuirliche Kräfte 97
119. Vergleichung der Wirkungen momentaner Kräfte . . . . . —
120. Gleichförmig beschleunigte und gleichförmig verzögerte Bewegung. Acceleration, Retardation 98

Seite

121. Bestimmung des bei einer gleichförmig geänderten Bewegung zurückgelegten Weges 99
122. Nähere Betrachtung der gleichförmig beschleunigten Bewegung 100
123. Nähere Betrachtung der gleichförmig verzögerten Bewegung . 101
124. Eintheilung und Maß der continuirlichen Kräfte. Beständige, veränderliche Kräfte 102
125. Die einfachste Art schwingender Bewegung, als Beispiel der Wirkung einer veränderlichen continuirlichen Kraft. Schwingung, Schwingungsweite, Schwingungsintensität, Phase, Schwingungsdauer, Phasenzeit, entgegengesetzte Phasen 103
126. Krummlinige Bewegung 106
127. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn in Folge bloßer Trägheit —
128. Fliehkraft 108
129. Centralbewegung. Centralpunct, Centripetalkraft, Tangentialkraft, Radiusvector, Gleichheit der von ihm binnen gleicher Zeiten beschriebenen Flächenräume 109
130. Vergleichung der Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen der Bahn bei einer Centralbewegung 111
131. Allgemeine Formel für die Centralkraft 112
132. Centralkraft bei der elliptischen Bewegung 113
133. Zusammensetzung der Bewegungen. Componirende Bewegungen, resultirende Bewegung 117
134. Bedingung, unter welcher aus geradlinigen componirenden Bewegungen eine geradlinige resultirende entsteht . . . . . —
135. Beispiele krummliniger Bewegungen durch Zusammensetzung geradliniger 119

Bewegung eines Systems unveränderlich verbundener materiellen Puncte oder eines festen Körpers.

136. Progressive Bewegung. Masse eines Körpers, Mittelpunct der Masse, Größe der Bewegung 120
137. Bestimmung des Mittelpunctes der Masse eines Körpers . . 121
138. Begriff der Dichte eines Körpers. Gleichförmige, ungleichförmige, mittlere Dichte 122
139. Drehende Bewegung eines Körpers. Drehungsaxe, gleichförmige, ungleichförmige Drehung, Winkelgeschwindigkeit 123
140. Moment der Trägheit 124
141. Beispiele der Berechnung der Trägheitsmomente. 1) Trägheitsmoment einer Stange, 2) eines Rades 125
142. Freie Axe. Stabilität der Axe, Schwungrad, Centralmaschine . . . 127
143. Drehung eines Körpers um einen fixen Punct 128
144. Allgemeine Eigenschaft der Bewegung des Mittelpunctes der Masse 129
145. Bewegung eines völlig freien, starren Körpers unter dem Einflusse beliebiger Kräfte . . . . . —
146. Stoß der Körper überhaupt. Gerader, schiefer Stoß 130
147. Gerader Stoß unelastischer Kugeln. 1) Gerader Stoß einer unelastischen Kugel gegen eine ruhende. 2) Gerader Stoß unelastischer, nach einerlei Richtung sich bewegenden Kugeln. 3) Gerader Stoß unelastischer gegen einander sich bewegenden Kugeln 131
148. Gerader Stoß vollkommen elastischer Kugeln. Erhaltung der Bewegungsgrößen, der lebendigen Kraft 133
149. Schiefer Stoß gleichförmig dichter Kugeln 135
150. Stoß einer Kugel gegen eine unbewegliche Wand. Senkrechter, schiefer Stoß, Reflexion . . . . . —
151. Hindernisse der Bewegung. Reibung, Widerstand des Mittels, Reibungscoefficient 136
152. Arbeitsgröße. Nutzeffect einer Maschine 138

Seite

Sechstes Hauptſtück.

Von der Schwere.

153. Geſetze der Schwere der auf der Erde vorfindigen Körper. Verticale, horizontale Richtung, Gewicht, Schwerpunct, ſtabiles, labiles Gleichgewicht, Gleichheit des Verhältniſſes der Maſſen und Gewichte, freier Fall . 139
154. Nähere Betrachtung der Standfähigkeit eines Körpers und Maß derſelben. Aufhängung, Unterſtützung, Grundfläche, Directionslinie, Maß der Standfähigkeit 141
155. Beziehung zwiſchen Gewicht und Maſſe. Darſtellung der Kräfte durch Gewichte 143
156. Abſolutes, ſpecifiſches Gewicht eines Körpers und deren Beziehung zur Dichte 144
157. Theorie der Wage. Ausſchlag, Empfindlichkeit, Abhängigkeit derſelben von der Länge der Arme des Wagbalkens, von der Stellung des Mittelpunctes und Schwerpunctes des Balkens, von dem Gewichte der Wage und von der Belaſtung; Schnellwage 146
158. Bewegung geworfener Körper. Vertical abwärts gerichteter, aufwärts gerichteter, ſchiefer Wurf, Elevationswinkel, Wurfweite, deren Maximum . 149
159. Bewegung durch Ueberwucht. Ueberwucht einer Rolle, eines Wellrades 152
160. Fallmaſchine 154
161. Gleichgewicht eines Körpers auf einer ſchiefen Ebene. Neigungswinkel, Länge, Baſis, Höhe; relative Schwere, Gleichgewicht wenn die Kraft der Länge, wenn ſie der Baſis parallel wirkt, Beſtimmung des Reibungscoefficienten 155
162. Bewegung eines Körpers auf einer ſchiefen Ebene. Herabgleiten auf einer ſtetig krummen Bahn 156
163. Einfaches Pendel. Länge, Elongation, Schwingungsdauer 158
164. Zuſammengeſetztes Pendel. Schwingungspunct, reducirte Länge . . 160
165. Anwendungen des Pendels. Zeitmeſſung, Compenſation; Beſtimmung der Intenſität der Schwere, Reverſionspendel 163

Verſchiedenheit der Schwere an verſchiedenen Orten.

166. Geſtalt der Erde 165
167. Tägliche Bewegung der Geſtirne. Himmelsſphäre, Weltaxe, Weltpole, Nordpol, Südpol, Horizont, Zenith, Nadir, Verticalkreiſe, Meridian, Nordpunct, Südpunct, Mittagslinie, Polhöhe, Parallelkreiſe, Aequator, nördliche, ſüdliche Hemiſphäre, Oſtpunct, Weſtpunct, Aufgang, Untergang, Culmination der Geſtirne, Fixſterne, Sternbilder, Circumpolarſterne, obere, untere Culmination, Sterntag, Planeten, Kometen, Sonnentag, Mittag, mittlere Sonnenzeit 166
168. Axendrehung der Erde 168
169. Abplattung der Erde. Erdmeridian, Erdäquator, Längenunterſchied, geographiſche Breite, geographiſche Länge, erſter Meridian, Größe der Abplattung 169
170. Verſchiedenheit der Schwere auf die Erdfläche 173
171. Einfluß der Axendrehung der Erde auf deren Abplattung und auf die Abnahme der Schwere vom Aequator gegen die Pole. Abweichung fallender Körper von der Verticalrichtung . . . . . —
172. Abhängigkeit der Intenſität der Schwere von der Entfernung der Körper von der Erde. Schwere des Mondes gegen die Erde, deſſen Diſtanz von der Erde 176
173. Action einer homogenen Kugel auf einen Punct nach dem Newton'ſchen (Gravitationsgeſetze. 1) Action einer gleichförmig mit Materie beſetzten Kugelfläche auf einen äußeren Punct 2) Action einer gleichförmig mit Materie beſetzten Kugelfläche auf einen inneren Punct. 3) Action einer gleichförmigen, oder aus homogenen concentriſchen Schichten beſtehenden ſoliden oder hohlen Kugel auf einen Punct. 4) Action einer homogenen ſoliden Kugel auf einen Punct im Inneren 177

Seite

174. Action zwiſchen zwei homogenen kugelförmigen Körpern nach dem Newton'ſchen Geſetze 181
175. Schärfere Beſtimmung der Geſetze der Schwere irdiſcher Körper 182

Allgemeine Schwere.

176. Ableitung der Gravitation aus den Kepler'ſchen Geſetzen . . 183
177. Aenderung der Stellung der Sonne gegen die Erde während des Jahres. Tageslänge, Wendekreiſe, Jahreszeiten, Jahr, Ekliptik, deren Schiefe, Nachtgleichepuncte, Solſtitialpuncte, Apſiden, Zonen, mittlerer Sonnentag, mittlerer Mittag, Sonnenuhren, Zeitgleichung 185
178. Uebereinſtimmung der relativen Bewegung zwiſchen der Sonne und der Erde mit den Kepler'ſchen Geſetzen 188
179. Nachweiſung der Bewegung der Erde um die Sonne. Sonnenmaſſe, Parallaxe 189
180. Bewegung der Planeten um die Sonne. Hauptplaneten, Nebenplaneten, Thierkreis, Himmelszeichen, Breite, Länge eines Geſtirnes, Höhe, Azimuth, Declination, Rectaſcenſion, directe, retrograde Bewegung, Stillſtehen, Conjunction, Oppoſition, Quadratur, ſynodiſche Umlaufszeit, ſideriſche, Knoten, aufſteigender und abſteigender, Knotenlinie, untere, obere Planeten. Schärfere Beſtimmung des dritten Kepler'ſchen Geſetzes . . 192
181. Präceſſion der Nachtgleichen. Nutation, tropiſches, ſideriſches Jahr, Kalender, Schalttage, Verhältniß des Sterntages zum mittleren Sonnentage 199
182. Störungen der Bewegungen der Planeten. Periodiſche, ſeculäre Störungen; Rückwärtsgehen der Knoten, Mondescykel, goldene Zahl . . 202
183. Ebbe und Fluth des Meeres 203

Siebentes Hauptſtück.

Statik tropfbarer Körper (Hydroſtatik).

184. Allgemeiner Geſichtspunct der Betrachtung flüſſiger Körper überhaupt, tropfbarer insbeſondere 204
185. Vorausſetzungen über die Wirkungsweiſe der zwiſchen den Molekeln eines tropfbaren Körpers beſtehenden Kräfte 205
186. Wirkung eines tropfbaren Körpers auf ſich ſelbſt in Folge ſeiner Molecularkräfte 206
187. Geſtalt der freien Oberfläche eines tropfbaren Körpers im Gleichgewichtszuſtande 208
188. Druck im Innern einer tropfbaren Flüſſigkeit und gegen die Gefäßwände. Hydroſtatiſches Paradoxon, Bramah'ſche Preſſe, Waſſerſäulenmaſchine, Ausflußgeſchwindigkeit, Segner'ſches Rad 209
189. Gleichgewicht tropfbarer Flüſſigkeiten in Communicationsgefäßen. Erſter Fall. Communicationsgefäß mit bloß einer Flüſſigkeit. Zweiter Fall. Gleichgewicht heterogener Flüſſigkeiten. Dritter Fall. Haarröhren . . . 214
190. Druck der Flüſſigkeiten gegen darin befindliche Körper . . . 217
191. Gleichgewicht eines in einer Flüſſigkeit frei beweglichen Körpers. Unterſinken, Schwimmen 218
192. Bedingung der Stabilität des Gleichgewichtes eines Körpers in einer Flüſſigkeit. Metacentrum 220
193. Hydroſtatiſche Beſtimmung der Volume, ſpecifiſchen Gewichte und Dichten der Körper. Hydroſtatiſche Wage und deren Gebrauch . . . 221
194. Aräometer. Gewichtsaräometer, Scalenaräometer 223

Achtes Hauptſtück.

Statik ausdehnſamer Körper (Aëroſtatik).

195. Allgemeiner Ueberblick der Eigenſchaften ausdehnſamer Körper. Spannkraft 225

Seite

Statik der atmosphärischen Luft mit Rücksicht auf Gase im Allgemeinen.

196. Messung der Expansivkräfte. Reduction der Quecksilberstände auf die Normaltemperatur 226
197. Druck der atmosphärischen Luft und dessen Ursache. Torricelli'scher Versuch 227
198. Barometer. Bedingungen der Genauigkeit und Tragbarkeit 229
199. Beziehung zwischen Barometer und Thermometer 232
200. Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von ihrer Dichte. Mariotte'sches Gesetz für verdichtete und verdünnte Luft . . . . . —
201. Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von ihrer Temperatur 233
202. Luftthermometer 234
203. Vergleichung der Expansivkräfte eines und desselben Gases bei verschiedenen Dichten und Temperaturen 235
204. Vergleichung der Expansivkräfte verschiedener Gase. Ausdehnungscoefficient 236
205. Princip der Einrichtung und des Gebrauches der Luftpumpe . 237
206. Haupttheile und Arten der Luftpumpen. Hahn- und Ventilluftpumpen, Compressionspumpe, Barometerprobe 239
207. Grenze der Verdünnung und Verdichtung der Luft mittelst der Luftpumpe. Schädlicher Raum, Babinet'scher Hahn, Vergleichung der Hahn- und Ventilpumpen 241
208. Nachweisung der Eigenschaften der Luft mittelst der Luftpumpe . 243
209. Bestimmung des specifischen Gewichtes und der Dichte der Luft und anderer Gase 244
210. Berechnung der Dichten zusammengesetzter Gase aus den Dichten ihrer Bestandtheile 245
211. Scheinbarer Gewichtsverlust der Körper in der Luft 246
212. Gesetz der Abnahme der Expansivkraft und Dichte von unten nach oben in einer gleichmäßig warmen Luftsäule 247
213. Barometrische Höhenmessung Grundformel, barometrischer Coefficient, Berücksichtigung der Temperatur und der geographischen Breite, Gauß'sche Formel, Beispiel der Berechnung eines Höhenunterschiedes 248
214. Einige Fälle des Gleichgewichtes zwischen der Expansivkraft luftförmiger und dem hydrostatischen Drucke tropfbarer Körper. Heronsball, Heronsbrunn, Mariotte'sche Flasche, gekrümmter Heber, Wasserpumpen 253
215. Gleichgewicht gemengter Gase 256
216. Gleichgewicht absorbirter Gase. Absorptionscoefficient, Berechnung desselben für ein Gasgemenge 258
217. Luftströmungen. Winde, Land- und Seewinde, Passate, Drehungsgesetz, Einfluß auf den Barometerstand 260

Statik der Dämpfe.

218. Verdampfung und deren Ursache. Sieden, Papin'scher Digestor, Kryophor, Gefrieren des Wassers unter dem Recipienten der Luftpumpe . 262
219. Spannkraft der Dämpfe 264
220. Dichte und specifische Expansivkraft des Dampfes 267
221. Erscheinungen, welche von dem Dampfgehalte der Atmosphäre abhängen. Niederschläge, Thau, Reif, Nebel, Wolken, Regen, Schnee, Hagel 268
222. Feuchtigkeitsgrad 271
223. Hygrometrie. Thaupunct, Verdampfungstemperatur und deren Bestimmung, Schwefeläther-hygrometer und Psychrometer, Tafel der größten Spannkräfte des Wasserdampfes, Berechnung der Menge des Dampfes in der Luft 272
224. Dampfmaschine. Einfach und doppelt wirkende, Niederdruck- und Hochdruckmaschinen, Dampfsteuerung, Expansionsmaschinen, Bemerkungen über die einzelnen Theile, Berechnung des Nutzeffectes 277

Neuntes Hauptstück.

Von der wellenartigen Bewegung der Körper in Beziehung zu den Erscheinungen des Schalles.

Seite

225. Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe 283
226. Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe . 285
227. Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einer gleichförmig dichten Luftmasse 288
228. Fortpflanzung eines transversalen Impulses an einer gespannten Saite 290
229. Interferenz der Wellen. Schwingungsknoten 292
230. Entstehung der schwingenden Bewegung aus der Interferenz gleicher und entgegengesetzter Wellenzüge 293
231. Gesetze der transversalen Schwingung einer Saite 295
232. Bedingungen des Schalles 296
233. Tonhöhe und deren Maß Klang, Geräusch, absolute, relative Tonhöhe, Grundton, Monochord, Syrene 297
234. Tonleiter und Tonintervalle. Großer und kleiner ganzer und halber Ton, chromatische Tonleiter, Temperatur 299
235. Fortpflanzung des Schalles in der Luft. Communicationsrohr, Schallstrahl 302
236. Reflexion des Schalles 303
237. Tönende Körper. Fortschreitende und stehende Schwingung, tönende Körper: 1) Saiten, 2) die Luft, 3) Stäbe, 4) Platten 304
238. Mittönen 310
239. Das Gehörorgan 311

Zehntes Hauptstück.

Magnetismus.

240. Magnetische Erscheinungen. Magnetische Metalle, Pole, künstliche Magnete, Magnetnadel, magnetische Batterie, Inclination, Declination, magnetischer Meridian und Aequator 313
241. Theoretische Ansicht der magnetischen Erscheinungen. Polarität, magnetische Elemente, Coercitivkraft 315
242. Einwirkung der Erde auf einen Magnet 317
243. Magnetische Axe 319
244. Magnetisches Moment . . . . . —
245. Schwingende Bewegung einer Magnetnadel 320
246. Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstoßung 321
247. Fernwirkung zweier einander nahen ungleichnamigen Magnetpole 323
248. Ablenkung einer Declinationsnadel vom magnetischen Meridiane durch einen Magnetstab 324
249. Reduction des magnetischen Zustandes eines Körpers auf dessen Oberfläche 325
250. Magnetische Curven 327
251. Magnetisirung durch Vertheilung . . . . . —
252. Veränderlichkeit des Erdmagnetismus. Magnetometer 328

Eilftes Hauptstück.

Elektricität.

253. Elektrische Fundamentalphänomene. Anziehung und Abstoßung, gute, schlechte Leiter, Isolirung, entgegengesetzte Elektricitäten, Elektrisirung durch Vertheilung, elektrische Atmosphäre 331

Seite

254. Theoretiſche Anſicht der elektriſchen Erſcheinungen. Menge, Dichte, Spannung der Elektricität, Strom, dualiſtiſches Syſtem, Unitätsſyſtem, analoge Erklärung des Magnetismus, Unzuläſſigkeit elektriſcher Elemente in Leitern 335
255. Bedingungen des elektriſchen Gleichgewichtes und Geſetz der elektriſchen Action 337
256. Das Goldblatt-Elektroſkop 339
257. Die Drehwage 340
258. Elektriſirmaſchine 342
259. Elektriſche Batterie. Leidner Flaſche, Ladung und Entladung . . 344
260. Geſchwindigkeit der elektriſchen Strömung 346
261. Elektrophor 347
262. Condenſator. Duplicator 348
263. Berührungs-Elektricität. Volta'ſcher Fundamentalverſuch . . . 350
264. Geſetze der Volta-elektriſchen Spannung. Spannungsreihe, Leiter erſter und zweiter Ordnung 352
265. Volta'ſche Ketten. Einfache, zuſammengeſetzte, offene, geſchloſſene, veränderliche, beſtändige 353
266. Elektriſche Spannung einer Volta'ſchen Batterie. Pole, poſitiver und negativer 355
267. Trockene Saulen und darauf ſich gründendes Goldblatt-Elektroſkop 356
268. Elektriſcher Strom einer Volta'ſchen Kette und deſſen phyſiologiſche und thermiſche Effecte 357
269. Elektrolyſe. Elektrolyt, Elektroden, Anode, Kathode, Ionen, Anion, Kation 359
270. Theoretiſche Vorſtellung des Herganges der Elektrolyſe . . . 360
271. Meßbarkeit der elektrolytiſchen Action. Quantität der ſtrömenden Elektricität, Stromſtärke, Volta-Elektrometer 361
272. Chemiſcher Vorgang in der geſchloſſenen Volta'ſchen Kette . 363
273. Wechſelwirkung zwiſchen einem elektriſchen Strome und einem Magnete . . . . . —
274. Fundamentalgeſetz der elektro-magnetiſchen Action. Wechſelwirkung zwiſchen elektriſchen Strömen, Ampère's Anſicht des Magnetismus 365
275. Magnetiſirungsvermögen des elektriſchen Stromes Elektromagnete 371
276. Das Galvanometer. Tangentenbuſſole, Sinusbuſſole, Multiplicator, Differenzialgalvanometer 372
277. Erregung elektriſcher Ströme durch Induction. Secundäre Ströme, Rotationsmaſchine 375
278. Thermoelektricität. Thermoelektriſche Spannung und Strom, thermoelektriſche Saulen 378
279. Maß des Leitungswiderſtandes. Aequivalent der Leiter, reducirte Länge, abſoluter, ſpecifiſcher Leitungswiderſtand 379
280. Das Ohm'ſche Geſetz. Maß der elektromotoriſchen Kraft 382
281. Ausdehnung des Ohm'ſchen Geſetzes auf den Fall, wenn ſich im Schließungsleiter der Stromquelle Flüſſigkeiten befinden. Polariſation, Ladungsſäule, Gasbatterie 383
282. Abhangigkeit des Effectes einer geſchloſſenen elektriſchen Kette von der Große und Anzahl der Elemente 385
283. Große Wirkung einer Volta'ſchen Batterie bei gegebenem Materiale 388
284. Betrachtung der galvanometriſchen Apparate hinſichtlich ihres Leitungswiderſtandes 389
285. Vergleichung und Meſſung der Beſtimmungsſtücke der Stromquellen 391
386. Stromtheilung 392
387. Ueberſicht der bis jetzt bekannten Erregungsweiſen der Elektricität. Elektricitätserregung durch Druck, Spaltung, chemiſche Vorgänge, Lebensproceß 394

Seite

288. Atmosphärische Elektricität. Blitz, Donner, Blitzableiter, Rückschlag, Nordlicht 395

Zwölftes Hauptstück.

Licht.

289. Verschiedenheiten der Körper bezüglich des Lichtes. Helligkeit, Dunkelheit, selbstleuchtende Körper, beleuchtete, durchsichtige, undurchsichtige . 397
290. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Lichtstrahl, Schatten . . 398
291. Intensität der Beleuchtung 400
292. Gesetze der Reflexion des Lichtes. Einfallspunct, Einfallsloth, Einfallswinkel, Reflexionswinkel, regelmäßige, unregelmäßige Reflexion . . . 401
293. Erscheinungen an einem ebenen Spiegel. Ort, Stellung, Bewegung des Bildes, Winkelspiegel, parallele Spiegel 402
294. Der Heliostat 405
295. Erscheinungen sphärischer Hohlspiegel. Abweichung der reflectirten Strahlen, Brennlinien, Bildweite, Brennweite, Ort, Größe, Lage des Bildes eines ausgedehnten Gegenstandes 406
296. Sphärische Converspiegel 411
297. Gesetze der gewöhnlichen Brechung des Lichtes. Brechungsebene, Brechungswinkel, Brechungsverhältniß, Brechungsexponent, Brechung zum und vom Einfallslothe, totale Reflexion 412
298. Geometrische Construction des gebrochenen Strahles 415
299. Einfluß der Brechung des Lichtes in Wasser und Luft auf den scheinbaren Ort eines Gegenstandes. Luftspiegelung 416
300. Brechung des Lichtes in sphärischen Linsen. Arten der Linsen, Axe, Centrirung, sphärische Abweichung, Sammel- und Zerstreuungslinsen . . 418
301. Erscheinungen an Sammellinsen. Hauptstrahl, optischer Mittelpunct, Ort, Größe, Lage des Bildes 421
302. Erscheinungen an Zerstreuungslinsen 422
303. Zerlegung des Lichtes in farbige Bestandtheile. Einfaches, zusammengesetztes Licht, complementäre Farben 423
304. Dunkle Linien im prismatischen Spectrum. Minimum der Abweichung des durch ein Prisma gebrochenen Strahles 426
305. Genauere Deutung des Gesetzes der gewöhnlichen Brechung des Lichtes. Bestimmung des Brechungsexponenten 429
306. Erklärung des Regenbogens . . . . . —
307. Achromatische Linsen 434
308. Optische Instrumente. Objective, subjective Bilder, Ocular, Objectiv, dioptrische, katoptrische Instrumente, Vergrößerung, optischer Winkel, Sehweite. Besondere Instrumente: 1) Camera obscura. 2) Sonnen- oder Gasmikroskop. 3) Brillen für kurzsichtige Augen. 4) Brillen für Weitsichtige, Lupen, einfache Mikroskope. 5) Zusammengesetzte Mikroskope. 6) Galilei'sches Fernrohr. 7) Astronomisches Fernrohr. 8) Erdfernrohr. 9) Newton'sches Spiegelteleskop. 10) Gregori'sches Spiegelteleskop 436
309. Das Auge und der Hergang des Sehens 445
310. Gesetze des Sehens. Gefärbte Schatten, optische Täuschungen . . . 447
311. Geschwindigkeit des Lichtes 450
312. Aberration des Lichtes 451
313. Theoretische Ansicht des Lichtes 453
314. Interferenz des Lichtes 454
315. Beugung des Lichtes durch eine enge Spalte 456
316. Beugung des Lichtes durch mehrere Spaltöffnungen. Bestimmung der Wellenlänge des Lichtes 459
317. Beugung des Lichtes durch einen schmalen undurchsichtigen Körper 461
318. Beugung des Lichtes in Verbindung mit Reflexion und Brechung und Erklärung letzterer Vorgänge 462

Seite

319. Brechung des Lichtes im Doppelſpathe. Gewöhnlich gebrochener, ungewöhnlich gebrochener Strahl, optiſche Axe, Hauptſchnitt, Doppelwelle, Conſtruction der gebrochenen Strahlen, beſondere Sätze, Verdoppelung der Bilder 465

320. Doppelte Brechung des Lichtes in anderen Subſtanzen. Axe der doppelten Brechung, Wellenfläche in rhomboedriſchen und pyramidalen Kryſtallen; zweiaxige Kryſtalle, Abſorption eines Strahles im Turmalin, Dichroismus 467

321. Polariſation des Lichtes durch doppelte Brechung. Polariſationsebene, entgegengeſetzte Polariſationszuſtände, unpolariſirtes Licht . . . 469

322. Erklärung des Polariſationszuſtandes und der doppelten Brechung. Interferenz polariſirter Strahlen, transverſale Richtung der Lichtſchwingungen, Schwingungsformen für homogenes und polariſirtes Licht 471

323. Polariſation des Lichtes durch Reflexion und einfache Brechung. Vollkommene, unvollkommene Polariſation, Polariſationswinkel, Gleichungen für die Intenſitäten des reflectirten und gebrochenen Strahles bei einfallendem polariſirten Lichte 474

324. Farbenerſcheinungen an doppelt brechenden Platten im polariſirten Lichte. Complementäre Bilder 478

325. Polariſationsapparate. Polariſirender, analyſirender Beſtandtheil, Turmalinzange, Projectionsapparat, Polariſationsinſtrument, Airy's Ocular, Rochon's Prisma, Nicol's Prisma, parallele, gekreuzte Stellung, Erſcheinungen in der Schwerte, mit Strahlen von verſchiedener Incidenz, Farben der Kryſtallplatten, Seebeck'ſche Figuren, Ringſyſteme einaxiger und zweiaxiger Kryſtalle 480

326. Circulare und elliptiſche Polariſation. Geradlinig polariſirtes Licht, deſſen Umwandlung in circular oder elliptiſch polariſirtes durch doppelte Brechung, durch Reflexion an Metallflächen, Fresnel'ſches Parallelepiped, Drehung der Polariſationsebene in Bergkryſtallplatten, rechts und links drehende Bergkryſtalle, drehende Flüſſigkeiten, Einfluß circularen Lichtes auf die Ringfiguren der Kryſtallplatten, Nachahmung der Erſcheinungen des Bergkryſtalles 484

327. Farben dünner Plättchen durchſichtiger Körper in gewöhnlichem Lichte. Newton'ſches Farbenglas, Theorie 487

328. Phyſiologiſche und chemiſche Wirkungen des Lichtes 491

329. Photographie. Daguerreotypie . . . . . —

Dreizehntes Hauptſtück.

Strahlende Wärme.

330. Exiſtenz der ſtrahlenden Wärme. Bewegliches Gleichgewicht der Wärme 493

331. Inſtrumente zur Nachweiſung und Meſſung der ſtrahlenden Wärme. Differenzialthermometer, Thermoſäule 494

332. Geradlinige Fortpflanzung der ſtrahlenden Wärme 495

333. Reflexion der ſtrahlenden Wärme . . . . . —

334. Brechung der ſtrahlenden Wärme 496

335. Abſorption der Wärmeſtrahlen durch diathermane Medien . . 497

336. Polariſation der ſtrahlenden Wärme 498

337. Ausſtrahlungsvermögen der Körper 499

Anfangsgründe

der

Physik.

Einleitung.

1. **Definition der Phyſik.** Die Phyſik iſt die Wiſſenſchaft, welche die Beſtimmung und die Erklärung der Erſcheinungen in der unorganiſchen Natur zum Gegenſtande hat.

Erſcheinung (Phänomen) heißt hier jedes Object ſinnlicher Wahrnehmung; unter Natur iſt der Inbegriff des Sinnlichwahrnehmbaren, die Sinnenwelt zu verſtehen. Bei jeder Erſcheinung kommt in Betrachtung, worin ſie beſteht, und wodurch ſie beſteht, d. h. es handelt ſich um ihre Geſetze und um ihre Urſache. Die Geſetze einer Erſcheinung angeben, heißt die Erſcheinung beſtimmen; die Urſache einer Erſcheinung angeben, heißt die Erſcheinung erklären. Die Beſchränkung des Gegenſtandes der Phyſik auf die Erſcheinungen in der unorganiſchen Natur unterſcheidet dieſe Wiſſenſchaft von der Phyſiologie, welche es mit der Unterſuchung der Erſcheinungen des Lebens der organiſirten Weſen (des Menſchen, der Thiere und der Pflanzen) zu thun hat. Phyſik und Phyſiologie könnte man unter der gemeinſchaftlichen Benennung Naturlehre zuſammenfaſſen; dem herrſchenden Sprachgebrauche zu Folge iſt jedoch dieſes Wort mit Phyſik gleichbedeutend.

2. **Wege zur Beſtimmung einer Erſcheinung.** Die Geſetze einer Erſcheinung werden entweder durch die empiriſche oder durch die theoretiſche Methode aufgefunden. Die empiriſche Methode, auch Induction genannt, beſteht in der Ableitung der Geſetze, an welche eine Erſcheinung gebunden iſt, aus der Art und Weiſe des Herganges der Erſcheinung ſelbſt, indem man annimmt, daß eine Regel, die ſich in einer gewiſſen Anzahl einzelner Fälle bewährt, als der Ausdruck eines Naturgeſetzes angeſehen werden dürfe. Die theoretiſche Methode beſteht in der Ableitung der Geſetze einer Erſcheinung aus der Wirkungsweiſe ihrer Urſache durch folgerechte Schlüſſe.

Steht zwiſchen beiden Methoden die Wahl frei, ſo verdient die theoretiſche den Vorzug. Sie erſchöpft den ganzen Umfang der auf die zu unterſuchende Erſcheinung ſich beziehenden möglichen Erfahrung, und liefert Reſultate, welche, wenn von einer feſtſtehenden Grundlage ausgegangen wurde, nothwendig allgemein gelten. Die empiriſche Methode dagegen führt, weil es nicht möglich iſt alle denkbaren Fälle einzeln zu prüfen, nur Wahrſcheinlichkeit, keine abſolute Gewißheit mit ſich. Die Anwendung der theoretiſchen Methode ſetzt aber die Kenntniß der Urſache der in Rede ſtehenden Erſcheinung, und überdieß die Fähigkeit voraus, die durch die vorliegenden Daten bedingten

Folgerungen wirklich abzuleiten. In den Fällen, wo das eine oder das andere mangelt, wird die empiriſche Methode äußerſt ſchätzbar. Die Wahrſcheinlichkeit, welche ſie gewahrt, erreicht unter geeigneten Umſtänden einen ſo hohen Grad, daß wir den Reſultaten bloßer Induction eben ſo vertrauen, wie den ausgemachteſten Wahrheiten; hat ſie die Geſetze der Erſcheinung enthüllt, ſo wird dadurch auch der Weg zur Auffindung der Erklärung gebahnt. Hieraus erhellet, wie die Beſtimmung und die Erklarung der Erſcheinungen einander wechſelweiſe unterſtützen, und warum beide in Verbindung behandelt werden müſſen.

3. **Arten der Erklärung einer Erſcheinung.** Die Erklärung einer Erſcheinung iſt entweder apodiktiſch oder hypothetiſch. Erſtere findet ſtatt, wenn die Urſache der Erſcheinung in Folge eines ſtrengen Beweiſes mit völliger Gewißheit angegeben wird; letztere beſteht in einer bloßen Vermuthung über dieſe Urſache.

Der Leitfaden bei dem Entwurfe einer hypothetiſchen Erklärungsweiſe iſt die Analogie, d. h die Vorausſetzung, daß ähnlichen Wirkungen ähnliche Urſachen entſprechen. Einer ſolchen Erklärung kann nur in ſo fern Gehör gegeben werden, als die apodiktiſche Erklarung noch mangelt; ihre Zuläßigkeit hängt von ihrem Wahrſcheinlichkeitsgrade ab. Dieſer erſcheint verſchiedenen Naturforſchern nicht ſtets gleich groß, weßwegen nicht ſelten über die Urſache einer und derſelben Erſcheinung verſchiedene Hypotheſen Platz greifen Bei vorſichtigem Gebrauche ſind gut gewahlte Hypotheſen dem Fortſchreiten der Phyſik zuträglich; ſie begünſtigen die Ueberſicht der Erſcheinungen, eröffnen der Forſchung neue Zielpuncte, und beſchleunigen durch die Anregung zu ihrer völligen Begründung oder Widerlegung die Auffindung der apodiktiſchen Erklarungen. Mehrere der vollendetſten Erklarungen, welche die Phyſik heut zu Tage aufzuweiſen hat, konnten bei ihrem Urſprunge für nicht mehr als Hypotheſen gelten, und erhoben ſich nur allmälig zum Range feſtbegründeter Wahrheiten.

4. **Naturkräfte.** Die Forſchung nach der Urſache einer Erſcheinung führt in vielen Fällen zu dem Reſultate, daß dieſe Erſcheinung die Folge einer andern Erſcheinung iſt, was die Forderung nach ſich zieht, auch letztere zu erklaren. Man kommt ſo, nach einer längern oder kürzern Reihe von Erklärungen, dieſe mögen apodiktiſche oder hypothetiſche ſeyn, zuletzt auf Erſcheinungen, für welche ſich kein ſinnenfalliger Grund mehr vorausſetzen laßt. Einen Grund muß aber jedes ſolche oberſte Glied einer Kette von Wirkungen und Urſachen doch haben; man bezeichnet ihn mit dem Worte Kraft, und benennt jede Kraft nach der durch dieſelbe hervorgebrachten Erſcheinung. In dieſem Sinne ſpricht man von Schwerkraft, Abſtoßungskraft u. dgl. Das Weſen einer Kraft iſt uns gänzlich verborgen; nur das Geſetz ihrer Thätigkeit iſt Gegenſtand unſerer Erkenntniß. Die Entdeckung der Geſetze, nach welchen die Kräfte in der unorganiſchen Natur wirken, iſt ſonach das höchſte Ziel der phyſikaliſchen Forſchung.

In der Annahme einer Kraft liegt immer etwas Hypothetiſches, denn man ſetzt bloß voraus, daß gewiſſen Erſcheinungen keine ſinnlich wahrnehmbaren Urſachen entſprechen. Die Phyſik hat ſich der wahren Löſung ihrer Aufgabe um ſo mehr genahert, je geringer die Anzahl der Kräfte iſt, die ſie zu ihren Erklärungen poſtulirt.

5. **Beobachtung, Verſuch.** Die Grundlage jeder phyſikaliſchen Forſchung iſt die ſinnliche Wahrnehmung oder Erfahrung. Sie wird durch aufmerkſame Betrachtung der Erſcheinungen gewonnen. Jede ſolche Betrachtung einer Erſcheinung zum Behufe ihrer Unterſuchung heißt Beobachtung. Die Erſcheinungen erfolgen entweder unabhängig von unſerer Thätigkeit, nach dem Gange der Natur, oder ſie werden durch unſere Beihilfe veranlaßt. Wenn es nicht in unſerer Macht ſteht, eine Erſcheinung herbeizuführen, ſo können wir doch darnach ſtreben, ſie nachzuahmen. Eine Erſcheinung zum Behufe der Unterſuchung hervorrufen, heißt einen Verſuch (ein Experiment) anſtellen.

Verſuche ſind die wirkſamſte Hilfsquelle des Phyſikers. Da es dabei in ſeiner Macht liegt, die Umſtände, unter welchen die Erſcheinungen auftreten, mannigfaltig abzuändern, ſo kann er ein Phänomen von allen Seiten betrachten, und ſomit die Haltbarkeit einer Beſtimmung oder Erklärung auf das ſchärfſte prüfen. Oft ſind Verſuche das einzige Mittel die Exiſtenz gewiſſer Naturkräfte zu entdecken und deren Geſetze zu erkennen. Auch bei dem Unterrichte in der Phyſik dienen ſie als unentbehrliche Erläuterungs- und Beweismittel.

6. **Phyſikaliſche Apparate.** Zur Anſtellung von Beobachtungen überhaupt und zum Experimentiren insbeſondere ſind mannigfaltige Werkzeuge und Geräthſchaften nothwendig, theils um das Gebiet der ſinnlichen Wahrnehmung zu erweitern (Maßſtäbe, Winkelmeſſer, Vergrößerungsgläſer, Fernröhren, Uhren u. dgl.), theils um die zum Auftreten der Erſcheinungen dienlichen Umſtände herbeizuführen. Man nennt ſolche Geräthſchaften phyſikaliſche Inſtrumente oder Apparate. Wie ſie beſchaffen ſeyn und gebraucht werden ſollen, läßt ſich nur nach gehöriger Erwägung der Zwecke angeben, wozu ſie beſtimmt ſind.

7. **Theile der Phyſik.** Jede Claſſe von Erſcheinungen, die aus irgend einem Geſichtspuncte betrachtet, ſich als gleichartige, mithin zuſammengehörende darſtellen, kann abgeſondert unterſucht, und als Object einer eigenen Naturwiſſenſchaft behandelt werden. Dieſer Umſtand einerſeits, und die Reichhaltigkeit des phyſikaliſchen Materiales andererſeits, hat die Entſtehung und Fortbildung mehrerer Wiſſenſchaften veranlaßt, welche man nach dem am Eingange aufgeſtellten Begriffe der Phyſik ſämmtlich als Theile letzterer anzuſehen hat. Dergleichen Wiſſenſchaften ſind: die Mechanik, die Aſtronomie, die Akuſtik, die Optik, die Chemie u. m. a. Gegenwärtiges Buch enthält, ſo weit dieß mit ſeinem Zwecke ſich verträgt, die Grundlage jeder dieſer Wiſſenſchaften, ohne jedoch durch eine ſtrenge Scheidung ihrer Gebiete, der Faßlichkeit der Darſtellung, zu welcher eine naturgemäße Verknüpfung der einzelnen Lehren weſentlich beiträgt, Abbruch zu thun.

Man pflegt häufig die Chemie der Phyſik als eine von dieſer weſentlich verſchiedene Wiſſenſchaft gegenüber zu ſtellen, indem man das Gebiet der Phyſik auf die äußeren, d. h. in Bewegungen beſtehenden Phäno-

meine beſchränkt, der Chemie dagegen die Betrachtung derjenigen Erſcheinungen zuweiſet, welche ſich auf die innere Beſchaffenheit der Naturdinge beziehen. Will man dieſe Abtheilung der Gegenſtände und die darauf gegründete, auch in dem gewöhnlichen Sprachgebrauche herrſchend gewordene, Trennung der Phyſik und Chemie gelten laſſen, ſo muß man zwiſchen Phyſik im weiteren und im engeren Sinne des Wortes unterſcheiden. Uebrigens ſpricht die Geſammtheit der bisherigen Erfahrungen dafür, daß die ſogenannten chemiſchen Erſcheinungen durch Kräfte derſelben Art hervorgerufen werden, wie die Phänomene, welche man jederzeit als den eigentlichen Gegenſtand der Phyſik betrachtet hat. Dieß zugegeben, fällt jeder Grund hinweg, die Beziehung zwiſchen Chemie und Phyſik für eine andere zu halten, als diejenige iſt, welche zwiſchen Phyſik und Aſtronomie, oder Optik, oder irgend einem andern Theile der Phyſik, der ſich zum Range einer ſelbſtſtändigen Wiſſenſchaft emporgeſchwungen hat, beſteht. Aus dieſem Grunde blieb in der am Eingange des gegenwärtigen Buches aufgeſtellten Definition der Phyſik die ſo eben erwähnte Einſchränkung des Gegenſtandes dieſer Wiſſenſchaft unbeachtet.

8. **Hilfswiſſenſchaften der Phyſik.** Als Hilfswiſſenſchaften der Phyſik ſind die Mathematik und die Naturgeſchichte zu nennen; erſtere, weil ſie aus bekannten Beziehungen zwiſchen Größen unbekannte Verknüpfungen derſelben ableiten lehrt, wovon in der Phyſik, welche der Mathematik ſelbſt reichliche Veranlaſſung zu ihrer Ausbildung darbietet, durchgehends Gebrauch gemacht wird: letztere, weil ſie die Claſſification der Naturproducte zum Gegenſtande hat. Für die Phyſik iſt jedoch jener Theil der Naturgeſchichte, welcher die unorganiſchen Naturproducte betrachtet, nämlich die Mineralogie, vorzugsweiſe wichtig.

Erſtes Hauptſtück.

Von den Körpern im Allgemeinen.

9. **Begriff eines Körpers.** Alle ſinnlichen Wahrnehmungen, insbeſondere jene, welche der Taſtſinn vermittelt, nöthigen uns, das Vorhandenſeyn einer Menge von Dingen zuzugeben, die uns als ausgedehnt, d. h. Raum einnehmend erſcheinen, deren Weſen jedoch durch das bloße Merkmal der Ausdehnung keineswegs hinreichend bezeichnet wird, ſondern darin beſteht, daß in dem Raume, welcher einem ſolchen Dinge angehört, ein auf unſere Sinne einzuwirken fähiges Reales ſich vorfindet, von dem wir ſagen, daß es dieſen Raum erfülle. Was ſich unſeren Sinnen als raumerfüllend darſtellt, heißt Materie oder Stoff; Materie von begrenzter Ausdehnung heißt ein Körper.

10. **Geometriſcher, phyſiſcher Körper.** Denkt man ſich aus dem Raume eines Körpers alle Materie hinweg, ſo gelangt man zur Vorſtellung eines begrenzten leeren Raumes. Ein ſolcher wird ein geometriſcher Körper genannt, im Gegenſatze mit dem phyſi-

ſchen, in deſſen Raume irgend ein Stoff enthalten iſt. Was die Geometrie von dem erſteren lehrt, iſt offenbar auch auf letzteren anwendbar.

11. **Volum, Figur.** Die geometriſche Betrachtung eines phyſiſchen Körpers bezieht ſich auf die Größe ſeines Raumes, auf die Art der Begrenzung, und auf die damit zugleich gegebenen Flächen, Linien und Puncte. Der Raum eines Körpers, lediglich in Hinſicht auf Größe betrachtet, heißt **Volum**; die Art ſeiner Begrenzung heißt **Geſtalt oder Figur**.

12. **Einheit zum Meſſen der Volume.** Um ein Volum nach den Vorſchriften der Geometrie meſſen, und in Folge deſſen durch eine Zahl ausdrücken zu können, muß vor Allem eine beſtimmte Länge als Einheit der Längen gewählt worden ſeyn; das Quadrat, deſſen Seite dieſer Längeneinheit gleich iſt, dient ſodann als Einheit der Flächen, und der Würfel, welcher die Längeneinheit zur Seite hat, als Einheit der Volume. Als Längeneinheit wird, ſowohl um allzuhohe Zahlen, wie auch allzukleine Brüche zu vermeiden, nicht ſtets dieſelbe Länge angenommen; nur müſſen die verſchiedenen Längen, deren man ſich zu dieſem Behufe bedient, in bekannten Verhältniſſen ſtehen, damit man die Reſultate der Meſſung oder Rechnung nach einer dieſer Einheiten nöthigenfalls durch jede andere ausdrücken könne.

Im Folgenden wird nach Umſtänden, bald das Wiener Maß, bald das **metriſche** oder **neufranzöſiſche**, zuweilen auch das **altfranzöſiſche** (Pariſer) Maß gebraucht. Die Grundlage des Wiener Maßes iſt die **Klafter**; ſie wird bekanntlich in 6 **Fuß** eingetheilt: 1 Fuß enthält 12 **Zoll**, 1 Zoll enthält 12 **Linien**. Eine ähnliche Eintheilung hat das altfranzöſiſche Maß, bei welchem die **Toiſe** der Stelle der Klafter vertritt. Wiener Maß wird durch Multiplication mit 0·973103 in gleichnamiges Pariſer; dieſes durch Multiplication mit 1·02764 in jenes umgeſetzt.

Das neufranzöſiſche Maß iſt ſeiner Decimaleintheilung wegen zur Rechnung äußerſt bequem. Die Grundlage deſſelben iſt der **Meter**. Der zehnte, hundertſte, tauſendſte Theil des Meters heißt **Decimeter, Centimeter, Millimeter**; $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$ Meter heißen **Dekameter, Hektometer, Kilometer, Myriameter**, und auf ähnliche Weiſe werden nach neufranzöſiſcher Art auch die beliebig gebildeten aliquoten Theile und Vielfachen anderer Einheiten benannt. Ein Würfel, deſſen Seite einem Decimeter gleich iſt, heißt **Liter**. Ein **Kiloliter** (Kubikmeter) führt den Namen **Stere**. Zur Reduction des metriſchen Maßes auf das Wiener und Altpariſer, und umgekehrt, dienen folgende Angaben:

Es iſt 1 Wiener Fuß = 0·3161923 Meter;
1 » Zoll = 0·0263493 Meter;
1 » Linie = 2·195 Millimeter;
1 Meter = 3·163532 Wien. Fuß = 3 Fuß 1 Zoll 11·349 Linien;
1 Decimeter = 3·79624 Wiener Zoll = 3 Zoll 9·55 Linien;
1 Centimeter = 4·5555 Wiener Linien;
1 Millimeter = 0·4555 Wiener Linien;
1 Liter = 54·7023 Wiener Kub. Zoll;
1 Toiſe = 1·94904 Meter; 1 Meter = 4·51474 Toiſe.

In Betreff der in Wien gangbaren Maße dürften noch folgende Daten bemerkenswerth ſeyn:

Es iſt 1 Elle = 2.465 Fuß = 29,58 Zoll = 29 Zoll 6.96 Linien;
1 Eimer = 1 792 Kubikfuß;
1 Maß = $^1/_{40}$ Eimer = 0 0448 Kub. Fuß = 77,4144 Kub. Zoll;
1 Seitel = $^1/_4$ Maß = 19,3536 Kub. Zoll;
demnach iſt 1 Liter = 2 827 Wiener Seitel.

13. **Undurchdringlichkeit.** Unterſuchen wir näher, wie ſich die Materialität dem Taſtſinne kund gibt, ſo finden wir, daß es durch den Widerſtand geſchieht, den das einen Körper betaſtende, mithin in den Raum deſſelben einzudringen ſuchende Organ an der Begrenzung des Körpers erfährt. Dieſe Thatſache iſt aber nur ein beſonderer Fall des durch die alltäglichſten Erfahrungen bewährten Geſetzes, daß zwei verſchiedene Körper oder Theile der Körper nicht zugleich einen und denſelben Raum einnehmen können, ſondern, daß wenn Materie in einen von Materie bereits erfüllten Raum eindringt, letztere daraus weichen muß. Dieſes Behaupten des eigenen Raumes iſt alſo der Charakter des Raumerfüllens, und heißt die Undurchdringlichkeit der Materie.

Aus der Undurchdringlichkeit der Luft erklärt es ſich, warum ein mit abwärts gekehrter Mündung in Waſſer geſenktes Trinkglas ſich nicht füllt, ſondern, damit dieſes geſchehe, vorerſt der darin enthaltenen Luft ein Ausweg geſtattet werden muß (die Taucherglocke). Aus demſelben Grunde läuft eine Flüſſigkeit nicht durch den an den Hals einer Flaſche luftdicht paſſenden Trichter; in einen geſchloſſenen Cylinder läßt ſich ein gut paſſender Stempel nicht bis an den Boden ſchieben u. dgl. m.

14. **Trägheit der Materie.** Das Behaupten des Raumes, den Materie einnimmt, geht jedoch nicht ſo weit, daß dieſelbe an einen beſtimmten Theil des unbegrenzten Raumes, d. h. an einen beſtimmten Ort gebunden wäre. Jeder Körper kann den Ort, worin er ſich befindet, verlaſſen und in andere Orte übergehen, d. h. ſich bewegen. Allein hiebei äußert ſich die Materialität wieder, und zwar dadurch, daß kein Körper aus dem Zuſtande der Ruhe in jenen der Bewegung ſelbſtthätig überzugehen vermag, ſondern dazu eine eigene Urſache nöthig iſt, welche wir, da ſie ſich uns nicht als etwas Sinnlichwahrnehmbares darſtellt, bewegende Kraft nennen. Eben ſo wenig kann ein in Bewegung befindlicher Körper ſich durch ſich ſelbſt zur Ruhe bringen, oder auch nur ſeine Bewegung in irgend einer Beziehung (Richtung, Geſchwindigkeit) abändern; es wird dazu ſtets die Dazwiſchenkunft einer activen oder paſſiven Urſache, einer Kraft oder eines Hinderniſſes erfordert. Die Unfähigkeit eines Körpers, ſeinen Zuſtand in Hinſicht auf Bewegung und Ruhe durch ſich ſelbſt zu ändern, heißt Trägheit, und wird als ein mit dem Weſen der Materie innig und nothwendig verbundenes Merkmal angeſehen. In dieſem Sinne kann man daher auch die Materie als »das Träge im Raume« definiren.

Die Trägheit der Materie gibt ſich bei jeder Bewegung kund. Ein Körper, den wir auf dem Boden fortſchleudern, geht um ſo weiter, je glatter der Boden iſt; auf einer Eisfläche viel weiter als auf gewöhnlichem Boden (das Schlittſchuhlaufen): wir ſchließen aus dem Andauern der Bewegung bei Verminderung des durch die Reibung am

Boden verursachten Hindernisses, daß der Körper nicht aufhören würde, sich zu bewegen, wenn wir im Stande wären jedes Hinderniß zu beseitigen. Ein gewichtiger Kreisel, ein Schwungrad u. dgl. bleibt um so länger in Bewegung, je weniger die Hindernisse störend einwirken; die Himmelskörper, denen keine merklichen Hindernisse im Wege stehen, behalten ihre Bewegung fortwährend mit der größten Regelmäßigkeit. Die hierin liegende Aeußerung ihrer Trägheit bürgt uns zugleich für ihre Materialität, die wir an ihnen durch das Merkmal der Undurchdringlichkeit nicht erproben können.

Die sogenannten willkürlichen Bewegungen der thierischen Organismen bilden keine Ausnahme von dem Gesetze der Trägheit, denn auch hier ist die Ursache der Bewegung von dem Trägen, das bewegt wird, verschieden.

15. **Theilbarkeit der Materie.** Da der Materie das Merkmal der Ausdehnung zukommt, so stellt sich uns dieselbe zugleich als ein aus Theilen Bestehendes dar. Jedoch folgt hieraus keineswegs, daß diese Theile sich von einander absondern lassen und als selbstständige Körper zu existiren vermögen, d. h. daß die Materie wirklich *theilbar* sey. Die Erfahrung lehrt aber, daß jeder Körper, denn wir sinnlich wahrnehmen, durch gehörige Anwendung äußerer Gewalt in Theile zerlegbar ist, die wieder einer weiteren Theilung unterworfen werden können, bis endlich die Unvollkommenheit unserer Sinne und Werkzeuge dieser Operation eine Grenze setzt. Dieser Umstand macht es höchst wahrscheinlich, daß die Theilung, wenn uns nur die dazu gehörigen Mittel zu Gebote wären, noch weiter getrieben werden könnte. Wenigstens läßt sich in mehreren Fällen, zumal wenn die Theilung ohne unsere unmittelbare Einwirkung auf die zu theilende Substanz vor sich geht, eine außerordentliche Kleinheit von Körpertheilchen, die für sich als Körper bestehen, nachweisen. Ob aber die Theilung der Materie an sich betrachtet ohne Ende fortgehen könnte, oder ob in dem Wesen der Materie selbst eine Beschränkung ihrer Theilbarkeit liege, darüber gibt uns weder unmittelbare Erfahrung, noch eine auf haltbare Erfahrung gestützte Theorie Aufschluß, sondern, was hierüber bis jetzt von verschiedenen Seiten ausgesprochen wurde, beruht auf bloßer Hypothese. Zur Erklärung der Thatsachen, welche die Grundlage des gegenwärtigen Zustandes der Wissenschaft ausmachen, genügt die gewiß nicht zu bezweifelnde Voraussetzung, daß die Körper aus Theilen bestehen, welche einzeln genommen, der Kleinheit ihrer Dimensionen wegen, sich unserer sinnlichen Auffassung gänzlich entziehen. Solche Theilchen nennen wir im Allgemeinen *Molekel* (molécules), und lassen es dahin gestellt seyn, ob sie noch weiter geheilt werden können oder nicht. Bei der Anwendung der Mathematik auf physikalische Probleme erlaubt man sich die Molekel als Puncte zu behandeln, und nennt sie in diesem Falle, zur Unterscheidung von den geometrischen Puncten, *materielle Puncte*.

Beispiele sehr weit gehender Theilung bieten uns die riechenden Stoffe dar. Wir können ihre Einwirkung auf das Geruchsorgan nur durch die Annahme begreifen, daß Theilchen eines solchen Stoffes mit diesem Organ in Berührung kommen. Erfüllt nun eine ihrer Kleinheit wegen

unmerkliche Quantität eines ſtark riechenden Stoffes, z. B. Moſchus, einen großen Raum allenthalben mit deutlich wahrnehmbarem Geruche, d. h. ſind in jedem Theile dieſes Raumes Theilchen des riechenden Stoffes, die unſer Geruchsorgan merklich afficiren, vorhanden, ſo müſſen derlei Theilchen, ſelbſt einer nur oberflächlichen Schätzung zu Folge, von ungemeiner Kleinheit ſeyn. Aehnliche Fälle ſehr weit gehender Theilung liefert die Färbung einer großen Menge Waſſer durch eine geringe Menge eines färbenden Stoffes, z. B. Carmin; die Feinheit der Gewebe gewiſſer Inſecten, vor Allem aber die mikroſkopiſche Welt der Inſuſionsthierchen.

16. **Poroſität.** Das Volum, welches wir einem Körper zuſchreiben, wird von der Materie, aus welcher wir den Körper beſtehend denken, nicht ſtetig erfüllt, d. h. nicht ſo, daß im Innern dieſes Volums überall ſolche Materie vorhanden wäre, ſondern viele Theile des Volums enthalten dieſe Materie nicht, und es können fremdartige Stoffe darin Platz finden. Derlei Zwiſchenräume heißen **Poren**, und die Eigenſchaft der Körper Poren zu haben heißt die **Poroſität**. An mehreren Körpern laſſen ſich dieſe Zwiſchenräume durch das bloße Auge wahrnehmen, an andern Körpern wird ihre poröſe Beſchaffenheit durch Betrachtung der äußern Oberfläche, wie auch der Schnittflächen, mittelſt eines Vergrößerungsglaſes erkannt; oft ſchließen wir auf die Anweſenheit der Poren aus dem Umſtande, daß ſich flüſſige Stoffe durch Körper hindurchpreſſen laſſen, oder von denſelben eingeſogen werden, und daraus in Folge geeigneter Behandlung entweichen. Da das Volum jedes Körpers veränderlich iſt, insbeſondere durch Anwendung äußerer Gewalt, als auch, wie die Folge lehren wird, durch Wärmeentziehung verkleinert werden kann, aber kein Grund vorliegt, den kleinſten Theilen der Körper die Undurchdringlichkeit abzuſprechen, ſo erſcheint die Annahme vollkommen zuläßig, daß die Theilchen der Körper durch Intervalle von einander getrennt ſind. Doch kann man ſich bei vielen, insbeſondere bei mathematiſchen Unterſuchungen, ohne merklichen Fehler erlauben, von der Anweſenheit der Poren abzuſehen, und die Körper ſo zu betrachten, als ob ihre Materie das Volum mit Stetigkeit erfüllte.

Folgende Erſcheinungen können als Beweisgründe für die Poroſität gelten: Queckſilber läßt ſich durch Holz preſſen; Oele ziehen ſich in Holz, in Steine; Waſſer zieht ſich in den Hydrophan hinein, und macht ihn durchſichtig, während er, ſo wie viele andere Körper im Waſſer, Luftblaſen von ſich gibt, dergleichen auch durch Erwärmung in Waſſer und andern Flüſſigkeiten erſcheinen.

Zweites Hauptſtück.

Von den Kräften der Materie.

17. **Eintheilung und Aufzählung der an der Materie vorfindigen Kräfte.** Die Gelehrten der Naturwissenschaften führet uns zur Erkenntniß, daß die kleinsten Theile der Körper wechselseitig auf einander bewegende Kräfte anüben. Wir finden an den Körpern nach Umſtänden ein Bestreben zur Annäherung oder zur Entfernung, wofür ſich kein ſinnlich wahrnehmbarer Grund angeben läßt, zu deſſen Erklärung wir daher die Materie mit anziehender und abſtoßender Kraft begabt denken. Unter dieſen Kräften gibt es einige, welche nur bei den kleinſten Abſtänden der Körpertheilchen, die wir von der Berührung nicht zu unterſcheiden vermögen, wahrnehmbare Effecte hervorbringen, während andere Kräfte auf meßbare Distanzen hin mit merklicher Stärke wirken. Letztere Kräfte nennen wir fernwirkende: erſtere heißen Molecularkräfte. Fernwirkende Kräfte ſind: die Schwerkraft, die magnetiſchen, die elektriſchen Kräfte; als Molecularkräfte zeigen ſich diejenigen, worauf die Aggregationsformen der Körper, dann die Erſcheinungen der Adhäſion, der Auflöſung, Miſchung, Abſorption, der Kryſtalliſation, endlich die chemiſchen Wirkungen beruhen.

18. **Schwere.** Alle Körper, welche wir iſolirt zu unterſuchen im Stande ſind, zeigen an allen uns zugänglichen Orten und zu jeder Zeit ein Beſtreben ſich abwärts, d. i. gegen die Erde zu bewegen. Sind die Körper ſich frei überlaſſen, ſo fallen ſie zur Erde; werden ſie daran gehindert, ſo äußern ſie ohne Unterlaß einen Druck oder Zug gegen das Hinderniß. Das Beſtreben zu fallen heißt die Schwere; die Urſache der Schwere wird Schwerkraft genannt.

19. **Gewicht.** Die Größe der Kraft, welche ein Körper gegen ein Hinderniß, wodurch er in Ruhe erhalten wird, z. B. gegen eine Unterlage, fortwährend äußert, heißt das Gewicht des Körpers. Zwei Gewichte heißen gleich, wenn das eine, ohne Aenderung des Druckes oder Zuges, an die Stelle des andern geſetzt werden kann; ein Gewicht, das eben ſo drückt oder zieht, wie mehrere übereinſtimmend wirkende Gewichte, wird als die Summe letzterer betrachtet und dem gemäß benannt. Hieraus erhellet, was man ſich unter einem doppelten, dreifachen ... Gewichte, wie auch unter der Hälfte, dem Drittheil ... eines Gewichtes zu denken habe, und wie Gewichte auf ein beſtimmtes, zur Einheit gewähltes Gewicht bezogen, und darnach durch Zahlen ausgedrückt werden können. In wie fern es in Folge der Schwere, die jedes Theilchen eines Körpers zeigt, angeht, das Gewicht jedes Körpers der Summe der Gewichte ſeiner Theile gleich zu ſetzen, und überhaupt das Gewicht als Maß der Menge der vorhandenen Materie anzuſehen, läßt ſich erſt nach Entwickelung der Theorie der bewegenden Kräfte gründlich darlegen. Für jetzt nehmen wir dieſe Vorſtellungsweiſe als die einfachſte an, nach welcher ſich die alltäg-

lichſten, auf die Schwere der Körper Bezug habenden Erſcheinungen verſtehen laſſen.

Als Einheit der Gewichte dient uns in der Regel das Wiener Pfund; es wird in 32 Lothe eingetheilt, deren jedes 240 Gran enthält, und beträgt daher 7680 Gran. Dem neufranzöſiſchen Gewichtsſyſteme liegt das Gramm als Einheit zum Grunde; 1 Gramm macht 13 714 Wiener Gran aus, daher iſt 1 Kilogramm = 1 Wiener Pfund 25 Loth 34 Gran. Nach genauer Unterſuchung enthält 1 Wiener Pfund 560012 Milligramme.

20. **Wage.** Die Beſtimmung der Gewichte der Körper erfordert eigene Inſtrumente; jedes hierzu dienliche heißt im Allgemeinen eine Wage. Dieſer laſſen ſich mannigfaltige Einrichtungen geben; zum phyſikaliſchen Gebrauche, wie im gemeinen Leben, dient in der Regel die gleicharmige Wage. Sie beſteht aus einem metallenen Balken, durch deſſen Mitte eine mit abwärts gekehrter Schneide verſehene, auf einer harten Unterlage ruhende ſtählerne Are geht; der Balken, an deſſen Enden Schalen zur Aufnahme der abzuwägenden Körper und der Gewichte herabhängen, iſt um dieſe Are äußerſt leicht beweglich, und ein auf demſelben ſenkrecht ſtehender, aufwärts oder abwärts gerichteter Zeiger, die Zunge, gibt ſeine Stellung bei jedesmaliger Belaſtung an. Die Wage iſt am bequemſten zu gebrauchen, wenn der Balken bei gleicher Belaſtung der Schalen jedesmal eine beſtimmte Stellung annimmt, und von dieſer um ſo mehr abweicht, je größer der Unterſchied der in die Schalen gelegten Gewichte iſt. Eine je größere Schärfe man in der Beſtimmung des Gewichtes von der Wage fordert, deſto empfindlicher muß ſie ſeyn, d. h. der Balken muß bei einer um ſo geringeren Gewichtsänderung auf einer Seite ſchon einen merklichen Unterſchied in der Stellung (Ausſchlag) zeigen. Wovon dieſe Eigenſchaften abhängen, iſt Gegenſtand einer ſpäteren Betrachtung.

Die höchſte Genauigkeit einer Wage in der Angabe der Gleichheit und Ungleichheit der Gewichte in beiden Schalen iſt ſehr ſchwer zu erreichen; doch kann man mit jeder in dieſer Hinſicht minder genauen Wage wenn ſie nur die nöthige Empfindlichkeit beſitzt, das Gewicht eines gegebenen Körpers nach der von Borda gewieſenen Methode der doppelten Wägung genau finden. Zu dieſem Ende bringt man den abzuwägenden Körper in die eine Wagſchale, in die andere eine Belaſtung (Tara), die man, ohne ihre Größe weiter zu unterſuchen, ſo reguliert, daß die Zunge eine beſtimmte Stellung des Balkens anzeigt. Nun entfernt man den Körper und ſetzt an ſeine Stelle ſo viele Gewichte, als nöthig ſind, um bei unveränderter Tara die frühere Stellung des Balkens herbeizuführen. Die ſtatt des Körpers geſetzten Gewichte geben offenbar ſein Gewicht an.

21. **Gravitation.** In einem folgenden Hauptſtücke wird aus den Geſetzen der Bewegung der Himmelskörper bewieſen, daß zwiſchen je zwei ſolchen Körpern eine Anziehung beſteht, die aus der nach einer beſtimmten Regel obwaltenden Anziehung zwiſchen je zwei kleinſten Theilen derſelben hervorgeht. Die Schwere der Körper gegen die Erde

iſt nur ein beſonderer Fall dieſer allgemeinen gegenſeitigen Anziehung aller Materie, welche man die allgemeine Schwere oder Gravitation nennt.

Die magnetiſchen und elektriſchen Kräfte werden gleichfalls in beſonderen Hauptſtücken dieſes Buches abgehandelt.

22. Aggregationsformen der Körper. Die Erfahrung lehrt, daß die Theile der Körper hinſichtlich äußerer Einwirkungen, welche ſie von einander zu entfernen, oder einander zu nähern, oder überhaupt zu verſchieben ſtreben, ein ſehr verſchiedenes Verhalten zeigen. Im Allgemeinen laſſen ſich zwei Hauptformen der Aggregation, d. i. der Verbindungsweiſe der Körpertheile unterſcheiden. Die Körper ſind entweder feſt oder flüſſig. Ein Körper heißt feſt, wenn ſeine Theile nur durch eine Kraft, deren Intenſität eine gewiſſe Grenze überſteigt, in andere Lagen gebracht werden können; flüſſig, wenn ſich ſeine Theile durch die geringſte Kraft verſchieben laſſen.

23. Feſte Körper. Die feſten Körper zeigen eine ſelbſtſtändige Geſtalt oder Figur. Es iſt wohl möglich das Volum eines ſolchen Körpers durch äußeren Druck zu verkleinern, oder doch ſeine Theile nach gewiſſen Richtungen einander näher zu bringen, allein ſogleich wird ein Widerſtand rege, der bald eine ſolche Größe erreicht, daß, ehe wir annehmen dürfen, ſämmtliche Theile einander bis zur Berührung genähert zu haben, ein weiteres Zuſammendrücken die Grenzen unſerer Hilfsmittel überſchreitet. Andererſeits werden wir, wenn wir die Theile eines feſten Körpers von einander zu entfernen ſtreben, ebenfalls einen Widerſtand gewahr, welcher bis zu einem gewiſſen Grade der Dehnung wächſt, jedoch endlich überwältiget werden kann, ſo daß der Zuſammenhang der Körpertheile, die Cohärenz (Cohäſion) aufgehoben wird, und Trennung der Theile erfolgt.

24. Arten feſter Körper. Wird zur Verſchiebung der Theile eines feſten Körpers eine ſehr große Kraft erfordert, ſo heißt der Körper hart; reicht dazu eine geringe Kraft hin, ſo heißt er weich. Iſt die Verſchiebung bewirkt worden, ſo hört entweder der Zuſammenhang der Körpertheile auf, oder er beſteht noch fort. Wird der Zuſammenhang der Theile ſchon bei geringer Verſchiebung aufgehoben, ſo heißt der Körper ſpröde; beſteht derſelbe fort, ſo kehren entweder die Theile nach Aufhören der Urſache der Verſchiebung wieder in die früheren Lagen zurück, und der Körper heißt elaſtiſch, oder ſie behalten die ihnen aufgedrungenen neuen Lagen, und der Körper heißt dehnbar. Doch ſind dieſe Beſtimmungen bloß relative und es laſſen ſich zwiſchen den genannten Zuſtänden keine ſcharfen Grenzlinien ziehen. Für hinreichend geringe Kräfte iſt jeder Körper elaſtiſch; immer kann die verſchiebende Kraft, ohne der Elaſticität Eintrag zu thun, bis zu einer von der Beſchaffenheit des Körpers abhängenden Größe (Elaſticitätsgröße) geſteigert werden, wobei die Theile die äußerſte mit der Elaſticität verträgliche Verſchiebung (Elaſticitätsgrenze) erreichen; wird dieſe überſchritten, ſo erfolgt nach Beſchaffenheit des Körpers

entweder Trennung, oder die Theile treten in neue bleibende Lagen ein, in Bezug auf welche der Körper wieder eine gewiſſe Elaſticität äußern kann. Körper, deren Elaſticitätsgrenze der Verſchiebung der Theile größeren Spielraum gewährt, heißen vorzugsweiſe elaſtiſch.

Ein Körper, der einen andern ritzt, iſt härter als dieſer; der härteſte Körper, denn wir kennen, iſt der Diamant. Als Beiſpiel ausgezeichneter Sprödigkeit kann ſchnellgekühltes Glas angeführt werden; ein ſogenannter Glastropfen, deſſen Spitze abgebrochen wird, zerſtiebt in Pulver; ein Bologneſerfläſchchen, welches ſelbſt einem ſtarken Stoße widerſteht, bricht ſogleich, wenn man ein kleines Stück Feuerſtein, das die innere Glasfläche ritzt, hineinfallen läßt. Elfenbein, gehärteter Stahl ſind vorzüglich elaſtiſch; Meſſing wird es durch Hämmern. Ueberhaupt hat die Behandlung der man die Stoffe unterzieht, auf ihr Verhalten einen großen Einfluß. Auch Glas zeigt ſeiner Sprödigkeit ungeachtet Elaſticität; dünne Glasfäden, wie auch dünne Glasplatten, vertragen eine bedeutende Biegung, ohne zu brechen (Glasbuſch, Glastrompete).

25. Arten flüſſiger Körper. Die flüſſige Aggregationsform zerfällt in zwei Arten; in der einen heißen die Körper *tropfbar*, in der andern *ausdehnſam*. Tropfbare Körper laſſen ſich nur äußerſt ſchwierig zuſammendrücken, ſo daß die größten Druckkräfte, die uns zu Gebote ſtehen, nur eine geringe Abnahme des Volums bewirken; ſie zeigen eine ſehr ſchwache Cohäſion, und nur kleine Mengen geben in der *Tropfenbildung* einen Zuſammenhang der Theile kund, während größere Mengen durch die Schwere daran gehindert werden: ein tropfbarer Körper erfordert daher zur Aufbewahrung ein Gefäß, deſſen tiefſten Theil er einnimmt. Bei theoretiſchen Unterſuchungen abſtrahirt man gewöhnlich von der geringen Zuſammendrückbarkeit dieſer Flüſſigkeiten, und nennt ſie daher oft geradezu *unzuſammendrückbare* Flüſſigkeiten. Ausdehnſame Flüſſigkeiten charakteriſiren ſich durch ihre Zuſammendrückbarkeit und durch das unausgeſetzte Beſtreben aller Theile, ſich von einander zu entfernen; ſie zeigen daher keine Cohäſion, können nur in einem ringsum geſchloſſenen Gefäße aufbewahrt werden und erfüllen es in ſeiner ganzen Ausdehnung.

Das Waſſer in ſeinem gewöhnlichen Zuſtande, der Weingeiſt, die Oele, das Queckſilber u. m. a. ſind tropfbare Körper. Die Schwierigkeit, Waſſer zuſammen zu drücken, zeigt ſich auffallend, wenn man einen metallenen, an einem Ende geſchloſſenen Cylinder damit füllt, und in ſelben einen genau anſchließenden Stempel einzuführen verſucht. Die Tropfenbildung des Waſſers iſt eine der bekannteſten Erſcheinungen. Die atmoſphäriſche Luft iſt ein ausdehnſamer Körper; ihre Zuſammendrückbarkeit, wie auch ihr Beſtreben ſich auszudehnen, ſieht man an einer damit gefüllten Blaſe, oder an dem erwähnten Cylinder, wenn ſich Luft darin befindet, und man den Stempel einſchiebt.

26. Urſache der Aggregationsformen. Da ſich für die Verſchiedenheit der Aggregationsformen kein ſinnlich wahrnehmbarer Grund angeben läßt, ſo ſchreibt man ſelbe beſondern zwiſchen den kleinſten Körpertheilen waltenden Kräften zu. Der Widerſtand, den alle Körper bei der durch äußere Gewalt bewirkten Verkleinerung ihres Vo-

lums äußern, deutet auf eine Abstoßungskraft hin, welche um so mehr hervortritt, je näher die Körpertheile an einander rücken. Der Widerstand, den wir bei der Trennung der Theile eines festen Körpers zu überwinden haben, und den selbst zerreibbare Körper leisten, läßt auf eine die Körpertheile zusammenhaltende Anziehungskraft schließen. Der Uebergang der Anziehung in Abstoßung und umgekehrt, bei der Annäherung und Entfernung der Theile eines festen Körpers, erklärt sich ungezwungen aus der Annahme, daß beide Kräfte die Körpertheilchen gleichzeitig beherrschen, und es hänget, ob diese Theilchen einander anziehen oder abstoßen, nur davon ab, ob die Anziehungs- oder die Abstoßungskraft das Uebergewicht behauptet. Bei der natürlichen Anordnung der Theilchen sind diese Kräfte im Gleichgewichte: bei der Zusammendrückung wächst die abstoßende Kraft höher als die anziehende, bei der Dehnung tritt das umgekehrte Verhältniß ein. In gewissen Fällen kann nach vollbrachter Veränderung der Theilchen ein neues Gleichgewicht der Kräfte zu Stande kommen. In den tropfbaren Körpern nähert sich die abstoßende Kraft dem Uebergewichte über die Anziehung mehr als in den festen: bei geringer Zusammendrückung erscheint da die Abstoßung in großer Stärke, während die Anziehung bei dem Auseinanderrücken der Theilchen sogleich erlischt. In den ausdehnsamen Körpern hat die Abstoßungskraft ein entschiedenes Uebergewicht; dieser Mangel eines Gleichgewichtszustandes zeigt sich auch an der Oberfläche tropfbarer Körper, wie das Phänomen der Verdampfung beweiset. Aus allen Erfahrungen geht aber hervor, daß die genannten Kräfte nur in sehr kleinen, für unsere Sinne nicht merklichen Entfernungen merkliche Wirkungen erzeugen, für jede, wenn auch kleine meßbare Distanz dagegen als nicht vorhanden angesehen werden können.

Deßhalb lassen sich von einander getrennte Theile solcher festen Körper, deren Gestalt durch äußere Einwirkung nicht verändert gemacht werden kann, z. B. Theile gebrochenen Glases, Holzes u. dgl. durch starkes Aneinanderdrücken nicht wieder vereinigen, denn es ist nicht möglich, die Theilchen an der Trennungsfläche einander gehörig nahe zu bringen. Dagegen geht dieß bei weichen Körpern an, deren Theile ohne Aufhebung des Zusammenhanges verschoben werden können, z. B. bei Wachs, bei Eisen, das durch Hitze weich gemacht worden u. dgl.; diese lassen sich durch Aneinanderdrücken vereinigen (Zusammenschweißen des Eisens). Zwei Bleistücke, welche frische und gut zu einander passende Schnittflächen haben, halten nach mäßigem Drucke ziemlich stark an einander, was in der Weichheit des Bleies seinen Grund hat. Gibt man zwei harten Körpern von gleichem oder von verschiedenem Material polirte, genau an einander passende Flächen, so läßt sich ein Aneinanderhaften derselben deutlich wahrnehmen, wie dieß bei zwei ebenen Stücken Spiegelglas der Fall ist.

27. **Beziehung der Molecularkräfte zum Wesen der Materie.** Indem wir zur Erklärung der Aggregationsformen anziehende und abstoßende Molecularkräfte postuliren, sind wir außer Stande, über den Zusammenhang dieser Kräfte mit dem Wesen der Materie mehr als bloße Vermuthungen auszusagen. Die anziehende Kraft, welche eine Materie gegen eine andere ausübt, wird von den Physikern,

wenn auch nicht als eine mit dem Weſen der Materie ſo innig zuſammenhängende Eigenſchaft, daß Materie ohne ſelbe gar nicht exiſtiren könnte, doch als ein die Materie ſtets begleitendes Attribut angeſehen, welches als ein nicht weiter erklärbares Fundamentaldatum unſeren übrigen Erklärungen als Ausgangspunct dient. In Betreff der Abſtoßungskraft, welche die Körpertheile beherrſcht, läßt ſich um einen Schritt weiter gehen; die augenſcheinlichſten Erfahrungen ſprechen dafür, daß dieſe Kraft mit dem Wärmezuſtande der Körper in einer nahen Beziehung ſtehe, und machen es wahrſcheinlich, daß ſie eine Aeußerung der Urſache der Wärme ſelbſt ſey. Dieſer Umſtand nöthiget mit der Unterſuchung der Aggregationszuſtände der Körper eine Betrachtung der Wärme, in ſo weit ſie darauf Bezug hat, zu verflechten, welchem Gegenſtande die nachfolgende Erörterung gewidmet iſt.

28. **Wärme.** In jedem Augenblicke unſeres irdiſchen Daſeyns, den wir mit Bewußtſeyn zubringen, haben wir eine Empfindung, welche wir nach ihrer Beſchaffenheit mit dem Worte Wärme oder Kälte bezeichnen. Dieſe Empfindung iſt nicht bloß das Reſultat der Lebensthätigkeit unſeres Organismus, ſondern ſie wird auch durch den Einfluß der uns umgebenden Körper hervorgerufen. Wir können keinen Körper betaſten, ohne zugleich Wärme oder Kälte wahrzunehmen; wir unterſcheiden die darauf ſich beziehende Empfindung genau von jener, die vom Betaſten als ſolchem herrührt. Die Empfindung der Wärme und Kälte iſt unendlich vieler Grade fähig; wir können ſie von der äußerſten Kälte bis zur unerträglichen Hitze und dem ſchmerzerregenden Brennen durch alle Zwiſchenſtufen verfolgen. Die Fähigkeit, die Empfindung der Wärme oder Kälte zu erzeugen, ſetzt einen beſonderen Zuſtand eines Körpers voraus, der einen eigenthümlichen Grund haben muß. Für den einen wie für den andern haben wir in unſerer Sprache bloß das Wort Wärme, deſſen Bedeutung daher aus dem Sinne der Rede zu entnehmen iſt. Der Wärmezuſtand muß, ſo wie die Empfindung der Wärme, Abſtufungen zulaſſen; man nennt den Grad der Wärme eines Körpers ſeine Temperatur, und ſagt dieſe ſey höher oder niedriger, je nachdem uns der Körper wärmer oder kälter erſcheint. Die Erfahrung lehrt, daß die Temperatur eines Körpers in der Nähe wärmerer Körper ſteigt, in der Nähe kälterer Körper ſinkt, und überhaupt, daß von zwei mit einander in Berührung ſtehenden ungleich warmen Körpern der kältere ſo lange erwärmt, der wärmere ſo lange abgekühlt wird, bis beide einerlei Temperatur angenommen haben. Man nennt dieſen Hergang die Mittheilung der Wärme, und ſchreibt dem objectiven Grunde der Wärme ein Beſtreben zu, ſich in das Gleichgewicht zu ſetzen. Daſſelbe findet im Innern jedes Körpers ſtatt, deſſen Theile ungleich erwärmt ſind; es läßt ſich da ein Fortſchreiten der Wärme von den wärmeren Theilen zu den kälteren wahrnehmen. Nach Maßgabe der größeren oder geringeren Schnelligkeit, mit welcher dieß geſchieht, nennen wir einen Körper einen beſſern oder ſchlechtern Wärmeleiter. Es darf bei derlei Benennungen nicht außer Augen gelaſſen werden,

daß ſie bloß bildliche Bezeichnungen der Erſcheinungen ſeyn ſollen, ohne auf irgend eine Erklärung derſelben hinzudeuten.

Unſere Empfindung der Wärme oder Kälte iſt ein Reſultat der Mittheilung der Wärme; empfängt irgend ein Theil an der Oberfläche oder im Inneren unſeres Organismus Wärme, ſo empfinden wir Wärme; wird uns aber Wärme entzogen, ſo empfinden wir Kälte. Gute Wärmeleiter, wie die Metalle, erſcheinen uns bei der Berührung, auch wenn ſie die Temperatur der Luft haben, bedeutend kühler als ſchlechte Leiter, z. B. Holz, weil ſie unſerem Gefühlsorgane raſcher Wärme entziehen. Die Berückſichtigung des verſchiedenen Leitungsvermögens der Körper für die Wärme hat daher eine practiſche Wichtigkeit. Nach dieſer Eigenſchaft richtet ſich der Einfluß des Materiales unſerer Kleider, der Wände, der Fußboden unſerer Wohnungen auf deren Warmhalten, der Nutzen hölzerner Handgriffe an Metallgeſchirren, der Umwickelung metallener Handgriffe mit Tuch u. dgl. Die Metalle leiten durchgehends die Wärme viel beſſer, als alle anderen Stoffe, doch finden zwiſchen denſelben darin noch große Unterſchiede ſtatt. Silber iſt ein beſſerer Wärmeleiter als Kupfer; dieſes leitet die Wärme beſſer als Eiſen oder als Zinn, und dieſes wieder beſſer als Blei.

29. **Einfluß der Wärme auf das Volum.** Durch Erwärmung wird das Volum eines Körpers in der Regel vergrößert, durch Abkühlung in eben dem Maße verkleinert; bei Wiederkehr derſelben Temperatur iſt alſo das ihr entſprechende Volum wieder vorhanden. Die wenigen Abweichungen von dieſem Geſetze ſind nur ſcheinbare Ausnahmen; ſie treten nur dann ein, wenn entweder mit der Aggregationsform, oder mit der materiellen Beſchaffenheit eines Körpers eine Aenderung vor ſich geht. Tropfbare Körper dehnen ſich bei Erwärmung, unter übrigens gleichen Umſtänden, mehr aus als feſte; ausdehnſame Körper, wenn ſie fortwährend unter einerlei Druck gehalten werden, mehr als tropfbare. Körper von derſelben Aggregationsform und verſchiedenem Stoffe ändern ihr Volum bei gleichem Temperaturwechſel auf verſchiedene Weiſe, und es hängt bei feſten Körpern von ihrer Structur ab, ob ſie ſich nach allen Richtungen in einerlei Verhältniß ausdehnen und zuſammenziehen, mithin ſtets in geometriſch ähnlichen Geſtalten erſcheinen, oder nicht.

Eine Metallſtange wird durch Erhitzen länger, und in demſelben Verhältniſſe auch breiter und dicker. Eine metallene Kugel geht in erhitztem Zuſtande nicht durch einen Ring, durch den ſie in kaltem Zuſtande knapp hindurch kann; iſt der Ring bei gewöhnlicher Temperatur um wenig zu enge, ſo läßt er ſich durch Erwärmung derzeſtalt erweitern, daß die Kugel hindurchgeht. Aus demſelben Grunde läßt ſich ein in dem Halſe einer Flaſche feſtſteckender Glasſtöpſel locker machen, wenn man den Hals erwärmt. Ungleiche Metalle dehnen ſich in der Wärme ungleich aus, z. B. Eiſen weniger als Meſſing. Befeſtiget man zwei gleiche Streifen aus dieſen Metallen ihrer Länge nach über einander, ſo krümmt ſich der Doppelſtreifen in höherer Temperatur nach der Seite des Eiſens, in niedrigerer nach der Seite des Meſſings. Gibt man eine tropfbare Flüſſigkeit, z. B. Waſſer, Weingeiſt, Queckſilber, u. dgl. in ein kugelförmiges, in eine lange enge Röhre auslaufendes Gefäß, ſo daß noch ein Theil der Röhre mit Flüſſigkeit erfüllt iſt, ſo

ſteigt die Flüſſigkeit in der Röhre bei dem Erwärmen des Gefäßes, und ſinkt bei dem Erkalten. Erwärmt man das Gefäß raſch, ſo ſinkt anfänglich die Flüſſigkeit, was von der Ausdehnung der zuerſt von der Wärme ergriffenen Gefaßwände herrührt; bald aber gewinnt die ſtärkere Ausdehnung des flüſſigen Körpers die Oberhand. Enthält eine mit enger Röhre verſehene Kugel Luft, die von der äußern durch einen in die Röhre gebrachten Queckſilbertropfen abgeſperrt iſt, ſo zeigt das raſche Vorwärts- und Rückwärtsſchreiten des Queckſilberſäulchens, ſelbſt bei geringer Erwärmung oder Abkühlung der Kugel, die Ausdehnung oder Zuſammenziehung der Luft. Eben ſo ſchwillt eine ſchlappe zugebundene Blaſe in der Wärme auf; eine mit Luft ſtark gefüllte Blaſe verliert in der Kälte ihre Spannung.

Das Zuſammenziehen des Holzes, des Thones u. a. in der Wärme bildet keine eigentliche Ausnahme von dem oben ausgeſprochenen Geſetze, denn bei wiederkehrender niedrigerer Temperatur kehrt das vorige Volum nicht zurück; die Verkleinerung des Volums war alſo kein reines Reſultat der Erwärmung, ſondern es trat Abſonderung von Feuchtigkeit oder ſonſtige Aenderung der materiellen Beſchaffenheit ins Spiel. Waſſer zieht ſich in der Kälte zuſammen, bis es dem Gefrieren nahe kommt; unmittelbar vor dem Feſtwerden dehnt es ſich aus: ſeine Theilchen nähern ſich den Stellungen, die ſie im Eiſe haben, welches ein bedeutend größeres Volum einnimmt als das Waſſer, woraus es entſtanden iſt.

30. Einfluß der Wärme auf die Aggregationsform. Viele Stoffe können in feſter, tropfbarer und ausdehnſamer Form auftreten; andere laſſen zwei dieſer Aggregationsformen zu: immer iſt es der Wärmezuſtand, welcher die Formänderung bedingt, ſo zwar, daß feſte Körper durch Steigerung der Temperatur in tropfbare, dieſe durch weitere Erhöhung der Temperatur in ausdehnſame übergehen; und umgekehrt, durch Abkühlung ausdehnſame Körper tropfbar, tropfbare feſt werden. Oft geht mit der materiellen Beſchaffenheit eines Körpers, deſſen Temperatur wechſelt, eine Aenderung vor ſich, wodurch eine Aenderung der Aggregationsform des Stoffes als ſolchen wegfällt; geſchieht dieß nicht, und die Aggregationsform bleibt bei jedem in unſerer Erfahrung vorkommenden Wärmezuſtande ungeändert, ſo fehlt es uns nur an Mitteln, die zur Umwandlung der Aggregationsform nöthige Hitze oder Kälte hervorzubringen. Ausdehnſame Körper, welche entweder bei keiner bekannten Kälte, oder doch nur bei ſehr niedriger Temperatur oder bei ſehr bedeutender Verdichtung in den tropfbaren Zuſtand übergehen, heißen *Gaſe*; diejenigen, welche ihre unter den gewöhnlichen Umſtänden Statt findende ausdehnſame Form ſehr leicht verlieren, werden *Dämpfe* genannt.

Das Waſſer erſcheint bei heftiger Kälte als Eis in feſtem Zuſtande; bei mäßiger Wärme iſt es tropfbar, ſchon in dieſem Zuſtande geht es in offenen Gefäßen an ſeiner Oberfläche allmälig in Dampf über; bis zum Sieden erhitzt nimmt es auch in ſeinem Innern die ausdehnſame Form an. Bei Abnahme der Wärme findet der umgekehrte Gang ſtatt. Ein ähnliches Verhalten zeigt das Queckſilber, nur fordert es zum Feſtwerden eine ſehr bedeutende Kälte, und zum Sieden eine höhere Wärme als das Waſſer. Die übrigen Metalle, welche bei der gewöhnlichen Luftwärme als feſte Körper erſcheinen, werden in hinreichend hoher

Hitze tropfbar und ſogar ausdehnſam, obgleich hierin ſehr merkbare Unterſchiede obwalten. Kohle konnte man bis jetzt nicht zum Schmelzen, Weingeiſt nicht zum Gefrieren bringen, die atmoſphäriſche Luft und mehrere andere ausdehnſame Flüſſigkeiten bleiben bei der größten Kälte ausdehnſam. Holz läßt ſich nicht ſchmelzen, es erleidet bei geſteigerter Hitze eine völlige Umwandlung und hört auf Holz zu ſeyn.

Ausdehnſame Körper können oft durch Verdichtung tropfbar gemacht werden, aber auch in dieſem Falle tritt Wärmeentziehung ein. Durch Zuſammendrücken eines ſolchen Körpers wird unmittelbar nur ſeine Temperatur erhöht (atmoſphäriſche Luft in einem eiſernen geſchloſſenen Cylinder durch Einführung eines Stempels raſch zuſammengedrückt, wird ſo heiß, daß ſich brennbare Stoffe, z. B. Feuerſchwamm, darin entzünden); erſt nachdem die durch die Verdichtung hervorgerufene Temperaturerhöhung ſich gegen die Umgebung ausgeglichen hat, kann der Uebergang in die tropfbare Form eintreten.

31. **Hypotheſe über den Einfluß der Wärme auf die gegenſeitige Abſtoßung der Körpertheilchen.** Die Aenderung des Volums und des Aggregationszuſtandes, welche ſich als nothwendige Folgen der Aenderung des Wärmezuſtandes darſtellen, liefern den deutlichſten Beweis, daß mit dem Steigen und Sinken der Temperatur jederzeit eine Zu- und Abnahme der Abſtoßungskraft der Körpertheilchen verbunden iſt. Dieſer Umſtand könnte zu der Meinung führen, daß die Wärme nichts anders ſey, als die Aeußerung dieſer Abſtoßungskraft ſelbſt. Allein die Erſcheinungen der Bewegung der Wärme laſſen ſich nicht auf bloße Kraftäußerung zurückführen; man iſt zum Verſtändniß derſelben genöthiget, die Exiſtenz eines materiellen Subſtrates, eines eigenen Stoffes zu poſtuliren. Die Materialität des Wärmeprincips wird hierbei geradezu vorausgeſetzt, denn ſie läßt ſich durch keine anderen Erſcheinungen nachweiſen, als diejenigen, die man eben durch deſſen Annahme zu erklären beabſichtiget. Der Stoff, welcher als Vermittler der Wärmephänomene angeſehen wird, entzieht ſich jeder Wägung; er wird entweder von der Schwere gar nicht afficirt, oder er iſt ſo ſubtil, daß das Gewicht jeder in den wägbaren Körpern enthaltenen Menge deſſelben gegen die kleinſten an unſeren Wagen merkbaren Gewichte verſchwindet. Dergleichen Stoffe werden von den Phyſikern, und zwar ſogar mehrere verſchiedene, zur Erklärung gewiſſer Claſſen von Erſcheinungen vorausgeſetzt; man nennt ſie *unwägbare Stoffe* oder *Imponderabilien*. Man denkt ſich dieſelben der wägbaren Materie ähnlich, aus getrennten Partikeln, aber von äußerſter Feinheit beſtehend, die auf einander ſelbſt, ſo wie die wägbare Materie auf ſie, Molecularkräfte ausüben. Nimmt man nun an, daß die Theilchen des materiellen Subſtrates der Wärme, welches man aus ſpäter anzugebenden Gründen füglich mit jenem des Lichtes für identiſch halten kann und *Aether* nennt, einander abſtoßen, von den Körpertheilchen hingegen, um welche ſie gelagert ſind, angezogen werden, ſo reicht es hin, den wägbaren Theilchen unter einander bloß Anziehung beizulegen; die Abſtoßung derſelben kommt auf Rechnung der Partikel des Aethers, deren Abſtoßung jene der Körpertheilchen nach ſich zieht.

82. **Thermometer.** Da das Volum eines Körpers durch die Temperatur bedingt wird, ſo kann erſteres zur Beurtheilung der letzteren dienen. Man gelangt auf dieſem Wege zu weit genaueren Vorſtellungen von den Temperaturen, als es durch das Gefühl möglich wäre, deſſen Angaben ſo ſehr von dem Zuſtande unſeres eigenen Organismus abhängen. Weil es jedoch nicht angeht, das Volum jedes Körpers jeden Augenblick zu unterſuchen, auch bei jedem Körper eine andere Beziehung zwiſchen Volum und Temperatur obwaltet, ſo bringt man den Körper, deſſen Temperatur in Frage ſteht, mit einem andern Körper in Berührung, deſſen jedesmaliges Volum ſich leicht wahrnehmen läßt. Der letztgenannte Körper muß klein ſeyn, damit ſein Wärmezuſtand die zu beſtimmende Temperatur nicht merklich ändere, und er auch jede Temperatur ſchnell annehmen könne. Ein auf dieſes Princip gegründetes Inſtrument zur Beſtimmung der Temperaturen heißt ein Thermometer. Handelt es ſich um Temperaturen, die nicht allzuhoch ſind, ſo dient als thermometriſche Subſtanz am beſten eine tropfbare Flüſſigkeit. Queckſilber und Weingeiſt verdienen vor allen den Vorzug; es gibt daher Queckſilber- und Weingeiſtthermometer. Letztere eignen ſich vornehmlich für ſehr niedrige Temperaturen, bei welchen das Queckſilber, nicht aber der Weingeiſt ſeinen tropfbaren Zuſtand einbüßt. Zur Conſtruction eines Thermometers der einen oder der andern Art wird eine im Innern möglichſt gleichweite Glasröhre von geringem Durchmeſſer mit einem kugelähnlichen oder auch länglichen Behälter verſehen, den man aus der zu dieſem Behufe dicken Wand der Röhre durch Aufblaſen des mittelſt der Löthlampe zugeſchmolzenen und weich gemachten Endes der Röhre bildet. Man füllt die Kugel und einen Theil der Röhre mit der thermometriſchen Flüſſigkeit, und ſchließt aus Aenderungen ihres Standes in der Rohre auf entſprechende Aenderungen der Temperatur. Der Umſtand, daß der Behälter in eine enge Röhre ausläuft, iſt der Wahrnehmung kleiner Volumsänderungen der darin befindlichen Flüſſigkeit günſtig, denn jede ſolche Aenderung erſcheint als eine Flüſſigkeitsſäule vom Durchmeſſer der Röhre, mithin von um ſo großerer Länge, je enger die Röhre im Vergleich gegen die Kugel iſt. Zu ſichern Beobachtungen des Standes der Flüſſigkeit in der Rohre muß dieſe mit einer Scale verſehen ſeyn, und um die Angaben verſchiedener dieſelbe Flüſſigkeit enthaltenden Inſtrumente mit einander in Einklang zu bringen, müſſen die Volumtheile, welche ihre Scalen anzeigen, ſich verhalten wie die Gewichte der Flüſſigkeiten, und überdieß muß eine beſtimmte Temperatur, d. h. ein beſtimmtes Verhältniß zwiſchen dem Gewichte und Volum der thermometriſchen Subſtanz, der Zählung höherer und niedrigerer Temperaturgrade als Ausgangspunct zum Grunde gelegt werden. Dieſer Zweck wird erreicht, ohne daß es nöthig iſt ſich in Beſtimmungen des Gewichtes und Volumes der für das Thermometer verwendeten Flüſſigkeit einzulaſſen, wenn man den Stand derſelben bei zwei fixen Temperaturen beobachtet, und das Intervall zwiſchen den ſo erhaltenen Puncten an der Röhre in eine feſtgeſetzte Anzahl glei-

cher Theile theilt. Solche fixe Puncte erhält man mittelst der Temperatur des schmelzenden Eises, und unter gewissen Bedingungen mittelst jener des siedenden Wassers; sie heißen der Eis- oder Gefrierpunct und der Siedpunct der Thermometerscale. In der Anordnung und Bezeichnung dieser Scale herrscht jedoch keine völlige Uebereinstimmung; noch gegenwärtig sind drei verschiedene Thermometerscalen im Gebrauche, welche die Namen ihrer Urheber, Réaumur, Celsius und Fahrenheit führen. Réaumur's Scale enthält zwischen dem Eis- und Siedpuncte 80 gleiche Theile (Grade); der Eispunct ist mit 0 bezeichnet, es werden von ihm gegen den Siedpunct hin, und eben so nach der entgegengesetzten Seite, die Grade der natürlichen Zahlenreihe gemäß gezählt, so daß dem Siedpuncte der 80ste Grad entspricht. Die Grade über 0 nennt man Wärmegrade, die unter 0 Kältegrade, erstere wohl auch positive, letztere negative, wornach man auch die Vorzeichen der numerischen Angaben einrichtet, denen man noch, zur Unterscheidung von andern Scalen, den Buchstab R beifügt. Man schreibt also + 20° R (oder kürzer 20° R) um den 20sten Grad der Réaumur'schen Scale über dem Eispuncte, und — 20° R, um den eben so vielten Grad unter dem Eispuncte anzuzeigen. Celsius's Scale, auch die hunderttheilige genannt, hat eine ähnliche Einrichtung, nur enthält sie zwischen dem Eis- und Siedpuncte 100 Grade; ihr Zeichen ist C. In Fahrenheit's Scale sind zwischen dem Eis- und Siedpuncte 180 Grade angenommen, aber ihr Nullpunct steht um 32 Grade tiefer, als der Eispunct, so daß dieser die Zahl 32, der Siedpunct die Zahl 212 führt. Bezeichnet man die Fahrenheit'schen Thermometergrade mit F, so hat man zur Verwandlung derselben in die Angaben der beiden andern Scalen, und umgekehrt die Gleichungen:

$$n° F = \tfrac{4}{5}(n - 32)° R = \tfrac{5}{9}(n - 32)° C,$$
$$n° C = \tfrac{5}{4}\, n° R = (32 + \tfrac{9}{5} n)° F,$$
$$n° R = \tfrac{5}{4}\, n° C = (32° + \tfrac{9}{4} n)° F.$$

Die Einführung der positiven und negativen Grade verleiht diesen Formeln Allgemeinheit, und beseitiget die Unterscheidung zwischen Graden über und unter dem Nullpuncte der Scale.

In Oesterreich bedient man sich fast ausschließend der Réaumur'schen Scale, welche auch anderwärts häufig gebraucht wird; in Frankreich scheint die hunderttheilige Scale allgemein geworden zu seyn; sie wird jetzt auch in den wissenschaftlichen Werken deutscher Physiker vorzugsweise angewendet. Die Engländer haben die Fahrenheit'sche Scale angenommen.

Hinsichtlich der Thermometer bemerke man noch Folgendes: Die durchgehends gleiche Weite der Röhre ist in so fern wesentlich, als gleichlange Stücke der Scale gleiche Volumtheile anzeigen sollen. Man prüft die cylindrische Gestalt des Rohres vor dem Anblasen der Kugel, indem man etwas Queckſilber hinein bringt, und die so entstandene kleine Queckſilbersäule darin hin und her gehen läßt. Wo diese gleich lang bleibt, hat die Röhre einerlei Weite. Dieses Verfahren, das Calibriren genannt, läßt sich auch bei ungleich weiten Rohren zur Auftragung gleicher Volumtheile, ja selbst zur Prüfung und Correction

entweder Trennung, oder die Theile treten in neue bleibende Lagen ein, in Bezug auf welche der Körper wieder eine gewiſſe Elaſticität äußern kann. Körper, deren Elaſticitätsgrenze der Verſchiebung der Theile größeren Spielraum gewährt, heißen vorzugsweiſe elaſtiſch.

Ein Körper, der einen andern ritzt, iſt härter als dieſer; der härteſte Körper, denn wir kennen, iſt der Diamant. Als Beiſpiel ausgezeichneter Sprödigkeit kann ſchnellgekühltes Glas angeführt werden; ein ſogenannter Glastropfen, deſſen Spitze abgebrochen wird, zerſtiebt in Pulver; ein Bologneſerfläſchchen, welches ſelbſt einem ſtarken Stoße widerſteht, bricht ſogleich, wenn man ein kleines Stück Feuerſtein, das die innere Glasfläche ritzt, hineinfallen läßt. Elfenbein, gehärteter Stahl ſind vorzüglich elaſtiſch; Meſſing wird es durch Hämmern. Ueberhaupt hat die Behandlung der man die Stoffe unterzieht, auf ihr Verhalten einen großen Einfluß. Auch Glas zeigt ſeiner Sprödigkeit ungeachtet Elaſticität; dünne Glasfäden, wie auch dünne Glasplatten, vertragen eine bedeutende Biegung, ohne zu brechen (Glasbuſch, Glastrompete).

25. **Arten flüſſiger Körper.** Die flüſſige Aggregationsform zerfällt in zwei Arten; in der einen heißen die Körper *tropfbar*, in der andern *ausdehnſam*. Tropfbare Körper laſſen ſich nur äußerſt ſchwierig zuſammendrücken, ſo daß die größten Druckkräfte, die uns zu Gebote ſtehen, nur eine geringe Abnahme des Volums bewirken; ſie zeigen eine ſehr ſchwache Cohäſion, und nur kleine Mengen geben in der *Tropfenbildung* einen Zuſammenhang der Theile kund, während große Mengen durch die Schwere daran gehindert werden: ein tropfbarer Körper erfordert daher zur Aufbewahrung ein Gefaß, deſſen tiefſten Theil er einnimmt. Bei theoretiſchen Unterſuchungen abſtrahirt man gewöhnlich von der geringen Zuſammendrückbarkeit dieſer Flüſſigkeiten, und nennt ſie daher oft geradezu *unzuſammendrückbare* Flüſſigkeiten. Ausdehnſame Flüſſigkeiten charakteriſiren ſich durch ihre Zuſammendrückbarkeit und durch das unausgeſetzte Beſtreben aller Theile, ſich von einander zu entfernen; ſie zeigen daher keine Cohäſion, können nur in einem ringsum geſchloſſenen Gefäße aufbewahrt werden und erfüllen es in ſeiner ganzen Ausdehnung.

Das Waſſer in ſeinem gewöhnlichen Zuſtande, der Weingeiſt, die Oele, das Queckſilber u. m. a. ſind tropfbare Körper. Die Schwierigkeit, Waſſer zuſammen zu drücken, zeigt ſich auffallend, wenn man einen metallenen, an einem Ende geſchloſſenen Cylinder damit füllt, und in ſelben einen genau anſchließenden Stempel einzuführen verſucht. Die Tropfenbildung des Waſſers iſt eine der bekannteſten Erſcheinungen. Die atmoſphäriſche Luft iſt ein ausdehnſamer Körper; ihre Zuſammendrückbarkeit, wie auch ihr Beſtreben ſich auszudehnen, ſieht man an einer damit gefüllten Blaſe, oder an dem erwähnten Cylinder, wenn ſich Luft darin befindet, und man den Stempel einſchiebt.

26. **Urſache der Aggregationsformen.** Da ſich für die Verſchiedenheit der Aggregationsformen kein ſinnlich wahrnehmbarer Grund angeben läßt, ſo ſchreibt man ſelbe beſondern zwiſchen den kleinſten Körpertheilen waltenden Kräften zu. Der Widerſtand, den alle Körper bei der durch äußere Gewalt bewirkten Verkleinerung ihres Vo-

lums äußern, deutet auf eine Abstoßungskraft hin, welche um so mehr hervortritt, je näher die Körpertheile an einander rücken. Der Widerstand, den wir bei der Trennung der Theile eines festen Körpers zu überwinden haben, und den selbst tropfbare Körper zeigen, läßt auf eine die Körpertheile zusammenhaltende Anziehungskraft schließen. Der Uebergang der Anziehung in Abstoßung und umgekehrt, bei der Annäherung und Entfernung der Theile eines festen Körpers, erklärt sich ungezwungen aus der Annahme, daß beide Kräfte die Körpertheilchen gleichzeitig beherrschen, und es daher, ob diese Theilchen einander anziehen oder abstoßen, nur davon abhängt, ob die Anziehungs- oder die Abstoßungskraft das Uebergewicht behauptet. Bei der natürlichen Anordnung der Theilchen sind diese Kräfte im Gleichgewichte; bei der Zusammendrückung wächst die abstoßende Kraft stärker als die anziehende, bei der Dehnung tritt das umgekehrte Verhältniß ein; in gewissen Fällen kann nach vollbrachter Verschiebung der Theilchen ein neues Gleichgewicht der Kräfte zu Stande kommen. In den tropfbaren Körpern nähert sich die abstoßende Kraft dem Uebergewichte über die Anziehung mehr als in den festen; bei geringer Zusammendrückung erscheint da die Abstoßung in großer Stärke, während die Anziehung bei dem Auseinanderrücken der Theilchen sogleich erlischt. In den ausdehnsamen Körpern hat die Abstoßungskraft ein entschiedenes Uebergewicht; dieser Mangel eines Gleichgewichtszustandes zeigt sich auch an der Oberfläche tropfbarer Körper, wie das Phänomen der Verdampfung beweiset. Aus allen Erfahrungen geht aber hervor, daß die genannten Kräfte nur in sehr kleinen, für unsere Sinne nicht merklichen Entfernungen merkliche Wirkungen erzeugen, für jede, wenn auch kleine meßbare Distanz dagegen als nicht vorhanden angesehen werden können.

Deßhalb lassen sich von einander getrennte Theile solcher festen Körper, deren Gestalt durch äußere Einwirkung nicht bleibend geändert werden kann, z. B. Theile gebrochenen Glases, Holzes u. dgl. durch bloßes Aneinanderdrücken nicht wieder vereinigen, denn es ist nicht möglich, die Theilchen an der Trennungsfläche einander gehörig nahe zu bringen. Dagegen geht dieß bei weichen Körpern an, deren Theile ohne Aufhebung des Zusammenhanges verschoben werden können, z. B. bei Wachs, bei Eisen, das durch Hitze weich gemacht worden u. dgl.; diese lassen sich durch Aneinanderdrücken vereinigen (Zusammenschweißen des Eisens). Zwei Bleistücke, welche frische und gut an einander passende Schnittflächen haben, haften nach mäßigem Drucke ziemlich stark an einander, was in der Weichheit des Bleies seinen Grund hat. Gibt man zwei harten Körpern von gleichem oder von verschiedenem Material polirte, genau an einander passende Flächen, so läßt sich ein Aneinanderhaften derselben deutlich wahrnehmen, wie dieß bei zwei ebenen Stücken Spiegelglas der Fall ist.

27. **Beziehung der Molecularkräfte zum Wesen der Materie.** Indem wir zur Erklärung der Aggregationsformen anziehende und abstoßende Molecularkräfte postuliren, sind wir außer Stande, über den Zusammenhang dieser Kräfte mit dem Wesen der Materie mehr als bloße Vermuthungen auszusagen. Die anziehende Kraft, welche eine Materie gegen eine andere ausübt, wird von den Physikern,

wenn auch nicht als eine mit dem Weſen der Materie ſo innig zuſammenhängende Eigenſchaft, daß Materie ohne ſelbe gar nicht exiſtiren konnte, doch als ein die Materie ſtets begleitendes Attribut angeſehen, welches als ein nicht weiter erklärbares Fundamentaldatum unſeren übrigen Erklärungen als Ausgangspunct dient. In Betreff der Abſtoßungskraft, welche die Körpertheile beherrſcht, läßt ſich um einen Schritt weiter gehen; die augenſcheinlichſten Erfahrungen ſprechen dafür, daß dieſe Kraft mit dem Wärmezuſtande der Körper in einer nahen Beziehung ſtehe, und machen es wahrſcheinlich, daß ſie eine Aeußerung der Urſache der Wärme ſelbſt ſey. Dieſer Umſtand nöthiget mit der Unterſuchung der Aggregationszuſtände der Körper eine Betrachtung der Wärme, in ſo weit ſie darauf Bezug hat, zu verflechten, welchem Gegenſtande die nachfolgende Erörterung gewidmet iſt.

28. **Wärme.** In jedem Augenblicke unſeres irdiſchen Daſeyns, den wir mit Bewußtſeyn zubringen, haben wir eine Empfindung, welche wir nach ihrer Beſchaffenheit mit dem Worte Wärme oder Kälte bezeichnen. Dieſe Empfindung iſt nicht bloß das Reſultat der Lebensthätigkeit unſeres Organismus, ſondern ſie wird auch durch den Einfluß der uns umgebenden Körper hervorgerufen. Wir können keinen Körper betaſten, ohne zugleich Wärme oder Kälte wahrzunehmen; wir unterſcheiden die darauf ſich beziehende Empfindung genau von jener, die vom Betaſten als ſolchem herrührt. Die Empfindung der Wärme und Kälte iſt unendlich vieler Grade fähig; wir können ſie von der äußerſten Kälte bis zur unerträglichen Hitze und dem ſchmerzerregenden Brennen durch alle Zwiſchenſtufen verfolgen. Die Fähigkeit, die Empfindung der Wärme oder Kälte zu erzeugen, ſetzt einen beſonderen Zuſtand eines Körpers voraus, der einen eigenthümlichen Grund haben muß. Für den einen wie für den andern haben wir in unſerer Sprache bloß das Wort Wärme, deſſen Bedeutung daher aus dem Sinne der Rede zu entnehmen iſt. Der Wärmezuſtand muß, ſo wie die Empfindung der Wärme, Abſtufungen zulaſſen; man nennt den Grad der Wärme eines Körpers ſeine Temperatur, und ſagt dieſe ſey höher oder niedriger, je nachdem uns der Körper wärmer oder kälter erſcheint. Die Erfahrung lehrt, daß die Temperatur eines Körpers in der Nähe wärmerer Körper ſteigt, in der Nähe kälterer Körper ſinkt, und überhaupt, daß von zwei mit einander in Berührung ſtehenden ungleich warmen Körpern der kältere ſo lange erwärmt, der wärmere ſo lange abgekühlt wird, bis beide einerlei Temperatur angenommen haben. Man nennt dieſen Hergang die Mittheilung der Wärme, und ſchreibt dem objectiven Grunde der Wärme ein Beſtreben zu, ſich in das Gleichgewicht zu ſetzen. Dasſelbe findet im Innern jedes Körpers ſtatt, deſſen Theile ungleich erwärmt ſind; es läßt ſich da ein Fortſchreiten der Wärme von den wärmeren Theilen zu den kälteren wahrnehmen. Nach Maßgabe der größeren oder geringeren Schnelligkeit, mit welcher dieß geſchieht, nennen wir einen Körper einen beſſern oder ſchlechtern Wärmeleiter. Es darf bei derlei Benennungen nicht außer Augen gelaſſen werden,

daß sie bloß bildliche Bezeichnungen der Erscheinungen seyn sollen, ohne auf irgend eine Erklärung derselben hinzudeuten.

Unsere Empfindung der Wärme oder Kälte ist ein Resultat der Mittheilung der Wärme; empfängt irgend ein Theil an der Oberfläche oder im Inneren unseres Organismus Wärme, so empfinden wir Wärme; wird uns aber Wärme entzogen, so empfinden wir Kälte. Gute Wärmeleiter, wie die Metalle, erscheinen uns bei der Berührung, auch wenn sie die Temperatur der Luft haben, bedeutend kühler als schlechte Leiter, z. B. Holz, weil sie unserem Gefühlsorgane rascher Wärme entziehen. Die Berücksichtigung des verschiedenen Leitungsvermögens der Körper für die Wärme hat daher eine practische Wichtigkeit. Nach dieser Eigenschaft richtet sich der Einfluß des Materiales unserer Kleider, der Wände, der Fußboden unserer Wohnungen auf deren Warmhalten, der Nutzen hölzerner Handgriffe an Metallgeschirren, der Umwickelung metallener Handgriffe mit Tuch u. dgl. Die Metalle leiten durchgehends die Wärme viel besser, als alle anderen Stoffe, doch finden zwischen denselben darin noch große Unterschiede statt. Silber ist ein besserer Wärmeleiter als Kupfer; dieses leitet die Wärme besser als Eisen oder als Zinn, und dieses wieder besser als Blei.

29. **Einfluß der Wärme auf das Volum.** Durch Erwärmung wird das Volum eines Körpers in der Regel vergrößert, durch Abkühlung in eben dem Maße verkleinert; bei Wiederkehr derselben Temperatur ist also das ihr entsprechende Volum wieder vorhanden. Die wenigen Abweichungen von diesem Gesetze sind nur scheinbare Ausnahmen; sie treten nur dann ein, wenn entweder mit der Aggregationsform, oder mit der materiellen Beschaffenheit eines Körpers eine Aenderung vor sich geht. Tropfbare Körper dehnen sich bei Erwärmung, unter übrigens gleichen Umständen, mehr aus als feste; ausdehnsame Körper, wenn sie fortwährend unter einerlei Druck gehalten werden, mehr als tropfbare. Körper von derselben Aggregationsform und verschiedenem Stoffe ändern ihr Volum bei gleichem Temperaturwechsel auf verschiedene Weise, und es hängt bei festen Körpern von ihrer Structur ab, ob sie sich nach allen Richtungen in einerlei Verhältniß ausdehnen und zusammenziehen, mithin stets in geometrisch ähnlichen Gestalten erscheinen, oder nicht.

Eine Metallstange wird durch Erhitzen länger, und in demselben Verhältnisse auch breiter und dicker. Eine metallene Kugel geht in erhitztem Zustande nicht durch einen Ring, durch den sie in kaltem Zustande knapp hindurch kann; ist der Ring bei gewöhnlicher Temperatur ein wenig zu enge, so läßt er sich durch Erwärmung dergestalt erweitern, daß die Kugel hindurchgeht. Aus demselben Grunde läßt sich ein in dem Halse einer Flasche feststeckender Glasstöpsel locker machen, wenn man den Hals erwärmt. Ungleiche Metalle dehnen sich in der Wärme ungleich aus, z. B. Eisen weniger als Messing. Befestiget man zwei gleiche Streifen aus diesen Metallen ihrer Länge nach über einander, so krümmt sich der Doppelstreifen in höherer Temperatur nach der Seite des Eisens, in niedrigerer nach der Seite des Messings. Gibt man eine tropfbare Flüssigkeit, z. B. Wasser, Weingeist, Quecksilber, u. dgl. in ein kugelförmiges, in eine lange enge Röhre auslaufendes Gefaß, so daß noch ein Theil der Röhre mit Flüssigkeit erfüllt ist, so

ſteigt die Flüſſigkeit in der Röhre bei dem Erwärmen des Gefäßes, und ſinkt bei dem Erkalten. Erwärmt man das Gefäß raſch, ſo ſinkt anfänglich die Flüſſigkeit, was von der Ausdehnung der zuerſt von der Wärme ergriffenen Gefaßwände herrührt; bald aber gewinnt die ſtärkere Ausdehnung des flüſſigen Körpers die Oberhand. Enthält eine mit enger Röhre verſehene Kugel Luft, die von der äußern durch einen in die Röhre gebrachten Queckſilbertropfen abgeſperrt iſt, ſo zeigt das raſche Vorwärts- und Rückwärtsſchreiten des Queckſilberſäulchens, ſelbſt bei geringer Erwärmung oder Abkühlung der Kugel, die Ausdehnung oder Zuſammenziehung der Luft. Eben ſo ſchwillt eine ſchlappe zugebundene Blaſe in der Wärme auf; eine mit Luft ſtark gefüllte Blaſe verliert in der Kälte ihre Spannung.

Das Zuſammenziehen des Holzes, des Thones u. a. in der Wärme bildet keine eigentliche Ausnahme von dem oben ausgeſprochenen Geſetze, denn bei wiederkehrender niedrigerer Temperatur kehrt das vorige Volum nicht zurück; die Verkleinerung des Volums war alſo kein reines Reſultat der Erwärmung, ſondern es trat Abſonderung von Feuchtigkeit oder ſonſtige Aenderung der materiellen Beſchaffenheit ins Spiel. Waſſer zieht ſich in der Kälte zuſammen, bis es dem Gefrieren nahe kommt; unmittelbar vor dem Feſtwerden dehnt es ſich aus: ſeine Theilchen nähern ſich den Stellungen, die ſie im Eiſe haben, welches ein bedeutend größeres Volum einnimmt als das Waſſer, woraus es entſtanden iſt.

30. Einfluß der Wärme auf die Aggregationsform. Viele Stoffe können in feſter, tropfbarer und ausdehnſamer Form auftreten; andere laſſen zwei dieſer Aggregationsformen zu: immer iſt es der Wärmezuſtand, welcher die Formänderung bedingt, ſo zwar, daß feſte Körper durch Steigerung der Temperatur in tropfbare, dieſe durch weitere Erhöhung der Temperatur in ausdehnſame übergehen; und umgekehrt, durch Abkühlung ausdehnſame Körper tropfbar, tropfbare feſt werden. Oft geht mit der materiellen Beſchaffenheit eines Körpers, deſſen Temperatur wechſelt, eine Aenderung vor ſich, wodurch eine Aenderung der Aggregationsform des Stoffes als ſolchen wegfällt; geſchieht dieß nicht, und die Aggregationsform bleibt bei jedem in unſerer Erfahrung vorkommenden Wärmezuſtande ungeändert, ſo fehlt es uns nur an Mitteln, die zur Umwandlung der Aggregationsform nöthige Hitze oder Kälte hervorzubringen. Ausdehnſame Körper, welche entweder bei keiner bekannten Kälte, oder doch nur bei ſehr niedriger Temperatur oder bei ſehr bedeutender Verdichtung in den tropfbaren Zuſtand übergehen, heißen *Gaſe*; diejenigen, welche ihre unter den gewöhnlichen Umſtänden Statt findende ausdehnſame Form ſehr leicht verlieren, werden *Dämpfe* genannt.

Das Waſſer erſcheint bei heftiger Kälte als Eis in feſtem Zuſtande; bei mäßiger Wärme iſt es tropfbar, ſchon in dieſem Zuſtande gehe es in offenen Gefäßen an ſeiner Oberfläche allmälig in Dampf über; bis zum Sieden erhitzt nimmt es auch in ſeinem Innern die ausdehnſame Form an. Bei Abnahme der Wärme findet der umgekehrte Gang ſtatt. Ein ähnliches Verhalten zeigt das Queckſilber, nur fordert es zum Feſtwerden eine ſehr bedeutende Kalte, und zum Sieden eine höhere Wärme als das Waſſer. Die übrigen Metalle, welche bei der gewöhnlichen Luftwärme als feſte Körper erſcheinen, werden in hinreichend hoher

Hitze tropfbar und sogar ausdehsam, obgleich hierin sehr namhafte Unterschiede obwalten. Kohle kennt man bis jetzt nicht zum Schmelzen, Weingeist nicht zum Gefrieren bringen. Die atmosphärische Luft und mehrere andere ausdehsame Flüssigkeiten bleiben bei der größten Kälte ausdehsam. Holz läßt sich nicht schmelzen, es erleidet bei gesteigerter Hitze eine völlige Umwandlung und hört auf Holz zu seyn.

Ausdehsame Körper können mit durch Verdichtung tropfbar gemacht werden, aber auch in diesem Falle tritt Wärmeentziehung ein. Durch Zusammendrücken eines solchen Körpers wird unmittelbar nur seine Temperatur erhöht (atmosphärische Luft in einem einseitig geschlossenen Cylinder durch Eintreiben eines Stempels rasch zusammengedrückt, wird so heiß, daß sich brennbare Stoffe, z. B. Feuerschwamm, darin entzünden); erst nachdem die durch die Verdichtung hervorgerufene Temperaturerhöhung sich gegen die Umgebung ausgeglichen hat, kann der Uebergang in die tropfbare Form eintreten.

31. **Hypothese über den Einfluß der Wärme auf die gegenseitige Abstoßung der Körpertheilchen.** Die Aenderung des Volums und des Aggregationszustandes, welche sich als nothwendige Folgen der Aenderung des Wärmezustandes darstellen, liefern den deutlichsten Beweis, daß mit dem Steigen und Sinken der Temperatur jederzeit eine Zu- und Abnahme der Abstoßungskraft der Körpertheilchen verbunden ist. Dieser Umstand könnte zu der Meinung führen, daß die Wärme nichts anders sey, als die Aeußerung dieser Abstoßungskraft selbst. Allein die Erscheinungen der Bewegung der Wärme lassen sich nicht auf bloße Kraftäußerung zurückführen; man ist zum Verständniß derselben genöthiget, die Existenz eines materiellen Substrates, eines eigenen Stoffes zu postuliren. Die Materialität des Wärmeprincips wird hierbei geradezu vorausgesetzt, denn sie läßt sich durch keine anderen Erscheinungen nachweisen, als diejenigen, die man eben durch dessen Annahme zu erklären beabsichtiget. Der Stoff, welcher als Vermittler der Wärmephänomene angesehen wird, entzieht sich jeder Wägung; er wird entweder von der Schwere gar nicht afficirt, oder er ist so subtil, daß das Gewicht jeder in den wägbaren Körpern enthaltenen Menge desselben gegen die kleinsten an unseren Wagen merkbaren Gewichte verschwindet. Dergleichen Stoffe werden von den Physikern, und zwar sogar mehrere verschiedene, zur Erklärung gewisser Classen von Erscheinungen vorausgesetzt; man nennt sie *unwägbare Stoffe* oder *Imponderabilien*. Man denkt sich dieselben der wägbaren Materie ähnlich, aus getrennten Partikeln, aber von äußerster Feinheit bestehend, die auf einander selbst, so wie die wägbare Materie auf sie, Molecularkräfte ausüben. Nimmt man nun an, daß die Theilchen des materiellen Substrates der Wärme, welches man aus später anzugebenden Gründen füglich mit jenem des Lichtes für identisch halten kann und *Aether* nennt, einander abstoßen, von den Körpertheilchen hingegen, um welche sie gelagert sind, angezogen werden, so reicht es hin, den wägbaren Theilchen unter einander bloß Anziehung beizulegen; die Abstoßung derselben kommt auf Rechnung der Partikel des Aethers, deren Abstoßung jene der Körpertheilchen nach sich zieht.

82. **Thermometer.** Da das Volum eines Körpers durch die Temperatur bedingt wird, ſo kann erſteres zur Beurtheilung der letzteren dienen. Man gelangt auf dieſem Wege zu weit genaueren Vorſtellungen von den Temperaturen, als es durch das Gefühl möglich wäre, deſſen Angaben ſo ſehr von dem Zuſtande unſeres eigenen Organismus abhängen. Weil es jedoch nicht angeht, das Volum jedes Körpers jeden Augenblick zu unterſuchen, auch bei jedem Körper eine andere Beziehung zwiſchen Volum und Temperatur obwaltet, ſo bringt man den Körper, deſſen Temperatur in Frage ſteht, mit einem andern Körper in Berührung, deſſen jedesmaliges Volum ſich leicht wahrnehmen läßt. Der letztgenannte Körper muß klein ſeyn, damit ſein Wärmezuſtand die zu beſtimmende Temperatur nicht merklich ändere, und er auch jede Temperatur ſchnell annehmen könne. Ein auf dieſes Princip gegründetes Inſtrument zur Beſtimmung der Temperaturen heißt ein Thermometer. Handelt es ſich um Temperaturen, die nicht allzuhoch ſind, ſo dient als thermometriſche Subſtanz am beſten eine tropfbare Flüſſigkeit. Queckſilber und Weingeiſt verdienen vor allen den Vorzug; es gibt daher Queckſilber- und Weingeiſtthermometer. Letztere eignen ſich vornehmlich für ſehr niedrige Temperaturen, bei welchen das Queckſilber, nicht aber der Weingeiſt ſeinen tropfbaren Zuſtand einbüßt. Zur Conſtruction eines Thermometers der einen oder der andern Art wird eine im Innern möglichſt gleichweite Glasröhre von geringem Durchmeſſer mit einem kugelähnlichen oder auch länglichen Behälter verſehen, den man aus der zu dieſem Behufe dicken Wand der Röhre durch Aufblaſen des mittelſt der Löthlampe zugeſchmolzenen und weich gemachten Endes der Röhre bildet. Man füllt die Kugel und einen Theil der Röhre mit der thermometriſchen Flüſſigkeit, und ſchließt aus Aenderungen ihres Standes in der Rohre auf entſprechende Aenderungen der Temperatur. Der Umſtand, daß der Behälter in eine enge Röhre ausläuft, iſt der Wahrnehmung kleiner Volumsänderungen der darin befindlichen Flüſſigkeit günſtig, denn jede ſolche Aenderung erſcheint als eine Flüſſigkeitsſäule vom Durchmeſſer der Röhre, mithin von um ſo großerer Länge, je enger die Röhre im Vergleich gegen die Kugel iſt. Zu ſichern Beobachtungen des Standes der Flüſſigkeit in der Rohre muß dieſe mit einer Scale verſehen ſeyn, und um die Angaben verſchiedener dieſelbe Flüſſigkeit enthaltenden Inſtrumente mit einander in Einklang zu bringen, müſſen die Volumtheile, welche ihre Scalen anzeigen, ſich verhalten wie die Gewichte der Flüſſigkeiten, und überdieß muß eine beſtimmte Temperatur, d. h. ein beſtimmtes Verhältniß zwiſchen dem Gewichte und Volum der thermometriſchen Subſtanz, der Zählung höherer und niedrigerer Temperaturgrade als Ausgangspunct zum Grunde gelegt werden. Dieſer Zweck wird erreicht, ohne daß es nöthig iſt ſich in Beſtimmungen des Gewichtes und Volumes der für das Thermometer verwendeten Flüſſigkeit einzulaſſen, wenn man den Stand derſelben bei zwei fixen Temperaturen beobachtet, und das Intervall zwiſchen den ſo erhaltenen Puncten an der Röhre in eine feſtgeſetzte Anzahl glei-

cher Theile theilt. Solche fixe Puncte erhält man mittelst der Temperatur des ſchmelzenden Eiſes, und unter gewiſſen Bedingungen mittelſt jener des ſiedenden Waſſers; ſie heißen der Eis- oder Gefrierpunct und der Siedpunct der Thermometerſcale. In der Anordnung und Bezeichnung dieſer Scale herrſcht jedoch keine vollige Uebereinſtimmung; noch gegenwärtig ſind drei verſchiedene Thermometerſcalen im Gebrauche, welche die Namen ihrer Urheber, Réaumur, Celſius und Fahrenheit führen. Réaumur's Scale enthält zwiſchen dem Eis- und Siedpuncte 80 gleiche Theile (Grade); der Eispunct iſt mit 0 bezeichnet, es werden von ihm gegen den Siedpunct hin, und eben ſo nach der entgegengeſetzten Seite, die Grade der natürlichen Zahlenreihe gemäß gezählt, ſo daß dem Siedpuncte der 80ſte Grad entſpricht. Die Grade über 0 nennt man Wärmegrade, die unter 0 Kältegrade, erſtere wohl auch poſitive, letztere negative, wornach man auch die Vorzeichen der numeriſchen Angaben einrichtet, denen man noch, zur Unterſcheidung von andern Scalen, den Buchſtab R beifügt. Man ſchreibt alſo + 20° R (oder kürzer 20° R) um den 20ſten Grad der Réaumur'ſchen Scale über dem Eispuncte, und — 20° R, um den eben ſo vielten Grad unter dem Eispuncte anzuzeigen. Celſius's Scale, auch die hunderttheilige genannt, hat eine ähnliche Einrichtung, nur enthält ſie zwiſchen dem Eis- und Siedpuncte 100 Grade; ihr Zeichen iſt C. In Fahrenheit's Scale ſind zwiſchen dem Eis- und Siedpuncte 180 Grade angenommen, aber ihr Nullpunct ſteht um 32 Grade tiefer, als der Eispunct, ſo daß dieſer die Zahl 32, der Siedpunct die Zahl 212 führt. Bezeichnet man die Fahrenheit'ſchen Thermometergrade mit F, ſo hat man zur Verwandlung derſelben in die Angaben der beiden andern Scalen, und umgekehrt die Gleichungen:

$$n° F = \tfrac{4}{9}(n - 32)° R = \tfrac{5}{9}(n - 32)° C,$$
$$n° C = \tfrac{9}{5} n° R = (32 + \tfrac{9}{5} n)° F,$$
$$n° R = \tfrac{9}{4} n° C = (32° + \tfrac{9}{4} n)° F.$$

Die Einführung der poſitiven und negativen Grade verleiht dieſen Formeln Allgemeinheit, und beſeitiget die Unterſcheidung zwiſchen Graden über und unter dem Nullpuncte der Scale.

In Oeſterreich bedient man ſich faſt ausſchließend der Réaumur'ſchen Scale, welche auch anderwärts häufig gebraucht wird; in Frankreich ſcheint die hunderttheilige Scale allgemein geworden zu ſeyn; ſie wird jetzt auch in den wiſſenſchaftlichen Werken deutſcher Phyſiker vorzugsweiſe angewendet. Die Engländer haben die Fahrenheit'ſche Scale angenommen.

Hinſichtlich der Thermometer bemerke man noch Folgendes: Die durchgehends gleiche Weite der Röhre iſt in ſo fern weſentlich, als gleichlange Stücke der Scale gleiche Volumtheile anzeigen ſollen. Man prüft die cylindriſche Geſtalt des Rohres vor dem Anblaſen der Kugel, indem man etwas Queckſilber hinein bringt, und die ſo entſtandene kleine Queckſilberſäule darin hin und her gehen läßt. Wo dieſe gleich lang bleibt, hat die Röhre einerlei Weite. Dieſes Verfahren, das Calibriren genannt, läßt ſich auch bei ungleich weiten Röhren zur Auftragung gleicher Volumtheile, ja ſelbſt zur Prüfung und Correction

fertiger Thermometer benützen, wenn man durch Hitze einen Flüssigkeitsfaden lostrennt, den man an verschiedene Stellen zu gehen nöthiget. Die Gradlänge des Thermometers hängt von dem Verhältnisse des Durchmessers der Kugel zur Weite des Rohres ab. Hierauf hat man Rücksicht zu nehmen, wenn das Thermometer zum Behufe feinerer Beobachtungen noch Bruchtheile eines Grades deutlich anzeigen soll. Die Füllung des Thermometers ist so einzurichten, daß der Eispunct nicht zu hoch oder zu tief zu stehen komme. Ein Quecksilberthermometer ist unter — 30° R unbrauchbar; bei — 32° R ist das Quecksilber schon fest; man nimmt in solchem Falle zum Weingeistthermometer seine Zuflucht. Das Füllen des Thermometers wird bewerkstelliget, indem man die Luft aus dem Behälter durch Hitze vertreibt, und beim Erkalten die thermometrische Flüssigkeit durch den äußern Luftdruck hineinpressen läßt. Die in der Flüssigkeit selbst, und zwischen ihr und den Glaswänden haftende Luft schafft man durch wiederholtes Kochen weg, und macht dann auch das Röhrenstück über der Flüssigkeit luftleer, indem man diese durch Erwärmen bis an das Ende der Röhre treibt und sogleich die Mündung zuschmilzt. Bei Weingeistthermometern ist dieß wegen der Flüchtigkeit des Weingeistes sogar unerläßlich, auch könnte man, weil der Weingeist bei niedigerer Temperatur siedet als Wasser, den Siedpunct der Thermometerscale nicht bestimmen, wenn nicht der Druck der eingeschlossenen Weingeistdämpfe die weitere Dampfbildung hinderte. Die richtige Ausmittelung des Siedpunctes am Thermometer erfordert die Berücksichtigung des Luftdruckes, welcher durch das später zu beschreibende Barometer angezeigt wird; auch hat die Tiefe der siedenden Wasserschichte unter der Oberfläche, ja selbst das Material des Gefäßes, worin das Wasser kocht, auf die Siedhitze Einfluß. Hiernach ergeben sich verschiedene Vorsichtsmaßregeln bei der Anfertigung der Thermometer. Endlich darf nicht unerwähnt bleiben, daß die Thermometerkugel, die bei dem Füllen einer starken Hitze ausgesetzt wird, sich beim Erkalten nicht sogleich, sondern erst nach längerer Zeit auf ihr früheres Volum zusammenzieht; ferner, daß die dünne Wand derselben dem äußern Luftdrucke nachgibt. Hieraus erklärt sich das mit der Zeit eintretende Unrichtigwerden der Scale an Instrumenten, bei denen die Hauptpuncte zu früh nach dem Füllen und Luftleermachen bestimmt wurden, und die Störung der Genauigkeit eines Thermometers durch zu rasche starke Erhitzung.

83. Bedeutung der Thermometerangaben. Ein Thermometer von der so eben betrachteten Einrichtung zeigt nichts anderes an, als den Unterschied der Rauminhalte eines bestimmten Stoffes, des Quecksilbers oder des Weingeistes, bei zwei verschiedenen Temperaturen, deren eine fix ist, und dem Nullpuncte der Scale entspricht; oder vielmehr, weil auch das Thermometergefaß einen veränderlichen Rauminhalt hat, es zeigt den Ueberschuß des Unterschiedes der Rauminhalte der Flüssigkeit über den Unterschied der Rauminhalte des Gefäßes bei den genannten Temperaturen an. Doch darf man letzteren Unterschied, seiner Kleinheit wegen, in der Regel vernachläßigen. Wenn wir daher die Temperatur nach einem solchen Thermometer bestimmen, so trägt diese Bestimmung das Gepräge des Gesetzes an sich, nach welchem sich die thermometrische Substanz in der Wärme ausdehnt. Dieses Gesetz ist für verschiedene Substanzen verschieden, und deßhalb stimmen die Angaben eines Weingeistthermometers mit jenen eines Quecksilberthermometers, bei gleicher Stellung der Fixpuncte und gleicher Eintheilung

der Scale, nicht überein. Man hat Tabellen entworfen, nach welchen die Grade des einen auf jene des andern reducirt werden können; doch ist denselben nicht unbedingt zu vertrauen, da das Ausdehnungsgesetz des Weingeistes mit der Stärke desselben, d. i. mit dem Wassergehalte wechselt. Am zweckmäßigsten ist es, gleich bei der Verfertigung die Scale des Weingeistthermometers nach dem Queckſilberthermometer, dessen Substanz den Vortheil der Unveränderlichkeit besitzt, zu regulieren.

34. **Andere Arten von Thermometern.** Zur Bestimmung sehr hoher Temperaturen ist das Queckſilber, welches bei 280° R. siedet, eben so wenig als der gläserne Behälter desselben geeignet. Man muß daher in solchen Fällen andere Materialien wählen. Am besten eignet sich hiezu, nach Pouillet, die atmosphärische Luft in einem Platingefäße; die Gründe, auf denen der Gebrauch dieses Pyrometers (so nennt man nämlich die Thermometer für hohe Temperaturen) beruht, können erst in der Lehre von der Luft aus einander gesetzt werden. Man hat auch Metallthermometer für gewöhnliche Temperaturen construirt, in welchen ein aus zwei in der Wärme sich ungleich ausdehnenden Metallen zusammengesetzter Streifen durch die Aenderungen seiner Krümmung einen Zeiger bewegt, der an der Scale die Grade weiset. (Breguet's und Holzmann's Thermometer.)

Man gibt ihnen gewöhnlich die Form einer Taschenuhr, und kann daran außer dem Zeiger, der die Temperatur auf dem Zifferblatte anzeigt, noch zwei leer gehende Zeiger anbringen, die bloß durch Reibung an der Axe festgehalten werden; zwischen diesen befindet sich der thermometrische Zeiger, und schiebt sie bei dem Vorwärts- und Rückwärtsgehen vor sich her; indem sie an dem höchsten und niedrigsten Stande liegen bleiben, zeigen sie das Maximum und Minimum der während einer gewissen Zeit stattgehabten Temperaturen an.

Denselben Zweck erreicht man nach Rutherford auch mittels eines Queckſilber- und eines Weingeistthermometers, welche beide in horizontaler Lage an einem gemeinschaftlichen Gestelle angebracht sind. In der Röhre des ersteren befindet sich ein kleiner Cylinder von Eisen, den das Queckſilber fortschiebt und an der Stelle der höchsten Temperatur liegen läßt; das Weingeistthermometer enthält einen kleinen Glascylinder, der von der Oberfläche des Weingeistes beim Erkalten mitgezogen wird, und an der Stelle der niedrigsten Temperatur zurückbleibt. Man gibt den Thermometern eine entgegengesetzte Lage, um zum Behufe einer neuen Beobachtung die beiden Zeigerstückchen durch Neigen der Fassung wieder an die gehörigen Stellen bringen zu können.

35. **Binden und Freiwerden der Wärme bei Aenderung der Aggregationsform.** Während ein fester Körper schmilzt, d. h. in tropfbaren Zustand übergeht, zeigt er an allen Orten und zu jeder Zeit eine fixe, von seiner materiellen Beschaffenheit abhängende Temperatur, die man seinen Schmelzpunct nennt. Da er aber zu dieser Umwandlung Wärme bedarf, die er seiner Umgebung entzieht, so hat die Mittheilung dieser Wärme bloß die Aenderung des Aggregationszustandes, und keine Erhöhung der Temperatur zur Folge; man sagt daher diese Wärme werde gebunden. Aehnliches findet statt, wenn ein tropfbarer Körper sich in einen ausdehnsamen von bestimmter

Spannkraft verwandelt; auch dieß erfolgt bei einer von der Natur des Körpers und von der genannten Spannkraft abhängenden fixen Temperatur, und die dazu verwendete Wärme wird gebunden. Bei den entgegengeſetzten Umſtaltungen der Aggregationsform wird die ſo gebundene Wärme wieder in Freiheit geſetzt: der Körper bleibt, ſo lange er im Wechſel ſeiner Aggregation begriffen iſt, ungeachtet er fortwährend Wärme verliert, bei einer fixen Temperatur. Die Wärme, welche ein Körper conſumirt, um aus dem feſten Zuſtande in den tropfbaren überzutreten, ſoll Flüſſigkeitswärme, die bei dem Uebergange aus der tropfbaren in die ausdehnſame Form abſorbirte Wärme ſoll Verdampfungswärme heißen. Bei dem Uebergange aus der tropfbaren Form in die feſte wird alſo die Flüſſigkeitswärme, bei dem Uebergange aus der Gasform in die tropfbare aber die Verdampfungswärme frei.

Bringt man ein Thermometer in reinen Schnee oder in zerſtoßenes Eis, ſo behält es von dem Augenblicke an, in welchem die ganze Maſſe mit Waſſer durchzogen iſt, bis zur Beendigung des Schmelzens ſtets denſelben Stand. Eine Abweichung hievon iſt nur ſcheinbar, und liegt, wie vergleichende Verſuche mit verſchiedenen Thermometern lehren, in der veränderten Beſchaffenheit des Inſtrumentes. Der Schmelzpunct des Eiſes iſt demnach eine fixe Temperatur. Aehnliches gilt auch von andern feſten Körpern. Eine in Papier gewickelte Bleikugel kann über einer Lichtflamme geſchmolzen werden, ohne das Papier zu verbrennen, weil der Schmelzpunct des Bleies niedriger ſteht, als die Temperatur bei der Papier ſich entzündet. Gefriert Waſſer, ſo zeigt es 0° R, bis das Ganze feſt geworden. Es kann zwar Waſſer, welches vor Erſchütterung geſichert iſt, eine unter 0° R. gehende Temperatur annehmen, ohne zu erſtarren; allein in dem Augenblicke des Gefrierens ſteigt die Temperatur auf 0° R. Siedendes Waſſer hat an der Oberfläche bei demſelben Luftdrucke ſtets denſelben Wärmegrad; eine Vermehrung der zufließenden Wärme bewirkt bloß ein raſcheres Verdampfen, aber keine Temperaturerhöhung, denn alle Wärme wird zur Dampfbildung verbraucht. Daher kann man Waſſer in Gefäßen kochen, welche im leeren Zuſtande das Feuer nicht vertragen. In Berührung mit Körpern, deren Temperatur niedriger iſt als die Siedhitze des Waſſers, verdichtet ſich der Waſſerdampf wieder zu tropfbarem Waſſer, und dieſe Körper erlangen durch die freigewordene Dampfwärme eine höhere Temperatur.

86 Meſſen der Wärmemengen. Die Erhöhung der Temperatur einer gegebenen Quantität eines beſtimmten Körpers von einem feſtgeſetzten Grade zu einem andern, das Schmelzen einer gegebenen Quantität eines beſtimmten Stoffes u. dgl. ſind völlig beſtimmte Wirkungen, woran ſich die Vorſtellung einer beſtimmten Quantität in der Thatigkeit der Urſache knüpfen läßt, die man mit dem Worte Wärmemenge bezeichnet. Man kann die Wärmemenge, welche nöthig iſt, um eine Gewichtseinheit Waſſer, z. B ein Pfund von 0° bis zu 1° R. zu erwarmen, als das Grundmaß oder die Einheit der Wärmemengen betrachten; die Wärmemenge, welche 2, 3, 4 . . . Pfunde Waſſer in Anſpruch nehmen, um die genannte Temperaturänderung zu erfahren, kann als das doppelte, 3fache, 4fache . . . dieſes Grundmaßes angeſehen, und durch die Zahl 2, 3, 4 . . . vorgeſtellt werden. Man ſieht hieraus, wie ſich jede Wärmemenge, unabhängig von irgend

einer Hypothese über die Natur des Wärmeprincips, messen und durch eine Zahl ausdrücken läßt; um letztere zu finden, hat man nur auszumitteln, wie viel Pfunde Wasser die in Frage stehende Wärme von 0° R. bis 1° R. zu erwärmen vermag. Es ist nicht nöthig, gerade dieß durch einen directen Versuch zu erforschen; jeder andere Effect, dessen Beziehung zum Grundmaße bekannt ist, kann hiezu dienen. So läßt sich jede Wärmemenge dadurch charakterisiren, daß man angibt, wie viel Eis durch dieselbe geschmolzen, d. h. wie viel auf dem Schmelzpuncte stehendes (die Temperatur 0° R. zeigendes) Eis in Wasser von 0° R. (eiskaltes Wasser) verwandelt werden kann. Dasselbe leistet die Angabe des Gewichtes Wasser, welches durch die fragliche Wärmemenge die Dampfform erhält. Zur Reduction solcher Bestimmungen auf das oben angenommene Grundmaß hat man nur zu berücksichtigen, daß, wie directe Versuche gelehrt haben, die zum bloßen Schmelzen des Eises nöthige Wärme nahe das 60fache Gewicht Wasser von 0° bis 1° R. erwärmen würde, und daß die Wärme, welche Wasser in der Siedhitze (80° R.) bei der Umwandlung in gleichheißen Dampf consumirt, das 430fache Gewicht Wasser von 0° bis 1° R. zu erwärmen vermag. Man drückt diese Resultate kurz aus, indem man sagt, die Flüssigkeitswärme des Wassers, auf das Réaumur'sche Thermometer bezogen, sey = 60, und die Verdampfungswärme = 430.

Nimmt man die Flüssigkeitswärme des Wassers für das Grundmaß der Wärme, so ist dieß mit dem Vortheil verbunden, daß die Angaben der Wärmemengen von jeder Thermometerscale unabhängig werden; statt anzuzeigen, wie viel Wasser durch die in Rede stehende Wärmequantität von 0° bis 1° R. erwärmt wird, hat man bloß das Gewicht des dadurch zu schmelzenden Eises zu nennen, und wird nicht, wenn man z. B. die Réaumur'sche Scale mit der Centesimalscale vertauschen will, zur Aenderung des Grundmaßes der Wärme, und dadurch auch zur Aenderung aller numerischen Angaben der Wärmequantitäten genöthiget. Doch gewährt die obige Wahl der Wärmeeinheit andere Vortheile, um deren willen wir ihr den Vorzug geben.

87. **Specifische Wärme und Wärmecapacität.** Die Wärmemenge, welche die Temperatur einer Gewichtseinheit eines Stoffes um einen Thermometergrad erhöht, heißt im Allgemeinen *specifische Wärme*. Sie ändert sich nicht nur mit der Natur und Aggregationsform der Stoffe, sondern selbst mit der Temperatur, welcher die Erhöhung um einen Grad zu Theil wird. In so fern ein Stoff eine größere oder geringere specifische Wärme in Anspruch nimmt, sagt man er habe eine in demselben Verhältnisse größere oder geringere *Wärmecapacität*. Nach der obigen Bestimmung ist die specifische Wärme des Wassers bei 0° R. die Einheit der Wärmemengen; sehen wir nun die Wärmecapacität des Wassers bei 0° R. für die Einheit der Capacitäten an, so wird die Capacität in jedem andern Falle durch dieselbe Zahl ausgedrückt, wie die entsprechende specifische Wärme, was der eigenthümliche Vortheil der getroffenen Wahl des Grundmaßes der Wärmemengen ist. Da die Wärme, welche die Temperatur eines Körpers um eine gewisse Größe erhöht, bei der Herstellung der vorigen

Temperatur wieder abgegeben wird, ſo äußert ſich die Verſchiedenheit der Wärmecapacität der Körper ſowohl durch die ungleiche Menge Eis, welche gleiche Gewichte ungleichartiger Stoffe bei der Abkühlung um einerlei Temperaturdifferenz ſchmelzen, als durch die Temperatur, welche ſie bei der Herſtellung des Gleichgewichtes der Wärme annehmen, oder auch durch die verſchiedene Zeit, während welcher ſie um eine feſtgeſetzte Anzahl Temperaturgrade erkalten u. dgl. Hiernach laſſen ſich Mittel zur Vergleichung der Wärmecapacitäten angeben. (Eisapparat oder Calorimeter, Mengungsmethode, Abkühlungsmethode.) Sorgfältige Unterſuchungen haben gelehrt, daß die Wärmecapacität deſſelben Stoffes mit der Temperatur ſteigt; doch darf ſie, wenn keine zu großen Differenzen der Temperatur vorfallen, näherungsweiſe als conſtant angenommen werden. Unter dieſer Vorausſetzung wird die Wärmemenge, welche das Gewicht Q eines Stoffes, deſſen ſpecifiſche Wärme S iſt, um T Thermometergrade erwärmt, durch das Product Q T S ausgedrückt. Ausdehnſame Körper bekommen durch bloße Verringerung ihres Volums eine höhere, durch Vergrößerung ihres Volums eine niedrigere Temperatur; bei Beurtheilung ihrer Capacität für die Wärme iſt daher darauf zu achten, ob das Volum während der Erwärmung oder Erkältung dasſelbe bleibt oder nicht.

Die Aenderung der Capacität eines und deſſelben Stoffes bei verſchiedenen Abſtufungen der Temperatur könnte ein Ergebniß des Ausdehnungsgeſetzes der thermometriſchen Subſtanz ſeyn; die Erfahrung zeigt jedoch, daß das Queckſilber, wenigſtens zwiſchen dem Eis- und dem Siedpuncte, durch gleiche Wärmemengen um gleiche Volumtheile ausgedehnt wird, was dieſen Stoff nebſt ſeiner geringen Wärmecapacität (ſie iſt 30mal geringer als jene des Waſſers) zur thermometriſchen Subſtanz beſonders eignet.

Das Calorimeter beſteht aus einem Gefäße mit zwei Abtheilungen, deren eine die andere von allen Seiten umgibt. In jede derſelben kommt Eis, auch der Deckel des Gefäßes wird damit belegt. Das durch Schmelzen des Eiſes entſtehende Waſſer läuft von jeder Abtheilung durch eine beſondere Röhre ab. Das äußere Eis dient nur zur Abhaltung des Einfluſſes fremdartiger Wärme auf das innere Eis. Sobald letzteres die Temperatur 0° angenommen hat und mit Waſſer durchzogen iſt, wird der Körper, deſſen Capacität für die Wärme unterſucht werden ſoll, ſammt einem Thermometer in die innere Abtheilung gebracht, und das Waſſer, welches in Folge ſeiner Abkühlung um eine beſtimmte Anzahl Temperaturgrade entſteht, ſorgfältig geſammelt und gewogen. Die Wärmecapacitäten der Körper verhalten ſich wie die Eismengen, welche gleiche Gewichtmengen der Körper bei gleicher Abkühlung ſchmelzen.

Die Mengungsmethode beruht auf folgendem Princip: Wenn zwei Stoffe, deren Gewichte Q und Q', ſpecifiſche Wärmen S und S' und Temperaturen T und T' ſind, ihre Wärme unter einander ausgleichen, und t die Gleichgewichtstemperatur anzeigt, ſo iſt, weil der eine Körper gerade ſo viel Wärme hergibt, als der andere empfängt, $Q(T-t)S = Q'(t-T')S'$, woraus $\frac{S'}{S} = \frac{Q(T-t)}{Q'(t-T')}$ folgt. Iſt t durch Erfahrung gegeben, ſo läßt ſich darnach das Verhältniß S' : S berechnen.

28. **Adhäsion.** Wenn heterogene Stoffe mit einander in Berührung kommen, so halten sie sich gegenseitig fest, und es ist eine Kraft erforderlich sie zu trennen. Diese Erscheinung nennt man Adhäsion, und schreibt sie gleichfalls der Molecularanziehung zu. Die Adhäsion zeigt sich vornehmlich, wenn flüssige Körper, tropfbare oder ausdehnsame, mit festen in Contact gebracht werden, da erstere vorzüglich geeignet sind, eine hinreichende Annäherung ihrer Theile an jene des festen Körpers zu gestatten. In vielen Fällen bleibt nicht nur der flüssige Körper an dem festen hängen, sondern jener breitet sich über diesen aus; man sagt dann, der feste werde von dem flüssigen benetzt. Geschieht dieß, so unterliegt die Adhäsion keinem Zweifel: sie läßt sich aber auch da nachweisen, wo keine Benetzung eintritt. Der Grund der Benetzung liegt offenbar darin, daß die Flüssigkeitstheilchen unter einander schwächer zusammenhängen, als sie von den Theilen des festen Körpers angezogen werden.

Um eine Glasplatte von einer Wasser- oder Quecksilberfläche loszureißen, ist eine Gewalt nöthig; man kann diese messen, wenn man die Platte an dem einen Arm eines Wagebalkens herabhängen läßt, während ihr ein Gewicht an dem andern Arme das Gleichgewicht hält. Vermehrt man letzteres Gewicht stufenweise, bis die Platte von der Flüssigkeitsfläche weggerissen wird, so liegt die Größe der Adhäsion zwischen dem größten Gewichte vor der Trennung, und jenem, welches die Trennung bewirkte. Die Glasplatte wird hiebei, wenn sie rein ist, von dem Wasser benetzt, und es war zur Trennung derselben von der Wasserfläche eigentlich nur die Cohäsion des Wassers zu überwinden. Die Richtigkeit dieser Ansicht wird dadurch bewiesen, daß gleich große Platten von jedem andern Material, wofern nur dieses von dem Wasser benetzt wird, einerlei Kraft zum Losreißen von der Wasserfläche in Anspruch nehmen. Gleich große Platten, die von einer Flüssigkeit nicht benetzt werden, adhäriren derselben mit verschiedener Kraft, die sich nach der Natur des Materials richtet. Das Ueberziehen einer Platte mit der geringsten Fettschichte reicht hin, das Naßwerden zu hindern, und die Kraft, mit welcher die Platte an der Wasserfläche haftet, gänzlich abzuändern. Hieraus erhellet, daß sich die Anziehung des Glases gegen Wasser nur auf die kleinsten Intervalle zwischen den Theilchen beider Stoffe erstreckt. Dieselbe Folgerung geht aus dem Umstande hervor, daß die Dicke einer Glasplatte auf die Größe ihrer Adhäsion an Wasser keinen Einfluß hat, zum Beweise, daß hier nur die dem Wasser nächsten Glastheile auf eine merkliche Weise thätig sind. Aus der Ueberwältigung der Cohäsion der Wassertheilchen durch die Anziehung zwischen Glas und Wasser erklärt sich das Zerfließen eines Wassertropfens auf einer reinen Glasplatte, während er, wenn diese Platte mit der dünnsten Fettschichte bedeckt ist, die Kugelform behält. Ein Quecksilbertropfen zerfließt auf Zinn, nicht aber auf Eisen oder Glas. Zwei benetzte Glastafeln hängen mit bedeutender Kraft an einander. Wird zwischen zwei gut an einander passende Flächen fester Körper eine flüssige Substanz gebracht, welche ihnen adhärirt, und durch Trocknen oder Erkalten in den festen Zustand übergeht, so haften diese Körper sehr fest an einander. Hierauf beruht das Leimen und das Löthen. Auch tropfbare Körper adhäriren an tropfbaren, z. B. Oele an Wasser, endlich gasförmige an festen und an tropfbaren, z. B. die atmosphärische Luft an Glas, Holz, Metallen, an Wasser u. dgl.

39. **Auflöſung.** Kommt ein tropfbarer Körper mit einem feſten in Berührung, ſo wird in vielen Fällen letzterer von dem erſteren nicht bloß benetzt, ſondern es zieht ſich der tropfbare zwiſchen die Theilchen des feſten hinein, und hebt den Zuſammenhang derſelben auf, der feſte Körper verſchwindet allmälig, und es bildet ſich ein neues gleichförmiges Aggregat, welches ſowohl die Eigenſchaften des tropfbaren als auch des feſten an ſich trägt, ohne daß man im Stande wäre, die Theilchen des einen neben den Theilchen des andern räumlich geſchieden wahrzunehmen. Man ſagt in einem ſolchen Falle, es habe ſich der feſte Körper in dem tropfbaren *aufgelöſet*; letzterer heißt das *Auflöſungsmittel*, und der Hergang ſowohl, als das Product der Erſcheinung wird *Auflöſung* (Löſung) genannt.

Als Beiſpiel mag die Erſcheinung dienen, welche ſich zeigt, wenn man Kochſalz in Waſſer bringt. Das Kochſalz verſchwindet nach und nach, was durch Verkleinerung des Salzes und durch Umrühren der Löſung beſchleunigt wird, und man hat eine ſogenannte Kochſalzlauge vor ſich, in welcher die Anweſenheit des Kochſalzes durch den Geſchmack deutlich erkannt wird. Die Einwirkung des feſten Salzes auf unſer Geſchmacksorgan findet auch nur in ſo fern ſtatt, als ſich das Salz im Speichel auflöſet.

40. **Geſetze der Auflöſung.** Die Erfahrung hat in Betreff der Auflöſung Folgendes nachgewieſen: 1) Nicht jeder feſte Stoff iſt in einem gegebenen tropfbaren löslich. 2) Erfolgt die Löſung, ſo nimmt der flüſſige Stoff von dem feſten bis zu einem gewiſſen Maximum jede beliebige Menge auf; ein Quantum, welches dieſes Maximum überſteigt, wird nur zum Theile aufgenommen, der Ueberſchuß über das erwähnte Maximum bleibt unaufgelöſt. Eine Flüſſigkeit, welche von einem Stoffe die größtmögliche Menge aufgelöſt hat, heißt mit dieſem Stoffe *geſättiget*. 3) Das zur Sättigung erforderliche Quantum des aufzulöſenden Stoffes hängt von ſeiner und des Auflöſungsmittels materiellen Beſchaffenheit, oft auch von der Temperatur ab. 4) Der Sättigungspunct iſt in manchen Fällen in ſo fern ſchwankend, als einer Flüſſigkeit, welche mit einem Stoffe bereits geſättigt erſcheint, doch noch ein kleiner Ueberſchuß davon aufgedrungen werden kann, entweder indem man der geſättigten Löſung etwas von dem Auflöſungsmittel durch Verdampfung entzieht, oder ihr eine geringe Menge des aufzulöſenden Stoffes in feinſter Pulverform zuſetzt. Man unterſcheidet ſonach die *gewöhnliche* Sättigung von der *Ueberſättigung*. 5) Eine mit einem Stoffe bereits geſättigte Löſung kann noch von einem andern Stoffe etwas aufnehmen, in einigen Fällen ſogar noch mehr, als das reine Auflöſungsmittel.

Waſſer, es mag warm oder kalt ſeyn, löſet nicht mehr als 37 Procente ſeines Gewichtes Kochſalz auf. Salpeter iſt im heißen Waſſer beträchtlich löslicher als in kaltem; 100 Gewichtstheile Waſſer von 0° R. nehmen nur 13½ Theile, von 80° R. aber 236 Theile dieſes Salzes auf, und es ſteigt das gelöſte Quantum mit der Temperatur innerhalb der Grenzen 0° und 80° R., jedoch in einem raſcheren Verhältniſſe als dieſe. Doch gibt es auch Fälle, in welchen die Löslichkeit eines Stoffes in

Waſſer in demſelben Verhältniſſe zunimmt, wie die Temperatur, z. B. bei ſchwefelſaurem Kali. In geringer Menge ſind Gips und Kalk im Waſſer löslich; 1 Theil Gips fordert 462 Theile Waſſer zur Auflöſung, und zwar bei jeder Temperatur; 1 Theil Kalk bedarf 450 Theile Waſſer von 0° R., und 1270 Theile von 80° R., ſo daß dieſer Stoff in heißem Waſſer bedeutend weniger löslich iſt, als in kaltem. Eine Kochſalzlauge nimmt mehr Salpeter auf, als eine gleiche Menge reines Waſſer; eben ſo löſet ſich Kochſalz in größerer Menge in gipshaltigem als in reinem Waſſer.

41. **Miſchung, Abſorption.** Der Auflöſung eines feſten Körpers in einem tropfbaren analog iſt die Vereinigung zweier tropfbaren Körper zu einem homogenen, das Gepräge beider an ſich tragenden Ganzen, wie auch die Einſaugung eines ausdehnſamen Stoffes von einem tropfbaren Körper, ja ſelbſt gewiſſermaßen von einem feſten. Erſterer Vorgang heißt Miſchung, letzterer Abſorption. Bei der Miſchung tropfbarer Körper kommt nur in wenigen Fällen ein der Sättigung ähnliches Verhalten vor, in der Regel hat es den Anſchein, als miſchten ſich jede beliebigen Mengen beider. Die Abſorption dagegen bietet einen Sättigungspunct dar; was es damit für eine nähere Bewandtniß habe, kann aber erſt ſpäter aus einander geſetzt werden. Gasförmige Stoffe mengen ſich bloß mit einander, vorausgeſetzt, daß ſie nicht chemiſch auf einander einwirken, wovon nachher die Rede ſeyn wird.

42. **Urſache der Auflöſung.** Es bedarf nur einer oberflächlichen Betrachtung des Herganges und Reſultates einer Auflöſung, um einzuſehen, daß dabei eine Zerlegung des aufgelöſten Stoffes in nicht mehr ſinnlich wahrnehmbare Theile und eine Vertheilung derſelben unter jene des Auflöſungsmittels vor ſich gehe. Dieſer Erfolg wird durch dieſelben Kräfte herbeigeführt, auf denen die Adhäſion der Körper beruht, nur mit dem Unterſchiede, daß bei der Auflöſung die Anregung der heterogenen Theilchen zur Annäherung den Zuſammenhang der homogenen überwältigen konnte.

43. **Kryſtalliſation.** Die Theilchen der Körper zeigen ein Beſtreben ſich unter günſtigen Umſtänden zu regelmäßig geſtalteten, von ebenen Flächen begrenzten Polyedern zu gruppiren, welche man Kryſtalle nennt. Die Kryſtallbildung lehrt uns die Molecularkräfte von einer neuen Seite kennen. Damit ſich ein Kryſtall bilde, müſſen die Körpertheilchen im Zuſtande der feinſten Vertheilung, und vollkommen frei beweglich ſeyn. Dieß findet ſtatt, wenn einer geſättigten Löſung das Auflöſungsmittel nicht allzuraſch entzogen, oder falls der Sättigungspunct mit der Wärme ſteigt, wenn die geſättigte Löſung abgekühlt wird, deßgleichen, wenn ein geſchmolzener oder verflüchtigter Stoff langſam erſtarrt.

Man erhält Kochſalzkryſtalle, wenn eine ſich ſelbſt überlaſſene geſättigte Löſung dieſes Salzes das Waſſer durch Verdampfen an ihrer Oberfläche allmälig verliert. Aus einer heißen geſättigten Salpeterlöſung ſcheiden ſich beim Erkalten Kryſtalle ab. Schwefelkryſtalle bilden ſich, wenn man dieſen Stoff in einem Tiegel ſchmilzt, die Flüſſigkeit geſtehen läßt, vor ihrem Erkalten die obere Kruſte durchſticht und die noch

übrige Flüſſigkeit ausgießt; in der entſtandenen Höhlung zeigen ſich zahlreiche Gruppen von Schwefelkryſtallen. Dergleichen bilden ſich auch bei dem Verdichten des durch Erhitzen erzeugten Schwefeldampfes an den kälteren Stellen der Gefäßwand. Die kryſtalliniſche Structur läßt ſich ſelbſt an einem compacten Schwefelſtücke nicht verkennen, nur haben da die zuſammengedrängten Kryſtalle ſich an gehöriger Ausbildung gehindert. Die Tendenz zur Kryſtallbildung offenbart ſich auch bei dem Gefrieren des Waſſers, an den zuerſt entſtandenen Eisnadeln und an der regelmäßigen Geſtalt der Schneeflocken. Mehrere Metalle ſind zur Kryſtallbildung ſehr geneigt.

44. **Geſetze der Kryſtallformen.** Die Kryſtallgeſtalten, welche uns die Natur an den Körpern des Mineralreiches in bewunderungswürdiger Mannigfaltigkeit und Vollendung vor Augen legt, laſſen ſich, ihrer ſcheinbaren Verwicklung ungeachtet, mit Hilfe geometriſcher Betrachtung auf einfache Bildungsgeſetze zurückführen. Jede Kryſtallform beſitzt einen *Mittelpunct der Geſtalt*; er iſt der Halbirungspunct einer oder mehrerer geraden Linien (Aren), gegen welche die Kryſtallflächen ſymmetriſch geſtellt ſind. Iſt die Anordnung ſämmtlicher Kryſtallflächen gegen die Are, auf welche man ſie bezieht, genau dieſelbe, ſo heißt die Geſtalt eine *einfache*; haben aber nicht ſämmtliche Kryſtallflächen gegen die Are gleiche Poſitionen, ſo laſſen ſie ſich in Gruppen abtheilen, deren jede einzelne übereinſtimmend geſtellte Flächen umfaßt. Denkt man ſich die zu einerlei Gruppe gehörenden Flächen erweitert, ſo entſteht eine beſondere einfache Form, die auch unbegrenzt ſeyn, d. h. unendliche Abmeſſungen haben kann, und die ganze Kryſtallgeſtalt iſt nichts anderes als der Raum, den die aus ſämmtlichen Flächengruppen hervorgehenden einfachen Geſtalten in ihrer Zuſammenſtellung gemeinſchaftlich umſchließen. Deßhalb heißt eine ſolche Kryſtallgeſtalt eine *zuſammengeſetzte* oder *Combination*. Die Angabe der einfachen Geſtalten, aus welchen eine gegebene Kryſtallgeſtalt beſteht, wird die *Zerlegung* der letzteren genannt. Durch die Art, wie die einzelnen Geſtalten combiniet erſcheinen, offenbart ſich zugleich eine Beziehung derſelben zu einander, vermöge welcher man eine einfache Geſtalt aus einer andern *ableiten* kann. Wählt man eine beſtimmte einfache Geſtalt, um aus ihr die übrigen mit ihr combinationsfähigen einfachen Geſtalten abzuleiten, ſo heißt erſtere die *Grundgeſtalt*. Sämmtliche aus der Grundgeſtalt ableitbare, mithin unter einander combinationsfähige Geſtalten bilden eine Kryſtallreihe, ſo wie ſämmtliche gleichartige, d h. nur hinſichtlich der Abmeſſungen der Grundgeſtalt verſchiedene Kryſtallreihen ein *Kryſtallſyſtem*

Beiſpiele einfacher Geſtalten ſind: der Würfel, das Oktaeder, ein Rhomboeder u. dgl. Nimmt man einem Würfel die Ecken durch Schnitte ſo hinweg, daß gleichſeitige Dreiecke entſtehen, ſo hat man eine zuſammengeſetzte Geſtalt, eine Combination des Würfels mit dem Oktaeder vor ſich. Letzteres kommt zum Vorſchein, wenn man die Schnittflächen für ſich erweitert, bis ſie einen Raum allſeitig begrenzen. Die Kryſtallform des Quarzes, eine ſechsſeitige Saule mit pyramidaler Zuſpitzung, iſt eine Combination eines regelmäßigen ſechsflachigen Prisma's mit

einer entsprechenden Pyramide. Wird der Würfel als Grundgestalt angenommen, so kann aus ihm das Oktaeder abgeleitet werden, indem man durch die Ecken des Würfels Ebenen senkrecht gegen seine Diagonalen legt, und jene Ebenen bis zur wechselseitigen Durchschneidung erweitert. Legt man aber durch jede Kante des Würfels eine gegen die in dieser Kante zusammenstoßenden Seitenflächen gleichgeneigte Ebene, so entsteht das Rhombendodekaeder. Durch anders gestellte Ebenen liefert der Würfel noch andere Gestalten, die zusammengenommen das hexaedrische oder tessulare Krystallsystem ausmachen. Ein Rhomboeder liefert durch ein passendes Verfahren eine Folge von Rhomboedern, Pyramiden, Prismen, welche zusammen eine Krystallreihe bilden; sämmtliche auf nicht zusammengehörende Rhomboeder als Grundgestalten sich beziehende Reihen stellen das rhomboedrische Krystallsystem dar. Nur Gestalten eines und desselben Krystallsystemes combiniren sich mit einander; nie kommt in der Natur eine Combination zweier Gestalten vor, die nicht in ein Krystallsystem passen.

Die krystallisirten Mineralien befinden sich allein in jenem Zustande der Ausbildung, daß sie Gegenstand einer naturforscherischen Bestimmung im strengsten Sinne des Wortes werden können. In der Regel zeigen nur kleine Krystalle eine ungestörte Bildung; an ihnen finden sich die ebensten Flächen und die am bestimmtesten ausgeprägten Formen. Aber auch an diesen sind fast ohne Ausnahme gewisse Flächen auf Kosten der übrigen vergrößert, und man muß, um die ihnen zum Grunde liegende Bildungsregel zu erkennen, die Flächen zu ihren wirklichen Lagen parallel auf gehörige Weise verschoben denken. Man kann sich mit Sicherheit nur an die Flächenwinkel halten, denn nur diese unterliegen unbedeutenden Abweichungen von der normalen Größe. An größeren Krystallen findet man meistens unebene Flächen, krummlinige Kanten u. s. w., was auf Rechnung von Störungen bei dem Bildungsacte zu setzen ist.

45. **Regelmäßige Theilbarkeit der Krystalle.** Es läßt sich zwar jeder Krystall durch Anwendung äußerer Gewalt auf mannigfaltige Weise in Stücke zerbrechen, welche ganz unregelmäßige Bruchflächen an sich tragen; doch sind die Krystalle mit der äußerst merkwürdigen Eigenschaft begabt, nach gewissen Ebenen, welche gegen die Krystallare bestimmte Lagen haben, vorzugsweise leicht theilbar zu seyn, so daß es genügt, den Zusammenhang einiger Theilchen längs einer solchen Ebene aufzuheben, um die Spaltung des Krystalls nach dieser Ebene herbeizuführen. Jede solche Ebene heißt eine Theilungsfläche. Zu jeder Theilungsfläche gibt es unzählige parallele; aber bei vielen Krystallen erkennt man mit Bestimmtheit noch andere Systeme von Theilungsflächen; derlei Krystalle lassen sich also in Stücke zerlegen, die nicht mehr von den ursprünglichen Krystallflächen, sondern bloß von Theilungsflächen begrenzt sind. Solche Gestalten heißen Theilungsgestalten. Sie sind immer aus der Grundgestalt des Krystalles ableitbar.

Setzt man an einen Steinsalzwürfel parallel mit einer Krystallfläche ein Messer an, so zerspringt mittelst eines leichten Schlages der Krystall in rechtwinkelige parallelepipedische Stücke, deren Flächen jenen des Würfels parallel sind. Nach andern Richtungen läßt sich der Würfel nicht regelmäßig theilen, er zerbricht in unregelmäßige Stücke. Als

Beispiele ausgezeichneter regelmäßiger Theilbarkeit nennen wir noch den Flußspath, dessen Theilungsgestalt das Oktaeder ist, den Kalkspath, der sich in Rhomboeder, den Glimmer, der sich mit größter Leichtigkeit in dünne Blatter mit den ebensten Flächen spalten läßt Bei manchen Krystallen geht die regelmaßige Theilung schwieriger an, und ihr Vorhandensenn ist nicht so leicht nachzuweisen.

Man hat versucht die Beschaffenheit der Krystalle durch die Annahme zu erklaren, daß die Molekel der Körper bestimmte Gestalten besitzen, und sich in Folge einer Verschiedenheit in der Action, die ein solches Molekel nach verschiedenen Richtungen ringsum äußert, bei dem Bildungsacte des Krystalles regelmäßig schichten. Nach Haüy, dem Entdecker der regelmaßigen Theilbarkeit, lassen sich alle Krystallgestalten auf dreierlei Elementartheilchen zurückführen, nämlich tetraedrische, dreiseitig prismatische und parallelepipedische. Um die mannigfaltigsten Krystallgestalten durch regelmäßiges Aneinanderfügen von gleichen Theilchen einer dieser drei Arten zu construiren, nimmt Haüy an, daß nicht jede Lage nothwendig gleich viel Theilchen enthalte, sondern daß die Anzahl der Partikel in den einzelnen Schichten sich nach einer gewissen Regel (Decrescenzgesetz) ändern könne, woraus eine treppenartige Lagerung der Partikel entspringt, ohne jedoch der Ebenheit der Krystallflachen Abbruch zu thun, da wegen der Kleinheit der Molekel alle einwarts gehenden Flächenwinkel an den einzelnen Stufen der Treppen unseren Sinnen völlig entschwinden. Hiemit liegt auch der Grund der regelmaßigen Theilbarkeit vor Augen; sie ist eine unmittelbare Folge der regelmäßigen Schichtung der kleinsten Partikel. Zur weiteren Erklärung der Gestalten der Grundmolekel hat man noch zur Hypothese sphärisch gebildeter Kleinerer Theilchen, aus welchen jene zusammengesetzt seyn sollen, Zuflucht genommen; allerdings können sich Kugeln zu vielfaltigen Formen gruppiren. Uebrigens lassen die bisherigen Bemühungen, über diesen schwierigen Gegenstand einiges Licht zu verbreiten, noch viel zu wünschen übrig.

46. **Chemische Verbindung.** Zwei oder mehrere heterogene Stoffe konnen sich, zumal unter günstigen Bedingungen (flüssiger Zustand, passende Temperatur u. dgl.), zu einem neuen gleichartigen, von den ursprünglich vorhandenen wesentlich verschiedenen Stoffe vereinigen, in dessen Eigenschaften man oft keine Spur der Stoffe, welche ihn erzeugt haben, erkennt. Eine solche Verbindung nennt man eine chemische; den daraus entstandenen Stoff einen chemisch zusammengesetzten; die Stoffe, welche sich verbunden haben, seine Bestandtheile; die Beziehung der Bestandtheile zu einander, vermöge welcher sie eine chemische Verbindung eingehen, chemische Verwandtschaft oder Affinität. Die Untersuchung der Stoffe hinsichtlich der Affinität laßt sich zum Gegenstande einer eigenen Wissenschaft machen, welche den Namen Chemie führt.

Bringt man Quecksilber mit fein zertheiltem Schwefel in innige Berührung, entweder durch Zusammenreiben in einem Mörser, oder durch Zusammenschütteln unter Wasser, oder durch Zusammenschmelzen, so entsteht eine schwarze Substanz, welche, nachdem sie durch Hitze verflüchtiget worden, die Eigenschaft erhalt, feingerieben eine hochrothe Farbe anzunehmen. Man nennt diese Substanz Zinnober. Derselbe unterscheidet sich wesentlich von einem bloßen Gemenge fein zertheilten Schwefels mit Quecksilber, worin Theilchen beider Stoffe neben einander zu sehen waren. Im Zinnober entdeckt man auch mit Hilfe des

stärksten Vergrößerungsgläsern weder Schwefel noch Quecksilber, so wenig als seine Eigenschaften auf die Eigenschaften dieser Stoffe hindeuten. Der Zinnober ist demnach eine chemische Verbindung von Schwefel und Quecksilber.

Die Benennung „Verwandtschaft“ für die Neigung ungleichartiger Stoffe, sich zu einem von beiden wesentlich verschiedenen Producte zu verbinden, stehe mit dem Sinne nicht in Einklange, in welchem man dieß Wort sonst zu gebrauchen pflegt. Wenn nämlich von Verwandtschaft die Rede ist, denkt man in der Regel an einen gewissen Grad von Aehnlichkeit; aber Eigenschaften von Stoffen, die durch Vereinigung verschwinden, stehen offenbar in einem Gegensatze; es sind alle Stoffe, die sich chemisch verbinden, sprechend unähnliche, und desto um so mehr, je weniger ihre besonderen Eigenschaften in dem Resultate ihrer Verbindung hervortreten. Chemisch ähnlich sind nur diejenigen Stoffe, welche ähnliche Verbindungsproducte geben, oder man auf dasselbe hinausläuft, einander wechselseitig ersetzen oder vertreten können, wie z. B. die Metalle.

47. **Chemische Scheidung.** Die Bestandtheile eines chemisch zusammengesetzten Stoffes lassen sich durch geeignete Mittel von einander trennen und isolirt darstellen. Man nennt die Operation, wodurch dieses bewerkstelliget wird, chemische Scheidung, Zerlegung oder Analyse. Sie beruht auf der Bekämpfung der Verwandtschaft der Bestandtheile durch entgegenwirkende Potenzen. Dergleichen sind die Elektricität, die Wärme, auch das Licht; meistens aber wird die überwiegende Verwandtschaft eines oder mehrerer anderen Stoffe zu einem oder mehreren der Bestandtheile, welche getrennt werden sollen, ins Spiel gesetzt. (Wahlverwandtschaft.) Man sieht hieraus, daß die Bedingungen der Existenz der Stoffe durch chemische Verbindung nicht aufgehoben werden, aber man kann nicht jederzeit einen aus bekannten Stoffen bestehenden auch aus diesen bilden, was insbesondere von organischen Producten gilt, die man nur selten auf chemischem Wege zu erzeugen vermag.

Der Zinnober wird durch Glühen an der Luft zerlegt; der Schwefel liefert dabei das gewöhnliche Verbrennungsproduct, schwefelige Säure, und das Quecksilber geht in expansibler Form weg. In Berührung mit Eisenfeile unter Beihilfe der Wärme wird der Zinnober durch Wahlverwandtschaft zerlegt, indem das Eisen sich des Schwefels bemächtiget.

48. **Chemische Grundstoffe.** Da aus Verbindungen heterogener Stoffe neue Stoffe entstehen, ohne daß die Bedingungen der Existenz der ersteren verloren gehen, so kann man bezüglich jedes Stoffes die Frage stellen, ob er nicht durch schickliche Behandlung in andere Stoffe zerlegt werden könne. Die nicht weiter zerlegbaren oder einfachen Stoffe sind offenbar die Elemente, welche allen in der Natur vorfindigen Stoffen zum Grunde liegen. Man kennt eine nicht unbeträchtliche Anzahl von Stoffen, die man bisher auf keine Weise in Bestandtheile zu zerlegen vermochte; da aber für ihre absolute Unzerlegbarkeit kein Beweis vorliegt, so können dieselben höchstens nur hypothetisch als einfache Stoffe oder Elemente gelten. Man nennt sie daher schicklicher unzerlegte Stoffe oder auch Grundstoffe, in

ſo fern ſie uns nämlich als die Grundlagen der Zuſammenſetzung aller übrigen Stoffe erſcheinen.

Die bis jetzt angeſtellten chemiſchen Unterſuchungen haben auf 59 Stoffe geführt, die jedem Verſuche, ſie in Beſtandtheile zu zerlegen, widerſtehen. Die Mehrzahl derſelben, nämlich 46, charakteriſiren ſich durch den eigenthümlichen Glanz, die Undurchſichtigkeit, durch Leitungsfähigkeit für die Wärme und durch an einem ſpäteren Orte zu betrachtende Beziehungen zur Elektricität als Metalle; die übrigen erſcheinen als nicht metalliſche Stoffe. Die Namen der letzteren ſind: Sauerſtoff, Waſſerſtoff, Kohlenſtoff, Stickſtoff, Schwefel, Selen, Phosphor, Chlor, Brom, Jod, Fluor, Bor, Kieſel. Die metalliſchen Grundſtoffe heißen: Kalium, Natrium, Lithium, Barium, Strontium, Calcium, Magneſium, Aluminium, Beryllium, Yttrium, Erbium, Terbium, Zirkonium, Thorium, Tellur, Arſen, Chrom, Vanadin, Molybdän, Wolfram, Antimon, Tantal, Niobium, Titan, Osmium, Palladium, Rhodium, Iridium, Platin, Gold, Silber, Queckſilber, Kupfer, Uran, Wismuth, Zinn, Blei, Cadmium, Zink, Nickel, Kobalt, Eiſen, Mangan, Cer, Lanthan, Didym. Nicht alle dieſe Grundſtoffe haben für die Anfangsgründe der Naturlehre ein gleiches Intereſſe; außer den im gemeinen Leben verbreiteten und daher allgemein bekannten Metallen kommen hier nur diejenigen Stoffe in Erwägung, welche in den wichtigſten Körpern als Beſtandtheile enthalten ſind. Mit dieſen und mit den Verbindungen derſelben, deren Kenntniß unentbehrlich oder zur Erweiterung der Einſicht in die chemiſchen Erſcheinungen am dienlichſten iſt, beſchäftiget ſich das folgende Hauptſtück.

49. **Geſetze der chemiſchen Verbindung.** Die Erfahrung hat folgende Geſetze der chemiſchen Verbindung kennen gelehrt: 1) Das Gewicht eines zuſammengeſetzten Stoffes iſt ſtets der Summe der Gewichte ſeiner Beſtandtheile gleich. Dieſes iſt das Geſetz der Erhaltung der Quantität der Materie. 2) Die Stoffe verbinden ſich in einem oder in einigen beſtimmten Gewichtsverhältniſſen. Geht nämlich die Menge a des Stoffes A mit der Menge b des Stoffes B eine chemiſche Verbindung ein, ſo verbinden ſich je zwei in dem Verhältniſſe a : b ſtehende Mengen dieſer Stoffe; weicht aber das Verhältniß der vorhandenen Menge der Stoffe A und B von dem Verhältniſſe a : b ab, ſo bleibt der Ueberſchuß unverbunden, es ſey denn, daß dieſe Mengen in einem beſtimmten anderen Verhältniſſe ſtehen, wobei jedoch ein von dem vorgedachten gänzlich verſchiedenes Product entſteht. Dieß iſt das Geſetz der beſtimmten Verhältniſſe. 3) Verbindet ſich der Stoff A mit B in mehreren verſchiedenen Verhältniſſen, ſo laſſen ſich dieſelben aus einander durch Multiplication (oder auch Diviſion) ihrer Glieder mit ganzen in der Regel niedrigen Zahlen ableiten; iſt nämlich a : b ein ſolches Verhältniß, ſo iſt jedes andere in der Form ma : nb enthalten, wobei die Werthe von m und n ſich mehrentheils unter den allererſten Gliedern der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, 4, 5 . . . befinden. Dieß iſt das Geſetz der Vielfachen. 4) Verbindet ſich A mit B in dem Verhältniſſe a : b, und A mit C in dem Verhältniſſe a : c, und es geht eine Verbindung von B mit C vor ſich, ſo erfolgt ſie oft in dem Verhältniſſe b : c, jederzeit aber in dem Verhältniſſe mb : nc, wobei m und n ganze Zahlen ſind.

Zwei Stoffe erſetzen oder vertreten einander alſo in Verbindungen mit andern Stoffen ſtets auf gleiche Weiſe, nämlich in dem Verhältniſſe, in welchem ſie ſich unter einander ſelbſt verbinden. Dieß iſt das Geſetz der Aequivalente (der einander erſetzenden oder vertretenden Stoffe). 5) Verbindet ſich A mit B und C einzeln genommen in den Verhältniſſen a:b und a:c, ſo erfolgt, wenn eine Verbindung des aus A und B zuſammengeſetzten Stoffes mit C möglich iſt, dieſe in dem Verhältniſſe m(a+b):nc; verbindet ſich ferner A mit B in dem Verhältniſſe a:b und C mit D in dem Verhältniſſe c:d und es gehen die zuſammengeſetzten Stoffe AB und CD eine Verbindung ein, ſo findet dieſe in dem Verhältniſſe m(a+b):n(c+d) ſtatt, wobei m und n niedrige ganze Zahlen bedeuten. Dieß iſt das Geſetz der zuſammengeſetzten Verbindungen. 6) Haben die ſich chemiſch verbindenden Stoffe die Gasform, ſo waltet noch die Eigenthümlichkeit ob, daß die Rauminhalte, welche dieſe Stoffe bei gleicher Temperatur und gleicher Spannung beſitzen, unter ſich ſowohl, als zu dem Rauminhalte des Productes, bei genannter Temperatur und Spannung, in ſehr einfachen Verhältniſſen ſtehen. Dieß iſt das Geſetz der einfachen Volumverhältniſſe. Man hat in neuerer Zeit beachtenswerthe Verſuche gemacht, dieſes Geſetz auch auf feſte Körper auszudehnen.

Beiſpiele zur Erläuterung dieſer Geſetze bietet das nächſte Hauptſtück dar. Stoffe, welche in keinem bedeutenden Gegenſatze ſtehen, vereinigen ſich in allen Verhältniſſen; ſie geben bloße Löſungen oder Mengungen, nicht aber eigentliche chemiſche Verbindungen.

50. **Miſchungsgewichte.** Das Geſetz der Aequivalente geſtattet uns jedem einfachen Stoffe einen nach den Ergebniſſen der Erfahrung zu beſtimmenden Zahlwerth beizulegen, welchem die Gewichtsmenge, mit der dieſer Stoff in chemiſche Verbindungen eingeht, proportional iſt. Derlei Zahlwerthe heißen Miſchungsgewichte oder chemiſche Aequivalente; die ganzen Zahlen, womit ſie nach Maßgabe der ins Auge gefaßten Verbindungsſtufe zu multipliciren ſind, ihre Wiederholungszeiger. Das Miſchungsgewicht eines zuſammengeſetzten Stoffes iſt die Summe der mit ihren Wiederholungszeigern multiplicirten Miſchungsgewichte ſeiner Beſtandtheile. Ein Ausdruck, welcher dieſe Verknüpfung der Beſtandtheile darlegt, wird die Zuſammenſetzungsformel des zuſammengeſetzten Stoffes genannt. Der Abſchnitt der Chemie, welcher die Beſtimmung der Miſchungsgewichte und der Zuſammenſetzungsformeln zum Gegenſtande hat, führt den Namen Stöchiometrie.

Da die Miſchungsgewichte keine abſoluten Quantitäten ausdrücken, ſondern bloß die Glieder der Gewichtsverhältniſſe ſind, in welchen ſich die Stoffe verbinden, ſo können ſie, dieſer ihrer Beſtimmung, worauf es allein ankommt, unbeſchadet, ſämmtlich mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt werden. Ferner laſſen ſich auch einzelne Miſchungsgewichte vervielfältigen oder theilen, da man ein Verhältniß wie a:b immerhin durch das gleichgeltende $m.\frac{a}{m} : b$ oder $a : n.\frac{b}{n}$ oder auch

$m.\frac{a}{m} : n.\frac{b}{n}$ ersetzen kann. Es liegt also in der Annahme der Mischungsgewichte eine gewisse Willkürlichkeit, worüber man sich zur Beseitigung von Zweideutigkeiten gehörig verständigen muß. Uebrigens bieten sich, wie die Folge ausweisen wird, die einfachsten und passendsten Annahmen der Mischungsgewichte gleichsam von selbst dar, welche deßhalb auch von der Mehrzahl der Chemiker adoptirt worden sind.

51. Atomistische Ansicht der chemischen Erscheinungen. Wenn man die so eben aufgezählten, durch alle Analysen zusammengesetzter Stoffe bestätigten Gesetze in Erwägung zieht, so kann man sich der Vorstellung nicht erwehren, daß chemische Verbindung nichts anderes sey, als Nebeneinanderlagerung kleinster Theile heterogener Stoffe, eine Ansicht, die in der That bei der Mehrzahl der Chemiker Eingang gefunden hat. Man sieht dabei diese kleinsten Theile als solche an, deren weitere Theilung in keine Betrachtung kommt, und nennt sie darum *Atome*, und die so eben angedeutete Erklärungsweise der chemischen Verbindung das *atomistische System*. Die Gesetze der chemischen Verbindung sind eine nothwendige Folge der Annahme, daß jedem Stoffe besondere unter sich gleiche Atome entsprechen, welche sich unter einander nur in beschränkter Anzahl gruppiren können. Verhalten sich die Gewichte der einzelnen Atome zweier Stoffe A und B wie a : b, und verbindet sich je ein Atom von A mit einem Atom von B, so verhalten sich auch die Gewichte der die chemische Verbindung eingehenden Quantitäten wie a : b; combiniren sich aber je zwei Atome von A mit einem Atom von B, oder je drei Atome von A mit zweien von B u. s. w., so stehen die sich chemisch vereinigenden Gewichtsmengen dieser Stoffe in dem Verhältnisse 2a : b oder 3a : 2b u. s. w. Die Resultate solcher Verbindungen haben *zusammengesetzte* Atome, deren Gewichte den Summen der Zahlen proportionirt sind, durch welche die Verhältnisse der Gewichte der einzelnen Atome der Bestandtheile dargestellt werden. Man hat sich also unter der Benennung »Atom« nicht wie in älteren Systemen etwas absolut Untheilbares vorzustellen; die Untheilbarkeit der Atome ist eine bloß relative, sie sind gleichsam die Einheiten, auf welche die Nebeneinanderlagerung sich bezieht. Die gleichartigen Theilchen, welche im Vorhergehenden Molekel genannt wurden, sind im Sinne der atomistischen Vorstellungsweise als Gruppen von Atomen zu betrachten, deren Anordnung die Gestalten der Molekel bedingt; die Erscheinungen der Aggregation, Adhäsion, Auflösung, Krystallisation erstrecken sich lediglich auf die Molekel, während die chemischen Phänomene die Atome selbst in Anspruch nehmen. Die Kraft, welche die Atome zur Nebeneinanderlagerung anregt, und in solcher zusammenhält, ist die der Materie im Allgemeinen eigene Anziehungskraft; aus den die Atome beherrschenden Kräften gehen jene hervor, welche die Molekel gegen einander äußern. Es ist also nicht nöthig, der Materie eine besondere *chemische Anziehungskraft* zuzuschreiben.

Obgleich die hier vorgetragene atomistische Vorstellungsweise die Gesetze der chemischen Verbindung auf eine einfache Art zu begründen scheint,

so muß man sich doch hüthen, ihr eine größere Evidenz beizulegen, als sie wirklich besitzt. Ohne die ausdrückliche Voraussetzung, daß die Beschaffenheit der Atome nur gewisse Gruppirungsformen gestatte, würde diese Hypothese nicht einmal das Gesetz der bestimmten Verhältnisse in sich fassen. Denn könnten sich, angenommen daß n eine sehr große ganze Zahl bedeute, n Atome des Stoffes A eben so leicht mit n Atomen des Stoffes B combiniren, als mit $n-1$, $n-2$, $n-3$ u. s. w. oder mit $n+1$, $n+2$, $n+3$ u. s. w. Atomen, so wären in Verbindungen dieser Stoffe in sehr vielen nicht mehr von einander unterscheidbaren Abstufungen, mithin so gut wie in jedem beliebigen Gewichtsverhältnisse möglich.

52. **Relative Atomgewichte.** Zahlen, welche sich verhalten wie die Gewichte der einzelnen Atome einer Reihe von Stoffen, heißen relative Atomgewichte dieser Stoffe. Sie lassen sich nicht unmittelbar aus der Erfahrung, sondern erst nach Zuhilfenahme hypothetischer Voraussetzungen (worin verschiedene Autoritäten von einander abweichen) aus den Gewichtsmengen ableiten, in welchen sich Stoffe verbinden. Die Erfahrung bietet lediglich Zahlen dar, die selbst oder deren Vielfache sich verhalten wie die Gewichte der Bestandtheile zusammengesetzter Stoffe. Wenn aber zwei Stoffe A und B sich im Verhältnisse a : b verbinden, so müssen wohl auch die Gesammtheiten der Atome von A und B, die in ein Atom der Verbindung AB eintreten, dasselbe Gewichtsverhältniß haben, jedoch erhellet daraus nicht, in welcher Anzahl die Atome der Bestandtheile zur Hervorbringung eines zusammengesetzten Atomes verwendet worden sind. Man sieht sich daher, wenn man darüber etwas aussagen will, ganz auf das Feld bloßer Vermuthungen verwiesen. Der Wissenschaft genügen die von jeder hypothetischen Vorstellungsweise über das Wesen der chemischen Verbindung unabhängigen Mischungsgewichte (54) vollkommen.

Manche Chemiker bedienen sich des Wortes Atomgewicht nur als einer anderen Benennung des Mischungsgewichtes; es ist aber vorzuziehen, diese überflüssige Benennung aus der Wissenschaft gänzlich zu entfernen.

Drittes Hauptstück.

Chemische Betrachtung einiger vorzüglich wichtigen Stoffe.

53. **Zusammensetzung der atmosphärischen Luft.** Die atmosphärische Luft ist, abgesehen von zufälligen und vorübergehenden, oder auch gewöhnlichen, jedoch nur in geringer und veränderlicher Menge darin vorfindigen Beimischungen, wovon später an den gehörigen Orten die Rede seyn wird, ihrem eigentlichen Wesen nach ein Gemenge zweier gasförmigen Stoffe, welche die Namen Sauerstoff (Oxygen) und Stickstoff (Azot, Nitrogen) erhalten haben. Dem Sauerstoffgase verdankt die atmosphärische Luft ihre Tauglichkeit zur Erhaltung des an den Athmungsproceß geknüpften thierischen Lebens,

übrige Flüſſigkeit ausgießt; in der entſtandenen Höhlung zeigen ſich zahlreiche Gruppen von Schwefelkryſtallen. Dergleichen bilden ſich auch bei dem Verdichten des durch Erhitzen erzeugten Schwefeldampfes an den kälteren Stellen der Gefäßwand. Die kryſtalliniſche Structur läßt ſich ſelbſt an einem compacten Schwefelſtücke nicht verkennen, nur haben da die zuſammengedrängten Kryſtalle ſich an gehöriger Ausbildung gehindert. Die Tendenz zur Kryſtallbildung offenbart ſich auch bei dem Gefrieren des Waſſers, an den zuerſt entſtandenen Eisnadeln und an der regelmäßigen Geſtalt der Schneeflocken. Mehrere Metalle ſind zur Kryſtallbildung ſehr geneigt.

44. **Geſetze der Kryſtallformen.** Die Kryſtallgeſtalten, welche uns die Natur an den Körpern des Mineralreiches in bewunderungswürdiger Mannigfaltigkeit und Vollendung vor Augen legt, laſſen ſich, ihrer ſcheinbaren Verwicklung ungeachtet, mit Hilfe geometriſcher Betrachtung auf einfache Bildungsgeſetze zurückführen. Jede Kryſtallform beſitzt einen *Mittelpunct der Geſtalt*; er iſt der Halbirungspunct einer oder mehrerer geraden Linien (Axen), gegen welche die Kryſtallflächen ſymmetriſch geſtellt ſind. Iſt die Anordnung ſämmtlicher Kryſtallflächen gegen die Axe, auf welche man ſie bezieht, genau dieſelbe, ſo heißt die Geſtalt eine *einfache*; haben aber nicht ſämmtliche Kryſtallflächen gegen die Axe gleiche Poſitionen, ſo laſſen ſie ſich in Gruppen abtheilen, deren jede einzelne übereinſtimmend geſtellte Flächen umfaßt. Denkt man ſich die zu einerlei Gruppe gehörenden Flächen erweitert, ſo entſteht eine beſondere einfache Form, die auch unbegrenzt ſeyn, d. h. unendliche Abmeſſungen haben kann, und die ganze Kryſtallgeſtalt iſt nichts anderes als der Raum, den die aus ſämmtlichen Flächengruppen hervorgehenden einfachen Geſtalten in ihrer Zuſammenſtellung gemeinſchaftlich umſchließen. Deßhalb heißt eine ſolche Kryſtallgeſtalt eine *zuſammengeſetzte* oder *Combination*. Die Angabe der einfachen Geſtalten, aus welchen eine gegebene Kryſtallgeſtalt beſteht, wird die *Zerlegung* der letzteren genannt. Durch die Art, wie die einzelnen Geſtalten combinirt erſcheinen, offenbart ſich zugleich eine Beziehung derſelben zu einander, vermöge welcher man eine einfache Geſtalt aus einer andern *ableiten* kann. Wählt man eine beſtimmte einfache Geſtalt, um aus ihr die übrigen mit ihr combinationsfähigen einfachen Geſtalten abzuleiten, ſo heißt erſtere die *Grundgeſtalt*. Sämmtliche aus der Grundgeſtalt ableitbare, mithin unter einander combinationsfähige Geſtalten bilden eine Kryſtallreihe, ſo wie ſämmtliche gleichartige, d. h. nur hinſichtlich der Abmeſſungen der Grundgeſtalt verſchiedene Kryſtallreihen ein *Kryſtallſyſtem*

Beiſpiele einfacher Geſtalten ſind: der Würfel, das Oktaeder, ein Rhomboeder u. dgl. Nimmt man einem Würfel die Ecken durch Schnitte ſo hinweg, daß gleichſeitige Dreiecke entſtehen, ſo hat man eine zuſammengeſetzte Geſtalt, eine Combination des Wurfels mit dem Oktaeder vor ſich. Letzteres kommt zum Vorſchein, wenn man die Schnittflächen für ſich erweitert, bis ſie einen Raum allſeitig begrenzen. Die Kryſtallform des Quarzes, eine ſechsſeitige Saule mit pyramidaler Zuſpitzung, iſt eine Combination eines regelmaßigen ſechsflachigen Prisma's mit

einer entsprechenden Pyramide. Wird der Würfel als Grundgestalt angenommen, so kann aus ihm das Oktaeder abgeleitet werden, indem man durch die Ecken des Würfels Ebenen senkrecht gegen seine Diagonalen legt, und jene Ebenen bis zur wechselseitigen Durchschneidung erweitert. Legt man aber durch jede Kante des Würfels eine gegen die in dieser Kante zusammenstoßenden Seitenflächen gleichgeneigte Ebene, so entsteht das Rhombendodekaeder. Durch anders gestellte Ebenen liefert der Würfel noch andere Gestalten, die zusammengenommen das hexaedrische oder tessulare Krystallsystem ausmachen. Ein Rhomboeder liefert durch ein passendes Verfahren eine Folge von Rhomboedern, Pyramiden, Prismen, welche zusammen eine Krystallreihe bilden; sämmtliche auf nicht zusammengehörende Rhomboeder als Grundgestalten sich beziehende Reihen stellen das rhomboedrische Krystallsystem dar. Nur Gestalten eines und desselben Krystallsystemes combiniren sich mit einander; nie kommt in der Natur eine Combination zweier Gestalten vor, die nicht in ein Krystallsystem passen.

Die krystallisirten Mineralien befinden sich allein in jenem Zustande der Ausbildung, daß sie Gegenstand einer naturhistorischen Bestimmung im strengsten Sinne des Wortes werden können. In der Regel zeigen nur kleine Krystalle eine ungestörte Bildung; an ihnen finden sich die ebensten Flächen und die am bestimmtesten ausgeprägten Formen. Aber auch an diesen sind fast ohne Ausnahme gewisse Flächen auf Kosten der übrigen vergrößert, und man muß, um die ihnen zum Grunde liegende Bildungsregel zu erkennen, die Flächen zu ihren wirklichen Lagen parallel auf gehörige Weise verschoben denken. Man kann sich mit Sicherheit nur an die Flächenwinkel halten, denn nur diese unterliegen unbedeutenden Abweichungen von der normalen Größe. An größeren Krystallen findet man meistens unebene Flächen, krummlinige Kanten u. s. w., was auf Rechnung von Störungen bei dem Bildungsacte zu setzen ist.

45. **Regelmäßige Theilbarkeit der Krystalle.** Es läßt sich zwar jeder Krystall durch Anwendung äußerer Gewalt auf mannigfaltige Weise in Stücke zerbrechen, welche ganz unregelmäßige Bruchflächen an sich tragen; doch sind die Krystalle mit der äußerst merkwürdigen Eigenschaft begabt, nach gewissen Ebenen, welche gegen die Krystallaxe bestimmte Lagen haben, vorzugsweise leicht theilbar zu seyn, so daß es genügt, den Zusammenhang einiger Theilchen längs einer solchen Ebene aufzuheben, um die Spaltung des Krystalls nach dieser Ebene herbeizuführen. Jede solche Ebene heißt eine Theilungsfläche. Zu jeder Theilungsfläche gibt es unzählige parallele; aber bei vielen Krystallen erkennt man mit Bestimmtheit noch andere Systeme von Theilungsflächen; derlei Krystalle lassen sich also in Stücke zerlegen, die nicht mehr von den ursprünglichen Krystallflächen, sondern bloß von Theilungsflächen begrenzt sind. Solche Gestalten heißen Theilungsgestalten. Sie sind immer aus der Grundgestalt des Krystalles ableitbar.

Setzt man an einen Steinsalzwürfel parallel mit einer Krystallfläche ein Messer an, so zerspringt mittelst eines leichten Schlages der Krystall in rechtwinkelige parallelepipedische Stücke, deren Flächen jenen des Würfels parallel sind. Nach andern Richtungen läßt sich der Würfel nicht regelmäßig theilen, er zerbricht in unregelmäßige Stücke. Als

Beispiele ausgezeichneter regelmäßiger Theilbarkeit nennen wir noch den Flußspath, dessen Theilungsgestalt das Oktaeder ist, den Kalkspath, der sich in Rhomboeder, den Glimmer, der sich mit größter Leichtigkeit in dünne Blatter mit den ebensten Flächen spalten läßt. Bei manchen Krystallen geht die regelmäßige Theilung schwieriger an, und ihr Vorhandenseyn ist nicht so leicht nachzuweisen.

Man hat versucht die Beschaffenheit der Krystalle durch die Annahme zu erklären, daß die Molekel der Körper bestimmte Gestalten besitzen, und sich in Folge einer Verschiedenheit in der Action, die ein solches Molekel nach verschiedenen Richtungen eingenommen äußert, bei dem Bildungsacte des Krystalles regelmäßig schichten. Nach Haüy, dem Entdecker der regelmäßigen Theilbarkeit, lassen sich alle Krystallgestalten auf dreierlei Elementartheilchen zurückführen, nämlich tetraedrische, dreiseitig prismatische und parallelepipedische. Um die mannigfaltigsten Krystallgestalten durch regelmäßiges Aneinanderfügen von gleichen Theilchen einer dieser drei Arten zu construiren, nimmt Haüy an, daß nicht jede Lage nothwendig gleich viel Theilchen enthalte, sondern daß die Anzahl der Partikel in den einzelnen Schichten sich nach einer gewissen Regel (Decrescenzgesetz) ändern könne, woraus eine treppenartige Lagerung der Partikel entspringt, ohne jedoch der Ebenheit der Krystallflachen Abbruch zu thun, da wegen der Kleinheit der Molekel alle einwarts gehenden Flächenwinkel an den einzelnen Stufen der Treppen unseren Sinnen völlig entschwinden. Hiemit liegt auch der Grund der regelmäßigen Theilbarkeit vor Augen; sie ist eine unmittelbare Folge der regelmäßigen Schichtung der kleinsten Partikel. Zur weiteren Erklärung der Gestalten der Grundmolekel hat man noch zur Hypothese sphärisch gebildeter kleinerer Theilchen, aus welchen jene zusammengesetzt seyn sollen, Zuflucht genommen; allerdings können sich Kugeln zu vielfaltigen Formen gruppiren. Uebrigens lassen die bisherigen Bemühungen, über diesen schwierigen Gegenstand einiges Licht zu verbreiten, noch viel zu wünschen übrig.

46. **Chemische Verbindung.** Zwei oder mehrere heterogene Stoffe können sich, zumal unter günstigen Bedingungen (flüssiger Zustand, passende Temperatur u. dgl.), zu einem neuen gleichartigen, von den ursprünglich vorhandenen wesentlich verschiedenen Stoffe vereinigen, in dessen Eigenschaften man oft keine Spur der Stoffe, welche ihn erzeugt haben, erkennt. Eine solche Verbindung nennt man eine chemische; den daraus entstandenen Stoff einen chemisch zusammengesetzten; die Stoffe, welche sich verbunden haben, seine Bestandtheile; die Beziehung der Bestandtheile zu einander, vermöge welcher sie eine chemische Verbindung eingehen, chemische Verwandtschaft oder Affinität. Die Untersuchung der Stoffe hinsichtlich der Affinität läßt sich zum Gegenstande einer eigenen Wissenschaft machen, welche den Namen Chemie führt.

Bringt man Quecksilber mit fein zertheiltem Schwefel in innige Berührung, entweder durch Zusammenreiben in einem Mörser, oder durch Zusammenschütteln unter Wasser, oder durch Zusammenschmelzen, so entsteht eine schwarze Substanz, welche, nachdem sie durch Hitze verflüchtiget worden, die Eigenschaft erhält, feingerieben eine hochrothe Farbe anzunehmen. Man nennt diese Substanz Zinnober. Derselbe unterscheidet sich wesentlich von einem bloßen Gemenge fein zertheilten Schwefels mit Quecksilber, worin Theilchen beider Stoffe neben einander zu sehen waren. Im Zinnober entdeckt man auch mit Hilfe des

stärksten Vergrößerungsglases weder Schwefel noch Queckſilber, ſo wenig als ſeine Eigenſchaften auf die Anweſenheit dieſer Stoffe hindeuten. Der Zinnober iſt demnach eine chemiſche Verbindung von Schwefel und Queckſilber.

Die Benennung »Verwandtſchaft« für die Neigung ungleichartiger Stoffe, ſich zu einem von denſelben weſentlich verſchiedenen Producte zu verbinden, ſteht mit dem Sinne nicht im Einklange, in welchem man dieß Wort ſonſt zu gebrauchen pflegt. Wenn nämlich von Verwandtſchaft die Rede iſt, denkt man in der Regel an einen gewiſſen Grad von Aehnlichkeit; aber Eigenſchaften von Stoffen, die durch Vereinigung verſchwinden, ſtehen offenbar in einem Gegenſatze; es ſind alſo Stoffe, die ſich chemiſch verbinden, nothwendig unähnliche, und dieß um ſo mehr, je weniger ihre beſonderen Eigenſchaften in dem Reſultate ihrer Verbindung hervortreten. Chemiſch ähnlich ſind nur diejenigen Stoffe, welche ähnliche Verbindungsproducte geben, oder was auf daſſelbe hinauslänft, einander wechſelſeitig erſetzen oder vertreten können, wie z. B. die Metalle.

47. **Chemiſche Scheidung.** Die Beſtandtheile eines chemiſch zuſammengeſetzten Stoffes laſſen ſich durch geeignete Mittel von einander trennen und iſolirt darſtellen. Man nennt die Operation, wodurch dieſes bewerkſtelliget wird, *chemiſche Scheidung*, *Zerlegung* oder *Analyſe*. Sie beruht auf der Bekämpfung der Verwandtſchaft der Beſtandtheile durch entgegenwirkende Potenzen. Dergleichen ſind die Elektricität, die Wärme, auch das Licht; meiſtens aber wird die überwiegende Verwandtſchaft eines oder mehrerer anderen Stoffe zu einem oder mehreren der Beſtandtheile, welche getrennt werden ſollen, ins Spiel geſetzt. (Wahlverwandtſchaft.) Man ſieht hieraus, daß die Bedingungen der Exiſtenz der Stoffe durch chemiſche Verbindung nicht aufgehoben werden, aber man kann nicht jederzeit einen aus bekannten Stoffen beſtehenden auch aus dieſen bilden, was insbeſondere von organiſchen Producten gilt, die man nur ſelten auf chemiſchem Wege zu erzeugen vermag.

Der Zinnober wird durch Glühen an der Luft zerlegt; der Schwefel liefert dabei das gewöhnliche Verbrennungsproduct, ſchwefelige Säure, und das Queckſilber geht in expanſibler Form weg. In Berührung mit Eiſenfeile unter Beihilfe der Wärme wird der Zinnober durch Wahlverwandtſchaft zerlegt, indem das Eiſen ſich des Schwefels bemächtiget.

48. **Chemiſche Grundſtoffe.** Da aus Verbindungen heterogener Stoffe neue Stoffe entſtehen, ohne daß die Bedingungen der Exiſtenz der erſteren verloren gehen, ſo kann man bezüglich jedes Stoffes die Frage ſtellen, ob er nicht durch ſchickliche Behandlung in andere Stoffe zerlegt werden könne. Die nicht weiter zerlegbaren oder *einfachen* Stoffe ſind offenbar die *Elemente*, welche allen in der Natur vorfindigen Stoffen zum Grunde liegen. Man kennt eine nicht unbeträchtliche Anzahl von Stoffen, die man bisher auf keine Weiſe in Beſtandtheile zu zerlegen vermochte; da aber für ihre abſolute Unzerlegbarkeit kein Beweis vorliegt, ſo können dieſelben höchſtens nur hypothetiſch als einfache Stoffe oder Elemente gelten. Man nennt ſie daher ſchicklicher *unzerlegte* Stoffe oder auch *Grundſtoffe*, in

so fern sie uns nämlich als die Grundlagen der Zusammensetzung aller übrigen Stoffe erscheinen.

Die bis jetzt angestellten chemischen Untersuchungen haben auf 59 Stoffe geführet, die jedem Versuche, sie in Bestandtheile zu zerlegen, widerstehen. Die Mehrzahl derselben, nämlich 46, charakterisiren sich durch den eigenthümlichen Glanz, die Undurchsichtigkeit, durch Leitungsfähigkeit für die Wärme und durch an einem späteren Orte zu betrachtende Beziehungen zur Elektricität als Metalle; die übrigen erscheinen als nicht metallische Stoffe. Die Namen der letzteren sind: Sauerstoff, Wasserstoff, Kohlenstoff, Stickstoff, Schwefel, Selen, Phosphor, Chlor, Brom, Jod, Fluor, Bor, Kiesel. Die metallischen Grundstoffe heißen: Kalium, Natrium, Lithium, Barium, Strontium, Calcium, Magnesium, Aluminium, Beryllium, Yttrium, Erbium, Terbium, Zirkonium, Thorium, Tellur, Arsen, Chrom, Vanadin, Molybdän, Wolfram, Antimon, Tantal, Niobium, Titan, Osmium, Palladium, Rhodium, Iridium, Platin, Gold, Silber, Quecksilber, Kupfer, Uran, Wismuth, Zinn, Blei, Cadmium, Zink, Nickel, Kobalt, Eisen, Mangan, Cer, Lanthan, Didym. Nicht alle diese Grundstoffe haben für die Anfangsgründe der Naturlehre ein gleiches Interesse; außer den im gemeinen Leben verbreiteten und daher allgemein bekannten Metallen kommen hier nur diejenigen Stoffe in Erwägung, welche in den wichtigsten Körpern als Bestandtheile enthalten sind. Mit diesen und mit den Verbindungen derselben, deren Kenntniß unentbehrlich oder zur Erweiterung der Einsicht in die chemischen Erscheinungen am dienlichsten ist, beschäftiget sich das folgende Hauptstück.

49. **Gesetze der chemischen Verbindung.** Die Erfahrung hat folgende Gesetze der chemischen Verbindung kennen gelehrt: 1) Das Gewicht eines zusammengesetzten Stoffes ist stets der Summe der Gewichte seiner Bestandtheile gleich. Dieses ist das Gesetz der Erhaltung der Quantität der Materie. 2) Die Stoffe verbinden sich in einem oder in einigen bestimmten Gewichtsverhältnissen. Geht nämlich die Menge a des Stoffes A mit der Menge b des Stoffes B eine chemische Verbindung ein, so verbinden sich je zwei in dem Verhältnisse a : b stehende Mengen dieser Stoffe; weicht aber das Verhältniß der vorhandenen Menge der Stoffe A und B von dem Verhältnisse a : b ab, so bleibt der Ueberschuß unverbunden, es sey denn, daß diese Mengen in einem bestimmten anderen Verhältnisse stehen, wobei jedoch ein von dem vorgedachten gänzlich verschiedenes Product entsteht. Dieß ist das Gesetz der bestimmten Verhältnisse. 3) Verbindet sich der Stoff A mit B in mehreren verschiedenen Verhältnissen, so lassen sich dieselben aus einander durch Multiplication (oder auch Division) ihrer Glieder mit ganzen in der Regel niedrigen Zahlen ableiten; ist nämlich a : b ein solches Verhältniß, so ist jedes andere in der Form ma : nb enthalten, wobei die Werthe von m und n sich mehrentheils unter den allerersten Gliedern der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, 4, 5 . . . befinden. Dieß ist das Gesetz der Vielfachen. 4) Verbindet sich A mit B in dem Verhältnisse a : b, und A mit C in dem Verhältnisse a : c, und es geht eine Verbindung von B mit C vor sich, so erfolgt sie oft in dem Verhältnisse b : c, jederzeit aber in dem Verhältnisse mb : nc, wobei m und n ganze Zahlen sind.

Zwei Stoffe erſetzen oder vertreten einander alſo in Verbindungen mit andern Stoffen ſtets auf gleiche Weiſe, nämlich in dem Verhältniſſe, in welchem ſie ſich unter einander ſelbſt verbinden. Dieß iſt das *Geſetz der Aequivalente* (der einander erſetzenden oder vertretenden Stoffe). 5) Verbindet ſich A mit B und C einzeln genommen in den Verhältniſſen a:b und a:c, ſo erfolgt, wenn eine Verbindung des aus A und B zuſammengeſetzten Stoffes mit C möglich iſt, dieſe in dem Verhältniſſe $m(a+b):nc$; verbindet ſich ferner A mit B in dem Verhältniſſe a:b und C mit D in dem Verhältniſſe c:d und es gehen die zuſammengeſetzten Stoffe AB und CD eine Verbindung ein, ſo findet dieſe in dem Verhältniſſe $m(a+b):n(c+d)$ ſtatt, wobei m und n niedrige ganze Zahlen bedeuten. Dieß iſt das *Geſetz der zuſammengeſetzten Verbindungen*. 6) Haben die ſich chemiſch verbindenden Stoffe die Gasform, ſo waltet noch die Eigenthümlichkeit ob, daß die Rauminhalte, welche dieſe Stoffe bei gleicher Temperatur und gleicher Spannung beſitzen, unter ſich ſowohl, als zu dem Rauminhalte des Productes, bei genannter Temperatur und Spannung, in ſehr einfachen Verhältniſſen ſtehen. Dieß iſt das *Geſetz der einfachen Volumverhältniſſe*. Man hat in neuerer Zeit beachtenswerthe Verſuche gemacht, dieſes Geſetz auch auf feſte Körper auszudehnen.

Beiſpiele zur Erläuterung dieſer Geſetze bietet das nächſte Hauptſtück dar. Stoffe, welche in keinem bedeutenden Gegenſatze ſtehen, vereinigen ſich in allen Verhältniſſen; ſie geben bloße Löſungen oder Mengungen, nicht aber eigentliche chemiſche Verbindungen.

50. **Miſchungsgewichte.** Das Geſetz der Aequivalente geſtattet uns jedem einfachen Stoffe einen nach den Ergebniſſen der Erfahrung zu beſtimmenden Zahlwerth beizulegen, welchem die Gewichtsmenge, mit der dieſer Stoff in chemiſche Verbindungen eingeht, proportional iſt. Derlei Zahlwerthe heißen *Miſchungsgewichte* oder *chemiſche Aequivalente*; die ganzen Zahlen, womit ſie nach Maßgabe der ins Auge gefaßten Verbindungsſtufe zu multipliciren ſind, ihre *Wiederholungszeiger*. Das Miſchungsgewicht eines zuſammengeſetzten Stoffes iſt die Summe der mit ihren Wiederholungszeigern multiplicirten Miſchungsgewichte ſeiner Beſtandtheile. Ein Ausdruck, welcher dieſe Verknüpfung der Beſtandtheile darlegt, wird die *Zuſammenſetzungsformel* des zuſammengeſetzten Stoffes genannt. Der Abſchnitt der Chemie, welcher die Beſtimmung der Miſchungsgewichte und der Zuſammenſetzungsformeln zum Gegenſtande hat, führt den Namen *Stöchiometrie*.

Da die Miſchungsgewichte keine abſoluten Quantitäten ausdrücken, ſondern bloß die Glieder der Gewichtsverhältniſſe ſind, in welchen ſich die Stoffe verbinden, ſo können ſie, dieſer ihrer Beſtimmung, worauf es allein ankommt, unbeſchadet, ſämmtlich mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt werden. Ferner laſſen ſich auch einzelne Miſchungsgewichte vervielfältigen oder theilen, da man ein Verhältniß wie a:b immerhin durch das gleichgeltende $m.\frac{a}{m}:b$ oder $a:n.\frac{b}{n}$ oder auch

$m.\frac{a}{m} : n.\frac{b}{n}$ erſetzen kann. Es liegt alſo in der Annahme der Miſchungsgewichte eine gewiſſe Willkürlichkeit, worüber man ſich zur Beſeitigung von Zweideutigkeiten gehörig verſtändigen muß. Uebrigens bieten ſich, wie die Folge ausweiſen wird, die einfachſten und paſſendſten Annahmen der Miſchungsgewichte gleichſam von ſelbſt dar, welche deßhalb auch von der Mehrzahl der Chemiker adoptiert worden ſind.

51. Atomiſtiſche Anſicht der chemiſchen Erſcheinungen. Wenn man die ſo eben aufgezählten, durch alle Analyſen zuſammengeſetzter Stoffe beſtätigten Geſetze in Erwägung zieht, ſo kann man ſich der Vorſtellung nicht erwehren, daß chemiſche Verbindung nichts anderes ſey, als Nebeneinanderlagerung kleinſter Theile heterogener Stoffe, eine Anſicht, die in der That bei der Mehrzahl der Chemiker Eingang gefunden hat. Man ſieht dabei dieſe kleinſten Theile als ſolche an, deren weitere Theilung in keine Betrachtung kommt, und nennt ſie darum Atome, und die ſo eben angedeutete Erklärungsweiſe der chemiſchen Verbindung das atomiſtiſche Syſtem. Die Geſetze der chemiſchen Verbindung ſind eine nothwendige Folge der Annahme, daß jedem Stoffe beſondere unter ſich gleiche Atome entſprechen, welche ſich unter einander nur in beſchränkter Anzahl gruppiren können. Verhalten ſich die Gewichte der einzelnen Atome zweier Stoffe A und B wie a : b, und verbindet ſich je ein Atom von A mit einem Atom von B, ſo verhalten ſich auch die Gewichte der die chemiſche Verbindung eingehenden Quantitäten wie a : b; combiniren ſich aber je zwei Atome von A mit einem Atom von B, oder je drei Atome von A mit zweien von B u. ſ. w., ſo ſtehen die ſich chemiſch vereinigenden Gewichtsmengen dieſer Stoffe in dem Verhältniſſe 2a : b oder 3a : 2b u. ſ. w. Die Reſultate ſolcher Verbindungen haben zuſammengeſetzte Atome, deren Gewichte den Summen der Zahlen proportionirt ſind, durch welche die Verhältniſſe der Gewichte der einzelnen Atome der Beſtandtheile dargeſtellt werden. Man hat ſich alſo unter der Benennung »Atom« nicht wie in älteren Syſtemen etwas abſolut Untheilbares vorzuſtellen; die Untheilbarkeit der Atome iſt eine bloß relative, ſie ſind gleichſam die Einheiten, auf welche die Nebeneinanderlagerung ſich bezieht. Die gleichartigen Theilchen, welche im Vorhergehenden Molekel genannt wurden, ſind im Sinne der atomiſtiſchen Vorſtellungsweiſe als Gruppen von Atomen zu betrachten, deren Anordnung die Geſtalten der Molekel bedingt; die Erſcheinungen der Aggregation, Adhäſion, Auflöſung, Kryſtalliſation erſtrecken ſich lediglich auf die Molekel, während die chemiſchen Phänomene die Atome ſelbſt in Anſpruch nehmen. Die Kraft, welche die Atome zur Nebeneinanderlagerung anregt, und in ſolcher zuſammenhält, iſt die der Materie im Allgemeinen eigene Anziehungskraft; aus den die Atome beherrſchenden Kräften gehen jene hervor, welche die Molekel gegen einander äußern. Es iſt alſo nicht nöthig, der Materie eine beſondere chemiſche Anziehungskraft zuzuſchreiben.

Obgleich die hier vorgetragene atomiſtiſche Vorſtellungsweiſe die Geſetze der chemiſchen Verbindung auf eine einfache Art zu begründen ſcheint,

so muß man sich doch hüthen, ihr eine größere Evidenz beizulegen, als sie wirklich besitzt. Ohne die ausdrückliche Voraussetzung, daß die Beschaffenheit der Atome nur gewisse Gruppirungsformen zulasse, würde diese Hypothese nicht einmal das Gesetz der bestimmten Verhältnisse in sich fassen. Denn könnten sich, angenommen daß n eine sehr große ganze Zahl bedeute, n Atome des Stoffes A eben so leicht mit n Atomen des Stoffes B combiniren, als mit $n-1$, $n-2$, $n-3$ u. s. w. oder mit $n+1$, $n+2$, $n+3$ u. s. w. Atomen, so wären ja Verbindungen dieser Stoffe in sehr vielen nicht mehr von einander unterscheidbaren Abstufungen, mithin so gut wie in jedem beliebigen Gewichtsverhältnisse möglich.

52. **Relative Atomgewichte.** Zahlen, welche sich verhalten wie die Gewichte der einzelnen Atome einer Reihe von Stoffen, heißen *relative Atomgewichte* dieser Stoffe. Sie lassen sich nicht unmittelbar aus der Erfahrung, sondern erst nach Zuhilfenahme hypothetischer Voraussetzungen (worin verschiedene Autoritäten von einander abweichen) aus den Gewichtsmengen ableiten, in welchen sich Stoffe verbinden. Die Erfahrung bietet lediglich Zahlen dar, die selbst oder deren Vielfache sich verhalten wie die Gewichte der Bestandtheile zusammengesetzter Stoffe. Wenn aber zwei Stoffe A und B sich im Verhältnisse a : b verbinden, so müssen wohl auch die Gesammtheiten der Atome von A und B, die in ein Atom der Verbindung A B eintreten, dasselbe Gewichtsverhältniß haben, jedoch erhellet daraus nicht, in welcher Anzahl die Atome der Bestandtheile zur Hervorbringung eines zusammengesetzten Atomes verwendet worden sind. Man sieht sich daher, wenn man darüber etwas aussagen will, ganz auf das Feld bloßer Vermuthungen verwiesen. Der Wissenschaft genügen die von jeder hypothetischen Vorstellungsweise über das Wesen der chemischen Verbindung unabhängigen Mischungsgewichte (50) vollkommen.

Manche Chemiker bedienen sich des Wortes Atomgewicht nur als einer anderen Benennung des Mischungsgewichtes; es ist aber vorzuziehen, diese überflüssige Benennung aus der Wissenschaft gänzlich zu entfernen.

Drittes Hauptstück.

Chemische Betrachtung einiger vorzüglich wichtigen Stoffe.

53. **Zusammensetzung der atmosphärischen Luft.** Die atmosphärische Luft ist, abgesehen von zufälligen und vorübergehenden, oder auch gewöhnlichen, jedoch nur in geringer und veränderlicher Menge darin vorfindigen Beimischungen, wovon später an den gehörigen Orten die Rede seyn wird, ihrem eigentlichen Wesen nach ein Gemenge zweier gasförmigen Stoffe, welche die Namen *Sauerstoff* (Oxygen) und *Stickstoff* (Azot, Nitrogen) erhalten haben. Dem Sauerstoffgase verdankt die atmosphärische Luft ihre Tauglichkeit zur Erhaltung des an den Athmungsproceß geknüpften thierischen Lebens,

und den Antheil, welchen ſie am Verbrennen der Körper nimmt; das Stickgas iſt zum Einathmen und zur Ernährung des Feuers nicht geeignet. Die ſo eben ausgeſprochene Beſchaffenheit der Luft wird durch folgende Erfahrungen erkannt:

Die meiſten Metalle, wie auch mehrere nicht metalliſche Stoffe, verändern ſich unter dem Einfluſſe der atmoſphäriſchen Luft auf eine merkwürdige Weiſe; einige ſchon bei gewöhnlicher Temperatur, andere erſt in höherer: die Metalle verlieren ihren eigenthümlichen Character und verwandeln ſich in mehr oder weniger erdartige Subſtanzen, welche die älteren Chemiker Metallkalke nannten; die nicht metalliſchen Stoffe gehen gleichfalls in Stoffe über, deren Eigenſchaften von den früher vorhandenen gänzlich abweichen. Bei dieſer Veränderung nehmen die Stoffe am Gewichte zu, und die Luft, mit welcher ſie in Wechſelwirkung ſtehen, nimmt um eben ſo viel am Gewichte ab; dieß geht jedoch bei gegebener Menge der Luft, wenn nämlich die Action im geſchloſſenen Raume ſtatt findet, nur ſo weit, bis der Gewichtverluſt der Luft 23 Hunderttheile ihres urſprünglichen Gewichtes erreicht hat, und dabei erſtreckt ſich die Veränderung nur auf eine beſtimmte von der Natur und von der Art der Veränderung jedes Stoffes abhängende Menge deſſelben, wenn auch eine beliebig größere Menge davon vorhanden iſt. Der Rückſtand der Luft erſcheint ſodann zum Athmungsproceſſe und zur Erhaltung des Feuers untauglich; ein Thier kann darin nicht fortleben, ein brennendes Licht verlöſcht darin ſogleich. Es hat alſo die Luft den Beſtandtheil, der ſie zum Einathmen und zur Ernährung des Feuers geeignet macht, nämlich den Sauerſtoff, an den ihr dargebotenen Stoff abgetreten, und der irreſpirable Theil, der Stickſtoff, iſt zurückgeblieben. Der Act der Verbindung des Sauerſtoffes mit einem andern Stoffe heißt Oxydation, das daraus hervorgehende Product ein Oxyd, und der Stoff, welcher ſich mit dem Sauerſtoff verbunden hat, das Radical des Oxydes. Mehrere Oxyde zeigen den ſpäter näher zu bezeichnenden ſauren Character, daher die Benennung des Sauerſtoffes. Jede Operation, die zur Beſtimmung des Sauerſtoffgehaltes der Luft führt, wird eine eudiometriſche genannt; ein dazu dienlicher Apparat heißt ein Eudiometer. Immer beſteht eine eudiometriſche Operation in der Anwendung eines Stoffes, welcher den Sauerſtoff der Luft feſſelt (eudiometriſche Subſtanz); der Stickſtoff kann der Luft nicht direct entzogen werden, da man keinen Stoff kennt, der mit dem Stickſtoffe auf geradem Wege eine Verbindung eingeht.

Verbrennt man eine hinreichende Quantität Phosphor in einem geſchloſſenen, atmoſphäriſche Luft enthaltenden Raume, oder läßt man dieſen ſehr entzündlichen Stoff längere Zeit mit der Luft in Berührung, ſo entzieht er ihr den Sauerſtoff vollſtändig. Zu dieſem Ende bringt man ein Stück Phosphor unter eine Glasglocke (Recipient) oder in ein ähnliches Gefaß, deſſen nach abwärts gekehrte Mündung, um die innere atmoſphäriſche Luft von der äußeren abzuſperren, mit Queckſilber oder auch mit Waſſer umgeben iſt; die Sperrflüſſigkeit erhebt ſich allmälig im Recipienten, in Folge der Abnahme des daſelbſt vorhandenen

Luftquantums. Hat man nicht zu wenig Phosphor angewendet, so sind zuletzt, gemessen bei einerlei Temperatur und gleichem Drucke, 21 Procente des ursprünglichen Luftvolums verschwunden; die Gleichheit des innern Druckes wird bei unverändertem äußern Luftdrucke hergestellt, wenn man bei der Messung jedes Volums die Sperrflüssigkeit so regulirt, daß sie innerhalb und außerhalb des Recipienten gleich hoch steht; man kann diese Regulirung auch durch Rechnung ersetzen, welche insbesondere zu Hilfe genommen werden muß, wenn während des Versuches im äußeren Luftdrucke eine Aenderung vor sich gegangen ist. Hiezu wird in der Folge die Anleitung gegeben. Am genauesten findet man das Verhältniß des Sauerstoffes zum Stickstoffe in der Luft, wenn man die atmosphärische Luft zuerst durch geeignete Behandlung von fremdartigen Beimischungen befreit, insbesondere von dem ihr beigemengten Wasserdunste, indem man sie durch eine mit Chlorcalcium gefüllte Röhre leitet, welche Substanz eine große Verwandtschaft zum Wasser besitzt, und in Folge dieser der Luft den Wasserdunst vollständig entzieht. Die vollkommen reine Luft läßt man durch eine Röhre streichen, welche entweder fein zertheilten Phosphor oder feine rein metallische Kupferspäne enthält; der Phosphor wirkt bei gewöhnlicher Temperatur, die Kupferspäne aber muß man, so lange die Luft durchstreicht, stark erhitzen: die Gewichtzunahme des Phosphors oder Kupfers und das Gewicht des sorgfältig aufgefangenen Stickgases, welches man allenfalls auch aus seinem Volum berechnen kann, sind die Daten, aus denen das in Frage stehende Verhältniß der Bestandtheile der Luft sogleich folgt. Die sorgfältigsten bis jetzt angestellten Versuche gaben für 100 Gewichttheile reiner atmosphärischer Luft stets sehr nahe 23 Gewichttheile Sauerstoff und 77 Theile Stickstoff; dem Volum nach findet man in 100 Theilen Luft nahe 21 Theile Sauerstoffgas und 79 Stickgas von gleicher Spannung und Temperatur. Aber selbst wenn das Verhältniß, in welchem sich die genannten Gase in der atmosphärischen Luft vorfinden, streng constant wäre, so dürfte man dieselbe doch nicht für eine chemische Verbindung von Sauerstoff und Stickstoff halten; jedenfalls ist die atmosphäcische Luft bloß ein Gemenge von Sauerstoffgas und Stickgas, wie später vorzutragende Gründe zeigen werden.

Unter den Metallen widerstehen Gold, Platin, Iridium und Silber dem Einflusse der Luft bei jeder Temperatur; sie heißen deßhalb vorzugsweise edle Metalle. Alle übrigen Metalle nehmen aus der Luft Sauerstoff auf; Kalium, Natrium und mehrere andere ihnen ähnliche Metalle thun dieß schon bei gewöhnlicher Luftwärme und verwandeln sich in Kaliumoxyd (Kali), Natriumoxyd (Natrum) u. s. w. Blei verliert an der Luft sehr bald den ihm im reinen Zustande eigenen Metallglanz und überzieht sich mit einer Oxydschichte; in der Hitze verwandelt es sich, bei gehörigem Luftzutritte, in gelbes Oxyd (Massicot), und kann bei gewisser Temperatur noch mehr Sauerstoff aufnehmen, wodurch es in rothes Oxyd (Mennig) übergeht. Auf ähnliche Weise bedeckt sich geschmolzenes Zinn an der Luft mit Zinnasche; Eisen gibt in der Glühhitze den Glühspan (Hammerschlag); Queckſilber, welches man in einer seinem Siedpuncte nahen Temperatur lange Zeit mit atmosphärischer Luft in Berührung erhalt, faltet sich in ein rothes pulveriges Oxyd um u. s. w.

Man sieht aus dem Gesagten, warum in einem abgesperrten beschränkten Raume ein Licht nur eine kurze Zeit brennen, ein Thier nur eine kurze Zeit leben kann; der Grund hievon liegt in dem Verzehren des Sauerstoffes der Luft. Einen Stoff verzehren heißt aber im physikalischen Sinne nicht denselben vernichten, sondern nur ihn umwandeln oder auf eine gewisse Weise verbergen.

54. Iſolirung des Sauerſtoffes der atmoſphäriſchen Luft. Zur Vervollſtändigung des Beweiſes für die Zuſammenſetzung der atmoſphäriſchen Luft iſt noch erforderlich, den ihr durch irgend eine paſſende Subſtanz entzogenen Sauerſtoff von dieſer Subſtanz zu trennen, und ihn in der Gasform, die er in der Luft hat, für ſich allein darzuſtellen. Hiezu dient das Queckſilber, deſſen rothes Oxyd in der Glühhitze in metalliſches Queckſilber und Sauerſtoffgas zerfällt. Man erhält auf dieſe Art genau das Gewicht und Volum wieder, welches die Luft durch Einwirkung des Queckſilbers verloren hat, und wenn man das erhaltene Sauerſtoffgas dem zurückgebliebenen Stickgaſe beimengt, iſt die zum Verſuche urſprünglich verwendete atmoſphäriſche Luft wieder hergeſtellt. Das reine Sauerſtoffgas zeigt ſich zur Reſpiration als ſolcher (abgeſehen vom Gedeihen des thieriſchen Lebens im Ganzen) weit tauglicher, als die atmoſphäriſche Luft; eben ſo fördert es das Verbrennen der Körper weit beſſer als dieſe; in der atmoſphäriſchen Luft erſcheint es mit allen ſeinen Eigenſchaften, aber wegen Beimengung des Stickgaſes gleichſam in einem verdünnten Zuſtande, und äußert daher ſeine Natur in einem gemilderten Grade.

Die Verbindungen des Sauerſtoffes mit andern Stoffen ſind größtentheils ſo innig, daß derſelbe in der Regel davon nicht unmittelbar getrennt, ſondern nur an andere ihn noch kräftiger an ſich ziehende Stoffe übertragen werden kann. Unter den Metallen, welche an der Luft ſich oxydiren, gibt es außer dem Queckſilber nur noch zwei weit ſeltenere, das Palladium und Rhodium, welche den bei einer gewiſſen Temperatur aus der Luft aufgenommenen Sauerſtoff bei einer höheren Temperatur wieder frei laſſen. Man zählt ſie daher auch noch zu den edlen Metallen, in ſo fern man darunter im Allgemeinen jene verſteht, welche ſich aus ihren Oxyden durch bloße Temperaturerhöhung, ohne Mithilfe einer den Sauerſtoff an ſich ziehenden Subſtanz (Reductionsmittel), in metalliſchem Zuſtande darſtellen laſſen.

Um das Sauerſtoffgas aus dem rothen Queckſilberoxyde zu erhalten, gibt man daſſelbe in eine Glasretorte mit vorgelegtem Ballon, von dem ein Rohr unter einen mit Waſſer gefüllten, auf der Brücke der pneumatiſchen Wanne mit abwärts gekehrter und von Waſſer umgebener Mündung ſtehenden Recipienten geht. Erhitzt man die Retorte mittelſt einer Weingeiſtlampe mit doppeltem Luftzuge bis zum Glühen des Bodens, ſo entwickeln ſich Queckſilberdämpfe, die ſich in dem Retortenhalſe und Ballon zu tropfbarem Queckſilber verdichten, und in dem Recipienten erſcheint der Sauerſtoff als Gas. 100 Gran rothes Queckſilberoxyd geben nahe 22 Kubikzoll Sauerſtoffgas.

Am leichteſten bereitet man Sauerſtoffgas durch Zerlegung des chlorſauren Kali, deſſen Zuſammenſetzung erſt ſpäter erklärt werden kann, mittelſt Wärme. Das Salz, welches man zu dieſem Behufe in eine kleine Retorte gibt, und mittelſt einer Weingeiſtlampe erhitzt, ſchmilzt, worauf die Entwickelung des Sauerſtoffgaſes beginnt. Es iſt gut, das Salz mit reinem Braunſteine zu mengen, die Zerlegung erfolgt dann bei geringer Hitze ſogleich. Die Regulirung des Feuers hat mit Aufmerkſamkeit zu geſchehen, um zu heftiger Gasentwickelung vorzubeugen. Der Zuſatz von Braunſtein vermehrt die Menge des gewonnenen Sauerſtoffes nicht, obgleich auch der Braunſtein Sauerſtoff enthält, und für ſich allein in ſtarker Glühhitze Sauerſtoffgas entwickelt. Ein Loth chlorſaures Kali gibt nahe 3½ Maß Sauerſtoffgas.

Die beſondere Tauglichkeit des Sauerſtoffes zur Vermittlung des Verbrennungsproceſſes ſtellt ſich bei jedem darauf Bezug habenden Verſuche vor Augen: ein glimmender Holzſpan entzündet ſich im Sauerſtoffgaſe mit lebhafter Flamme; eine Stahlfeder, an deren Ende ſich ein Stückchen glimmender Zunder befindet, verbrennt darin mit Funkenſprühen; die Verbrennung von Schwefel, Kohle und beſonders von Phosphor geht daſelbſt mit dem intenſivſten Lichte vor ſich.

Der Sauerſtoff bewährt ſich bei allen chemiſchen Vorgängen als ein Grundſtoff; er iſt einer der verbreitetſten Stoffe auf und in unſerer Erde; ſehr viele zuſammengeſetzte Stoffe enthalten ihn chemiſch gebunden. Daß er aber in der atmoſphäriſchen Luft an den Stickſtoff nicht chemiſch gebunden iſt, zeigt ſchon der Umſtand, daß ſeine Eigenſchaften in der Luft vollſtändig erkennbar ſind, während ſie in den wirklichen chemiſchen Verbindungen, die er, und zwar, wie im Folgenden zu ſehen ſeyn wird, auf mehrfache Weiſe, mit dem Stickſtoffe eingeht, gänzlich in den Hintergrund treten. Man kennt den Sauerſtoff im iſolirten Zuſtande bis jetzt nur in Gasform, er widerſteht in ſelber der ſtärkſten Verdichtung und der tiefſten Temperatur, der man ihn auszuſetzen im Stande war. Allein unter der Herrſchaft der Molecularanziehung, welche andere Stoffe auf ihn ausüben, verliert er ſeine Ausdehnſamkeit, und nimmt an der tropfbaren und feſten Aggregationsform der daraus entſpringenden Verbindungen Theil.

55. Verbrennen. Der Sauerſtoff verbindet ſich, das Fluor ausgenommen, von dem man bis jetzt keine Sauerſtoffverbindung kennt, mit allen Grundſtoffen und mit einer großen Anzahl zuſammengeſetzter Stoffe. Die Verbindung des Sauerſtoffes mit einem andern Stoffe erfolgt entweder *direct*, d. h. es iſt dazu bloß die Gegenwart beider Stoffe und eine paſſende Temperatur nöthig, oder ſie geht nur indirect vor ſich, d. h. nur in ſo fern einer oder beide Stoffe früher an andere Stoffe gebunden ſind und dieſe Verbindung verlaſſen, um in neue Verbindungen einzutreten. Findet eine directe Oxydation mit Entwickelung von Licht und Wärme Statt, ſo heißt ſie ein *Verbrennen*; man ſagt von dem Stoffe, welcher ſich auf dieſe Weiſe mit dem Sauerſtoffe verbunden hat, er ſey *verbrannt*. Alle in der Luft gewöhnlich vorkommenden und in der Sprache des gemeinen Lebens ſo genannten Verbrennungen ſind in der That nur directe Oxydationen eines Stoffes oder eines oder mehrerer Beſtandtheile eines Stoffes. Da jedoch directe Oxydationen, welche nicht von wahrnehmbarer Lichtentwickelung begleitet ſind, dennoch unter Wärmeäußerung vor ſich gehen, mithin von den eigentlichen Verbrennungen nur dem Grade nach verſchieden ſind, ſo pflegt man den Begriff des Verbrennens auf ſämmtliche directen Oxydationen auszudehnen und nennt in dieſem Sinne jeden Stoff, der ſich mit dem Sauerſtoffe direct zu verbinden vermag, einen *brennbaren*. Andererſeits gibt es Stoffe, welche dem Sauerſtoffe bezüglich des chemiſchen Verhaltens ähnlich ſind, und insbeſondere ſo wie dieſer unter Licht- und Wärmeäußerung ſich mit andern Stoffen direct verbinden. Man iſt daher genöthiget auch derlei Verbindungen unter den Begriff des Verbrennens zu ſubſumiren, mithin das Verbrennen im engeren Sinne, in welchem es ſich lediglich auf die directe Verbindung des Sauerſtoffes mit andern Stoffen bezieht, von den all-

gemein ſo zu nennenden Verbrennungen zu unterſcheiden. Der Sauerſtoff und die Stoffe, welche ſeine Rolle bei dem Verbrennen übernehmen, heißen Zündſtoffe, die Stoffe, mit welchen ſie ſich verbinden, Brennſtoffe.

Als Zündſtoffe können Schwefel, Chlor und noch andere Grundſtoffe, ja ſelbſt zuſammengeſetzte Stoffe auftreten. So verbindet ſich z. B. der Schwefel mit Kupfer direct und unter Licht- und Wärmeentwickelung, ohne daß hiezu die Gegenwart des Sauerſtoffes nöthig wäre.

Will man die Brennbarkeit eines Stoffes auf ſeine Fähigkeit ſich mit dem Sauerſtoffe direct zu verbinden beſchränken, ſo ſind unter den nicht metalliſchen Grundſtoffen der Waſſerſtoff, Kohlenſtoff, Schwefel, das Selen, der Phosphor, das Bor und Kieſel als brennbare, dagegen der Stickſtoff, das Chlor, Brom, Jod und Fluor als nicht brennbare Stoffe zu betrachten; unter den Metallen ſind nur die vier oben aufgezählten im ſtrengſten Sinne eben nicht brennbar.

56. Arten der Oxyde und deren Verbindungen. Die Oxyde laſſen ſich unter drei Rubriken bringen; es gibt ſaure Oxyde oder Säuren, baſiſche Oxyde oder Baſen, und indifferente Oxyde. Die Oxyde, welche ſich entſchieden als Säuren charakteriſiren, haben einen ſauren Geſchmack, und beſitzen die Eigenſchaft die wäſſerigen Löſungen gewiſſer blauen Pflanzenpigmente, z. B. des Lackmus, des Färbeſtoffes des Kohles, der Veilchen, Trauben u. dgl. zu röthen (ſaure Reaction). Die Baſen ſtellen die durch Säuren veränderten Pflanzenfarben wieder her; einige Baſen, die ſich durch einen brennenden (kauſtiſchen) Geſchmack auszeichnen, ändern die blaue Farbe der Kohl- und Veilchentinctur in Grün um, und färben die gelbe Curcumatinctur braun (alkaliſche Reaction). Durch Verbindung der Säuren mit Baſen entſtehen Salze, Stoffe, welche einen gewiſſen Inbegriff von Eigenſchaften an ſich tragen, worunter die Löslichkeit im Waſſer, der ſalzige Geſchmack, die Neigung zur Kryſtallbildung mehr oder weniger hervortreten. In einem Salze haben ſich die entgegengeſetzten Eigenſchaften der Säure und Baſis ganz oder zum Theile aufgehoben (neutraliſirt). Dieſe Begriffsbeſtimmung von Säure, Baſis und Salz bezieht ſich zwar zunächſt nur auf die ausgezeichnetſten, keiner Zweideutigkeit Raum gebenden Fälle; allein die Betrachtung des geſammten chemiſchen Verhaltens führte die neuere Wiſſenſchaft zur Erweiterung der genannten Begriffe: es gilt jede Verbindung zweier Oxyde für ein Salz, worin das eine Oxyd ſich als Säure, das andere als Baſis verhält, und dieß ſelbſt in ſolchen Fällen, in welchen, wegen Unlöslichkeit der Stoffe im Waſſer, die oben angeführten Kennzeichen keine Anwendung leiden. Welcher der Beſtandtheile einer ſolchen ſalzartigen Verbindung als Säure, welcher als Baſis anzunehmen ſey, wird nach der Analogie mit dem, was in den an ſich klaren Fällen Statt findet, folgender Maßen entſchieden: So oft ein Salz, welches eine Verbindung einer unzweifelhaften Säure mit einer Baſis iſt, durch eine gleichfalls evidente Säure zerlegt wird, bemächtiget ſich letztere jederzeit des baſiſchen Beſtandtheiles des Salzes und der ſaure wird ausgetrieben. Eben ſo treibt eine ein Salz zerlegende Baſis

ſtets die Baſis dieſes Salzes aus, und verbindet ſich mit der Säure. Man ſtellt ſonach den Grundſatz auf: »Säuren werden nur durch Säuren, Baſen nur durch Baſen aus ihren Verbindungen vertrieben.« In der That findet zwiſchen Stoffen, die ſich mit einander verbinden, der Natur der Sache nach ein Gegenſatz, zwiſchen Stoffen, deren einer den andern zu vertreten, d. h. deſſen Stelle einzunehmen vermag, ein gewiſſer Grad von Aehnlichkeit ſtatt. Dem ausgeſprochenen Principe gemäß ſind alſo die Begriffe Säure und Baſis im Allgemeinen bloß relative, und es kann ein und derſelbe Stoff bald die Rolle einer Säure, bald jene einer Baſis ſpielen. Oxyde, welche ſich nicht mit andern Oxyden verbinden, mithin weder als Säuren noch als Baſen auftreten, heißen *indifferente* Stoffe.

Schwefel, Kohle, Phosphor liefern bei ihrem Verbrennen in atmoſphäriſcher Luft oder in Sauerſtoffgas Säuren. Ueberhaupt gibt der Sauerſtoff in binärer Verbindung mit den nicht metalliſchen Grundſtoffen in der Regel saure, nur wenige indifferente Producte; die Metalle dagegen erzeugen mit dem Sauerſtoffe vorzugsweiſe Baſen und nur theilweiſe Säuren. Zu den entſchiedenſten baſiſchen Metalloxyden gehören die Oxyde von Kalium, Natrium und Lithium, welche Oxyde man *Alkalien* nennt. ferner die *alkaliſchen Erden*, nämlich die Oxyde von Barium, Strontium, Calcium und Magneſium. Die Verbindungen, welche Siliciumoxyd (Kieſelerde) mit Kali, Natron, Kalk, Bleioxyd, Alumiumoxyd (Thonerde) eingeht, und aus welchen die verſchiedenen Glasſorten, wie auch die Porcellan- und gemeinen Töpfergeſchirre beſtehen, müſſen im chemiſchen Sinne als Salze betrachtet werden, worin die Kieſelerde als Säure vorhanden iſt, obgleich dieſer ſo wie den genannten Producten die Löslichkeit im Waſſer, mithin der Geſchmack und die Wirkung auf die Pflanzenfarben mangelt. Stoffe, welche bald als Säuren, bald als Baſen auftreten, zeigen ſowohl den einen wie den andern Charakter in der Regel nur in einem ſchwachen Grade.

57. **Amphidſalze und Haloidſalze.** Von der Fähigkeit, mit verſchiedenen Stoffen saure Verbindungen zu erzeugen, hat zwar der Sauerſtoff ſeinen Namen, allein es ergab ſich ſeit der Einführung dieſer Benennung, daß einige andere Grundſtoffe, z. B. der Schwefel, gleichfalls die Eigenſchaft beſitzen, zwei Reihen von Verbindungen zu geben, in welchen die Glieder der einen ſich zu den Gliedern der andern wie Säuren zu Baſen verhalten, indem dieſe unter einander in ſalzähnliche Verbindungen der zweiten Ordnung zu treten vermögen. Derlei zugleich Säuren und Baſen bildende Stoffe heißen *Amphigenſtoffe* und die Salze, deren Säure und Baſis ein gemeinſchaftliches Element enthalten (das ſich eben hiedurch als Amphigenſtoff characteriſirt), werden *Amphidſalze* genannt. Man unterſcheidet ſonach Sauerſtoffſalze, Schwefelſalze u. ſ. w. Hier kommen nur die dem Sauerſtoffe ihren Urſprung verdankenden Säuren, Baſen und Salze, als diejenigen, deren Kenntniß am nothwendigſten iſt, in Betrachtung. Aber nicht jedes Salz beſteht aus einer Säure und Baſis; es gibt Salze, welche bloß binäre Verbindungen einfacher oder den einfachen analoger Stoffe ſind: ſie heißen *Haloidſalze*. Das bekannteſte und

charakteriſtiſcheſte aller Salze, das Kochſalz, iſt ein Haloidſalz, wie ſpäter nachgewieſen wird.

58. **Nomenclatur der Sauerſtoffſäuren, Baſen und Salze.** Der Name, den eine Säure, Baſis oder ein Salz führt, iſt entweder ein wiſſenſchaftlicher, oder ein Trivialname. Nur erſtere ſind nach einer Regel gebildet; der Wahl der letzteren liegen zufällige Umſtände, als: Erzeugungsart, eine hervorſtechende Eigenſchaft, der Gebrauch des Stoffes u. dgl. zum Grunde, und ſie dienen bloß in der Sprache des gemeinen Lebens, aus welcher ſie zuweilen, lediglich der Abkürzung wegen, auch in jene der Wiſſenſchaft übergehen. Im gegenwärtigen Zeitpuncte exiſtirt kein genügendes Princip einer wiſſenſchaftlichen Nomenclatur der Sauerſtoffſäuren. Die jetzt übliche Benennungsweiſe entſtand, als man von jedem Radical höchſtens zwei Sauerſtoffſäuren kannte. War bloß eine einzige Sauerſtoffſäure vorhanden, ſo bildete man zur Benennung derſelben ein aus dem Namen des Radicals und dem Worte »Säure« zuſammengeſetztes Hauptwort. Lieferte ein Radical zwei Säuren, ſo wurde die mit dem größten Sauerſtoffgehalte verſehene auf die angegebene Weiſe benannt; zur Bezeichnung der andern bildete man aus dem Namen des Radicals ein ſich auf ig endigendes Beiwort, und ſetzte dieſes dem Hauptworte »Säure« vor. Später zeigte es ſich, daß gewiſſe Radicale mehr als zwei Sauerſtoffſäuren zulaſſen. Um der Verwirrung vorzubeugen, welche aus der Uebertragung allgemein gangbarer Benennungen von einem Stoffe auf den andern hätte entſtehen müſſen, behielt man die bereits eingeführten Namen für die Stoffe, denen ſie einmal zu Theil geworden, bei, und bildete daraus die Namen jener Säuren, welche mehr oder weniger Sauerſtoff enthalten durch Vorſetzung der Sylbe »Ueber« oder »Unter.« So heißen die vier bis jetzt bekannten Sauerſtoffſäuren des Chlors: Ueberchlorſäure, Chlorſäure, chlorige Säure, unterchlorige Säure. Bis zur neueſten Zeit waren vier Sauerſtoffſäuren des Schwefels zuſammen gekommen und es genügten die Benennungen Schwefelſäure, Unterſchwefelſäure, ſchweflige Säure, unterſchweflige Säure. Zwei kürzlich entdeckte Säuren dieſes Radicals nöthigen nun ſich entweder mit einer neuen Sylbe wie »Nieder« zu behelfen, indem man zwiſchen die dritte und vierte der vorgenannten Säuren die Niederſchwefelſäure einſchaltet, und die niederſchweflige Säure der Reihe als ſechstes Glied anhängt, oder zur Bildung von Benennungen nach einem anderen Principe ſeine Zuflucht zu nehmen. Auch ſchon vordem ſah man ſich in einigen Fällen, des Wohllautes oder der größeren Anzahl neuentdeckter Säuren wegen veranlaßt, von der allgemeinen Norm abzugehen. So ſagt man »Salpeterſäure, ſalpetrige Säure« ſtatt »Stickſtoffſäure, ſtickſtoffige Säure;« von den Säuren des Kohlenſtoffes führt nur die am meiſten Sauerſtoff enthaltende den Namen Kohlenſäure; die andern erhielten Trivialnamen, als: Oxalſäure, Honigſteinſäure, Krokonſäure, Rhodizonſäure.

Sowohl die basischen, wie auch die indifferenten Sauerstoffverbindungen bezeichnet man mit dem Namen des Radicals unter Beifügung des Wortes »Oxyd.« Eine weniger Sauerstoff enthaltende Oxydationsstufe desselben Radicals heißt Oxydul. Manche Chemiker bedienen sich auch der Benennungen Protoxyd, Deutoxyd u. s. w.

Die Namen der Sauerstoffsalze werden aus dem Namen der Basis als Hauptwort, und aus jenem der Säure als Beiwort gebildet. Hiernach verstehen sich die Benennungen: schwefelsaures Eisenoxyd, schwefligsaures Kali (Kaliumoxyd) u. dgl. von selbst. Verbindet sich eine Säure mit einer Basis in mehrern Verhältnissen, so setzt man dem Namen der Säure die nähere Bestimmung »einfach, zweifach u. s. w.« vor. So sagt man einfachschwefelsaures Kali, doppeltschwefelsaures Kali, um die Salze, in welchen ein Atom Basis mit einem und mit zwei Atomen Säure verbunden ist, von einander zu unterscheiden. Es gibt Salze, welche eine Säure und zwei Basen enthalten; man nennt sie Doppelsalze, und bezeichnet sie mit passend zusammengesetzten Benennungen. Der sogenannte Alaun ist ein aus Schwefelsäure, Thonerde und Kali gebildetes Doppelsalz, seine wissenschaftliche Benennung ist daher schwefelsaures Thonerde-Kali.

59. **Chemische Zeichen und Formeln.** Um die Zusammensetzung der Stoffe auf eine einfache und bequeme Weise anschaulich zu machen, bedient man sich der nach mathematischer Art gebildeten chemischen oder stöchiometrischen Zeichen und Formeln. Man bezeichnet nämlich sowohl die Grundstoffe, als auch die am häufigsten in Verbindungen vorkommenden zusammengesetzten Stoffe durch eigene Zeichen, wozu man den Anfangsbuchstaben des Namens des Stoffes benützt, dem man, wo es zur Vermeidung von Zweideutigkeit nöthig ist, noch einen charakteristischen Buchstaben anhängt: diese Zeichen stellen bei quantitativen Betrachtungen zugleich die Mischungsgewichte der Stoffe vor. Die Verbindung zweier oder mehrerer Stoffe wird, wenn bloß ersichtlich gemacht werden soll, daß diese Stoffe mit einander verbunden sind, durch Nebeneinanderschreiben ihrer Zeichen angedeutet, denen man, falls mehr als ein Mischungsgewicht in die Verbindung eingeht, den Wiederholungszeiger rechts unten als Index anhängt. Will man aber überdieß bemerklich machen, daß ein Stoff aus der Vereinigung zweier oder mehrerer zusammengesetzten Stoffe hervorgegangen oder gerade als die Verbindung letzterer zu betrachten sey, so verknüpft man die Zeichen der Bestandtheile durch das Additionszeichen +, und zeigt die Wiederholung der Aequivalente durch Vorsetzung eines Coefficienten an, der sich auf alle hinter ihm stehenden neben einander geschriebenen Zeichen bezieht. Derlei Formeln heißen theoretische, im Gegensatze mit den empirischen, welche keine Ansicht über die Gruppirungsweise der Bestandtheile zusammengesetzter Stoffe in der Verbindung selbst aussprechen.

So bedeutet z. B. K Kalium, O Sauerstoff, S Schwefel; um die Zusammensetzung des Kaliumoxydes, welches aus 1 Mischungsgewicht Kalium und 1 M. G. Sauerstoff besteht, anzuzeigen, schreibt man KO; die

Schwefelſäure enthält 1 M. G. Schwefel und 3 M. G. Sauerſtoff, ihre Formel iſt ſonach SO_3; Schwefelſäure und Kaliumoxyd geben ein Salz als deſſen theoretiſche Formel man den Ausdruck $SO_3 + KO$ anzuſehen pflegt, deſſen empiriſche Formel aber jedenfalls SKO_4 iſt. Man könnte das genannte Salz auch als eine Verbindung von SO_4 mit K betrachten, und dann wäre ſeine theoretiſche Formel $SO_4 + K$. Doppeltſchwefelſaures Kali wird, im Einklange mit ſeiner Benennung, durch die Formel $2S_2O + KO$ vorgeſtellt.

Dieſe Schreibart der chemiſchen Formeln iſt die dem Anfänger anſchaulichſte, und wird auch in neuern Werken vorzugsweiſe gebraucht. Manche Schriftſteller hängen die Wiederholungszeiger den Zeichen der Stoffe rechts oben in Form eines Exponenten an. Die von Berzelius urſprünglich eingeführte auf die von ihm adoptirten Atomgewichte ſich beziehende Bezeichnungsweiſe gibt den Formeln eine ſehr compendiöſe Geſtalt. Sauerſtoffatome werden nach dieſer Methode durch Puncte über dem Zeichen des Radicals, Schwefelatome durch Accente, Doppelatome durch einen mitten durch das Zeichen des einfachen Atoms geführten Strich angedeutet. Dem gemäß iſt $\dot{S}$ das Zeichen der Schwefelſäure, $\dot{K}$ jenes des Kaliumoxydes, $\dot{S}\dot{K}$ und $\ddot{S}^2\dot{K}$ ſind die Zeichen des einfach und doppelt ſchwefelſauren Kali. Hiedurch werden allerdings viele Wiederholungszeiger und Additionszeichen, jedoch wohl nur auf Koſten der Klarheit und Bequemlichkeit erſpart.

60. Verhalten der Sauerſtoffſäuren gegen Oxyde. Zum Verſtändniß der im Folgenden vorzutragenden Erſcheinungen iſt es nöthig mit nachſtehenden Erfahrungsſätzen bekannt zu ſeyn: 1) Keine Sauerſtoffſäure verbindet ſich mit einem Metalle als ſolchem, ſondern nur mit Metalloxyden. 2) Nur gewiſſe Oxydationsſtufen der Metalle ſind zur Verbindung mit einer Säure geeignet. Ein Oxyd, welches zu viel Sauerſtoff enthält, um von jeder Säure aufgenommen zu werden, heißt ein Hyperoxyd (Superoxyd); ein Oxyd, welches hiezu zu wenig Sauerſtoff enthält, heißt ein Suboxyd. Aus dieſen Sätzen fließen folgende Ergebniſſe: 3) Wird ein Metall von einer Säure angegriffen, ſo tritt entweder die Säure an das Metall Sauerſtoff ab, oder es iſt ein anderer Stoff gegenwärtig, der den zur Oxydation des Metalles nöthigen Sauerſtoff liefert. Im erſten Falle wird ein Theil der Säure auf eine niedrigere Oxydationsſtufe geſetzt, oder gar alles Sauerſtoffes beraubt, und das Radical tritt in Freiheit; im zweiten erfolgt eine Zerlegung des die Verbindung der Säure mit dem Oxyde vermittelnden zuſammengeſetzten Stoffes. 4) Bei der Einwirkung einer Säure auf ein Superoxyd geht dieſes in eine niedrigere Oxydationsſtufe über; der abgegebene Sauerſtoff entweicht entweder, oder er tritt an die Säure, deren Radical dadurch höher oxydirt wird, oder er verbindet ſich mit einem andern gegenwärtigen Stoffe.

Auf dem Verhalten des Manganhyperoxydes (Braunſteins) in Berührung mit Schwefelſäure beruht eine Darſtellungsweiſe des Sauerſtoffgaſes. Uebergießt man nämlich Braunſtein mit Schwefelſäure und erwärmt das Gemenge, ſo wird ſo viel Sauerſtoff frei, als nöthig iſt, um das Manganhyperoxyd auf Manganoxydul herabzuſetzen, welches ſich mit der Schwefelſäure verbindet. Man bekommt auf dieſem Wege mehr

Sauerſtoffgas, als wenn man den Braunſtein der heftigſten Glühhitze ausſetzt.

61. **Analyſe und Syntheſe des Waſſers.** Das Waſſer in reinem Zuſtande iſt eine chemiſche Verbindung des Sauerſtoffes mit einem andern Grundſtoffe, welcher den Namen Waſſerſtoff, (Hydrogen) führt, und im iſolirten Zuſtande, ſo wie der Sauerſtoff bis jetzt nur in der Gasform dargeſtellt wurde. Die hier ausgeſprochene chemiſche Beſchaffenheit des Waſſers kann durch Zerlegung und Zuſammenſetzung deſſelben (durch Analyſe und Syntheſe) nachgewieſen werden.

Analyſe des Waſſers. Man verbinde eine kleine Retorte, worin ſich eine bekannte Menge reines Waſſer befindet, mit einem eiſernen, kleine Eiſenſtücke (Nägel) oder ein Drahtbündel enthaltenden und durch einen Windofen gehenden Rohre, und ſetze daran ein Abzugsrohr, das zu einer zweihälſigen Flaſche und von dieſer unter einen auf der Brücke der pneumatiſchen Wanne ſtehenden, mit Waſſer gefüllten Recipienten führt. Bringt man nun das eiſerne Rohr zum Glühen, und das Waſſer in der Retorte zum Sieden, ſo ſind die Waſſerdämpfe genöthiget durch das Rohr zu gehen und da mit dem glühenden Eiſen in Berührung zu treten; ſogleich erſcheint im Recipienten eine Luftart, in der kühlgehaltenen Flaſche aber nur eine geringe Menge Waſſer. Das Eiſen im Rohre hat an Gewicht zugenommen, und dieſelbe Veränderung erlitten, die ihm bei höherer Temperatur in Berührung mit Sauerſtoffgas zu Theil wird; es hat ſich orydirt, und in Folge deſſen an Gewicht gewonnen; addirt man die Gewichtzunahme zu dem Gewichte des erhaltenen Gaſes und des in der Flaſche angeſammelten Waſſers, ſo erhält man das Gewicht des in der Retorte verſchwundenen Waſſers zur Summe. Das Gas iſt farblos, wie atmoſphäriſche Luft, aber brennbar, denn es läßt ſich in Berührung mit dieſer oder mit Sauerſtoffgas leicht entzünden, ſogar durch einen elektriſchen Funken und durch die Einwirkung fein zertheilten Platins (Platinſchwamm); jedoch zur Unterhaltung des Brennens anderer Körper taugt es nicht; denn ein brennendes Licht verlöſcht darin ſogleich. Dieſes Gas iſt der Waſſerſtoff, und der beſchriebene Verſuch beweiſet, daß das Waſſer aus Sauerſtoff und Waſſerſtoff beſteht, d. h. ein Oxyd des Waſſerſtoffes iſt.

Syntheſe des Waſſers. Verbrennt man Waſſerſtoffgas in Berührung mit Sauerſtoffgas, ſo bildet ſich, auch wenn man beide Gaſe in vollkommen trockenem Zuſtande anwendet, Waſſer als Verbrennungsproduct: man kann auf dieſe Weiſe, bei gehörigem Vorrathe an beiden Gaſen, beliebige Mengen Waſſer künſtlich erzeugen. Unterſucht man die Rauminhalte der hiezu verbrauchten Gasmengen, ſo findet man, daß, gleichen Druck und gleiche Temperatur vorausgeſetzt, ſich genau 2 Maße Waſſerſtoffgas mit 1 Maß Sauerſtoffgas zu Waſſer verbinden.

Um dieß durch einen Verſuch im Kleinen nachzuweiſen, bringe man in eine mit Queckſilber gefüllte und auch damit geſperrte, mit einer Volumſcale verſehenen Glasröhre 2 Raumtheile Waſſerſtoffgas und 1 Theil Sauerſtoffgas (dieſe Raumtheile auf einerlei Druck und

Temperatur bezogen), und laſſe mittels zweier, am oberen geſchloſſenen Theile der Röhre luftdicht in ſelbe eingefügten Platindrähte, deren Enden im Innern der Röhre einander in geringer Entfernung gegenüber ſtehen, einen elektriſchen Funken durch das Gasgemenge ſchlagen, ſo verſchwindet alles Gas ohne andern Rückſtand als das daraus erzeugte Waſſer. Hat man aber das erwähnte Verhältniß der Rauminhalte beider Gaſe nicht ſcharf getroffen, ſo bleibt von dem im Ueberſchuſſe vorhandenen Gaſe ein Rückſtand, und was verſchwunden iſt, entſpricht genau dem Verhältniſſe von 2 Volumtheilen Waſſerſtoffgas und 1 Volumtheile Sauerſtoffgas.

Dem Gewichte nach verbindet ſich 1 Theil Waſſerſtoff mit 8 Theilen Sauerſtoff zu Waſſer. Genauer als es auf dem oben angezeigten analytiſchen Wege möglich iſt, findet man dieſes Verhältniß durch folgendes ſynthetiſche Verfahren: Man laſſe vollkommen trockenes Waſſerſtoffgas über eine abgewogene Menge erhitztes Kupferoxyd ſtreichen. Der Waſſerſtoff verbindet ſich mit dem Sauerſtoffe des Kupferoxydes zu Waſſer und das Kupfer wird in den metalliſchen Zuſtand verſetzt. Fängt man das erzeugte Waſſer mit Sorgfalt auf, zu welchem Zwecke es unerläßlich iſt, den Waſſerdampf, welcher mit dem überſchüſſigen Waſſerſtoffgaſe entweichen würde, mittelſt Chlorcalcium zurückzuhalten, ſo gibt die Vergleichung des Gewichtverluſtes des Kupferoxydes mit dem Gewichte des entſtandenen Waſſers (die Gewichtzunahme des Chlorcalciums mitgerechnet) den Sauerſtoffgehalt des Waſſers an. Durch dieſes, einer großen Schärfe fähige Verfahren hat man gefunden daß 9 Gewichttheilen Waſſer 8 Gewichttheile Sauerſtoff entſprechen. Es beſtehen alſo 9 Gewichttheile Waſſer aus 8 Theilen Sauerſtoff und 1 Theil Waſſerſtoff.

Die direkte Verbindung größerer Mengen Waſſerſtoff und Sauerſtoff in Gasform erfordert Vorſicht; iſt nämlich Waſſerſtoffgas mit Sauerſtoffgas gemengt, und wird das Gemenge angezündet, ſo verbreitet ſich, weil allenthalben Waſſerſtofftheilchen mit Sauerſtofftheilchen in Berührung ſind, die Verbrennung in der ganzen Maſſe mit ungeheuer Schnelligkeit, und es bildet ſich überall in demſelben Augenblicke Waſſer. Weil aber bei dem Verbindungsacte des Waſſerſtoffes mit dem Sauerſtoffe eine ſehr große Hitze entſteht, ſo tritt dieſes Waſſer als Dampf mit großer Spannkraft auf, d. h. es erfolgt eine Exploſion, welche nur ſehr ſtarke Gefäße Widerſtand leiſten. Iſt das Gefäß zu ſchwach, um den plötzlichen Druck des glühendheißen Waſſerdampfes auszuhalten, ſo wird es zerſprengt, und es entſteht in Folge der Erſchütterung der umgebenden Luft ein Knall. Die Erſchütterung der Luft iſt hiebei beſonders heftig, weil der ſeine Wärme verlierende Waſſerdampf gleich darauf ſich zu tropfbarem Waſſer verdichtet, wodurch ein leerer Raum entſteht, in welchen die Luft mit Gewalt eindringt; darum heißt auch ein Gemenge von Waſſerſtoffgas und Sauerſtoffgas *Knallluft*. Sie wirkt am ſtärkſten, wenn beide Gaſe in dem zur Waſſerbildung ohne Rückſtand eines Beſtandtheiles nöthigen Verhältniſſe (2 Maß Waſſerſtoffgas auf 1 Maß Sauerſtoffgas) angewendet werden. Man füllt, um einen ſtarken Knall gefahrlos hervorzubringen, Seifenblaſen mit dem Gemenge und zündet ſelbe an. Auch ein Gemenge von 1 Maß Waſſerſtoffgas mit 2 Maß atmoſphäriſcher Luft detonirt heftig.

Will man daher Waſſer in größerer Menge unmittelbar aus ſeinen Beſtandtheilen zuſammenſetzen, ſo muß man Waſſerſtoffgas aus einer Röhre in ein mit Sauerſtoffgas gefülltes Gefäß mit der Vorſicht ſtrömen laſſen, das Gas ſogleich bei ſeinem Austreten anzuzünden und den Zufluß beider Gaſe aus abgeſonderten Behältern nach Bedarf zu reguliren. Die Waſſerbildung ſieht man übrigens ohne alle Gefahr hinreichend deutlich, wenn man ein Glasgefäß über eine Waſſerſtoffgasflamme hält, ſo daß die Flamme innerhalb des Gefäßes brennt und die atmoſphäriſche Luft von unten Zutritt hat; alsbald erſcheint die innere Wand des Gefäßes mit einer Waſſerſchichte überzogen, welche ſich leicht ſo weit vermehren läßt, daß das Waſſer an der Gefäßwand herabfließt.

Ein Löthrohr, durch welches aus Kautſchuckſchläuchen ein Strom Waſſerſtoffgas und Sauerſtoffgas dergeſtalt geleitet wird, daß die Gaſe ſich kurz vor der Mündung des Rohres mengen, liefert, wenn man das herausſtrömende Gemenge anzündet, eine Flamme, deren Hitze zu den höchſten bis jetzt erreichten Temperaturgraden gehört. Platin ſchmilzt darin mit Leichtigkeit.

Waſſerſtoffgas wird ohne Feuerung auf eine bequeme Weiſe dargeſtellt, wenn man Eiſen oder noch beſſer Zink mit verdünnter Schwefelſäure in Berührung bringt. Das Waſſer der Säure wird hiebei zerlegt, der Sauerſtoff des Waſſers oxydirt das Metall, und das Oxyd verbindet ſich mit der Säure, der Waſſerſtoff des Waſſers aber wird in Freiheit geſetzt. [Vergl. 60. 3.]. Doch iſt das ſo erhaltene Waſſerſtoffgas, wenn man verkäufliches Zink anwendet, nicht chemiſch rein, und muß daher, ehe es zum wiſſenſchaftlichen Gebrauche dienen kann, von den fremdartigen Stoffen, die es mit ſich führt, und denen auch der Geruch des Gaſes zuzuſchreiben iſt, gereiniget werden. Dieß geſchieht, wenn man das Gas durch paſſende Flüſſigkeiten leitet, welche dieſe Stoffe aufnehmen. Dergleichen ſind: Queckſilberſublimatlöſung wegen des Arſeniks, Kalilöſung wegen des Schwefels, welche Stoffe dem Zinke beigemengt ſind, und in das Waſſerſtoffgas übergehen; Weingeiſt, um das aus dem Kohlenſtoffgehalte des Zinkes und dem Waſſerſtoffe ſich bildende Oel wegzuſchaffen.

Auf der merkwürdigen Eigenſchaft des Waſſerſtoffgaſes, in Berührung mit Sauerſtoffgas oder atmoſphäriſcher Luft mittelſt eines electriſchen Funkens, desgleichen durch Platinſchwamm, welcher, ſobald er von dem Gasgemenge getroffen wird, erglühet, zum Brennen gebracht zu werden, einerſeits, und auf der Entwickelung des Waſſerſtoffgaſes mittelſt verdünnter Schwefelſäure und Zink andererſeits, beruht die Einrichtung der Waſſerſtoffgas-Zündmaſchinen. Auch laſſen ſich dieſe Arten, das Waſſerſtoffgas zu entzünden, zur Demonſtration der Waſſerbildung aus Sauerſtoff und Waſſerſtoff benützen, zu welchem Behufe man verſchiedene compendiöſe Apparate hat.

62. Miſchungsgewichte der Beſtandtheile des Waſſers. Da im Waſſer 8 Gewichttheile Sauerſtoff mit 1 Gewichttheil Waſſerſtoff verbunden ſind, ſo verhalten ſich die Miſchungsgewichte des Sauerſtoffes und des Waſſerſtoffes, oder gewiſſe Vielfachen dieſer Miſchungsgewichte, wie die Zahlen 8 und 1. Am einfachſten iſt es im Waſſer bloß 1 Miſchungsgewicht Sauerſtoff und 1 Miſchungsgewicht Waſſerſtoff anzunehmen. Bezeichnet man das Miſchungsgewicht des Sauerſtoffes mit O und das Miſchungsgewicht des Waſſerſtoffes mit H, ſo iſt nach dieſer Annahme $O : H = 8 : 1$ mithin $O = 8H$, und man hat HO als Zuſammenſetzungsformel des Waſſers. Sobald alſo über

den Werth einer der Zahlen O, H verfügt worden ist, steht über den Werth der andern nicht mehr die Wahl frei, sondern dieser ist durch obige Gleichung gegeben. Am passendsten erscheint es H = 1 zu setzen. Dieß angenommen, ergibt sich O = 8.

Die obige Wahl der Mischungsgewichte des Sauerstoffes und Wasserstoffes erfreut sich ihrer Einfachheit wegen eines immer größer werdenden Zuspruches und dürfte bald die allgemein herrschende seyn. Ihr steht die Annahme gegenüber, daß, weil 2 Raumtheile Wasserstoff sich mit 1 Raumtheil Sauerstoff zu Wasser verbinden, in diesem 2 Mischungsgewichte Wasserstoff und 1 Mischungsgewicht Sauerstoff enthalten sind. Diesem gemäß wird H_2O die Zusammensetzungsformel des Wassers und man hat $O : 2H = 8 : 1$ also $O = 16H$ Wollte man hier für O den obigen Werth 8 beibehalten, so müßte man $H_2 = 1$ also $H = \frac{1}{2} = 0{,}5$ setzen. Mehrere Chemiker, welche für das Wasser die Formel H_2O gelten lassen, setzen $O = 100$, mithin $H = \frac{100}{16} = 6{,}25$. Diejenigen, welche sich auf die Angabe eigentlicher Atomgewichte (52) einlassen, gehen von der ganz willkürlichen Annahme aus, daß gleiche Rauminhalte Sauerstoff- und Wasserstoffgas bei gleicher Spannung und Temperatur gleichviel Atome in sich fassen. Sonach würde ein Atom Wasser durch Vereinigung von 2 Wasserstoffatomen mit 1 Sauerstoffatom gebildet und, das Atomgewicht des Sauerstoffes = 100 oder = 1 gesetzt, wäre das Atomgewicht des Wasserstoffes = 6,25 oder = 0,0625. Nach diesen Andeutungen wird man sich in einer chemischen Schrift leicht orientiren, sobald man nur auf die darin herrschende Darstellungsweise der Zusammensetzung des Wassers achtet.

Man kennt noch eine andere Verbindung des Wasserstoffes mit dem Sauerstoffe, nämlich das von Thenard entdeckte Wasserstoffsuperoxyd, dessen Formel, wenn HO die Zusammensetzung des Wassers ausdrückt, HO_2 ist. Das Superoxyd des Wasserstoffes bildet sich, wenn Säuren auf in Wasser gelöstes Bariumsuperoxyd einwirken, wobei der überschüssige Sauerstoff des letzteren auf das Wasser [60 4] übergeht; durch schickliche Operationen können die fremdartigen Stoffe entfernt werden, und man erhält das Wasserstoffsuperoxyd isolirt. Es erscheint als eine dickflüssige farblose Substanz, die den Sauerstoff in der Wärme leicht fahren läßt, und sich auch bei gewöhnlicher Temperatur durch bloße Berührung mit gewissen Stoffen, z. B. Gold, Silber, Bleioxyd u. a., in Sauerstoff und Wasser zerlegt.

63. Wasserstoff-Eudiometer. Die Leichtigkeit, mit welcher sich der Wasserstoff mit dem Sauerstoffe zu Wasser verbindet, und die Einfachheit des Verhältnisses der hiezu nöthigen Rauminhalte der Gase eignet das Wasserstoffgas trefflich zur Bestimmung des Sauerstoffgehaltes der atmosphärischen Luft oder eines andern Gasgemenges. Hierauf gründet sich das von Volta zuerst angegebene und nachher von Gay-Lussac, Döbereiner, Ure verbesserte Eudiometer. In der Form, welche der zuletzt genannte Gelehrte ihm gegeben hat, besteht es aus einer gebogenen Glasröhre mit gleichlangen parallelen Schenkeln, wovon der eine geschlossen ist, eine Volumscale an sich trägt, und am obern Ende die zur Durchleitung eines elektrischen Funkens nöthigen, luftdicht in die Rohrenwand eingefügten Platindrähte enthält. Durch den offenen Schenkel wird die Sperrflüssigkeit, Wasser oder

Queckſilber, womit man beide Schenkel bei dem Anfange der Operation füllt, eingeführt. Man läßt in den geſchloſſenen Schenkel eine geringe Menge atmoſphäriſcher Luft oder des zu unterſuchenden Gasgemenges aufſteigen, mißt das Volum der Luftmaſſe, und fügt Waſſerſtoffgas hinzu, deſſen Volum aus dem Geſammtvolum der Gaſe in der Röhre erſichtlich iſt. Um die Gaſe ſtets unter einerlei Druck zu beobachten, regulirt man die Sperrflüſſigkeit im offenen Schenkel ſo, daß ſie bei aufrechter Stellung des Inſtrumentes in beiden Schenkeln gleichen Stand hat. Wird ein elektriſcher Funke durch das Gasgemenge geleitet, ſo verſchwindet ein Luftvolum, deſſen dritter Theil von dem vorhandenen Sauerſtoffgaſe, die anderen zwei Drittheile vom Waſſerſtoffgaſe herrühren, womit ſich der Sauerſtoff zu Waſſer vereinigt hat. Zeigt es ſich, daß hiezu nicht aller in die Röhre gebrachte Waſſerſtoff verwendet wurde, ſo iſt der zu unterſuchenden Luft ſicher aller Sauerſtoff entzogen worden, und man erfährt dadurch ihren Sauerſtoffgehalt. Iſt aber aller Waſſerſtoff conſumirt worden, ſo bleibt es zweifelhaft, ob nicht noch ein Rückſtand an Sauerſtoff vorhanden ſey: man muß daher noch Waſſerſtoff zuſetzen und die Durchleitung des elektriſchen Funkens wiederholen, oder die Operation mit mehr Waſſerſtoff von Neuem beginnen. Es ſetzt jedoch dieſes Verfahren voraus, daß das zu unterſuchende Gasgemenge kein vom Waſſerſtoff verſchiedenes brennbares Gas enthalte, welches ſich mit dem Sauerſtoffe in einem eigenen Verhältniſſe verbindet; hierüber läßt ſich vor Einführung des Waſſerſtoffgaſes mittelſt des elektriſchen Funkens leicht entſcheiden. Um bei dem Verſuche die Wirkung der Exploſion der Knallluft auf die Sperrflüſſigkeit zu mäßigen und einem Verluſte an Gas vorzubeugen, verſchließt man die Mündung des nicht ganz mit der Sperrflüſſigkeit gefüllten offenen Schenkels während des Durchſchlagens des elektriſchen Funkens mit dem Finger, wobei die unter dem Finger befindliche Luft die Function einer elaſtiſchen Feder verrichtet.

Bei einem Verſuche dieſer Art brachte man zu 43 Raumtheilen atmoſphäriſcher Luft ſo viel Waſſerſtoffgas, daß das Ganze 72 Raumtheile einnahm. Nach der Exploſion waren noch 45 Raumtheile übrig; es wurden alſo 27 Raumtheile Gas conſumirt, welche 9 Theilen Sauerſtoffgas und 18 Theilen Waſſerſtoffgas entſprechen. Da zu dem Verſuche 72 — 43 = 29 Theile Waſſerſtoffgas in die Röhre kamen, ſo wurde nicht aller Waſſerſtoff verbraucht. Es enthielten demnach die 43 Raumtheile atmoſphäriſche Luft 9 Theile Sauerſtoffgas, oder in 100 Raumtheilen Luft waren 20,9 Theile Sauerſtoffgas und 79,1 Theile Stickgas. Wiederholte zu verſchiedenen Zeiten und an verſchiedenen Orten angeſtellte Verſuche führten ſtets zu demſelben Reſultate.

Es iſt klar, daß obiges auf das Verhalten des Sauerſtoffes gegen den Waſſerſtoff ſich gründende Verfahren einen beſonderen, von dem früher gegebenen unabhängigen Beweis für die Zuſammenſetzung der atmoſphäriſchen Luft liefert.

64. Chemiſcher Character des Waſſers. Das Waſſer dient nicht nur als Auflöſungsmittel vieler Stoffe, mit denen es ſich innerhalb der Sättigungsgrenze in jedem Verhältniſſe vereinigt, ſondern es geht auch mit vielen Stoffen innigere, nämlich wahre chemiſche Ver-

bindungen ein, wobei es dem Geſetze der beſtimmten Verhältniſſe und der Vielfachen Folge leiſtet. Derlei Verbindungen heißen im Allgemeinen *Hydrate*. Der Waſſergehalt hat auf die Eigenſchaften eines Stoffes einen bedeutenden Einfluß, ja er iſt oft die Bedingung der Exiſtenz eines zuſammengeſetzten Stoffes. Mehrere Oxyde erhalten dadurch die Fähigkeit zu kryſtalliſiren; dasſelbe findet insbeſondere bei Salzen ſtatt, weßwegen das mit denſelben verbundene Waſſer *Kryſtallwaſſer* heißt. In manchen Fällen zeigt das Waſſer keine deutlich ausgeſprochene ſaure oder baſiſche Natur, und erſcheint daher als ein *indifferentes* Oxyd; doch gibt es nicht wenige Verbindungen, in denen das Waſſer entſchieden die Rolle einer Säure, und andere, in denen es die Rolle einer Baſis ſpielt; im erſten Falle kann es nur durch Säuren, im letzteren nur durch Baſen ausgetrieben werden.

Wegen der Leichtigkeit, mit welcher das Waſſer eine große Anzahl von Stoffen aufnimmt, iſt das gewöhnlich vorkommende Quell- oder Brunnenwaſſer keineswegs rein, ſondern es enthält außer bloß beigemengten Stoffen, theils abſorbirte Luft und andere Gaſe, theils hat es Salze aufgelöſet, ohne welche es ein geſchmackloſes, unangenehmes Getränk wäre. Reiner iſt das Flußwaſſer, ziemlich rein das Regen- und Schneewaſſer. Um reines Waſſer zu erhalten, muß man das gewöhnlich vorfindige deſtilliren, d. h. es zum Sieden bringen und den Dampf in einem kühl gehaltenen Gefaße condenſiren.

Nähere Betrachtung einiger der wichtigſten Sauerſtoffſäuren und Oxyde nicht metalliſcher Radicale.

65. **Säuren des Stickſtoffes.** Man kennt vier verſchiedene Verbindungsſtufen des Stickſtoffes mit dem Sauerſtoffe, nämlich die *Salpeterſäure*, die *ſalpetrige* Säure, das *Stickoxyd* und das *Stickoxydul*. Denkt man ſich den Sauerſtoff und Stickſtoff in Gasform (bei gleicher Temperatur und Spannung), ſo geben 2 Volume Stickgas mit 5 Vol. Sauerſtoffgas Salpeterſäure, mit 3 Vol. Sauerſtoffgas ſalpetrige Säure, mit 2 Vol. Sauerſtoffgas Stickoxyd (und zwar 4 Vol) und mit 1 Vol. Sauerſtoffgas Stickoxydul (2 Vol.). Dieß veranlaßte für 1 M.·G. Stickſtoff in der Salpeterſäure 5 M. G. Sauerſtoff, in der ſalpetrigen Säure 3 M. G., im Stickoxyd 2 M. G. und im Stickoxydul 1 M. G. Sauerſtoff vorauszuſetzen, wornach ſich für die genannten Stoffe, wenn man das Miſchungsgewicht des Stickſtoffes mit N bezeichnet, die Zuſammenſetzungsformeln NO_5, NO_3, NO_2, NO ergeben. Da die Gewichte gleicher Volume Sauerſtoffgas und Stickgas unter einerlei Umſtänden nahe im Verhältniß 8 : 7 ſtehen, ſo hat man für H = 1, wobei O = 8 iſt, N = 14 zu ſetzen.

Der Stickſtoff verbindet ſich mit dem Sauerſtoffe nicht direct; wenn er aber gerade die Verbindung mit andern Stoffen verläßt, mithin ſich im Zuſtande feinſter Vertheilung (Status nascens) befindet, und zugleich Kali, Kalk oder eine andere Salzbaſis gegenwärtig iſt, ſo bilden ſich ſalpeterſaure Salze. Dieß geſchieht bei der Verweſung ſtickſtoffhaltiger (thieriſcher) Subſtanzen in Berührung mit genannten Salzbaſen, wobei hauptſächlich die atmoſphäriſche Luft den zur Erzeu-

gung der Salpeterſäure nöthigen Sauerſtoff liefert. Hierauf gründet ſich die Entſtehung des ſalpeterſauren Kali (Salpeter) und anderer ſalpeterſauren Salze in der Natur, und die abſichtliche Erzeugung ſolcher Salze, namentlich des ſalpeterſauren Kalkes, in den Salpeterplantagen; letzteres Salz wandelt man mittelſt Pottaſchenlauge in Salpeter um, deſſen Gewinnung eigentlich beabſichtiget wird.

Aus dem Salpeter läßt ſich die Salpeterſäure darſtellen. Dieſe Säure wird nämlich aus genanntem Salze bei höherer Temperatur durch Schwefelſäure ausgetrieben, welche ſich mit dem Kali des Salpeters zu ſchwefelſaurem Kali verbindet. Man erhält ſo die Salpeterſäure im Hydratzuſtande; für ſich allein, ohne Waſſer, kann ſie gar nicht exiſtiren, ſondern zerlegt ſich, ſobald ihr das Waſſer vollſtändig entzogen wird, in Stickſtoff und Sauerſtoff. Daher gibt der Salpeter in der Glühhitze, wodurch er in ſeine Säure und Baſis zerfällt, nur ein Gemenge von Sauerſtoffgas und Stickgas, und das Kali bleibt zurück. Im concentrirteſten Zuſtande enthält die Salpeterſäure gerade ſo viel Waſſer, daß auf jedes M. G. Säure 1 M. G. Waſſer kommt; ihre Formel iſt ſonach $NO_5 + HO$. Die mehr Waſſer enthaltende (verdünnte) Säure heißt im gemeinen Leben Scheidewaſſer, weil ſie zur Scheidung des Goldes, welches ſie nicht angreift, von andern Metallen dient. An die Metalle, auf welche ſie einwirkt, tritt ſie einen Theil ihres Sauerſtoffes ab; der Theil der Säure, welcher Sauerſtoff hergibt, verwandelt ſich in Stickoxyd oder in Stickoxydul, was uns Mittel darbietet, letztere Stoffe darzuſtellen.

Das Stickoxyd (auch Salpetergas genannt) erhält man durch Uebergießen von Kupferfeile mit Salpeterſäure. Es iſt eine farbloſe Gasart, die vom Waſſer nur in geringer Menge aufgenommen wird. In Berührung mit atmoſphäriſcher Luft oder mit Sauerſtoffgas geht das Stickoxyd ſogleich in eine höhere Oxydationsſtufe des Stickſtoffes, nämlich bei gewöhnlicher Temperatur größtentheils, bei ſehr niedriger Temperatur ganz in ſalpetrige Säure über, die in reinem Zuſtande als eine dunkelgrüne, ſehr flüchtige, bei großer Kälte farbloſe tropfbare Flüſſigkeit, mit Salpeterſäure verbunden aber dunkelroth erſcheint; deßwegen bildet das Stickoxyd an der Luft dunkelrothe Dämpfe, welche vom Waſſer begierig aufgenommen werden. Solche rothe Dämpfe ſtößt auch Salpeterſäure aus, worin ſalpetrige Säure enthalten iſt, und heißt dann rauchende Salpeterſäure. Concentrirte waſſerhelle Salpeterſäure zerlegt ſich theilweiſe im Sonnenlichte, und erhält in Folge der entſtandenen ſalpetrigen Säure eine gelbrothe Färbung.

Stickoxydul bildet ſich, wenn Zink in ſehr verdünnte Salpeterſäure, oder wenn feuchte Eiſenfeile in Stickoxyd gebracht wird; am zweckmäßigſten bereitet man es durch Erhitzen des ſalpeterſauren Ammoniaks $NO_5 + NH_3$ (ſ. 74) bis zum Schmelzen, wobei dieſes Salz ſich in Stickoxydul und Waſſer zerlegt. Es iſt eine farbloſe Gasart, wird vom Waſſer aufgenommen, und übt eingeathmet eine berauſchende Wirkung aus. Durch ſtarke Compreſſion geht das Gas in den tropf-

baren Zuſtand über. Joh. Natterer in Wien hat mittels ſeines Compreſſionsapparates zuerſt größere Mengen der Flüſſigkeit dargeſtellt und entdeckt, daß dieſe ſelbſt in freier Luft ſich tropfbar erhält, wobei ſie eine Kälte von mehr als — 80° R. zeigt. Durch ihre eigene Verdampfung erſtarrend nimmt ſie die niedrigſte bis jetzt beobachtete Temperatur — 92° R. an.

Mehrere Chemiker betrachten die Verbindung der Salpeterſäure mit der ſalpetrigen Säure als eine eigene Oxydationsſtufe des Stickſtoffes, welcher die Formel NO_4 entſpricht, und unterſcheiden dem gemäß eine ſalpetrige und unterſalpetrige Säure. Als Grund gegen dieſe Anſicht wird der Umſtand geltend gemacht, daß die angebliche Säure NO_4 mit Baſen keine eigenen Salze bildet.

Das Gewichtsverhältniß, in welchem der Sauerſtoff und Stickſtoff in der atmoſphäriſchen Luft erſcheinen, nämlich 23 : 77, paßt, abgeſehen von ſeinen geringen Schwankungen, gar nicht in die Reihe der nach dem Geſetze der Vielfachen fortſchreitenden Verhältniſſe, in welchen dieſe Stoffe ſich zu Stickoxydul, Stickoxyd, ſalpetriger Säure und Salpeterſäure verbinden. Dieß iſt ein ſchlagender Beweisgrund für die Richtigkeit der Behauptung, daß die atmoſphäriſche Luft als keine chemiſche Verbindung von Sauerſtoff und Stickſtoff betrachtet werden dürfe.

66. **Säuren des Schwefels.** Der Schwefel S liefert mit dem Sauerſtoffe verſchiedene Verbindungen; diejenigen, welche man gegenwärtig kennt, ſind ſämmtlich Säuren, nämlich die Schwefelſäure SO_3, die Unterſchwefelſäure S_2O_5, die ſchweflige Säure SO_2, die Niederſchwefelſäure S_3O_5, die unterſchweflige Säure SO und die niederſchweflige Säure S_4O_5. Wir betrachten hier nur die Schwefelſäure und die ſchweflige Säure.

Erhitzt man Schwefel unter dem Zutritte der atmoſphäriſchen Luft, ſo ſchmilzt er und entzündet ſich zuletzt (in einem verſchloſſenen Gefäße, worin ſich nur wenig Luft befindet, verwandelt er ſich bloß in Dampf); das Verbrennungsproduct des Schwefels iſt ſchweflige Säure, ein Gas, das vom Waſſer begierig verſchluckt wird, ſelbſt im trockenen Zuſtande aber ſich durch mäßigen Druck oder Kälte in eine äußerſt bewegliche waſſerhelle tropfbare Flüſſigkeit verwandelt, die ſchon bei — 8° R. ſiedet, und ihrer Flüchtigkeit wegen die Körper, welche damit benetzt werden, ſehr ſtark abkühlt. Der erſtickende Rauch, den brennender Schwefel verbreitet, iſt nichts anders als ſchweflige Säure, die ſich des Waſſers, welches ſtets in Dunſtform in der atmoſphäriſchen Luft vorhanden iſt, bemächtiget hat, und ſolchergeſtalt höchſt feinzertheilte Tropfen (Nebel) bildet, wodurch ſie ſichtbar wird.

In Berührung mit geeigneten ſauerſtoffhältigen Subſtanzen wird die ſchweflige Säure zur Schwefelſäure oxydirt. Dazu kann ſalpetrige Säure dienen, welche zwar nicht in trockenem Zuſtande, wohl aber, wenn Waſſer zugegen iſt, in Folge der großen Verwandtſchaft der Schwefelſäure zum Waſſer, zur Abtretung von Sauerſtoff an die ſchweflige Saure disponirt wird, und in Stickoxyd übergeht. Da dieſes in Berührung mit atmoſphäriſcher Luft ſich ſogleich wieder

in salpetrige Säure verwandelt, so kann ein gewisses Quantum Stickoxyd eine große Menge schweflige Säure in Schwefelsäure umwandeln. Hierauf beruht die fabrikmäßige Darstellung der englischen Schwefelsäure durch Verbrennen von Schwefel in Berührung mit Salpeter, dessen Zersetzung die zum Beginnen der Operation nöthige salpetrige Säure liefert. Da man hiebei eine größere Wassermenge einwirken läßt, so muß die erhaltene tropfbare Säure durch Abdampfen concentrirt werden; im concentrirtesten Zustande enthält sie auf 1 M. G. Säure 1 M. G. Wasser, das man ihr durch bloße Erhitzung nicht weiter entziehen kann.

Die Schwefelsäure wird auch durch Zerlegung des Eisenvitriols, d. i. des schwefelsauren Eisenoxyduls mittelst Hitze gewonnen. Die so bereitete Säure heißt Vitriolöl (sächsisches Schwefelöl, Nordhauser Oel) und enthält einen Ueberschuß von wasserfreier Schwefelsäure, welche sich daraus durch Destillation in Form atlasähnlicher Krystalle abscheiden läßt.

Die Schwefelsäure verbindet sich mit dem Wasser unter Volumverkleinerung und starker Erhitzung. In einige Metalle, z. B. Kupfer, Quecksilber tritt sie Sauerstoff ab, um die so gebildeten Oxide aufzulösen, und scheidet schweflige Säure aus: dieß gibt ein bequemes Mittel zur Darstellung letzterer Säure an die Hand.

67. Verbindungen des Kohlenstoffes mit dem Sauerstoffe. Der Kohlenstoff C, ein bei keiner bis jetzt erreichten Hitze schmelzbarer Stoff, der den Hauptbestandtheil der Pflanzen- und Thierkohle ausmacht, ziemlich rein im Graphit, am reinsten im Diamante vorkommt, geht mit dem Sauerstoffe eine Reihe von Verbindungen ein, von welchen wir hier nur die Kohlensäure CO_2 und das Kohlenoxyd CO näher betrachten.

Die Kohlensäure bildet sich bei dem Verbrennen der Kohle, bei der Weingährung, bei dem Athmungsprocesse, und kann auch durch Zerlegung von Kreide, Marmor, welche Stoffe kohlensaurer Kalk sind, mittelst Schwefelsäure, die sich mit dem Kalke zu Gyps verbindet, dargestellt werden. Sie erscheint unter den gewöhnlichen Umständen als Gas, wird vom Wasser absorbirt und ertheilt demselben einen säuerlichen Geschmack (Sauerbrunn, künstliche Mineralwässer), wirkt eingeathmet tödtend, ist weder brennbar, noch zur Unterhaltung des Brennens geeignet, sinkt in der atmosphärischen Luft zu Boden, weßwegen sie sich aus einem Gefäße in ein anderes übergießen läßt, und kann durch starke Verdichtung, am besten mit Natterer's Apparat tropfbar gemacht werden; in Folge der Kälte, welche durch die Verflüchtigung der tropfbaren Kohlensäure entsteht, erstarrt diese zu einer schneeähnlichen Substanz, die mit Schwefeläther gemengt, die sehr niedrige Temperatur — 78° R. hervorruft.

Das Kohlenoxyd ist ein brennbares, eine blaue Flamme gebendes Gas, wird vom Wasser nicht absorbirt, und ist in größerer Menge eingeathmet dem Leben nicht minder gefährlich, als die Kohlensäure. Es bildet sich beim Verbrennen der Kohle unter gehemmtem Luftzutritte. Man erhält es auch, wenn man der krystallisirten Oxal-

ſäure, welche eine Verbindung einer Kohlenſtoffſäure C_2O_3 mit Waſſer iſt, dieſes, ohne welches ſie nicht beſtehen kann, mittelſt Schwefelſäure entzieht, wobei die Oxalſäure, wie die Gleichung $C_2O_3 = CO_2 + CO$ zeigt, in Kohlenſäure und Kohlenoxyd zerfällt. Leitet man das Gasgemenge durch Kalilöſung, ſo wird die Kohlenſäure vom Kali gebunden, und das Kohlenoxyd iſolirt. In Berührung mit Sauerſtoffgas verbrennend, nimmt das Kohlenoxyd noch 1 M. G. Sauerſtoff auf und verwandelt ſich in Kohlenſäure.

In der atmoſphäriſchen Luft iſt ſtets eine geringe Menge gasförmiger Kohlenſaure enthalten. Dieſe Menge iſt veränderlich, und zwar in der Regel bei Nacht größer als bei Tage; man kann ſie mittelſt ätzender alkaliſcher Löſungen beſtimmen, welche die Kohlenſäure abſorbiren; Barytwaſſer dient hiezu am beſten, auch gebrannter mit Waſſer gelöſchter Kalk kann mit Vortheil angewendet werden. Die Verſuche erfordern, um verläßliche Reſultate zu gewinnen, große Vorſicht. Nach Th. v. Sauſſure's mühſamen, in den Jahren 1827 — 1829 zu Genf angeſtellten Verſuchen betrug der Kohlenſäuregehalt von 10000 Raumtheilen atmoſphäriſcher Luft im Mittel bei Tage 3.38, bei Nacht 4.32 Volumtheile. Der geringſte Kohlenſäuregehalt fiel nicht unter 3, der höchſte erreichte nicht 6 ſolcher Theile.

Der Kohlenſäuregehalt der atmoſphäriſchen Luft ſpielt im Haushalte der Natur eine wichtige Rolle. Die Pflanzen zerlegen unter dem Einfluſſe des Tageslichtes die Kohlenſäure der Luft, und eignen ſich den Kohlenſtoff an, während ſie bei Nacht Kohlenſäure unzerlegt von ſich geben; bei dem Athmungsproceſſe der Menſchen und Thiere wird der Sauerſtoff der Luft conſumirt und Kohlenſäure gebildet, welche ſich in der ausgeathmeten Luft reichlich vorfindet. Es macht daher der Kohlenſtoff durch Vermittlung der Atmoſphäre in der Pflanzen- und Thierwelt einen merkwürdigen Kreislauf.

Aetzende Alkalien und alkaliſche Erden verlieren an der Luft in Folge der aufgenommenen Kohlenſäure dieſen Charakter und werden milde. Da Aetzkalk in Waſſer löslich, kohlenſaurer Kalk aber unlöslich iſt, ſo wird Kalkwaſſer durch Kohlenſäure getrübt. Doch löſet ſich kohlenſaurer Kalk in kohlenſäurehältigem Waſſer auf; dieß iſt der Grund warum Brunnwaſſer, worin ſich ſtets Kohlenſaure vorfindet, kohlenſauren Kalk enthalten kann.

In der Kohlenſäure iſt der Kohlenſtoff mit der größten Menge Sauerſtoff verbunden, die er aufzunehmen vermag, mithin *vollſtändig verbrannt*; im Kohlenoxyd dagegen iſt die Verbrennung des Kohlenſtoffes noch unvollſtändig, und wird erſt durch die Aufnahme eines eben ſo großen Sauerſtoffquantums, als ſich im Kohlenoxyd bereits vorfindet, vervollſtändiget. Die Holzfaſer beſteht aus Kohlenſtoff, Waſſerſtoff und Sauerſtoff, und enthält letztere zwei Stoffe in dem Verhältniſſe, in welchem ſie Waſſer bilden; die Verbrennungsproducte des Holzes ſind demnach Waſſer und Kohlenſäure, vorausgeſetzt daß die Verbrennung vollkommen vor ſich ging, und nicht etwa aus den Elementen des Holzes, die ſich auf vielfache Weiſe zu zuſammengeſetzten Stoffen combiniren können, ſecundäre Producte entſtanden ſind. Bei der vollkommenen Verbrennung iſt auch die Hitze am größten, daher iſt es wichtig bei der Benutzung von Holz oder Kohlen als Feuerungsmaterial den vollkommenſten Verbrennungsproceß einzuleiten.

68. Verbindungen des Phosphors mit dem Sauerſtoffe. Der Phosphor P, ein wachsähnlicher, leicht ſchmelzbarer, ſehr entzündlicher Stoff, verbindet ſich mit dem Sauerſtoffe gleichfalls in meh-

reren Verhältniſſen. Verbrennt Phosphor in trockenem Sauerstoffgas, ſo entſteht waſſerfreie Phosphorſäure PO_5, die man dem Waſſer mehrerer von einander in ihren Eigenſchaften abweichender Hydrate darſtellt. Die Knochen des thierischen Organismus sind vorherrschend phosphorſaurer Kalk, woraus ſich die Phosphorſäure durch Zerlegung mittelſt Schwefelſäure abſcheiden läßt: aus der Phosphorſäure gewinnt man den Phosphor durch Zerlegung mittelſt Kohle. Verbindet ſich der Phosphor mit Sauerſtoff nur langſam, ſo entſteht phosphorige Säure PO_3; ſie bildet den weißen knoblauchartig riechenden Dampf, welchen der Phosphor an der Luft von ſich gibt. Man kennt noch eine unterphosphorige Säure PO und ein Phosphoroxyd P_3O_2.

Verbindungen des Waſſerſtoffes mit nicht metalliſchen Grundſtoffen.

69. Waſſerſtoffſäuren. Der Waſſerſtoff verbindet ſich mit mehreren Stoffen zu Producten, welche den Charakter einer Säure auf das Entſchiedenſte an ſich tragen. Der Analogie mit den Sauerſtoffſäuren und dem chemiſchen Verhalten des Waſſerſtoffes gemäß, ſollte letzterer als das gemeinſchaftliche Radical dieſer Säuren, und der mit dem Waſſerſtoffe verbundene Stoff als der ſäureerzeugende betrachtet werden. Der herrſchende Sprachgebrauch will es jedoch anders; man nennt derlei Säuren Waſſerſtoffſäuren, und den mit dem Waſſerſtoffe verbundenen Beſtandtheil das Radical. Die Namen der Waſſerſtoffſäuren bildet man aus jenem des Radicals, indem man demſelben entweder das Wort »Waſſerſtoffſäure« nach, oder »Hydro« vorſetzt. So ſagt man Schwefelwaſſerſtoffſäure oder Hydrothionſäure; Chlorwaſſerſtoffſäure oder Hydrochlorſäure u. ſ. w. Die Benennung hydrothionige Säure zeigt einen geringeren Waſſerſtoffgehalt an als die Hydrothionſäure beſitzt. Bei der Einwirkung einer Waſſerſtoffſäure auf ein Oxyd zur Bildung eines Salzes tritt die Eigenthümlichkeit ein, daß der Waſſerſtoff der Säure und der Sauerſtoff des Oxydes ein ſolches Verhältniß beobachten, wie es die Waſſerbildung fordert: das Verbindungsproduct kann daher als die Vereinigung des entſtandenen Waſſers mit dem aus dem Radicale der Säure und der Grundlage des Oxyds zuſammengeſetzten Stoffe betrachtet werden. Da ſich aber jenes Waſſer davon ohne Störung ſeiner ſalzartigen Beſchaffenheit abſondern läßt, ſo muß die Exiſtenz von Salzen zugegeben werden, die nicht aus einer Säure und Baſis beſtehen, ſondern bloß binäre Verbindungen ſind. Es iſt bereits oben (57.) bemerkt worden, daß ſie im Gegenſatze mit den Amphidſalzen, Haloidſalze heißen. Das Radical der Waſſerſtoffſäure wird, wenn es nicht zu den Amphigenſtoffen gehört, ein Haloid (Salzbildner) genannt. Solche ſind unter den Grundſtoffen das Chlor, Jod, Brom und Fluor, ſämmtlich nicht brennbare Stoffe.

70. Schwefelwaſſerſtoffſäure. Wird eine Verbindung des Schwefels mit einem Metalle der Einwirkung des Schwefelſäurehydrats

ausgeſetzt, ſo geht der Sauerſtoff des Waſſers auf das Metall über, und die Schwefelſäure verbindet ſich mit dem Oxyde; der Waſſerſtoff aber vereinigt ſich mit dem Schwefel zu Schwefelwaſſerſtoff- oder Hydrothionſäure. Am beſten eignet ſich hiezu das Schwefeleiſen, das man ſehr leicht darſtellt, wenn man ein befeuchtetes Gemenge von Schwefel und Eiſenfeile erhitzt, wobei ſich Schwefeleiſenhydrat bildet. Die Hydrothionſäure iſt ein farbloſes, nach faulen Eiern riechendes brennbares Gas, wirkt ſelbſt in geringerer Menge eingeathmet ſehr nachtheilig, wird vom Waſſer abſorbirt und iſt in den Schwefelwäſſern natürlich daran gebunden. Stark verdichtet nimmt die Hydrothionſäure auch in waſſerfreiem Zuſtande die tropfbare Form an. Die Zuſammenſetzungsformel dieſer Säure iſt SH; ſie iſt alſo gleichſam das Analogon des Waſſers, worin der Schwefel an der Stelle des Sauerſtoffes ſteht. Die Formel einer zweiten bekannten Verbindungsſtufe des Schwefels mit dem Waſſerſtoffe, nämlich der hydrothionigen Säure oder des Waſſerſtoffſchwefels iſt S_2H.

71. **Das Chlor und deſſen Verbindungen mit dem Waſſerſtoffe und Sauerſtoffe.** Uebergießt man Kochſalz mit Schwefelſäure, ſo entwickelt ſich ein Gas, das ſich als eine Säure charakteriſirt und mit Waſſer, von dem es begierig verſchluckt wird, die ſogenannte tropfbare Salzſäure darſtellt. Erhitzt man dieſe Säure in Berührung mit Manganhyperoxyd, oder, was auf dasſelbe hinausläuft, erhitzt man ein Gemenge von Kochſalz und Braunſtein in Berührung mit Schwefelſäure, ſo entwickelt ſich ein weingelbes Gas, von äußerſt heftiger Wirkung auf die Reſpirationsorgane, welches vom Waſſer und Queckſilber abſorbirt wird, organiſche Stoffe entfärbt und zerſtört, daher als Bleich- und Räucherungsmittel angewendet werden kann, mit Metallen ſich direct unter Wärme- und Lichtentwickelung verbindet, und in allen Stücken eine gewiſſe Aehnlichkeit mit dem Sauerſtoffe zeigt, deſſen Stelle es gleichſam zu vertreten mag. Man betrachtet dieſen gasförmigen Stoff (der ſich jedoch auch zu einer tropfbaren Flüſſigkeit verdichten läßt) als einen Grundſtoff und nennt ihn Chlor; ſeine Verbindungen mit andern Stoffen heißen Chloride.

Erhitzt man vollkommen trocknes ſalzſaures Gas mit Metalloxyden, ſo bildet ſich Waſſer und ein Metallchlorid; man zieht hieraus den Schluß, daß die Salzſäure aus Chlor und Waſſerſtoff beſtehe, mithin eine Waſſerſtoffſäure des Chlors ſey. Dieſe Anſicht erhält eine Beſtätigung durch den ſynthetiſchen Verſuch, daß gleiche Raumtheile Chlor und Waſſerſtoffgas ſich zu gasförmiger Salzſäure verbinden: die Verbindung erfolgt nur bei Ausſchluß des Lichtes nicht ſogleich von ſelbſt; im Tageslichte geht ſie langſam, im Sonnenlichte mit großer Heftigkeit, unter Exploſion, vor ſich. Angenommen, daß in der Salzſäure 1 M. G. Chlor mit 1 M. G. Waſſerſtoff verbunden ſey, erklärt ſich die oben angegebene Darſtellungsweiſe der Salzſäure aus dem Kochſalze und die darauf gegründete Entwickelung des Chlors folgender Maßen: Das Kochſalz iſt Natriumchlorid NaCl; kommt Schwefelſäurehydrat $SO_3 + HO$ hinzu, ſo entſteht einerſeits ſchwefelſaures

Natriumoxyd $SO_3 + Na_2O$, andererseits Chlorwasserstoffsäure ClH, welche als Gas entweicht. Wird ferner Salzsäure mit Mangansuperoxyd zusammengebracht, so wirken zwei Molecüle dieser Säure $2\,ClH = Cl_2H_2$ und 1 M. G. Mangansuperoxyd MnO_2 zwar so auf einander, daß sich 2 M. G. Wasser und 1 M. G. Manganchlorid $MnCl_2$ bilden, wie es der Gleichung

$$2\,ClH + MnO_2 = 2\,HO + MnCl_2$$

gemäß ist; in höherer Temperatur zerfällt aber das Manganchlorid in Chlor und Manganchlorür $MnCl$, es ist nämlich

$$MnCl_2 = Cl + MnCl.$$

und es wird somit der Hälfte des Chlors der Salzsäure in Freiheit gesetzt. Mit dem Sauerstoffe gibt das Chlor zwei Säuren, die unterchlorige Säure ClO, die chlorige Säure ClO_2, die Chlorsäure ClO_5 und die Ueberchlorsäure ClO_7.

Keine der Sauerstoffsäuren des Chlors kann durch directe Verbindung desselben mit dem Sauerstoffe erhalten werden. Leitet man aber Chlorgas in eine Kalilösung, so wird Kaliumoxyd zerlegt: es entsteht durch Verbindung eines Theiles des Chlors mit dem Kalium Chlorkalium, und der Sauerstoff des Oxydes geht unter der Einwirkung des Kali auf einen andern Theil des Chlors über, wodurch sich unterchlorige und Chlorsäure bildet, welche sich mit dem Kali zu unterchlorigsaurem und chlorsaurem Kali verbinden. Wird statt Aetzkali kohlensaures Kali angewendet, so entsteht auch noch durch Uebertragung der abgeschiedenen Kohlensäure auf einen andern Theil des Kali, doppeltkohlensaures Kali. Durch Erhitzung wird die Kohlensäure ausgetrieben und das unterchlorigsaure Kali in Chlorkalium und chlorsaures Kali umgesetzt; beim Erkalten krystallisirt zuerst das chlorsaure Kali. Hierauf beruht die Bereitung des chlorsauren Kali, wovon man zur Fabrikation der Zündhölzchen einen nützlichen Gebrauch macht. Es wird nämlich dieses Salz durch Schwefelsäure unter Wärmeentwickelung zersetzt, und wenn es mit brennbaren Stoffen gemengt ist, werden letztere entzündet. Hierauf beruht die Zusammensetzung der Masse, womit die Spitze der Schwefelhölzchen überzogen ist, aus chlorsaurem Kali, Zucker, Schwefel, welcher man, um sie sichtbarer zu machen, durch Zusatz von Zinnober eine rothe Farbe gibt. Das chlorsaure Kali liegt der Darstellung der Chlorsäure und der übrigen Oxydationsstufen des Chlors zum Grunde, worauf wir hier jedoch nicht weiter eingehen.

Die Zerlegung des chlorsauren Kali durch Hitze wurde oben (54.) als die bequemste Methode zur Darstellung des Sauerstoffgases empfohlen. Das Salz schmilzt und verwandelt sich, nachdem die hierauf folgende erste Entwicklung von Sauerstoffgas vorüber ist, in ein Gemenge von überchlorsaurem Kali mit Chlorkalium. Durch starke Erhitzung, wie auch durch gelindere, wenn dem Salze Manganhyperoxyd zugesetzt worden, wird der Sauerstoff gänzlich ausgetrieben, und es bleibt Chlorkalium zurück. 100 Gewichtstheile chlorsaures Kali geben 39 Theile Sauerstoff.

Eine Mischung von Salzsäure und Salpetersäure wird wegen ihrer Eigenschaft Gold und Platin aufzulösen, **Königswasser** genannt. Die Wirkung des Königswassers beruht auf der Fähigkeit des Chlors, sich mit Gold und Platin direct zu verbinden. Der Wasserstoff der Salzsäure gibt mit dem Sauerstoffe, welchen die Salpetersäure liefert, Wasser, es entweicht Salpetergas, und es wird Chlor frei, bis die Flüssigkeit damit gesättigt ist; in dem Maße als Chlor verbraucht wird, ersetzt es sich wieder, so lange die Ingredienzien dazu vorhanden sind.

Eine wäſſerige Löſung von Chlor verwandelt ſich, zumal unter dem Einfluſſe des Lichts, allmälig in Salzſäure; das Waſſer wird zerſetzt, der Waſſerſtoff deſſelben verbindet ſich mit dem Chlor, und der Sauerſtoff wird in Gasform ausgeſchieden.

72. **Jod und Brom.** Eine große Aehnlichkeit mit dem Chlor bezüglich des chemiſchen Verhaltens haben Jod und Brom. Das Jod erſcheint bei gewöhnlicher Temperatur in feſter Form als eine ſtahlgraue, metalliſch glänzende, im Waſſer wenig, im Alkohol leicht losliche, flüchtige, ſtark riechende Subſtanz, welche gelinde erwärmt ſich in einen violetten Dampf verwandelt, und beim Erkalten kryſtalliſirt. Das Jod kommt in Seepflanzen, im Badeſchwamme, in mehreren Mineralien und in Mineralquellen vor. Das Brom iſt bei gewöhnlicher Temperatur tropfbar, von dunkelbrauner Farbe, höchſt flüchtig, unangenehm riechend; der Dampf greift die Reſpirationsorgane heftig an. Es iſt gleichfalls in Pflanzen, Mineralquellen und in ſalzigen Wäſſern enthalten. Beide Stoffe geben wie das Chlor mit dem Waſſerſtoffe und Sauerſtoffe Säuren, und verbinden ſich mit Metallen zu Haloidſalzen.

73. **Flußſäure.** Durch Schwefelſäure wird aus dem Flußſpathe eine tropfbare, aber ſehr flüchtige Säure entwickelt, welche als Gas, wie auch in wäſſeriger Löſung, das Glas angreift, weßwegen ſie zum Aetzen deſſelben angewendet wird. Man nennt dieſe Säure Flußſäure. Das Verhalten der waſſerfreien Flußſäure gegen Metalloxyde iſt jenem der Salzſäure (71.) ähnlich und führt gleichfalls zu dem Schluſſe, daß die Flußſäure eine Waſſerſtoffſäure ſey. Man nennt das Radical derſelben Fluor, hat es aber bis jetzt nicht auf genügend deutliche Weiſe iſolirt. Der Flußſpath iſt eine Verbindung des Fluors mit dem Calcium. Die gasformige ſo wie die tropfbare Flußſäure äußert auf die Haut eine heftige Wirkung und bringt bösartige Geſchwüre hervor. Das Fluor verbindet ſich mit dem Silicium und das hiedurch entſtandene Fluorſilicium mit der Fluorwaſſerſtoffſäure. Hierauf beruht die Einwirkung der Flußſäure auf das Glas.

74. **Ammoniak.** Der Waſſerſtoff erzeugt mit dem Stickſtoffe eine ſtarke, dem Kali und Natron höchſt ähnliche, und eben ſo wie dieſe Stoffe alkaliſch reagirende Salzbaſis, das Ammoniak NH_3; jedoch erfolgt die Verbindung des Stickſtoffes und Waſſerſtoffes nicht direct, ſondern nur indirect bei der Zerſetzung ſtickſtoffhaltiger organiſcher Subſtanzen. Seit langer Zeit kennt man den Salmiak, ein Salz, das man zuerſt in Aegypten als Nebenproduct bei der Verbrennung des Kameelmiſtes erhielt, jetzt aber an vielen Orten fabrikmäßig bereitet. Die empiriſche Formel des Salmiaks iſt $ClNH_4$; derſelbe kann alſo als eine Verbindung der Salzſäure ClH mit Ammoniak NH_3 betrachtet werden. Erhitzt man ein Gemenge von Salmiak und ätzendem Kalk CaO, ſo bildet ſich Chlorcalciumhydrat $CaCl + HO$, und Ammoniak wird ausgeſchieden. Das Ammoniak erſcheint als ein farbloſes Gas von ſtechendem Geruche, und läßt ſich durch Verdichtung tropfbar machen. Vom Waſſer wird es verſchluckt, und ſtellt ſo

das wässerige Ammoniak dar. Die Salze, welche das Ammoniak mit den Sauerstoffsäuren gibt, sind der Salpeter des Kali und Natron sehr ähnlich.

Man kann auch den Salmiak mit dem Kalihydrat als ein Doppelsalz, nämlich als eine Verbindung von Chlor-K mit einem Stoffe, dessen Formel NH_4 ist, ansehen. Letzterer Stoff muss für sich nicht so gut allein darstellbar sein, wie man ihn mit Kalium, Natrium ... in einer Reihe setzen. Es ist eine Annahme, dass es eine Verbindung des Quecksilbers mit dem Stoffe NH_4 gibt, welche mit den Quecksilberverbindungen des Kaliums und Natriums die größte Aehnlichkeit hat. Demnach müsste man der Verbindung NH_4 eine metallische Natur zu... und nennt sie Ammonium. Diesen hypothetischen Stoff angenommen, erscheint der Salmiak als Chlorammonium oder Ammoniumchlorid, und wässeriges Ammoniak oder Ammoniakhydrat, nur der Gleichung $NH_4 + HO = NH_4O$ folgend, als Ammoniumoxyd.

75. **Phosphorwasserstoff.** Schüttet man Kalk und Phosphor in Berührung mit Wasser, so zersetzt sich der Sauerstoff des Wassers mit einem Theile Phosphor zu Phosphorsäure und diese mit dem Kalke zu phosphorsaurem Kalke, ein anderer Theil des Phosphors aber mit dem Wasserstoffe zu einem gasförmigen Gase (Phosphorwasserstoffgas), welches, sobald es mit der Luft oder mit Sauerstoffgas in Contact tritt, sich von selbst entzündet.

Das Phosphorwasserstoffgas hat für den Physiker in so fern einiges Interesse, als man die Erklärung der Irrlichter darauf zurückzuführen versuchte.

76. **Verbindungen des Wasserstoffes mit dem Kohlenstoffe.** Mit dem Kohlenstoffe liefert der Wasserstoff mehrere in ihrem chemischen Verhalten noch indifferente Verbindungen, worun die Mehrzahl organischen Ursprungs ist. Wir heben hier blos zwei derselben heraus, das Grubengas und das Leuchtgas, entzündliche Gasarten, wovon die letztere noch einmal so viel Kohlenstoff enthält, als die erstere. Das Grubengas (Kohlenwasserstoffgas mit dem Minimum an Kohlenstoff) kommt in Sümpfen und Kohlenbergwerken vor, und brennt mit wenig leuchtender Flamme; das Leuchtgas (Kohlenwasserstoffgas mit dem Maximum an Kohlenstoff) brennt mit heller Flamme und macht den Hauptbestandtheil aller Lichtflammen aus, deren wir uns zur Beleuchtung bedienen. Beide Gase geben mit Sauerstoffgas heftig detonirende Gemenge. Das Grubengas kann man künstlich darstellen, wenn man Wasserdämpfe durch ein glühendes mit Kohlenstückchen gefülltes eisernes Rohr leitet; Leuchtgas gewinnt man durch Erhitzung einer Mischung von 1 Theil starken Weingeist mit 4 Theilen concentrirter englischer Schwefelsäure.

Das Grubengas brachte den Bergleuten schon öfter Unheil durch die Explosionen, welche entstehen, wenn eine Lichtflamme in eine Luftmasse kommt, die eine den Athmungsprozeß noch nicht merklich störende Beimengung davon hat. Zur Verhüthung der durch diese Veranlassung möglichen Unglücksfälle erfand Davy die Sicherheitslampe, eine Oellampe, deren Flamme mit einem engen Drahtnetze umgeben ist, wel-

ches, wie die Erfahrung gelehrt hat, die Verbreitung der Entzündung in die umgebende Luftmaſſe hindert.

Das Leuchtgas verdankt ſeine Leuchtkraft der Kohle, welche ſich in dem glühenden Gaſe, woraus die Flamme beſteht, in fein zertheiltem Zuſtande abſcheidet, und durch ihr Mitglühen die Helligkeit der Flamme ſteigert. Das Leuchtgas bildet ſich bei der durch Temperaturerhöhung erfolgenden Zerſetzung des Holzes, der Steinkohlen, Oele, Harze, des Fettes, Wachſes und anderer organiſchen Subſtanzen, wobei es ſich nebſt dem Grubengaſe, dem Kohlenoxyde und kohlenſauren Gaſe entwickelt. Man bereitet es auf dieſem Wege im Großen zum Behufe der Gasbeleuchtung, muß es aber, wenn es aus Steinkohlen dargeſtellt worden iſt, vor dem Verbrauche von dem beigemengten Schwefelwaſſerſtoffgaſe befreien, das ſich in Folge des Schwefelgehaltes der Steinkohlen bildet. Man leitet es zu dieſem Zwecke durch ein mittelſt einer Rührvorrichtung in Bewegung erhaltenes Gemenge von Kalk und Waſſer (Kalkmilch). Je reicher das Gas an Leuchtgas iſt, deſto vorzüglicher iſt es. Bei dem Brennen einer Oellampe, Unſchlitt- oder Wachskerze entwickelt ſich das Leuchtgas durch Zerſetzung des mittelſt des Dochtes aufgeſogenen Brennmateriales bei der in der Nähe der Flamme herrſchenden hohen Temperatur. Die Verbrennungsproducte des Leuchtgaſes ſind Kohlenſäure und Waſſer.

Beiſpiele organiſcher Radicale und ihrer Verbindungen.

77. **Zuſammengeſetzte Radicale.** Die mannigfaltigen Gebilde des Pflanzen- und Thierreiches enthalten eine große Anzahl höchſt merkwürdiger zuſammengeſetzten Stoffe, aus welchen durch geeignete Behandlung andere Stoffe ſich bilden laſſen, die man bis jetzt nur in wenigen Fällen aus den Grundſtoffen, woraus ſie beſtehen, ohne Mithilfe der Lebenskraft darzuſtellen vermochte. Man nennt derlei Stoffe, ihrem gewöhnlichen oder ausſchließenden Urſprunge zu Folge **organiſche**. Es iſt eine intereſſante Thatſache, daß die große Menge organiſcher Producte, zu deren Kenntniß die neuere Wiſſenſchaft geführt hat, das Reſultat der Combination einer ſehr geringen Anzahl von Grundſtoffen iſt; viele Producte des Pflanzenreiches beſtehen bloß aus Sauerſtoff, Waſſerſtoff und Kohlenſtoff; in andern, wie auch in den meiſten thieriſchen Stoffen, kommt noch der Stickſtoff hinzu: fügt man den ſo eben genannten Grundſtoffen noch einige wenige andere bei, worunter vorzüglich der Schwefel und Phosphor erwähnt zu werden verdienen, ſo iſt der Inbegriff der Elemente, welche die Bildung organiſcher Erzeugniſſe in Anſpruch nimmt, vollſtändig. Ein eigenthümlicher Charakter unterſcheidet die organiſchen Stoffe von den zuſammengeſetzten unorganiſchen. Die letzteren ſind binäre Verbindungen der Grundſtoffe oder ähnliche Zuſammenſetzungen binärer Verbindungen; bei den organiſchen Stoffen aber finden ternäre, quaternäre u. ſ. w. ſtatt; es vertreten hier zuſammengeſetzte Stoffe die Grundſtoffe der unorganiſchen Verbindungen, indem ſie ganz die Rolle einfacher Stoffe ſpielen. Man nennt einen Stoff, welcher der Bildung einer Reihe anderer zum Grunde liegt, d. h. das allen Gliedern einer Reihe zuſammengeſetzter Stoffe gemeinſchaftliche Element ausmacht, di

cal dieſer Reihe. Daher kann man auch ſagen, die unorganiſchen zuſammengeſetzten Stoffe gehen aus einfachen, die organiſchen Stoffe aus zuſammengeſetzten Radicalen hervor.

Den Erfahrungen gemäß, welche die Fälle darbieten, in welchen ſich uns den Grundſtoffen chemiſch ähnliche Radicale vor Augen ſtellen, erlaubt man ſich auf dem Wege der Analogie derlei Radicale auch dort noch vorauszuſetzen, wo dieſelben ſich nicht iſolirt darſtellen laſſen, ſobald nur dadurch in die Betrachtung einer Menge von Verbindungen Ordnung und klare Ueberſicht gebracht werden kann, welche ohne dieſes Hilfsmittel als ein regelloſes Aggregat von Thatſachen erſcheinen würden.

78. **Das Cyan und ſeine Verbindungen mit Waſſerſtoff und Sauerſtoff.** Unter der Anforderung eines Stoffes, der zum Producte der Verbindung des Stickſtoffes mit dem Kohlenſtoffe eine große Verwandtſchaft hat, vereinigen ſich dieſe beiden Stoffe leicht zu einem eigenen Gebilde, welches den Namen Cyan führt. Dieß iſt der Fall, wenn ſtickſtoffhaltige Stoffe, wie getrocknetes Blut, Fleiſch, Horn, oder thieriſche Kohle in Berührung mit Kali und Eiſen geglüht werden. Der Sauerſtoff des Kali verbindet ſich mit einem Theile des Kohlenſtoffes zu Kohlenoxyd und Kohlenſäure, das Kalium und Eiſen dagegen mit dem aus Kohlenſtoff und Stickſtoff ſich erzeugenden Cyan. Durch Behandlung mit Eiſenſalzen läßt ſich das Cyan vom Kalium auf das Eiſen allein übertragen (Berlinerblau) und von dieſem auf Queckſilber, wodurch man das in Form eines weißen Salzes erſcheinende Cyanqueckſilber erhält. Durch Erhitzen zerfällt das Cyanqueckſilber in Queckſilber und Cyan. Letzteres erhält man unter dem gewöhnlichen Drucke der Atmoſphäre als ein farbloſes, giftiges, durchdringend riechendes, mit roſenfarbig-violetter Flamme brennendes, vom Waſſer abſorbirbares Gas, welches bei mäßiger Verdichtung in eine tropfbare Flüſſigkeit übergeht, die man leicht und gefahrlos darſtellt, wenn man die Erhitzung des Cyanqueckſilbers in einer 2—3 Linien weiten gebogenen, geſchloſſenen Glasröhre vornimmt. In der Eigenſchaft ſich direct mit Metallen zu verbinden, dann mit dem Sauerſtoff und Waſſerſtoff Säuren zu geben, iſt das Cyan ganz dem Chlor analog. Man bezeichnet es daher auch mit einem eigenen Zeichen Cy, welches im chemiſchen Sinne ſo viel bedeutet als CN, d. h. ſo viel als die Verbindung von 1 M. G. Kohlenſtoff mit 1 M. G. Stickſtoff.

Die Cyanwaſſerſtoffſäure CyH, auch unter dem Namen Blauſäure bekannt, iſt eines der fürchterlichſten Gifte. Man kann ſie durch Behandlung des Cyanqueckſilbers mit Salzſäure darſtellen, und erhält ſie in waſſerfreiem Zuſtande als eine farbloſe, äußerſt flüchtige tropfbare Flüſſigkeit, die einen ſtarken, jenem der bittern Mandeln ähnlichen Geruch beſitzt.

Mit dem Sauerſtoffe gibt das Cyan drei Säuren, welche ſich nicht im Sauerſtoffgehalte, ſondern nur in dem Miſchungsgewichte unterſcheiden, womit ſie in Verbindungen eintreten, nämlich die Cyanſäure CyO, die Knallſäure Cy_2O_2 und die Cyanurſäure Cy_3O_3. Die zweite und dritte kennt man nur im Hydratzuſtande, die

ſäure, welche eine Verbindung einer Kohlenſtoffſäure C_2O_3 mit Waſſer iſt, dieſes, ohne welches ſie nicht beſtehen kann, mittelſt Schwefelſäure entzieht, wobei die Oxalſäure, wie die Gleichung $C_2O_3 = CO_2 + CO$ zeigt, in Kohlenſaure und Kohlenoxyd zerfallt. Leitet man das Gasgemenge durch Kalilöſung, ſo wird die Kohlenſäure vom Kali gebunden, und das Kohlenoxyd iſolirt. In Berührung mit Sauerſtoffgas verbrennend, nimmt das Kohlenoxyd noch 1 M. G. Sauerſtoff auf und verwandelt ſich in Kohlenſäure.

In der atmoſphäriſchen Luft iſt ſtets eine geringe Menge gasförmiger Kohlenſaure enthalten. Dieſe Menge iſt veranderlich, und zwar in der Regel bei Nacht größer als bei Tage; man kann ſie mittelſt ätzender alkaliſcher Löſungen beſtimmen, welche die Kohlenſäure abſorbiren; Barytwaſſer dient hiezu am beſten, auch gebrannter mit Waſſer gelöſchter Kalk kann mit Vortheil angewendet werden. Die Verſuche erfordern, um verläßliche Reſultate zu gewinnen, große Vorſicht. Nach Th. v. Sauſſure's mühſamen, in den Jahren 1827 — 1829 zu Genf angeſtellten Verſuchen betrug der Kohlenſäuregehalt von 10000 Raumtheilen atmoſphäriſcher Luft im Mittel bei Tage 3.38, bei Nacht 4.32 Volumtheile. Der geringſte Kohlenſäuregehalt fiel nicht unter 3, der höchſte erreichte nicht 6 ſolcher Theile.

Der Kohlenſäuregehalt der atmoſphäriſchen Luft ſpielt im Haushalte der Natur eine wichtige Rolle. Die Pflanzen zerlegen unter dem Einfluſſe des Tageslichtes die Kohlenſaure der Luft, und eignen ſich den Kohlenſtoff an, während ſie bei Nacht Kohlenſäure unzerlegt von ſich geben; bei dem Athmungsproceſſe der Menſchen und Thiere wird der Sauerſtoff der Luft conſumirt und Kohlenſäure gebildet, welche ſich in der ausgeathmeten Luft reichlich vorfindet. Es macht daher der Kohlenſtoff durch Vermittlung der Atmoſphare in der Pflanzen- und Thierwelt einen merkwürdigen Kreislauf.

Aetzende Alkalien und alkaliſche Erden verlieren an der Luft in Folge der aufgenommenen Kohlenſäure dieſen Charakter und werden milde. Da Aetzkalk in Waſſer loslich, kohlenſaurer Kalk aber unlöslich iſt, ſo wird Kalkwaſſer durch Kohlenſaure getrübt. Doch löſet ſich kohlenſaurer Kalk in kohlenſaurehaltigem Waſſer auf; dieß iſt der Grund warum Brunnwaſſer, worin ſich ſtets Kohlenſaure vorfindet, kohlenſauren Kalk enthalten kann.

In der Kohlenſäure iſt der Kohlenſtoff mit der größten Menge Sauerſtoff verbunden, die er aufzunehmen vermag, mithin *vollſtändig verbrannt*; im Kohlenoxyd dagegen iſt die Verbrennung des Kohlenſtoffes noch unvollſtandig, und wird erſt durch die Aufnahme eines eben ſo großen Sauerſtoffquantums, als ſich im Kohlenoxyd bereits vorfindet, vervollſtändiget. Die Holzfaſer beſteht aus Kohlenſtoff, Waſſerſtoff und Sauerſtoff, und enthalt letztere zwei Stoffe in dem Verhaltniſſe, in welchem ſie Waſſer bilden; die Verbrennungsproducte des Holzes ſind demnach Waſſer und Kohlenſaure, vorausgeſetzt daß die Verbrennung vollkommen vor ſich ging, und nicht etwa aus den Elementen des Holzes, die ſich auf vielfache Weiſe zu zuſammengeſetzten Stoffen combiniren können, ſecundare Producte entſtanden ſind. Bei der vollkommenen Verbrennung iſt auch die Hitze am größten, daher iſt es wichtig bei der Benutzung von Holz oder Kohlen als Feuerungsmaterial den vollkommenſten Verbrennungsproceß einzuleiten.

68. Verbindungen des Phosphors mit dem Sauerſtoffe. Der Phosphor P, ein wachsahnlicher, leicht ſchmelzbarer, ſehr entzündlicher Stoff, verbindet ſich mit dem Sauerſtoffe gleichfalls in meh-

reren Verhältnissen. Verbrennt Phosphor in trocknem Sauerstoffgase, so entsteht wasserfreie Phosphorsäure PO_5, die mit dem Wasser mehrere von einander in ihren Eigenschaften abweichende Hydrate darstellt. Die Knochen des thierischen Organismus sind größtentheils phosphorsaurer Kalk, woraus sich die Phosphorsäure durch Zerlegung mittelst Schwefelsäure abscheiden läßt; aus der Phosphorsäure gewinnt man den Phosphor durch Zerlegung mittelst Kohle. Verbindet sich der Phosphor mit Sauerstoff nur langsam, so entsteht phosphorige Säure PO_3; sie bildet den weißen knoblauchartig riechenden Dampf, welchen der Phosphor an der Luft von sich gibt. Man kennt noch eine unterphosphorige Säure PO und ein Phosphoroxyd P_3O_2.

Verbindungen des Wasserstoffes mit nicht metallischen Grundstoffen.

69. **Wasserstoffsäuren.** Der Wasserstoff verbindet sich mit mehreren Stoffen zu Producten, welche den Charakter einer Säure auf das Entschiedenste an sich tragen. Der Analogie mit den Sauerstoffsäuren und dem chemischen Verhalten des Wasserstoffes gemäß, sollte letzterer als das gemeinschaftliche Radical dieser Säuren, und der mit dem Wasserstoffe verbundene Stoff als der säureerzeugende betrachtet werden. Der herrschende Sprachgebrauch will es jedoch anders; man nennt derlei Säuren Wasserstoffsäuren, und den mit dem Wasserstoffe verbundenen Bestandtheil das Radical. Die Namen der Wasserstoffsäuren bildet man aus jenem des Radicals, indem man demselben entweder das Wort »Wasserstoffsäure« nach, oder »Hydro« vorsetzt. So sagt man Schwefelwasserstoffsäure oder Hydrothionsäure; Chlorwasserstoffsäure oder Hydrochlorsäure u. s. w. Die Benennung hydrothionige Säure zeigt einen geringeren Wasserstoffgehalt an als die Hydrothionsäure besitzt. Bei der Einwirkung einer Wasserstoffsäure auf ein Oxyd zur Bildung eines Salzes tritt die Eigenthümlichkeit ein, daß der Wasserstoff der Säure und der Sauerstoff des Oxydes ein solches Verhältniß beobachten, wie es die Wasserbildung fordert: das Verbindungsproduct kann daher als die Vereinigung des entstandenen Wassers mit dem aus dem Radicale der Säure und der Grundlage des Oxyds zusammengesetzten Stoffe betrachtet werden. Da sich aber jenes Wasser davon ohne Störung seiner salzartigen Beschaffenheit absondern läßt, so muß die Existenz von Salzen zugegeben werden, die nicht aus einer Säure und Basis bestehen, sondern bloß binäre Verbindungen sind. Es ist bereits oben (57.) bemerkt worden, daß sie im Gegensatze mit den Amphidsalzen, Haloidsalze heißen. Das Radical der Wasserstoffsäure wird, wenn es nicht zu den Amphigenstoffen gehört, ein Haloid (Salzbildner) genannt. Solche sind unter den Grundstoffen das Chlor, Jod, Brom und Fluor, sämmtlich nicht brennbare Stoffe.

70. **Schwefelwasserstoffsäure.** Wird eine Verbindung des Schwefels mit einem Metalle der Einwirkung des Schwefelsäurehydrats

ausgeſetzt, ſo geht der Sauerſtoff des Waſſers auf das Metall über, und die Schwefelſäure verbindet ſich mit dem Oxyde; der Waſſerſtoff aber vereinigt ſich mit dem Schwefel zu Schwefelwaſſerſtoff- oder Hydrothionſäure. Am beſten eignet ſich hiezu das Schwefeleiſen, das man ſehr leicht darſtellt, wenn man ein befeuchtetes Gemenge von Schwefel und Eiſenfeile erhitzt, wobei ſich Schwefeleiſenhydrat bildet. Die Hydrothionſäure iſt ein farbloſes, nach faulen Eiern riechendes brennbares Gas, wirkt ſelbſt in geringerer Menge eingeathmet ſehr nachtheilig, wird vom Waſſer abſorbirt und iſt in den Schwefelwäſſern natürlich daran gebunden. Stark verdichtet nimmt die Hydrothionſäure auch in waſſerfreiem Zuſtande die tropfbare Form an. Die Zuſammenſetzungsformel dieſer Säure iſt SH; ſie iſt alſo gleichſam das Analogon des Waſſers, worin der Schwefel an der Stelle des Sauerſtoffes ſteht. Die Formel einer zweiten bekannten Verbindungsſtufe des Schwefels mit dem Waſſerſtoffe, nämlich der hydrothionigen Säure oder des Waſſerſtoffſchwefels iſt S_2H.

71. **Das Chlor und deſſen Verbindungen mit dem Waſſerſtoffe und Sauerſtoffe.** Uebergießt man Kochſalz mit Schwefelſäure, ſo entwickelt ſich ein Gas, das ſich als eine Säure charakteriſirt und mit Waſſer, von dem es begierig verſchluckt wird, die ſogenannte tropfbare Salzſäure darſtellt. Erhitzt man dieſe Säure in Berührung mit Manganhyperoxyd, oder, was auf daſſelbe hinausläuft, erhitzt man ein Gemenge von Kochſalz und Braunſtein in Berührung mit Schwefelſäure, ſo entwickelt ſich ein weingelbes Gas, von äußerſt heftiger Wirkung auf die Reſpirationsorgane, welches vom Waſſer und Queckſilber abſorbirt wird, organiſche Stoffe entfärbt und zerſtört, daher als Bleich- und Räucherungsmittel angewendet werden kann, mit Metallen ſich direct unter Wärme- und Lichtentwickelung verbindet, und in allen Stücken eine gewiſſe Aehnlichkeit mit dem Sauerſtoffe zeigt, deſſen Stelle es gleichſam zu vertreten mag. Man betrachtet dieſen gasförmigen Stoff (der ſich jedoch auch zu einer tropfbaren Flüſſigkeit verdichten läßt) als einen Grundſtoff und nennt ihn Chlor; ſeine Verbindungen mit andern Stoffen heißen Chloride.

Erhitzt man vollkommen trocknes ſalzſaures Gas mit Metalloxyden, ſo bildet ſich Waſſer und ein Metallchlorid; man zieht hieraus den Schluß, daß die Salzſäure aus Chlor und Waſſerſtoff beſtehe, mithin eine Waſſerſtoffſäure des Chlors ſey. Dieſe Anſicht erhält eine Beſtätigung durch den ſynthetiſchen Verſuch, daß gleiche Raumtheile Chlor und Waſſerſtoffgas ſich zu gasförmiger Salzſäure verbinden: die Verbindung erfolgt nur bei Ausſchluß des Lichtes nicht ſogleich von ſelbſt; im Tageslichte geht ſie langſam, im Sonnenlichte mit großer Heftigkeit, unter Exploſion, vor ſich. Angenommen, daß in der Salzſäure 1 M. G. Chlor mit 1 M. G. Waſſerſtoff verbunden ſey, erklärt ſich die oben angegebene Darſtellungsweiſe der Salzſäure aus dem Kochſalze und die darauf gegründete Entwickelung des Chlors folgender Maßen: Das Kochſalz iſt Natriumchlorid NaCl; kommt Schwefelſäurehydrat $SO_3 + HO$ hinzu, ſo entſteht einerſeits ſchwefelſaures

Natriumoxyd $SO_3 + NaO$, andererseits Chlorwasserstoffsäure ClH, welche als Gas entweicht. Wird ferner Salzsäure mit Manganhyperoxyd zusammengebracht, so wirken zwei Mischungsgewichte dieser Säure $2\,ClH = Cl_2H_2$ und 1 M. G. Manganhyperoxyd MnO_2 zuerst so auf einander, daß sich 2 M. G. Wasser und 1 M. G. Manganchlorid $MnCl_2$ bilden, wie es der Gleichung

$$2\,ClH + MnO_2 = 2HO + MnCl_2$$

gemäß ist; in höherer Temperatur zerfällt aber das Manganchlorid in Chlor und Manganchlorür $MnCl$, es ist nämlich

$$MnCl_2 = Cl + MnCl,$$

und es wird sonach die Hälfte des Chlors der Salzsäure in Freiheit gesetzt. Mit dem Sauerstoffe gibt das Chlor vier Säuren, die unterchlorige Säure ClO, die chlorige Säure ClO_4, die Chlorsäure ClO_5 und die Ueberchlorsäure ClO_7.

Keine der Sauerstoffsäuren des Chlors kann durch directe Verbindung desselben mit dem Sauerstoffe erhalten werden. Leitet man aber Chlorgas in eine Kalilösung, so wird Kaliumoxyd zerlegt; es entsteht durch Verbindung eines Theiles des Chlors mit dem Kalium Chlorkalium, und der Sauerstoff des Oxydes geht unter der Anforderung des Kali auf einen andern Theil des Chlors über, wodurch sich unterchlorige und Chlorsäure bildet, welche sich mit dem Kali zu unterchlorigsaurem und chlorsaurem Kali verbinden. Wird statt Aetzkali kohlensaures Kali angewendet, so entsteht auch noch durch Uebertragung der abgeschiedenen Kohlensäure auf einen andern Theil des Kali, doppeltkohlensaures Kali. Durch Erhitzung wird die Kohlensäure ausgetrieben und das unterchlorigsaure Kali in Chlorkalium und chlorsaures Kali umgesetzt; beim Erkalten krystallisirt zuerst das chlorsaure Kali. Hierauf beruht die Bereitung des chlorsauren Kali, wovon man zur Fabrikation der Zündhölzchen einen nützlichen Gebrauch macht. Es wird nämlich dieses Salz durch Schwefelsäure unter Wärmeentwickelung zersetzt, und wenn es mit brennbaren Stoffen gemengt ist, werden letztere entzündet. Hierauf beruht die Zusammensetzung der Masse, womit die Spitze der Schwefelhölzchen überzogen ist, aus chlorsaurem Kali, Zucker, Schwefel, welcher man, um sie sichtbarer zu machen, durch Zusatz von Zinnober eine rothe Farbe gibt. Das chlorsaure Kali liegt der Darstellung der Chlorsäure und der übrigen Oxydationsstufen des Chlors zum Grunde, worauf wir hier jedoch nicht weiter eingehen.

Die Zerlegung des chlorsauren Kali durch Hitze wurde oben (54.) als die bequemste Methode zur Darstellung des Sauerstoffgases empfohlen. Das Salz schmilzt und verwandelt sich, nachdem die hierauf folgende erste Entwicklung von Sauerstoffgas vorüber ist, in ein Gemenge von überchlorsaurem Kali mit Chlorkalium. Durch starke Erhitzung, wie auch durch gelindere, wenn dem Salze Manganhyperoxyd zugesetzt worden, wird der Sauerstoff gänzlich ausgetrieben, und es bleibt Chlorkalium zurück. 100 Gewichttheile chlorsaures Kali geben 39 Theile Sauerstoff.

Eine Mischung von Salzsäure und Salpetersäure wird wegen ihrer Eigenschaft Gold und Platin aufzulösen, Königswasser genannt. Die Wirkung des Königswassers beruht auf der Fähigkeit des Chlors, sich mit Gold und Platin direct zu verbinden. Der Wasserstoff der Salzsäure gibt mit dem Sauerstoffe, welchen die Salpetersäure liefert, Wasser, es entweicht Salpetergas, und es wird Chlor frei, bis die Flüssigkeit damit gesättigt ist; in dem Maße als Chlor verbraucht wird, ersetzt es sich wieder, so lange die Ingredienzien dazu vorhanden sind.

Eine wäſſerige Löſung von Chlor verwandelt ſich, zumal unter dem Einfluſſe des Lichts, allmälig in Salzſäure; das Waſſer wird zerſetzt, der Waſſerſtoff deſſelben verbindet ſich mit dem Chlor, und der Sauerſtoff wird in Gasform ausgeſchieden.

72. **Jod und Brom.** Eine große Aehnlichkeit mit dem Chlor bezüglich des chemiſchen Verhaltens haben Jod und Brom. Das Jod erſcheint bei gewöhnlicher Temperatur in feſter Form als eine ſtahlgraue, metalliſch glänzende, im Waſſer wenig, im Alkohol leicht losliche, flüchtige, ſtark riechende Subſtanz, welche gelinde erwärmt ſich in einen violetten Dampf verwandelt, und beim Erkalten kryſtalliſirt. Das Jod kommt in Seepflanzen, im Badeſchwamme, in mehreren Mineralien und in Mineralquellen vor. Das Brom iſt bei gewöhnlicher Temperatur tropfbar, von dunkelbrauner Farbe, höchſt flüchtig, unangenehm riechend; der Dampf greift die Reſpirationsorgane heftig an. Es iſt gleichfalls in Pflanzen, Mineralquellen und in ſalzigen Wäſſern enthalten. Beide Stoffe geben wie das Chlor mit dem Waſſerſtoffe und Sauerſtoffe Säuren, und verbinden ſich mit Metallen zu Haloidſalzen.

73. **Flußſäure.** Durch Schwefelſäure wird aus dem Flußſpathe eine tropfbare, aber ſehr flüchtige Säure entwickelt, welche als Gas, wie auch in wäſſeriger Löſung, das Glas angreift, weßwegen ſie zum Aetzen deſſelben angewendet wird. Man nennt dieſe Säure Flußſäure. Das Verhalten der waſſerfreien Flußſäure gegen Metalloxyde iſt jenem der Salzſäure (71.) ähnlich und führt gleichfalls zu dem Schluſſe, daß die Flußſäure eine Waſſerſtoffſäure ſey. Man nennt das Radical derſelben Fluor, hat es aber bis jetzt nicht auf genügend deutliche Weiſe iſolirt. Der Flußſpath iſt eine Verbindung des Fluors mit dem Calcium. Die gasformige ſo wie die tropfbare Flußſäure äußert auf die Haut eine heftige Wirkung und bringt bösartige Geſchwüre hervor. Das Fluor verbindet ſich mit dem Silicium und das hiedurch entſtandene Fluorſilicium mit der Fluorwaſſerſtoffſäure. Hierauf beruht die Einwirkung der Flußſäure auf das Glas.

74. **Ammoniak.** Der Waſſerſtoff erzeugt mit dem Stickſtoffe eine ſtarke, dem Kali und Natron höchſt ähnliche, und eben ſo wie dieſe Stoffe alkaliſch reagirende Salzbaſis, das Ammoniak NH_3; jedoch erfolgt die Verbindung des Stickſtoffes und Waſſerſtoffes nicht direct, ſondern nur indirect bei der Zerſetzung ſtickſtoffhaltiger organiſcher Subſtanzen. Seit langer Zeit kennt man den Salmiak, ein Salz, das man zuerſt in Aegypten als Nebenproduct bei der Verbrennung des Kameelmiſtes erhielt, jetzt aber an vielen Orten fabrikmäßig bereitet. Die empiriſche Formel des Salmiaks iſt $ClNH_4$; derſelbe kann alſo als eine Verbindung der Salzſäure ClH mit Ammoniak NH_3 betrachtet werden. Erhitzt man ein Gemenge von Salmiak und ätzendem Kalk CaO, ſo bildet ſich Chlorcalciumhydrat $CaCl + HO$, und Ammoniak wird ausgeſchieden. Das Ammoniak erſcheint als ein farbloſes Gas von ſtechendem Geruche, und läßt ſich durch Verdichtung tropfbar machen. Vom Waſſer wird es verſchluckt, und ſtellt ſo

das wässerige Ammoniak dar. Die Salze, welche das Ammoniak mit den Sauerstoffsäuren gibt, sind den Salzen des Kali und Natron sehr ähnlich.

Man kann auch den Salmiak analog mit dem Kochsalze als ein Haloidsalz, nämlich als eine Verbindung von Chlor Cl mit einem Stoffe, dessen Formel NH_4 ist, ansehen. Letzterer Stoff läßt sich nicht für sich allein darstellen; wäre dieß der Fall, so müßte man ihn mit Kalium, Natrium . . . in eine Reihe setzen. Es ist sehr merkwürdig, daß es eine Verbindung des Quecksilbers mit dem Stoffe NH_4 gibt, welche mit den Quecksilberverbindungen (Amalgamen) des Kaliums und Natriums die größte Aehnlichkeit hat. Deßhalb schreibt man der Verbindung NH_4 eine metallische Natur zu, und nennt sie Ammonium. Diesen hypothetischen Stoff zugegeben, erscheint der Salmiak als Chlorammonium oder Ammoniumchlorid, und wässeriges Ammoniak oder Ammoniakhydrat, wie die Gleichung $NH_3 + HO = NH_4O$ lehrt, als Ammoniumoxyd.

75. **Phosphorwasserstoff.** Erhitzt man Kalk und Phosphor in Berührung mit Wasser, so verbindet sich der Sauerstoff des Wassers mit einem Theile Phosphor zu Phosphorsäure und diese mit dem Kalke zu phosphorsaurem Kalke, ein anderer Theil des Phosphors aber mit dem Wasserstoffe zu einem farblosen Gase (Phosphorwasserstoffgas), welches, sobald es mit der Luft oder mit Sauerstoffgas in Contact tritt, sich von selbst entzündet.

Das Phosphorwasserstoffgas hat für den Physiker in so fern einiges Interesse, als man die Erklärung der Irrlichter darauf zurückzuführen versuchte.

76. **Verbindungen des Wasserstoffes mit dem Kohlenstoffe.** Mit dem Kohlenstoffe liefert der Wasserstoff vielerlei ihrem chemischen Verhalten nach indifferente Verbindungen, wovon die Mehrzahl organischen Ursprungs ist. Wir heben hier bloß zwei derselben heraus, das Grubengas und das Leuchtgas, entzündliche Gasarten, wovon die letztere noch einmal so viel Kohlenstoff enthält, als die erstere. Das Grubengas (Kohlenwasserstoffgas mit dem Minimum an Kohlenstoff) kommt in Sümpfen und Kohlenbergwerken vor, und brennt mit wenig leuchtender Flamme; das Leuchtgas (Kohlenwasserstoffgas mit dem Maximum an Kohlenstoff) brennt mit heller Flamme und macht den Hauptbestandtheil aller Lichtflammen aus, deren wir uns zur Beleuchtung bedienen. Beide Gase geben mit Sauerstoffgas heftig detonirende Gemenge. Das Grubengas kann man künstlich darstellen, wenn man Wasserdämpfe durch ein glühendes mit Kohlenstückchen gefülltes eisernes Rohr leitet; Leuchtgas gewinnt man durch Erhitzung einer Mischung von 1 Theil starken Weingeist mit 4 Theilen concentrirter englischer Schwefelsäure.

Das Grubengas brachte den Bergleuten schon öfter Unheil durch die Explosionen, welche entstehen, wenn eine Lichtflamme in eine Luftmasse kommt, die eine den Athmungsprozeß noch nicht merklich störende Beimengung davon hat. Zur Verhüthung der durch diese Veranlassung möglichen Unglücksfälle erfand Davy die Sicherheitslampe, eine Oellampe, deren Flamme mit einem engen Drahtnetze umgeben ist, wel-

ches, wie die Erfahrung gelehrt hat, die Verbreitung der Entzündung in die umgebende Luftmaſſe hindert.

Das Leuchtgas verdankt ſeine Leuchtkraft der Kohle, welche ſich in dem glühenden Gaſe, woraus die Flamme beſteht, in fein zertheiltem Zuſtande abſcheidet, und durch ihr Mitglühen die Helligkeit der Flamme ſteigert. Das Leuchtgas bildet ſich bei der durch Temperaturerhöhung erfolgenden Zerſetzung des Holzes, der Steinkohlen, Oele, Harze, des Fettes, Wachſes und anderer organiſchen Subſtanzen, wobei es ſich nebſt dem Grubengaſe, dem Kohlenoxyde und kohlenſauren Gaſe entwickelt. Man bereitet es auf dieſem Wege im Großen zum Behufe der Gasbeleuchtung, muß es aber, wenn es aus Steinkohlen dargeſtellt worden iſt, vor dem Verbrauche von dem beigemengten Schwefelwaſſerſtoffgaſe befreien, das ſich in Folge des Schwefelgehaltes der Steinkohlen bildet. Man leitet es zu dieſem Zwecke durch ein mittelſt einer Rührvorrichtung in Bewegung erhaltenes Gemenge von Kalk und Waſſer (Kalkmilch). Je reicher das Gas an Leuchtgas iſt, deſto vorzüglicher iſt es. Bei dem Brennen einer Oellampe, Unſchlitt- oder Wachskerze entwickelt ſich das Leuchtgas durch Zerſetzung des mittelſt des Dochtes aufgeſogenen Brennmateriales bei der in der Nähe der Flamme herrſchenden hohen Temperatur. Die Verbrennungsproducte des Leuchtgaſes ſind Kohlenſäure und Waſſer.

Beiſpiele organiſcher Radicale und ihrer Verbindungen.

77. **Zuſammengeſetzte Radicale.** Die mannigfaltigen Gebilde des Pflanzen- und Thierreiches enthalten eine große Anzahl höchſt merkwürdiger zuſammengeſetzten Stoffe, aus welchen durch geeignete Behandlung andere Stoffe ſich bilden laſſen, die man bis jetzt nur in wenigen Fällen aus den Grundſtoffen, woraus ſie beſtehen, ohne Mithilfe der Lebenskraft darzuſtellen vermochte. Man nennt derlei Stoffe, ihrem gewöhnlichen oder ausſchließenden Urſprunge zu Folge **organiſche**. Es iſt eine intereſſante Thatſache, daß die große Menge organiſcher Producte, zu deren Kenntniß die neuere Wiſſenſchaft geführt hat, das Reſultat der Combination einer ſehr geringen Anzahl von Grundſtoffen iſt; viele Producte des Pflanzenreiches beſtehen bloß aus Sauerſtoff, Waſſerſtoff und Kohlenſtoff; in andern, wie auch in den meiſten thieriſchen Stoffen, kommt noch der Stickſtoff hinzu: fügt man den ſo eben genannten Grundſtoffen noch einige wenige andere bei, worunter vorzüglich der Schwefel und Phosphor erwähnt zu werden verdienen, ſo iſt der Inbegriff der Elemente, welche die Bildung organiſcher Erzeugniſſe in Anſpruch nimmt, vollſtändig. Ein eigenthümlicher Charakter unterſcheidet die organiſchen Stoffe von den zuſammengeſetzten unorganiſchen. Die letzteren ſind binäre Verbindungen der Grundſtoffe oder ähnliche Zuſammenſetzungen binärer Verbindungen; bei den organiſchen Stoffen aber finden ternäre, quaternäre u. ſ. w. ſtatt; es vertreten hier zuſammengeſetzte Stoffe die Grundſtoffe der unorganiſchen Verbindungen, indem ſie ganz die Rolle einfacher Stoffe ſpielen. Man nennt einen Stoff, welcher der Bildung einer Reihe anderer zum Grunde liegt, d. h. das allen Gliedern einer Reihe zuſammengeſetzter Stoffe gemeinſchaftliche Element ausmacht, das **Radi-**

cal dieſer Reihe. Daher kann man auch ſagen, die unorganiſchen zuſammengeſetzten Stoffe gehen aus einfachen, die organiſchen Stoffe aus zuſammengeſetzten Radicalen hervor.

Den Erfahrungen gemäß, welche die Fälle darbieten, in welchen ſich uns den Grundſtoffen chemiſch ähnliche Radicale vor Augen ſtellen, erlaubt man ſich auf dem Wege der Analogie derlei Radicale auch dort noch vorauszuſetzen, wo dieſelben ſich nicht iſolirt darſtellen laſſen, ſobald nur dadurch in die Betrachtung einer Menge von Verbindungen Ordnung und klare Ueberſicht gebracht werden kann, welche ohne dieſes Hilfsmittel als ein regelloſes Aggregat von Thatſachen erſcheinen würden.

78. **Das Cyan und ſeine Verbindungen mit Waſſerſtoff und Sauerſtoff.** Unter der Anforderung eines Stoffes, der zum Producte der Verbindung des Stickſtoffes mit dem Kohlenſtoffe eine große Verwandtſchaft hat, vereinigen ſich dieſe beiden Stoffe leicht zu einem eigenen Gebilde, welches den Namen Cyan führt. Dieß iſt der Fall, wenn ſtickſtoffhaltige Stoffe, wie getrocknetes Blut, Fleiſch, Horn, oder thieriſche Kohle in Berührung mit Kali und Eiſen geglüht werden. Der Sauerſtoff des Kali verbindet ſich mit einem Theile des Kohlenſtoffes zu Kohlenoxyd und Kohlenſäure, das Kalium und Eiſen dagegen mit dem aus Kohlenſtoff und Stickſtoff ſich erzeugenden Cyan. Durch Behandlung mit Eiſenſalzen läßt ſich das Cyan vom Kalium auf das Eiſen allein übertragen (Berlinerblau) und von dieſem auf Queckſilber, wodurch man das in Form eines weißen Salzes erſcheinende Cyanqueckſilber erhält. Durch Erhitzen zerfällt das Cyanqueckſilber in Queckſilber und Cyan. Letzteres erhält man unter dem gewöhnlichen Drucke der Atmoſphäre als ein farbloſes, giftiges, durchdringend riechendes, mit roſenfarbig-violetter Flamme brennendes, vom Waſſer abſorbirbares Gas, welches bei mäßiger Verdichtung in eine tropfbare Flüſſigkeit übergeht, die man leicht und gefahrlos darſtellt, wenn man die Erhitzung des Cyanqueckſilbers in einer 2—3 Linien weiten gebogenen, geſchloſſenen Glasröhre vornimmt. In der Eigenſchaft ſich direct mit Metallen zu verbinden, dann mit dem Sauerſtoff und Waſſerſtoff Säuren zu geben, iſt das Cyan ganz dem Chlor analog. Man bezeichnet es daher auch mit einem eigenen Zeichen Cy, welches im chemiſchen Sinne ſo viel bedeutet als CN, d. h. ſo viel als die Verbindung von 1 M. G. Kohlenſtoff mit 1 M. G. Stickſtoff.

Die Cyanwaſſerſtoffſäure CyH, auch unter dem Namen Blauſäure bekannt, iſt eines der fürchterlichſten Gifte. Man kann ſie durch Behandlung des Cyanqueckſilbers mit Salzſäure darſtellen, und erhält ſie in waſſerfreiem Zuſtande als eine farbloſe, äußerſt flüchtige tropfbare Flüſſigkeit, die einen ſtarken, jenem der bittern Mandeln ähnlichen Geruch beſitzt.

Mit dem Sauerſtoffe gibt das Cyan drei Säuren, welche ſich nicht im Sauerſtoffgehalte, ſondern nur in dem Miſchungsgewichte unterſcheiden, womit ſie in Verbindungen eintreten, nämlich die Cyanſäure CyO, die Knallſäure Cy_2O_2 und die Cyanurſäure Cy_3O_3. Die erſte und dritte kennt man nur im Hydratzuſtande, die

zweite nur in ſo fern ſie an Baſen gebunden iſt, mit welchen ſie leicht zerſetzbare, heftig explodirende Salze (darunter das als Zündmittel bei Percuſſionsgewehren dienende Knallqueckſilber) hervorbringt.

79. **Aethylverbindungen.** Wenn einer zuckerhaltigen tropfbaren Flüſſigkeit ein Ferment beigemengt iſt, d. h. eine ſtickſtoffhaltige Subſtanz, die ſich entweder bereits in dem Zuſtande der Zerſetzung befindet, oder durch was immer für eine Veranlaſſung in dieſen Zuſtand verſetzt wird, und günſtige Umſtände obwalten, worunter vornehmlich eine nicht zu hohe oder zu niedrige Temperatur (10 — 20° R.) gehört, ſo geräth die Flüſſigkeit in einen inneren Bewegungszuſtand, den man geiſtige Gährung nennt; die Temperatur der Flüſſigkeit nimmt zu, ihr Zuckergehalt vermindert ſich, es entwickelt ſich Kohlenſäure, die in Gasform entweicht, und es bildet ſich in der Flüſſigkeit ein berauſchender Stoff, der Alkohol oder Weingeiſt, den man, da er flüchtiger iſt als Waſſer, davon durch Deſtillation trennen kann: er erſcheint in reinem Zuſtande als eine waſſerhelle, entzündliche, Harz und Oele auflöſende Flüſſigkeit, die bei 63° R. ſiedet, und eine ſo große Verwandtſchaft zum Waſſer hat, daß man ihr dieſes nur durch beſondere Kunſtgriffe, z. B. durch Deſtillation über Aetzkalk oder Chlorcalcium zu entziehen, und ſonach waſſerfreien (abſoluten) Alkohol darzuſtellen vermag.

Der Alkohol iſt, wie die chemiſche Analyſe lehrt, eine Zuſammenſetzung aus Kohlenſtoff, Waſſerſtoff und Sauerſtoff; er enthält auf 1 Miſchungsgewicht Sauerſtoff 3 M. G Waſſerſtoff und 2 M. G. Kohlenſtoff. Behandelt man ihn mit Schwefelſäure, ſo entſtehen nach Maßgabe des Mengungsverhältniſſes mit Waſſer und der Temperatur verſchiedene Zerlegungsproducte; man kann den Hergang ſo einleiten, daß der Alkohol in Waſſer und in einen eigenen Stoff, den man Aether nennt, zerfällt: der Aether iſt eine waſſerhelle, höchſt flüchtige, ſtark riechende Flüſſigkeit, die ſchon bei 28° R. ſiedet; er beſteht gleichfalls aus Kohlenſtoff, Waſſerſtoff und Sauerſtoff, und enthält auf 1 M. G. Sauerſtoff 5 M. G. Waſſerſtoff und 4 M. G. Kohlenſtoff. Nimmt man nun den Ausdruck C_4H_5O als die Zuſammenſetzungsformel des Aethers an, ſo iſt jene des Alkohols nothwendig

$$C_4H_5O + HO = C_4H_6O_2.$$

Man kennt eine ganze Reihe von Stoffen, welche 4 M. G. Kohlenſtoff und 5 M. G. Waſſerſtoff als gemeinſchaftlichen Beſtandtheil enthalten. Dieß und die Analogie mit andern Fällen veranlaßte die Verbindung C_4H_5, obgleich man ſie bis jetzt nicht iſolirt darzuſtellen vermochte (ſo wenig wie die waſſerfreie Salpeterſäure oder die Oxalſäure), als ein beſonderes Radical zu betrachten, dem man den Namen Aethyl beilegt. Aether iſt ſonach Aethyloxyd, und Alkohol iſt Aethyloxydhydrat. Außerdem gibt es ein Aethylchlorür C_4H_5Cl (desgleichen ein Aethylbromür und Jodür), ein Aethylſulfür C_4H_5S, dann einen Stoff, welcher als das Analogon des Alkohols Schwefel ſtatt Sauerſtoff enthält, nämlich das Mercaptan (Aethylſulfür-Schwefelwaſſerſtoff)

$$C_4H_6S_2 = C_4H_5S + HS,$$

ein Aethylcyanür u. ſ. w., einer Menge anderer Verbindungen nicht zu gedenken.

Um die geiſtige Gährung in der einfachſten Form einzuleiten, ſetze man einem nicht zu concentrirten Zuckerwaſſer etwas Bierhefe zu, und ſtelle die Flüſſigkeit an einen mäßig warmen Ort; in kurzer Zeit trübt ſich die Flüſſigkeit, kommt in Bewegung, Kohlenſäuregas entwickelt ſich, und nachdem Ruhe eingetreten iſt und die Flüſſigkeit ſich wieder geklärt hat, ſchmeckt ſie nicht mehr ſüß, ſondern geiſtig. Auf demſelben Vorgange beruht die Bereitung aller Arten geiſtiger Getränke, insbeſondere das Entſtehen von Wein und Bier durch Gährung des Traubenſaftes und des Malzabſudes. Der Traubenſaft kommt ohne beſondern Zuſatz eines Fermentes in Gährung: die Stelle des Ferments vertritt da ein ſtickſtoffhaltiger Beſtandtheil, der unter dem Einfluß der atmoſphäriſchen Luft ſich zu zerſetzen beginnt, und dieſen Zuſtand auch in der übrigen Maſſe hervorruft.

Die chemiſche Unterſuchung lehrt, daß der bei 80° R. getrocknete Traubenzucker aus gleichviel Miſchungsgewichten Sauerſtoff und Kohlenſtoff und ſo viel Waſſerſtoff beſteht, als nöthig iſt, um mit dem Sauerſtoffe Waſſer zu geben; für den kryſtalliſirten Rohrzucker findet man die Zuſammenſetzungsformel $C_{12}H_{11}O_{11}$: fügt man ein Miſchungsgewicht Waſſer hinzu, ſo entſteht die Formel $C_{12}H_{12}O_{12}$, welche genau der Zuſammenſetzung des Traubenzuckers entſpricht. Dieſe Formel läßt ſich in Theile zerlegen, welche die Zuſammenſetzung des Alkohols und der Kohlenſäure ausdrücken, denn es beſteht die Gleichung:

$$C_{12}H_{12}O_{12} = 2C_4H_6O_2 + 4CO_2,$$

dieſer gemäß erſcheint alſo die geiſtige Gährung als ein Zerfallen eines Miſchungsgewichts Zucker (allenfalls nach Aufnahme von 1 M. G. Waſſer) in 2 M. G. Weingeiſt und 4 M. G. Kohlenſäure.

Es gibt Stoffe, welche zwar nicht unmittelbar Zucker enthalten, in welchen aber ein Beſtandtheil vorkommt, durch deſſen Metamorphoſe ſich Zucker zu bilden vermag: dieſe können daher gleichfalls zur Erzeugung von Weingeiſt benützt werden. (Branntweinbereitung aus Kartoffeln.)

80. **Acetylverbindungen.** In Berührung mit Sauerſtoff, und durch die Anregung eines Fermentes (deſſen Stelle auch feinzertheiltes Platin vertreten kann) erleidet der Alkohol bei ſchicklicher Temperatur (20 — 30° R.) eine Veränderung, die man Eſſiggährung nennt: das Reſultat derſelben iſt Bildung von Eſſigſäure, deren Zuſammenſetzung im waſſerfreien Zuſtande durch $C_4H_3O_3$ ausgedrückt wird. Man betrachtet die Eſſigſäure als eine Oxydationsſtufe eines eigenen bis jetzt nicht iſolirt dargeſtellten Radicals, des Acetyls C_4H_3. Man kennt das Hydrat des Oxydes des Acetyls, nämlich den Stoff $C_4H_4O_2 = C_4H_3O + HO$, unter der Benennung Aldehyd: es iſt eine ſehr flüchtige Flüſſigkeit, die im waſſerfreien Zuſtande ſchon bei 18° R. ſiedet. Damit aus Alkohol, d. i. aus $C_4H_6O_2$, Eſſigſäure, oder vielmehr deren Hydrat $C_4H_3O_4$ entſtehe, muß derſelbe aus der Luft 4 M. G. Sauerſtoff aufnehmen, und von dieſen müſſen ſich 2 M. G. mit 2 M. G. Waſſerſtoff zu Waſſer verbinden, womit jenes Hydrat verdünnt erſcheint. Es läßt ſich dieſer Vorgang auf zwei nach einander folgende Aufnahmen von 2 M. G. Sauerſtoff zurückfüh-

ren, ſo daß ſich durch Abſcheidung von 2 M. G. Waſſerſtoff aus dem Alkohol zunächſt Aldehyd und Waſſer, und hierauf durch Oxydation des Aldehyds erſt Eſſigſäurehydrat bildet. Das Acetyl iſt, ſo wie das Aethyl, der gemeinſchaftliche Beſtandtheil einer ganzen Reihenfolge zuſammengeſetzter Stoffe, in deren Betrachtung wir hier nicht näher eingehen.

Aus der ſo eben angedeuteten Bildungsweiſe der Eſſigſäure durch Oxydation des Alkohols erklären ſich die Bedingungen, an welche die Umwandlung geiſtiger Getränke in Eſſig gebunden iſt. Es erhellet daraus die Nothwendigkeit des Luftzutrittes; der Vortheil, den bei der Schnelleſſigfabrication eine feine Zertheilung des zur Gährung disponirten Alkohols gewährt, wodurch deſſen Berührungsfläche mit der Luft vervielfacht wird; wie es kommen kann, daß durch Mangel an Sauerſtoff nicht bloß der raſche Gang der Operation gehemmt wird, ſondern ſelbſt das Material zur Eſſigbildung verloren geht, indem ſich nur Aldehyd erzeugt, das in Folge ſeiner Flüchtigkeit entweicht. Die Eſſigſäure verbindet ſich mit dem Aethyloxyde zu Eſſigäther $C_8H_8O_4 = C_4H_3O_3 + C_4H_5O$, welcher dem Eſſig den angenehmen Geruch verleiht, der die beſſeren Sorten auszeichnet.

81. **Glyceryl- und Margaryloxydverbindungen.** Als ein weiteres Beiſpiel, wie Beziehungen, die wir an einfachen Stoffen wahrnehmen, ſich an zuſammengeſetzten Radicalen wiederholen, mögen die Fettarten und fetten Oele dienen. Sie beſtehen aus mehreren ſalzartigen Verbindungen gewiſſer Säuren und Baſen, welche der Sauerſtoff mit eigenthümlichen Radicalen bildet. Als derlei Radicale ſind das Glyceryl C_6H_5 und das Margaryl $C_{34}H_{34}$ zu betrachten. Aus dem Margaryl entſpringen zwei feſte, leicht ſchmelzbare, kryſtalliſirbare, in Waſſer unlösliche Stoffe, welche die Rolle von Säuren ſpielen, und ganz die Zuſammenſetzung der Schwefelſäure und Unterſchwefelſäure haben, nämlich: die ſogenannte Margarinſäure, welche 1 M. G. Radical und 3 M. G. Sauerſtoff; und die Talg- oder Stearinſäure, welche 2 M. G. Radical und 5 M. G. Sauerſtoff enthält. Die Verbindungen dieſer Säuren, ferner der Oelſäure $C_{44}H_{33}O_4$, welche ein tropfbarer Körper iſt, mit dem Glyceryloxyde, Verbindungen, die man unter den Benennungen Margarin, Stearin und Olein kennt, machen die Hauptbeſtandtheile des Talges (Unſchlittes) und der fetten Oele aus. Dieſe Glyceryloxydverbindungen werden durch Alkalien und andere Metalloxyde zerlegt: die genannten Säuren vereinigen ſich mit den Alkalien zu Seifen, welche im Waſſer löslich ſind: mit den alkaliſchen Erden und andern Metalloxyden geben ſie unlösliche ſeifenartige Verbindungen.

Waſſer, welches Kalkſalze enthält, löſt alkaliſche Seifen nicht auf, ſondern zerlegt dieſelben, und es entſtehen unlösliche Kalkſeifen; es heißt dann hartes Waſſer. Solches kann durch vorläufigen Zuſatz von Natron weich gemacht werden.

Auf der Abſcheidung der Stearin- und Margarinſäure aus dem Talge beruht die Verfertigung der beliebten Stearin- und Margarinkerzen.

Beispiele stöchiometrischer Aufgaben.

82. Mischungsgewichte der Grundstoffe. Zur numerischen Beantwortung stöchiometrischer Fragen ist vor Allem die Kenntniß der Mischungsgewichte der Grundstoffe nöthig; hier folgt eine Zusammenstellung der Werthe mehrerer derselben, worunter insbesondere diejenigen sich befinden, von welchen am häufigsten Gebrauch gemacht wird:

Sauerstoff	O	=	8	Gold	Au	=	199
Wasserstoff	H	=	1	Platin	Pt	=	98,7
Stickstoff	N	=	14	Silber	Ag	=	108
Kohlenstoff	C	=	6	Quecksilber	Hg	=	100
Schwefel	S	=	16	Kupfer	Cu	=	31,8
Phosphor	P	=	31,4	Eisen	Fe	=	27,2
Chlor	Cl	=	35,4	Wismuth	Bi	=	106,4
Jod	J	=	126	Antimon	Sb	=	129
Brom	Br	=	78,4	Zinn	Sn	=	59
Fluor	F	=	18,7	Zink	Zn	=	32,3
Bor	B	=	11	Blei	Pb	=	103,8
Kiesel	Si	=	15	Nickel	Ni	=	29,6
Kalium	K	=	39,3	Kobalt	Co	=	29,6
Natrium	Na	=	23,3	Arsen	As	=	75,2
Barium	Ba	=	68,7	Chrom	Cr	=	28,1
Calcium	Ca	=	20	Mangan	Mn	=	27,7
Magnesium	Mg	=	12,7	Molybdän	Mo	=	48
Aluminium	Al	=	13,7	Titan	Ti	=	24.

83. Aufgaben. 1) Wie viel Sauerstoff erhält man aus einem gegebenen Gewichte, z. B. aus 100 Theilen, chlorsaurem Kali?

Die Zusammensetzungsformel der Chlorsäure ist ClO_5, des Kali KO, des chlorsauren Kali ClO + KO oder $ClKO_6$. Aus $ClKO_6$ = 35,4 + 39,3 + 48 = 122,7 Gewichttheilen chlorsaurem Kali erhält man also O_6 = 48 Theile Sauerstoff, folglich, nach der Proportion 122,7 : 100 = 48 : x, aus 100 Theilen chlorsaurem Kali $x = \frac{4800}{122,7}$ = 39 Theile Sauerstoff. Wie man das Volum eines Gases aus seinem Gewichte findet, wird in der Folge gezeigt.

2) Wie viel Sauerstoff erhält man aus Manganhyperoxyd durch Glühen, im Vergleiche mit dessen Behandlung mittelst Schwefelsäure?

Das Manganhyperoxyd MnO_2 geht bei gelindem Glühen in Manganoxyd Mn_2O_3, bei heftigem Glühen in Oxydoxyd $Mn_2O_3 + MnO = Mn_3O_4$, und in Folge der Einwirkung von Schwefelsäure in Oxydul MnO über. Es verlieren aber 6 MnO_2 Gewichttheile Manganhyperoxyd bei dem Uebergange in 3 Mn_2O_3, in 2 Mn_3O_4 und in 6 MnO die Sauerstoffmengen O_3, O_4, O_6, welche sich wie 3 : 4 : 6 verhalten. Nun ist MnO_2 = 27,7 + 16 = 43,7 und es macht O = 8 hievon nahe 18 Procente aus: mithin entwickelt das Manganhyperoxyd unter genannten Umständen 9,12 und 18 Procente seines Gewichts Sauerstoff.

5) In welchem Verhältnisse ist Zink und concentrirte englische Schwefelsäure zur Entwickelung von Wasserstoffgas erforderlich?

Das Miſchungsgewicht der engliſchen Schwefelſäure oder des Schwefelſäurehydrats iſt $SO_3 + HO = 49$; das ſich bildende ſchwefelſaure Zinkoxyd beſteht aus 1 M. G. Säure und 1 M. G. Zinkoxyd, welches letztere 1 M. G. Sauerſtoff und 1 M. G. Zink $Zn = 32{,}3$ enthält. Es ſind alſo für 49 Gewichtstheile engliſcher Schwefelſäure 32,3 Gewichtstheile Zink nöthig. Die hiebei ins Spiel tretende Waſſerzerlegung liefert, weil 1 M. G. Sauerſtoff an das Zink abgegeben wird, 1 M. G. oder 1 Gewichtstheil Waſſerſtoff.

4) Wie viel Salpeter und engliſche Schwefelſäure braucht man zur Darſtellung von Salpeterſäure?

Die Zuſammenſetzungsformel des Salpeters oder des ſalpeterſauren Kaliumoxydes iſt $N_2O_5 + KO$, mithin deſſen Miſchungsgewicht $= 54 + 47 = 101$. Man muß, damit die Operation am beſten vor ſich gehe, 2 M. G. Schwefelſäure $= 2(SO_3 + HO)$ anwenden; dabei bildet ſich doppeltſchwefelſaures Kali $2SO_3 + KO$, wozu ſich noch 1 M. G. Waſſer geſellt, und Salpeterſäurehydrat $N_2O_5 + HO$ wird ausgeſchieden. Dem gemäß ſind zur Zerlegung von 101 Gewichtstheilen Salpeter 98 Theile concentrirte engliſche Schwefelſäure nöthig, und man erhält $54 + 9 = 63$ Gewichtstheile Salpeterſäurehydrat. Wollte man nur ſo viel Schwefelſäure in Anwendung bringen, daß ſich einfach-ſchwefelſaures Kali bildet, ſo wäre zur Zerlegung des Salpeters eine höhere Temperatur erforderlich, bei der ein Theil der Salpeterſäure zerlegt würde, und ſomit verloren ginge. Dieſer Verluſt gibt ſich durch die bei dieſem Verfahren ſtattfindende Entwickelung von Sauerſtoffgas zu erkennen.

5) Wie viel Salpeter, Schwefel und Kohle bedarf man zur Verfertigung des Schießpulvers?

Die Kraft des Schießpulvers beruht auf der plötzlichen Gasentwickelung, welche bei der Entzündung deſſelben eintritt. Durch Verbindung des Kohlenſtoffes mit dem Sauerſtoffe der Säure und des Kali des Salpeters entſteht kohlenſaures Gas, und der Stickſtoff dieſer Säure wird (gleichfalls in Gasform) in Freiheit geſetzt, während das Kalium ſich mit dem Schwefel verbindet. Da im Salpeter $NO_5 + KO$ ſich 6 Miſchungsgewichte Sauerſtoff vorfinden, und zur Bildung von Kohlenſäure für jedes Miſchungsgewicht Kohlenſtoff 2 M. G. Sauerſtoff nöthig ſind, ferner das hier ſich bildende Schwefelkalium aus 1 M. G. Kalium und 1 M. G. Schwefel beſteht, ſo erfordert die richtige Zuſammenſetzung des Schießpulvers 1 M. G. Salpeter, 1 M. G. Schwefel und 3 M. G. Kohlenſtoff. Es verhalten ſich ſonach die Gewichtsmengen Salpeter, Schwefel und Kohle wie 101 : 16 : 18, woraus 135 Gewichtstheile Schießpulver entſtehen, d. h. es ſind für 100 Theile Schießpulver 76 Theile Salpeter, 12 Theile Schwefel und 13 Theile Kohle zu rechnen.

Viertes Hauptstück.

Vom Gleichgewichte der Kräfte im Allgemeinen.

84. **Begriff und Eintheilung der Mechanik.** Die Mechanik ist die Lehre von den Wirkungen bewegender Kräfte. Wirken Kräfte auf einen Körper, so findet entweder Gleichgewicht statt, d. h. die Wirkung jeder Kraft wird durch die Gesammtwirkung der übrigen Kräfte, in Verbindung mit dem Widerstande, den etwa vorhandene Hindernisse leisten, aufgehoben, oder es erfolgt Bewegung. Daher zerfällt die Mechanik in die Statik, welche vom Gleichgewichte der Kräfte, und in die Dynamik, welche von der durch Kräfte hervorgebrachten Bewegung handelt. Letzterer Theil der Mechanik läßt sich auf den ersteren zurückführen, daher geht im wissenschaftlichen Vortrage die Statik der Dynamik voran.

85. **Bestimmungsstücke einer Kraft.** Alle Einwirkungen von Kräften auf Körper bestehen in Anregungen der kleinsten Theile (materiellen Puncte) zur Bewegung. Eine Kraft wird daher in ihrer einfachsten Form als Etwas gedacht, welches einen materiellen Punct, den Angriffspunct, nach einer gewissen Richtung, mit einer gewissen Stärke (Intensität) in Bewegung zu versetzen strebt. Ist der Angriffspunct frei beweglich, d. h. steht ihm kein Hinderniß entgegen, und unterliegt er auch nicht gleichzeitig der Einwirkung einer anderen Kraft, so muß er längs der geraden Linie, durch welche die Richtung der vorhandenen Kraft angezeigt wird, in Bewegung gerathen.

86. **Messen der Kräfte.** Von der Stärke einer Kraft kann man eben so wenig, wie von jeder andern Größe eine absolute Vorstellung haben; es kann lediglich von dem Verhältnisse der Intensitäten zweier Kräfte die Rede seyn. Um zu einer klaren Anschauung dieses Verhältnisses zu gelangen, muß vor Allem ausgemacht seyn, was gleiche Intensitäten sind; dieß vorausgesetzt, läßt sich der Begriff einer doppelten, dreifachen Stärke einer Kraft feststellen. Wir sehen zwei Kräfte ihrer Intensität nach als gleich an, wenn sie an einem frei beweglichen Puncte nach gerade entgegengesetzten Richtungen angebracht einander das Gleichgewicht halten. Durch das Zusammenwirken zweier, dreier ꝛc. gleichen Kräfte nach einerlei Richtung entsteht eine Kraft, deren Stärke als das Doppelte, Dreifache ꝛc. der Stärke jeder einzelnen dieser Kräfte betrachtet wird. Man läßt nämlich überhaupt eine Kraft, die durch das Zusammenwirken mehrerer Kräfte erzeugt wird, welche einen Punct nach derselben Richtung treiben, als die Summe dieser Kräfte gelten. Wird also die Intensität einer bestimmten Kraft zur Einheit gewählt, so lassen sich diesem gemäß die Intensitäten aller andern Kräfte durch Zahlen ausdrücken.

87. **Darstellung der Kräfte durch Linien.** Man kann die mit einander zu vergleichenden Intensitäten der Kräfte auch durch Längen gerader Linien vorstellen, welche unter einander in demselben Ver-

hältniſſe ſtehen, wie jene Intenſitäten. Trägt man dieſe Längen längs den Richtungen der Kräfte von dem Angriffspuncte ausgehend auf, ſo überſieht man mit einem Blicke Angriffspunct, Richtung und Stärke jeder Kraft, was die Unterſuchung oft ſehr erleichtert.

88. **Aequivalenz der Kräfte.** Man ſagt von einem Inbegriffe (Syſtem) von Kräften, welche einen Körper zu irgend einer unter den obwaltenden Umſtänden möglichen Bewegung genau ſo anregen, wie andere Kräfte, die erſteren ſeyen den letzteren *äquivalent*. Aequivalente Kräfte können einander, dem Effecte unbeſchadet, ſubſtituirt werden, und da Kräfte, die ſich das Gleichgewicht halten, keine Bewegung hervorbringen, ſo iſt klar, daß die Aequivalenz nicht geſtört wird, wenn man Kräfte, die für ſich im Gleichgewichte ſind, zu den vorhandenen Kräften hinzufügt, oder davon wegnimmt.

89. **Reſultirende Kraft und Componenten.** Läßt ſich eine Kraft angeben, welche mehreren auf einen Körper wirkenden Kräften, auch wenn der Körper vollkommen frei beweglich gedacht wird, d. h. abgeſehen von etwa vorhandenen Hinderniſſen, äquivalent iſt, ſo heißt dieſe Kraft die *Reſultirende* der anderen Kräfte, letztere aber werden die *Componenten* genannt. Die Reſultirende mehrerer Kräfte ausmitteln, heißt die Kräfte *zuſammenſetzen*; einer gegebenen Kraft andere Kräfte ſubſtituiren, deren Reſultirende ſie iſt, heißt erſtgedachte Kraft *zerlegen*.

Zuſammenſetzung und Zerlegung von Kräften, welche auf einen und denſelben Punct wirken.

90. **Exiſtenz der Reſultirenden mehrerer auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn Kräfte auf einen Punct wirken, die, wenn dieſer Punct völlig frei beweglich gedacht wird, einander nicht das Gleichgewicht halten, ſo erfährt derſelbe eine Anregung zur Bewegung nach einer beſtimmten Richtung mit einer beſtimmten Stärke. Es läßt ſich daher ſtets eine Kraft denken, welche für ſich allein den genannten Punct nach derſelben Richtung und mit derſelben Stärke in Bewegung zu ſetzen ſtrebt. Dieſe Kraft iſt den gegebenen Kräften nothwendig äquivalent, folglich deren Reſultirende.

91. **Reſultirende mehrerer längs derſelben Geraden auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn Kräfte an einem Puncte angebracht ſind und ihre Richtungen in dieſelbe gerade Linie zu liegen kommen, ſo ſind zwei Fälle möglich: entweder wirken ſämmtliche Kräfte nach derſelben Gegend hin, oder es iſt die Richtung einiger Kräfte jener der übrigen entgegengeſetzt. Im erſten Falle iſt, wie aus der in 86. ausgeſprochenen Annahme folgt, die Reſultirende ſämmtlicher Kräfte der Summe letzterer gleich, und hat offenbar dieſelbe Richtung; im zweiten aber entſpricht die Reſultirende der Differenz, welche man erhält, wenn man die Summe der nach der einen Richtung wirkenden Kräfte von der Summe der nach der entgegengeſetzten Richtung wirkenden Kräfte abzieht, und ſie hat die Richtung derjenigen Kräfte, welche die größere Summe geben. Iſt nämlich P die eine, Q die an-

dere Summe, und $P > Q$, so sey $P - Q = R$, d. h. $P = Q + R$. Man kann an die Stelle von P nach derselben Richtung die äquivalenten Kräfte Q und R setzen; aber die beiden nun vorhandenen entgegengesetzten Kräfte, deren jede $= Q$ ist, stehen im Gleichgewichte und können deßhalb weggelassen werden: somit bleibt bloß R übrig, welche Kraft die Resultirende sämmtlicher Kräfte ist, und die Richtung der größeren Summe P hat. Wären beide Summen einander gleich, so fände man nach dieser Regel $R = 0$, wodurch angezeigt wird, daß die Kräfte einander das Gleichgewicht halten.

92. **Eigenschaften der Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn zwei Kräfte nach Richtungen, welche unter einem Winkel gegen einander geneigt sind, auf einen Punct wirken, so lassen sie jederzeit eine Resultirende zu. Denn wäre dieß nicht der Fall, so müßten sich diese Kräfte wechselseitig aufheben, mithin eine derselben nach entgegengesetzter Richtung genommen, bei vollkommen freier Beweglichkeit des Angriffpunctes, der andern Kraft äquivalent seyn. Aber zwei Kräfte, welche, wie hier sich ergeben würde, nach verschiedenen Richtungen auf einen freien Punct wirken, können nicht äquivalent seyn, mithin kann auch unter den ursprünglich vorhandenen zwei Kräften nicht Gleichgewicht herrschen, sondern sie haben eine Resultirende. Von dieser Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte läßt sich sogleich Folgendes aussagen: 1) Ihre Richtung fällt in die Ebene der Richtungen beider Componenten; es ist nämlich kein Grund vorhanden, aus welchem diese Richtung eher nach der einen, als nach der andern Seite aus genannter Ebene heraustreten sollte. 2) Die Richtung erwähnter Resultirenden liegt innerhalb des Winkels der Richtungen der Componenten; denn jede der zwei Kräfte strebt den Angriffspunct von der Richtung der andern Kraft weg, und gegen ihre eigene Richtung hin zu lenken. 3) Wird die Intensität der einen Componente vergrößert, so nimmt der Winkel ab, den die Richtung der Resultirenden mit der Richtung dieser Componente bildet. Die neue Resultirende kann nämlich als das Erzeugniß der früheren Resultirenden und der Zunahme genannter Componente betrachtet werden, und fällt daher zwischen die Richtungen letzterer zwei Kräfte. 4) Gibt man der einen Componente eine bestimmte Größe, und denkt sich die Größe der andern von Null angefangen bis ins Unendliche wachsend, so wird die Richtung der Resultirenden von der Richtung der unveränderlichen Componente an, gegen jene der veränderlichen hin, nach der Reihe alle möglichen Zwischenlagen erhalten. Ist daher die Richtung und Größe der einen Componente und die Richtung der andern gegeben, so läßt sich die Größe der letztern stets so beschaffen denken, daß die Richtung der Resultirenden mit irgend einer zwischen den Richtungen beider Componenten gewählten geraden Linie zusammenfällt. 5) Aendern sich die Größen der Componenten mit Beibehaltung ihrer ursprünglichen Richtungen dergestalt, daß die neuen Componenten in demselben Verhältnisse stehen wie die früheren, so behält die Resultirende die vorige Richtung, aber

ihre Größe ändert ſich in demſelben Verhältniſſe, in welchem die Kräfte geändert worden ſind. In der That denkt man ſich jede der beiden Componenten eine und dieſelbe beſtimmte Anzahl Male nach ihren Richtungen an dem Angriffspuncte angebracht, ſo muß die Reſultirende eben ſo oft nach der ihr gehörenden Richtung entſtehen. Eine Vervielfachung der Größen der Componenten nach einerlei Multiplicator hat daher auf die Richtung der Reſultirenden keinen Einfluß, die Größe der Reſultirenden aber erſcheint mit demſelben Factor wie die Componenten multiplicirt. Da man die anfänglichen Intenſitäten der Componenten ſo klein nehmen kann, als man will, ſo gilt die Richtigkeit der Behauptung für jede Aenderung dieſer Intenſitäten in einem commenſurablen Verhältniſſe, welcher Schluß ſich mit Hilfe der vorhergehenden Sätze, nach der bekannten, in den Elementen der Mathematik gangbaren Beweisführung, auch auf die Aenderung in jedem incommenſurablen Verhältniſſe ausdehnen läßt. Es hängt alſo die Lage der Richtung der Reſultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte gegen die Richtungen der Componenten nicht von den abſoluten Größen, ſondern nur von dem Verhaltniſſe dieſer Componenten ab.

93. **Größe der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Es ſey A (Fig. 1) der Angriffspunct zweier Kräfte, deren Größen wir durch P, Q vorſtellen; A x, A y ſeyen die Richtungen derſelben und x A y ein rechter Winkel, ſo kann die Größe der Reſultirenden auf folgendem Wege beſtimmt werden:

Man nehme an, die noch unbekannte Reſultirende habe die Richtung A z und ihre Größe ſey R. Zieht man durch A die Gerade u v ſenkrecht gegen A z, und denkt man ſich am Puncte A nach den Richtungen A z, A u Kräfte H, J angebracht, deren Größen ſich verhalten, wie P : Q, ſo muß, weil der Winkel z A u, unter welchem die erſteren Kräfte wirken, als ein rechter, dem Winkel x A y, unter welchem die letzteren wirken, gleich iſt, die Richtung der Reſultirenden der Kräfte H, J gegen die Geraden A z und A u genau dieſelbe Lage haben, welche die Richtung der Reſultirenden der Kräfte P, Q, nämlich die Gerade A z, gegen A x und A y hat, und die erſtere Reſultirende muß zur letzteren in demſelben Verhältniſſe ſtehen, wie H zu P, oder wie J zu Q [92, 5)]. Aber offenbar iſt es die A x, welche gegen A z und A u genau ſo liegt, wie A z gegen A x und A y, da dieſe Lage in beiden Fällen durch den Winkel x A z beſtimmt wird, um welchen die eine der Geraden A z, A x von der andern abweicht; es iſt alſo A x die Richtung der Reſultirenden der Kräfte H, J. Nimmt man nun noch das bis jetzt unbeſtimmt gebliebene Verhältniß H : P oder J : Q dergeſtalt an, daß

H : P = P : R folglich auch J : Q = P : R

wird, ſo erſcheint die Kraft P als die Reſultirende der Kräfte H, J, und man darf dem zu Folge die Kräfte H, J an die Stelle der Kraft P ſetzen.

Eben so läßt sich einsehen, daß wenn man nach den Richtungen Av, Az Kräfte K, L anbringt, welche den Proportionen

$$K : P = Q : R, \quad L : Q = Q : R$$

Genüge leisten, Q die Resultirende dieser Kräfte ist, mithin die solchergestalt gewählten Kräfte K. L der Kraft Q substituirt werden dürfen.

Es ist also die Resultirende R der Kräfte P und Q zugleich die Resultirende der vier Kräfte H, J, K, L. Unter diesen haben J und K gerade entgegengesetzte Richtungen, und da die obigen Proportionen $J = \frac{PQ}{R}$ und auch $K = \frac{PQ}{R}$ geben, so ist auch noch J = K, mithin heben sich diese Kräfte auf, und können dem Effecte unbeschadet wegbleiben; es erscheint daher R als Resultirende der Kräfte H, L. Aber diese zwei Kräfte wirken nach einerlei Richtung, folglich ist R ihrer Summe gleich, d. h. R = H + L. Aus obigen Proportionen folgt $H = \frac{P^2}{R}$ und $L = \frac{Q^2}{R}$, mithin hat man endlich

$$R = \frac{P^2}{R} + \frac{Q^2}{R} \text{ oder } R^2 = P^2 + Q^2.$$

Es gilt sonach der Satz: Das Quadrat der Größe der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte ist der Summe der Quadrate der Größen der Componenten gleich.

94. **Geometrische Construction der Größe der Resultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte.** Schneidet man von dem Angriffspuncte A (Fig. 2) ausgehend, längs den einen rechten Winkel bildenden Richtungen Ax, Ay der Kräfte P, Q Stücke AB, AC ab, deren Längen sich verhalten, wie die Intensitäten dieser Kräfte, so nämlich, daß AB : AC = P : Q ist; zieht man ferner BD parallel zu Ay und CD parallel zu Ax, wodurch man das Rechteck ABDC erhält: so steht dessen Diagonale AD zu den Seiten AB, AC in demselben Verhältnisse, wie die Resultirende R der Kräfte P und Q zu den Größen dieser Componenten. Denn es ist in Folge obiger Proportion

$$AB^2 : AC^2 = P^2 : Q^2,$$

mithin auch

$$AB^2 + AC^2 : AB^2 : AC^2 = P^2 + Q^2 : P^2 : Q^2.$$

Aber wegen AC = BD ist $AB^2 + AC^2 = AB^2 + BD^2$ und wegen des rechten Winkels ABD ist $AB^2 + BD^2 = AD^2$, also $AB^2 + AC^2 = AD^2$; ferner besteht die Gleichung $P^2 + Q^2 = R^2$; folglich hat man

$$AD^2 : AB^2 : AC^2 = R^2 : P^2 : Q^2,$$

und dem gemäß

$$AD : AB : AC = R : P : Q$$

wodurch die Behauptung bewiesen ist. Man drückt dieses Resultat kurz so aus: »Die Größe der Resultirenden zweier unter einem rechten »Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte wird durch die Diagonale »des Rechteckes vorgestellt, dessen Seiten den Richtungen und Größen »der Componenten entsprechen.«

95. **Richtung der Reſultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte.** Die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten die Richtungen und Größen zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte vorſtellen, iſt nicht bloß der Größe nach der Reſultirenden dieſer Kräfte proportional, ſondern ſie zeigt auch die Richtung dieſer Reſultirenden an. Der Beweis dieſes Satzes beruht auf folgenden Betrachtungen:

1) Da die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte bloß von dem Verhältniſſe der Intenſitäten der Componenten abhängt [92. 5)], ſo ſey $p : q$ das Verhältniß, welches zwiſchen den Componenten ſtatt finden muß, damit die Richtung der Reſultirenden mit der Richtung einer Componente den Winkel α bilde, ferner $r : s$ jenes Verhältniß, damit dieſer Winkel die Größe β habe; es ſoll nun hieraus das Verhältniß der Componenten gefunden werden, damit der Winkel zwiſchen der Richtung der Reſultirenden und der Richtung einer Componente $= \alpha + \beta$ ausfalle, wobei natürlich vorausgeſetzt wird, daß die Summe $\alpha + \beta$ einen rechten Winkel nicht erreiche.

Es ſey (Fig. 3) A der Angriffspunct der Kräfte, der Winkel $xAz = \alpha$ und $zAu = \beta$, mithin $xAu = \alpha + \beta$. Man laſſe auf A nach der Richtung Ax eine beliebige Kraft P wirken, und bringe nach der auf Ax ſenkrechten Richtung Ay eine Kraft Q an, deren Größe der Proportion $P : Q = p : q$ entſpricht, ſo wird nach der Vorausſetzung die Reſultirende R dieſer zwei Kräfte die Richtung Az erhalten. Wird ferner nach der auf Az ſenkrechten Richtung Av die Kraft S angebracht, welche der Proportion $R : S = r : s$ Genüge leiſtet, ſo wird, ebenfalls nach der Vorausſetzung, Au die Richtung der Reſultirenden U der Kräfte R und S ſeyn. Subſtituirt man der Kraft R die Kräfte P, Q, deren Reſultirende die erſtere iſt, ſo erſcheint U als die Reſultirende der drei Kräfte P, Q und S. Aber die nach Av wirkende Kraft S kann man durch zwei andere Kräfte erſetzen, wovon die eine nach Ax, d. i. nach der Verlängerung von xA, und die zweite nach Ay wirkt; denn da jeder der Winkel yAv und zAx mit dem Winkel yAz einen rechten Winkel zur Summe gibt, ſo ſind erſtgenannte zwei Winkel einander gleich, und es liegt demnach Av gegen Ay und Ax genau ſo, wie Az gegen Ax und Ay: man hat alſo die nach Ax und Ay anzubringenden Kräfte, welche P und Q heißen mögen, bloß ſo zu wählen, daß die Proportionen

$$P : Q = S : R \text{ und } Q : P = S : R$$

ſtatt finden. Es erſcheint ſomit U auch als die Reſultirende der vier Kräfte P, Q, P, Q, oder, weil P und P einander gerade entgegen, Q und Q aber übereinſtimmend wirken, ſo iſt U die Reſultirende der zwei nach Ax und Ay wirkenden Kräfte $P - P$ und $Q + Q$. Damit alſo die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung der einen Componente den Winkel $\alpha + \beta$ bilde, müſſen die Componenten zu einander ſich verhalten wie $P - P : Q + Q$, oder weil, den auf-

geſtellten Proportionen zu Folge, $P' = \frac{QS}{R}$ und $Q' = \frac{PS}{R}$ iſt, wie

$$P - \frac{QS}{R} : Q + \frac{PS}{R} = \frac{P}{Q} - \frac{S}{R} : 1 + \frac{PS}{QR} = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}.$$

2) Die Lage der Diagonale eines Rechteckes gegen ſeine Seiten hängt offenbar nicht von den Längen der Seiten überhaupt, ſondern nur von dem Verhältniſſe dieſer Längen ab. Es bilde die Diagonale mit einer Seite, wenn dieſe Seite zur andern ſich wie $p : q$ verhält, den Winkel a, und wenn das Verhältniß genannter Seiten $r : s$ iſt, den Winkel b. Man kann beweiſen, daß wenn eine Seite des Rechteckes ſich zur andern wie $\frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$ verhält, die Diagonale mit erſterer Seite den Winkel $a + b$ macht.

Es ſeyen die von dem Puncte A (Fig. 4) ausgehenden Geraden Ax, At, Aw ſo gegen einander geneigt, daß der Winkel $xAt = a$ und $tAw = b$, mithin $xAw = a + b$ iſt, ferner ſey Ay ſenkrecht auf Ax. Zieht man von einem beliebigen Puncte D der At auf Ax, Ay die Senkrechten DB, DC, ſo entſteht das Rechteck ABDC, in welchem, nach der Vorausſetzung, AB ſich zu AC (oder was daſſelbe iſt, zu BD) verhält, wie $p : q$. Eben ſo wird, wenn man in D auf At die Senkrechte DE errichtet, welche der Aw in E begegnet, AD zu DE ſich verhalten wie $r : s$. Läßt man nun vom Puncte E auf Ax und Ay die Senkrechten EF und EG fallen, ſo hat man das Rechteck AFEG vor Augen, in welchem die Diagonale AE mit der Seite AB den Winkel $a + b$ einſchließt Der oben ausgeſprochene Satz iſt bewieſen, ſobald ſich zeigen läßt, daß die Proportion $AF : AG = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$ ſtatt findet. Es iſt

$$AF = AB - BF = AB - DH$$

und $$AG = AC + CG = BD + HE;$$

ferner ſind die Dreiecke EHD, ABD ähnlich, weil die Seiten des einen auf den Seiten des andern ſenkrecht ſtehen, daher iſt

$$DH : DE = BD : AD, \text{ mithin } DH = \frac{BD \cdot DE}{AD}$$

und eben ſo $HE : DE = AB : AD$, mithin $HE = \frac{AB \cdot DE}{AD}$, folglich hat man

$$AF : AG = AB - \frac{BD \cdot DE}{AD} : BD + \frac{AB \cdot DE}{AD}$$

$$= \frac{AB}{BD} - \frac{DE}{AD} : 1 + \frac{AB}{BD} \cdot \frac{DE}{AD},$$

d. h. $$AF : AG = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$$ w. z. b. w.

3) Aus den beiden vorhergehenden Betrachtungen folgt unmittelbar, daß wenn die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung einer der Componenten in einem Falle den Winkel α, in einem zwei-

95. Richtung der Reſultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte. Die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten die Richtungen und Größen zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte vorſtellen, iſt nicht bloß der Größe nach der Reſultirenden dieſer Kräfte proportional, ſondern ſie zeigt auch die Richtung dieſer Reſultirenden an. Der Beweis dieſes Satzes beruht auf folgenden Betrachtungen:

1) Da die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte bloß von dem Verhältniſſe der Intenſitäten der Componenten abhängt [92. 5)], ſo ſey $p : q$ das Verhältniß, welches zwiſchen den Componenten ſtatt finden muß, damit die Richtung der Reſultirenden mit der Richtung einer Componente den Winkel α bilde, ferner $r : s$ jenes Verhältniß, damit dieſer Winkel die Größe β habe; es ſoll nun hieraus das Verhältniß der Componenten gefunden werden, damit der Winkel zwiſchen der Richtung der Reſultirenden und der Richtung einer Componente $= \alpha + \beta$ ausfalle, wobei natürlich vorausgeſetzt wird, daß die Summe $\alpha + \beta$ einen rechten Winkel nicht erreiche.

Es ſey (Fig. 3) A der Angriffspunct der Kräfte, der Winkel $xAz = \alpha$ und $zAu = \beta$, mithin $xAu = \alpha + \beta$. Man laſſe auf A nach der Richtung Ax eine beliebige Kraft P wirken, und bringe nach der auf Ax ſenkrechten Richtung Ay eine Kraft Q an, deren Größe der Proportion $P : Q = p : q$ entſpricht, ſo wird nach der Vorausſetzung die Reſultirende R dieſer zwei Kräfte die Richtung Az erhalten. Wird ferner nach der auf Az ſenkrechten Richtung Av die Kraft S angebracht, welche der Proportion $R : S = r : s$ Genüge leiſtet, ſo wird, ebenfalls nach der Vorausſetzung, Au die Richtung der Reſultirenden U der Kräfte R und S ſeyn. Subſtituirt man der Kraft R die Kräfte P, Q, deren Reſultirende die erſtere iſt, ſo erſcheint U als die Reſultirende der drei Kräfte P, Q und S. Aber die nach Av wirkende Kraft S kann man durch zwei andere Kräfte erſetzen, wovon die eine nach Ax′, d i. nach der Verlängerung von xA, und die zweite nach Ay wirkt; denn da jeder der Winkel yAv und zAx mit dem Winkel yAz einen rechten Winkel zur Summe gibt, ſo ſind erſtgenannte zwei Winkel einander gleich, und es liegt demnach Av gegen Ay und Ax′ genau ſo, wie Az gegen Ax und Ay: man hat alſo die nach Ax′ und Ay anzubringenden Kräfte, welche P′ und Q′ heißen mögen, bloß ſo zu wählen, daß die Proportionen

$$P' : Q = S : R \text{ und } Q' : P = S : R$$

ſtatt finden. Es erſcheint ſomit U auch als die Reſultirende der vier Kräfte P, Q, P′, Q′, oder, weil P und P′ einander gerade entgegen, Q und Q′ aber übereinſtimmend wirken, ſo iſt U die Reſultirende der zwei nach Ax und Ay wirkenden Kräfte $P - P'$ und $Q + Q'$. Damit alſo die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung der einen Componente den Winkel $\alpha + \beta$ bilde, müſſen die Componenten zu einander ſich verhalten wie $P - P' : Q + Q'$, oder weil, den auf-

geſtellten Proportionen zu Folge, $P' = \frac{QS}{R}$ und $Q' = \frac{PS}{R}$ iſt, wie

$$P - \frac{QS}{R} : Q + \frac{PS}{R} = \frac{P}{Q} - \frac{S}{R} : 1 + \frac{PS}{QR} = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}.$$

2) Die Lage der Diagonale eines Rechteckes gegen ſeine Seiten hängt offenbar nicht von den Längen der Seiten überhaupt, ſondern nur von dem Verhältniſſe dieſer Längen ab. Es bilde die Diagonale mit einer Seite, wenn dieſe Seite zur andern ſich wie $p : q$ verhält, den Winkel a, und wenn das Verhältniß genannter Seiten $r : s$ iſt, den Winkel b. Man kann beweiſen, daß wenn eine Seite des Rechteckes ſich zur andern wie $\frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$ verhält, die Diagonale mit erſterer Seite den Winkel $a + b$ macht.

Es ſeyen die von dem Puncte A (Fig. 4) ausgehenden Geraden Ax, At, Aw ſo gegen einander geneigt, daß der Winkel $xAt = a$ und $tAw = b$, mithin $xAw = a + b$ iſt, ferner ſey Ay ſenkrecht auf Ax. Zieht man von einem beliebigen Puncte D der At auf Ax, Ay die Senkrechten DB, DC, ſo entſteht das Rechteck $ABDC$, in welchem, nach der Vorausſetzung, AB ſich zu AC (oder was daſſelbe iſt, zu BD) verhält, wie $p : q$. Eben ſo wird, wenn man in D auf At die Senkrechte DE errichtet, welche der Aw in E begegnet, AD zu DE ſich verhalten wie $r : s$. Läßt man nun vom Puncte E auf Ax und Ay die Senkrechten EF und EG fallen, ſo hat man das Rechteck $AFEG$ vor Augen, in welchem die Diagonale AE mit der Seite AB den Winkel $a + b$ einſchließt Der oben ausgeſprochene Satz iſt bewieſen, ſobald ſich zeigen läßt, daß die Proportion $AF : AG = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$ ſtatt findet. Es iſt

$$AF = AB - BF = AB - DH$$

und $$AG = AC + CG = BD + HE;$$

ferner ſind die Dreiecke EHD, ABD ähnlich, weil die Seiten des einen auf den Seiten des andern ſenkrecht ſtehen, daher iſt

$$DH : DE = BD : AD, \text{ mithin } DH = \frac{BD \cdot DE}{AD}$$

und eben ſo $HE : DE = AB : AD$, mithin $HE = \frac{AB \cdot DE}{AD}$, folglich hat man

$$AF : AG = AB - \frac{BD \cdot DE}{AD} : BD + \frac{AB \cdot DE}{AD}$$

$$= \frac{AB}{BD} - \frac{DE}{AD} : 1 + \frac{AB}{BD} \cdot \frac{DE}{AD},$$

d. h. $AF : AG = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$ w. z. b. w.

3) Aus den beiden vorhergehenden Betrachtungen folgt unmittelbar, daß wenn die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung einer der Componenten in einem Falle den Winkel α, in einem zwei-

ten Falle den Winkel β, und in einem dritten den Winkel $\alpha + \beta$ bildet; ferner die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten ſich verhalten wie dieſe Kräfte, mit der betreffenden Seite im erſten Falle den Winkel a, und im zweiten den Winkel b bildet, der genannte Winkel im dritten Falle nothwendig $= a + b$ ſeyn werde. Setzt man hier $\beta = \alpha$, ſo muß offenbar auch $b = a$ ſeyn; es gehört demnach zu dem die Richtung der Reſultirenden beſtimmenden Winkel $\alpha + \alpha = 2\alpha$, auch bezüglich der Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten ſich wie die betreffenden Componenten verhalten, der Winkel $a + a = 2a$. Nimmt man jetzt $\beta = 2\alpha$ und dem ſo eben erhaltenen Reſultate gemäß $b = 2a$, ſo folgt weiter, daß dem Winkel $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ der Winkel $a + 2a = 3a$ entſpricht. Dieſe Schlußweiſe läßt ſich auf jeden noch ſo kleinen Werth des anfänglichen Winkels α anwenden, und ſo lange fortſetzen, als die Vielfachen von α einen rechten Winkel nicht erreichen; es ergibt ſich daraus die Folge, daß der Winkel, welchen die Richtung der Reſultirenden rechtwinkliger Kräfte mit einer Componente, und der Winkel, welchen die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten die Componenten vorſtellen, mit einer Seite macht, in allen Fällen in einerlei Verhältniß ſtehen, d. h. wenn α, β in zwei Fällen die auf die Richtung der Reſultirenden, und a, b die zugehörigen auf die Diagonale des Rechteckes ſich beziehenden Winkel ſind, die Gleichung $\frac{\alpha}{a} = \frac{\beta}{b}$ ſtatt findet. Kennt man alſo den Quotienten $\frac{\alpha}{a}$ in einem einzigen Falle, ſo gilt der Werth deſſelben auch für alle anderen Fälle.

4) Sind an einem Puncte nach Richtungen, die einen Winkel bilden, zwei gleiche Kräfte angebracht, ſo halbirt die Richtung der Reſultirenden dieſen Winkel; denn es iſt kein Grund denkbar, aus welchem die Richtung der Reſultirenden ſich mehr gegen die Richtung der einen als gegen die Richtung der andern Componente wenden ſollte. Es wird demnach, wenn die Richtungen zweier gleichen Componenten einen rechten Winkel einſchließen, der Winkel, den die Richtung der Reſultirenden mit der Richtung jeder Componente macht, der Hälfte eines Rechten gleich. Das Rechteck, deſſen Seiten ſich verhalten wie die Componenten, iſt in dieſem Falle ein Quadrat, es macht daher die Diagonale desſelben mit jeder Seite gleichfalls einen halben rechten Winkel. Da nun in dieſem beſonderen Falle der Winkel der Richtung der Reſultirenden mit der Richtung einer Componente dem Winkel gleich kommt, welchen die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten den Componenten proportional ſind, mit der betreffenden Seite einſchließt, ſo ſind dieſe Winkel im Allgemeinen einander gleich, wodurch der am Eingange ausgeſprochene Satz bewieſen iſt.

96. **Parallelogramm der Kräfte.** Sind an einem Puncte A (Fig. 5) zwei Kräfte angebracht, deren Richtungen A x, A y irgend einen Winkel bilden, und man nimmt längs dieſen Richtungen vom Puncte A ausgehend, Stücke A B, A C, welche ſich verhalten wie die Intenſitäten der gegebenen Kräfte, ſo zeigt die Diagonale A D des

mit den Seiten AB, AC verzeichneten Parallelogramms ABDC die Richtung der Reſultirenden an, und verhält ſich zu AB und AC wie die Größe der Reſultirenden zu den Größen der betreffenden Componenten. Ein ſolches Parallelogramm, deſſen Seiten die Richtungen und das Verhältniß der Intenſitäten zweier Kräfte vorſtellen, heißt Parallelogramm dieſer Kräfte; der ſo eben aufgeſtellte Lehrſatz läßt ſich daher kurz ſo ausſprechen: »Die Reſultirende zweier unter »einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte wird der Größe und »Richtung nach durch die vom Angriffspuncte ausgehende Diagonale »des Parallelogramms der Kräfte vorgeſtellt.« Dieſer Lehrſatz iſt durch die vorhergehenden Betrachtungen bereits für den Fall erwieſen, wenn die Richtungen der Componenten einen rechten Winkel bilden; der auf jeden andern Winkel dieſer Richtungen ausgedehnte Satz läßt ſich mit Hilfe des erſteren folgender Maßen begründen:

Man ziehe durch die Puncte A, C, D des bereits verzeichneten Parallelogramms ABDC, die AF, CE, DG rechtwinklig gegen AB, wovon die erſte der nöthigen Falls verlängerten CD in F, und die beiden letzteren der AB oder deren Verlängerung in E und G begegnen. Da AC als Diagonale des Rechteckes AECF erſcheint, ſo kann man AC als die Reſultirende zweier Kräfte betrachten, deren Richtungen und Größen durch AE und AF vorgeſtellt werden; es laſſen ſich ſomit ſtatt der zwei Kräfte AB und AC die drei Kräfte AB, AE, AF ſetzen. Iſt CAB ein ſpitzer Winkel (Fig. 5, a), ſo wirken AB, AE übereinſtimmend; iſt aber der Winkel CAB ſtumpf, ſo wirken AB, AE einander gerade entgegengeſetzt; da wegen der Congruenz der Dreiecke DBG, CAE die Stücke BG, AE einander gleich ſind, ſo entſpricht AG im erſten Falle der Summe, im zweiten der Differenz von AB und AE; es ſtellt daher AG in dem einen wie in dem andern Falle die Reſultirende der Kräfte AB, AE vor, und die eben genannten drei Kräfte können daher durch die zwei Kräfte AG und AF erſetzt werden, die ſonach den urſprünglich gegebenen AB, AC äquivalent ſind. Es wirken AG, AF auf A unter einem rechten Winkel, daher wird ihre Reſultirende, und folglich auch die Reſultirende von AB und AC, durch die Diagonale des Rechteckes AGDF, nämlich durch AD vorgeſtellt; aber dieſe Linie erſcheint auch als Diagonale des Parallelogrammes ABDC, mithin iſt der oben ausgeſprochene Satz bewieſen.

Statt mit den Geraden AB und AC als Seiten das Parallelogramm ABDC zu conſtruiren, kann man auch durch den Endpunct einer dieſer Geraden, z. B. durch B die BD zur andern AC parallel ziehen, und zugleich BD = AC nehmen; die Verbindungslinie der Puncte A, D gibt die verlangte Reſultirende an.

Auch ſieht man, daß die Größen der Componenten und der Reſultirenden, und zwar auf zwei Arten, als die Seiten eines Dreieckes betrachtet werden können, wovon zwei mit den Richtungen der Reſultirenden und einer Componente zuſammenfallen, und die dritte der

hältniſſe ſtehen, wie jene Intenſitäten. Trägt man dieſe Längen längs den Richtungen der Kräfte von dem Angriffspuncte ausgehend auf, ſo überſieht man mit einem Blicke Angriffspunct, Richtung und Stärke jeder Kraft, was die Unterſuchung oft ſehr erleichtert.

88. **Aequivalenz der Kräfte.** Man ſagt von einem Inbegriffe (Syſtem) von Kräften, welche einen Körper zu irgend einer unter den obwaltenden Umſtänden möglichen Bewegung genau ſo anregen, wie andere Kräfte, die erſteren ſeyen den letzteren *äquivalent*. Aequivalente Kräfte können einander, dem Effecte unbeſchadet, ſubſtituirt werden, und da Kräfte, die ſich das Gleichgewicht halten, keine Bewegung hervorbringen, ſo iſt klar, daß die Aequivalenz nicht geſtört wird, wenn man Kräfte, die für ſich im Gleichgewichte ſind, zu den vorhandenen Kräften hinzufügt, oder davon wegnimmt.

89. **Reſultirende Kraft und Componenten.** Läßt ſich eine Kraft angeben, welche mehreren auf einen Körper wirkenden Kräften, auch wenn der Körper vollkommen frei beweglich gedacht wird, d. h. abgeſehen von etwa vorhandenen Hinderniſſen, äquivalent iſt, ſo heißt dieſe Kraft die *Reſultirende* der anderen Kräfte, letztere aber werden die *Componenten* genannt. Die Reſultirende mehrerer Kräfte ausmitteln, heißt die Kräfte *zuſammenſetzen*; einer gegebenen Kraft andere Kräfte ſubſtituiren, deren Reſultirende ſie iſt, heißt erſtgedachte Kraft *zerlegen*.

Zuſammenſetzung und Zerlegung von Kräften, welche auf einen und denſelben Punct wirken.

90. **Exiſtenz der Reſultirenden mehrerer auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn Kräfte auf einen Punct wirken, die, wenn dieſer Punct völlig frei beweglich gedacht wird, einander nicht das Gleichgewicht halten, ſo erfährt derſelbe eine Anregung zur Bewegung nach einer beſtimmten Richtung mit einer beſtimmten Stärke. Es läßt ſich daher ſtets eine Kraft denken, welche für ſich allein den genannten Punct nach derſelben Richtung und mit derſelben Stärke in Bewegung zu ſetzen ſtrebt. Dieſe Kraft iſt den gegebenen Kräften nothwendig äquivalent, folglich deren Reſultirende.

91. **Reſultirende mehrerer längs derſelben Geraden auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn Kräfte an einem Puncte angebracht ſind und ihre Richtungen in dieſelbe gerade Linie zu liegen kommen, ſo ſind zwei Fälle möglich: entweder wirken ſämmtliche Kräfte nach derſelben Gegend hin, oder es iſt die Richtung einiger Kräfte jener der übrigen entgegengeſetzt. Im erſten Falle iſt, wie aus der in 86. ausgeſprochenen Annahme folgt, die Reſultirende ſämmtlicher Kräfte der Summe letzterer gleich, und hat offenbar dieſelbe Richtung; im zweiten aber entſpricht die Reſultirende der Differenz, welche man erhält, wenn man die Summe der nach der einen Richtung wirkenden Kräfte von der Summe der nach der entgegengeſetzten Richtung wirkenden Kräfte abzieht, und ſie hat die Richtung derjenigen Kräfte, welche die größere Summe geben. Iſt nämlich P die eine, Q die an-

dere Summe, und $P > Q$, so sey $P - Q = R$, d. h. $P = Q + R$. Man kann an die Stelle von P nach derselben Richtung die äquivalenten Kräfte Q und R setzen; aber die beiden nun vorhandenen entgegengesetzten Kräfte, deren jede $= Q$ ist, stehen im Gleichgewichte und können deßhalb weggelassen werden: somit bleibt bloß R übrig, welche Kraft die Resultirende sämmtlicher Kräfte ist, und die Richtung der größeren Summe P hat. Wären beide Summen einander gleich, so fände man nach dieser Regel $R = 0$, wodurch angezeigt wird, daß die Kräfte einander das Gleichgewicht halten.

92. **Eigenschaften der Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn zwei Kräfte nach Richtungen, welche unter einem Winkel gegen einander geneigt sind, auf einen Punct wirken, so lassen sie jederzeit eine Resultirende zu. Denn wäre dieß nicht der Fall, so müßten sich diese Kräfte wechselseitig aufheben, mithin eine derselben nach entgegengesetzter Richtung genommen, bei vollkommen freier Beweglichkeit des Angriffpunctes, der andern Kraft äquivalent seyn. Aber zwei Kräfte, welche, wie hier sich ergeben würde, nach verschiedenen Richtungen auf einen freien Punct wirken, können nicht äquivalent seyn, mithin kann auch unter den ursprünglich vorhandenen zwei Kräften nicht Gleichgewicht herrschen, sondern sie haben eine Resultirende. Von dieser Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte läßt sich sogleich Folgendes aussagen: 1) Ihre Richtung fällt in die Ebene der Richtungen beider Componenten; es ist nämlich kein Grund vorhanden, aus welchem diese Richtung eher nach der einen, als nach der andern Seite aus genannter Ebene heraustreten sollte. 2) Die Richtung erwähnter Resultirenden liegt innerhalb des Winkels der Richtungen der Componenten; denn jede der zwei Kräfte strebt den Angriffspunct von der Richtung der andern Kraft weg, und gegen ihre eigene Richtung hin zu lenken. 3) Wird die Intensität der einen Componente vergrößert, so nimmt der Winkel ab, den die Richtung der Resultirenden mit der Richtung dieser Componente bildet. Die neue Resultirende kann nämlich als das Erzeugniß der früheren Resultirenden und der Zunahme genannter Componente betrachtet werden, und fällt daher zwischen die Richtungen letzterer zwei Kräfte. 4) Gibt man der einen Componente eine bestimmte Größe, und denkt sich die Größe der andern von Null angefangen bis ins Unendliche wachsend, so wird die Richtung der Resultirenden von der Richtung der unveränderlichen Componente an, gegen jene der veränderlichen hin, nach der Reihe alle möglichen Zwischenlagen erhalten. Ist daher die Richtung und Größe der einen Componente und die Richtung der andern gegeben, so läßt sich die Größe der letztern stets so beschaffen denken, daß die Richtung der Resultirenden mit irgend einer zwischen den Richtungen beider Componenten gewählten geraden Linie zusammenfällt. 5) Aendern sich die Größen der Componenten mit Beibehaltung ihrer ursprünglichen Richtungen dergestalt, daß die neuen Componenten in demselben Verhältnisse stehen wie die früheren, so behält die Resultirende die vorige Richtung, aber

ihre Größe ändert ſich in demſelben Verhältniſſe, in welchem die Kräfte geändert worden ſind. In der That denkt man ſich jede der beiden Componenten eine und dieſelbe beſtimmte Anzahl Male nach ihren Richtungen an dem Angriffspuncte angebracht, ſo muß die Reſultirende eben ſo oft nach der ihr gehörenden Richtung entſtehen. Eine Vervielfachung der Größen der Componenten nach einerlei Multiplicator hat daher auf die Richtung der Reſultirenden keinen Einfluß, die Größe der Reſultirenden aber erſcheint mit demſelben Factor wie die Componenten multiplicirt. Da man die anfänglichen Intenſitäten der Componenten ſo klein nehmen kann, als man will, ſo gilt die Richtigkeit der Behauptung für jede Aenderung dieſer Intenſitäten in einem commenſurablen Verhältniſſe, welcher Schluß ſich mit Hilfe der vorhergehenden Sätze, nach der bekannten, in den Elementen der Mathematik gangbaren Beweisführung, auch auf die Aenderung in jedem incommenſurablen Verhältniſſe ausdehnen läßt. Es hängt alſo die Lage der Richtung der Reſultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte gegen die Richtungen der Componenten nicht von den abſoluten Größen, ſondern nur von dem Verhaltniſſe dieſer Componenten ab.

93. **Größe der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Es ſey A (Fig. 1) der Angriffspunct zweier Kräfte, deren Größen wir durch P, Q vorſtellen; A x, A y ſeyen die Richtungen derſelben und x A y ein rechter Winkel, ſo kann die Größe der Reſultirenden auf folgendem Wege beſtimmt werden:

Man nehme an, die noch unbekannte Reſultirende habe die Richtung A z und ihre Größe ſey R. Zieht man durch A die Gerade u v ſenkrecht gegen A z, und denkt man ſich am Puncte A nach den Richtungen A z, A u Kräfte H, J angebracht, deren Größen ſich verhalten, wie P : Q, ſo muß, weil der Winkel z A u, unter welchem die erſteren Kräfte wirken, als ein rechter, dem Winkel x A y, unter welchem die letzteren wirken, gleich iſt, die Richtung der Reſultirenden der Kräfte H, J gegen die Geraden A z und A u genau dieſelbe Lage haben, welche die Richtung der Reſultirenden der Kräfte P, Q, nämlich die Gerade A z, gegen A x und A y hat, und die erſtere Reſultirende muß zur letzteren in demſelben Verhältniſſe ſtehen, wie H zu P, oder wie J zu Q [92, 5)]. Aber offenbar iſt es die A x, welche gegen A z und A u genau ſo liegt, wie A z gegen A x und A y, da dieſe Lage in beiden Fällen durch den Winkel x A z beſtimmt wird, um welchen die eine der Geraden A z, A x von der andern abweicht; es iſt alſo A x die Richtung der Reſultirenden der Kräfte H, J. Nimmt man nun noch das bis jetzt unbeſtimmt gebliebene Verhältniß H : P oder J : Q dergeſtalt an, daß

$$H : P = P : R \text{ folglich auch } J : Q = P : R$$

wird, ſo erſcheint die Kraft P als die Reſultirende der Kräfte H, J, und man darf dem zu Folge die Kräfte H, J an die Stelle der Kraft P ſetzen.

Eben ſo läßt ſich einſehen, daß wenn man nach den Richtungen Av, Ax Kräfte K, L anbringt, welche den Proportionen

$$K : P = Q : R, \quad L : Q = Q : R$$

Genüge leiſten, Q die Reſultirende dieſer Kräfte iſt, mithin die ſolchergeſtalt gewählten Kräfte K. L der Kraft Q ſubſtituirt werden dürfen.

Es iſt alſo die Reſultirende R der Kräfte P und Q zugleich die Reſultirende der vier Kräfte H, J, K, L. Unter dieſen haben J und K gerade entgegengeſetzte Richtungen, und da die obigen Proportionen $J = \frac{PQ}{R}$ und auch $K = \frac{PQ}{R}$ geben, ſo iſt auch noch $J = K$, mithin heben ſich dieſe Kräfte auf, und können dem Effecte unbeſchadet wegbleiben; es erſcheint daher R als Reſultirende der Kräfte H, L. Aber dieſe zwei Kräfte wirken nach einerlei Richtung, folglich iſt R ihrer Summe gleich, d. h. $R = H + L$. Aus obigen Proportionen folgt $H = \frac{P^2}{R}$ und $L = \frac{Q^2}{R}$, mithin hat man endlich

$$R = \frac{P^2}{R} + \frac{Q^2}{R} \text{ oder } R^2 = P^2 + Q^2.$$

Es gilt ſonach der Satz: Das Quadrat der Größe der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte iſt der Summe der Quadrate der Größen der Componenten gleich.

94. **Geometriſche Conſtruction der Größe der Reſultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte.** Schneidet man von dem Angriffspuncte A (Fig. 2) ausgehend, längs den einen rechten Winkel bildenden Richtungen Ax, Ay der Kräfte P, Q Stücke AB, AC ab, deren Längen ſich verhalten, wie die Intenſitäten dieſer Kräfte, ſo nämlich, daß $AB : AC = P : Q$ iſt; zieht man ferner BD parallel zu Ay und CD parallel zu Ax, wodurch man das Rechteck ABDC erhält: ſo ſteht deſſen Diagonale AD zu den Seiten AB, AC in demſelben Verhältniſſe, wie die Reſultirende R der Kräfte P und Q zu den Größen dieſer Componenten. Denn es iſt in Folge obiger Proportion

$$AB^2 : AC^2 = P^2 : Q^2,$$

mithin auch

$$AB^2 + AC^2 : AB^2 : AC^2 = P^2 + Q^2 : P^2 : Q^2.$$

Aber wegen $AC = BD$ iſt $AB^2 + AC^2 = AB^2 + BD^2$ und wegen des rechten Winkels ABD iſt $AB^2 + BD^2 = AD^2$, alſo $AB^2 + AC^2 = AD^2$; ferner beſteht die Gleichung $P^2 + Q^2 = R^2$; folglich hat man

$$AD^2 : AB^2 : AC^2 = R^2 : P^2 : Q^2,$$

und dem gemäß

$$AD : AB : AC = R : P : Q$$

wodurch die Behauptung bewieſen iſt. Man drückt dieſes Reſultat kurz ſo aus: »Die Größe der Reſultirenden zweier unter einem rechten »Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte wird durch die Diagonale »des Rechteckes vorgeſtellt, deſſen Seiten den Richtungen und Größen »der Componenten entſprechen.«

95. Richtung der Reſultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte. Die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten die Richtungen und Größen zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte vorſtellen, iſt nicht bloß der Größe nach der Reſultirenden dieſer Kräfte proportional, ſondern ſie zeigt auch die Richtung dieſer Reſultirenden an. Der Beweis dieſes Satzes beruht auf folgenden Betrachtungen:

1) Da die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte bloß von dem Verhältniſſe der Intenſitäten der Componenten abhängt [92. 5)], ſo ſey $p : q$ das Verhältniß, welches zwiſchen den Componenten ſtatt finden muß, damit die Richtung der Reſultirenden mit der Richtung einer Componente den Winkel α bilde, ferner $r : s$ jenes Verhältniß, damit dieſer Winkel die Größe β habe; es ſoll nun hieraus das Verhältniß der Componenten gefunden werden, damit der Winkel zwiſchen der Richtung der Reſultirenden und der Richtung einer Componente $= \alpha + \beta$ ausfalle, wobei natürlich vorausgeſetzt wird, daß die Summe $\alpha + \beta$ einen rechten Winkel nicht erreiche.

Es ſey (Fig. 3) A der Angriffspunct der Kräfte, der Winkel $xAz = \alpha$ und $zAu = \beta$, mithin $xAu = \alpha + \beta$. Man laſſe auf A nach der Richtung Ax eine beliebige Kraft P wirken, und bringe nach der auf Ax ſenkrechten Richtung Ay eine Kraft Q an, deren Größe der Proportion $P : Q = p : q$ entſpricht, ſo wird nach der Vorausſetzung die Reſultirende R dieſer zwei Kräfte die Richtung Az erhalten. Wird ferner nach der auf Az ſenkrechten Richtung Av die Kraft S angebracht, welche der Proportion $R : S = r : s$ Genüge leiſtet, ſo wird, ebenfalls nach der Vorausſetzung, Au die Richtung der Reſultirenden U der Kräfte R und S ſeyn. Subſtituirt man der Kraft R die Kräfte P, Q, deren Reſultirende die erſtere iſt, ſo erſcheint U als die Reſultirende der drei Kräfte P, Q und S. Aber die nach Av wirkende Kraft S kann man durch zwei andere Kräfte erſetzen, wovon die eine nach Ax', d i. nach der Verlängerung von xA, und die zweite nach Ay wirkt; denn da jeder der Winkel yAv und zAx mit dem Winkel yAz einen rechten Winkel zur Summe gibt, ſo ſind erſtgenannte zwei Winkel einander gleich, und es liegt demnach Av gegen Ay und Ax' genau ſo, wie Az gegen Ax und Ay: man hat alſo die nach Ax' und Ay anzubringenden Kräfte, welche P' und Q' heißen mögen, bloß ſo zu wählen, daß die Proportionen

$$P' : Q = S : R \text{ und } Q' : P = S : R$$

ſtatt finden. Es erſcheint ſomit U auch als die Reſultirende der vier Kräfte P, Q, P', Q', oder, weil P und P' einander gerade entgegen, Q und Q' aber übereinſtimmend wirken, ſo iſt U die Reſultirende der zwei nach Ax und Ay wirkenden Kräfte $P - P'$ und $Q + Q'$. Damit alſo die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung der einen Componente den Winkel $\alpha + \beta$ bilde, müſſen die Componenten zu einander ſich verhalten wie $P - P' : Q + Q'$, oder weil, den auf-

geſtellten Proportionen zu Folge, $P' = \frac{QS}{R}$ und $Q' = \frac{PS}{R}$ iſt, wie

$$P - \frac{QS}{R} : Q + \frac{PS}{R} = \frac{P}{Q} - \frac{S}{R} : 1 + \frac{PS}{QR} = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}.$$

2) Die Lage der Diagonale eines Rechteckes gegen ſeine Seiten hängt offenbar nicht von den Längen der Seiten überhaupt, ſondern nur von dem Verhältniſſe dieſer Längen ab. Es bilde die Diagonale mit einer Seite, wenn dieſe Seite zur andern ſich wie $p : q$ verhält, den Winkel a, und wenn das Verhältniß genannter Seiten $r : s$ iſt, den Winkel b. Man kann beweiſen, daß wenn eine Seite des Rechteckes ſich zur andern wie $\frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$ verhält, die Diagonale mit erſterer Seite den Winkel $a + b$ macht.

Es ſeyen die von dem Puncte A (Fig. 4) ausgehenden Geraden Ax, At, Aw ſo gegen einander geneigt, daß der Winkel $xAt = a$ und $tAw = b$, mithin $xAw = a + b$ iſt, ferner ſey Ay ſenkrecht auf Ax. Zieht man von einem beliebigen Puncte D der At auf Ax, Ay die Senkrechten DB, DC, ſo entſteht das Rechteck ABDC, in welchem, nach der Vorausſetzung, AB ſich zu AC (oder was daſſelbe iſt, zu BD) verhält, wie $p : q$. Eben ſo wird, wenn man in D auf At die Senkrechte DE errichtet, welche der Aw in E begegnet, AD zu DE ſich verhalten wie $r : s$. Läßt man nun vom Puncte E auf Ax und Ay die Senkrechten EF und EG fallen, ſo hat man das Rechteck AFEG vor Augen, in welchem die Diagonale AE mit der Seite AB den Winkel $a + b$ einſchließt Der oben ausgeſprochene Satz iſt bewieſen, ſobald ſich zeigen läßt, daß die Proportion

$$AF : AG = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$$ ſtatt findet. Es iſt

$$AF = AB - BF = AB - DH$$

und $$AG = AC + CG = BD + HE;$$

ferner ſind die Dreiecke EHD, ABD ähnlich, weil die Seiten des einen auf den Seiten des andern ſenkrecht ſtehen, daher iſt

$$DH : DE = BD : AD, \text{ mithin } DH = \frac{BD \cdot DE}{AD}$$

und eben ſo $HE : DE = AB : AD$, mithin $HE = \frac{AB \cdot DE}{AD}$,

folglich hat man

$$AF : AG = AB - \frac{BD \cdot DE}{AD} : BD + \frac{AB \cdot DE}{AD}$$

$$= \frac{AB}{BD} - \frac{DE}{AD} : 1 + \frac{AB}{BD} \cdot \frac{DE}{AD},$$

d. h. $$AF : AG = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}$$ w. z. b. w.

3) Aus den beiden vorhergehenden Betrachtungen folgt unmittelbar, daß wenn die Richtung der Reſultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung einer der Componenten in einem Falle den Winkel α, in einem zwei-

ten Falle den Winkel β, und in einem dritten den Winkel $\alpha + \beta$ bildet; ferner die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten ſich verhalten wie dieſe Kräfte, mit der betreffenden Seite im erſten Falle den Winkel a, und im zweiten den Winkel b bildet, der genannte Winkel im dritten Falle nothwendig $= a + b$ ſeyn werde. Setzt man hier $\beta = \alpha$, ſo muß offenbar auch $b = a$ ſeyn; es gehört demnach zu dem die Richtung der Reſultirenden beſtimmenden Winkel $\alpha + \alpha = 2\alpha$, auch bezüglich der Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten ſich wie die betreffenden Componenten verhalten, der Winkel $a + a = 2a$. Nimmt man jetzt $\beta = 2\alpha$ und dem ſo eben erhaltenen Reſultate gemäß $b = 2a$, ſo folgt weiter, daß dem Winkel $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ der Winkel $a + 2a = 3a$ entſpricht. Dieſe Schlußweiſe läßt ſich auf jeden noch ſo kleinen Werth des anfänglichen Winkels α anwenden, und ſo lange fortſetzen, als die Vielfachen von α einen rechten Winkel nicht erreichen; es ergibt ſich daraus die Folge, daß der Winkel, welchen die Richtung der Reſultirenden rechtwinkliger Kräfte mit einer Componente, und der Winkel, welchen die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten die Componenten vorſtellen, mit einer Seite macht, in allen Fällen in einerlei Verhältniß ſtehen, d. h. wenn α, β in zwei Fällen die auf die Richtung der Reſultirenden, und a, b die zugehörigen auf die Diagonale des Rechteckes ſich beziehenden Winkel ſind, die Gleichung $\frac{\alpha}{a} = \frac{\beta}{b}$ ſtatt findet. Kennt man alſo den Quotienten $\frac{\alpha}{a}$ in einem einzigen Falle, ſo gilt der Werth deſſelben auch für alle anderen Fälle.

4) Sind an einem Puncte nach Richtungen, die einen Winkel bilden, zwei gleiche Kräfte angebracht, ſo halbirt die Richtung der Reſultirenden dieſen Winkel; denn es iſt kein Grund denkbar, aus welchem die Richtung der Reſultirenden ſich mehr gegen die Richtung der einen als gegen die Richtung der andern Componente wenden ſollte. Es wird demnach, wenn die Richtungen zweier gleichen Componenten einen rechten Winkel einſchließen, der Winkel, den die Richtung der Reſultirenden mit der Richtung jeder Componente macht, der Hälfte eines Rechten gleich. Das Rechteck, deſſen Seiten ſich verhalten wie die Componenten, iſt in dieſem Falle ein Quadrat, es macht daher die Diagonale deſſelben mit jeder Seite gleichfalls einen halben rechten Winkel. Da nun in dieſem beſonderen Falle der Winkel der Richtung der Reſultirenden mit der Richtung einer Componente dem Winkel gleich kommt, welchen die Diagonale des Rechteckes, deſſen Seiten den Componenten proportional ſind, mit der betreffenden Seite einſchließt, ſo ſind dieſe Winkel im Allgemeinen einander gleich, wodurch der am Eingange ausgeſprochene Satz bewieſen iſt.

96. **Parallelogramm der Kräfte.** Sind an einem Puncte A (Fig. 5) zwei Kräfte angebracht, deren Richtungen A x, A y irgend einen Winkel bilden, und man nimmt längs dieſen Richtungen vom Puncte A ausgehend, Stücke A B, A C, welche ſich verhalten wie die Intenſitäten der gegebenen Kräfte, ſo zeigt die Diagonale A D des

mit den Seiten AB, AC verzeichneten Parallelogramms ABDC die Richtung der Reſultirenden an, und verhält ſich zu AB und AC wie die Größe der Reſultirenden zu den Größen der betreffenden Componenten. Ein ſolches Parallelogramm, deſſen Seiten die Richtungen und das Verhältniß der Intenſitäten zweier Kräfte vorſtellen, heißt Parallelogramm dieſer Kräfte; der ſo eben aufgeſtellte Lehrſatz läßt ſich daher kurz ſo ausſprechen: »Die Reſultirende zweier unter »einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte wird der Größe und »Richtung nach durch die vom Angriffspuncte ausgehende Diagonale »des Parallelogramms der Kräfte vorgeſtellt.« Dieſer Lehrſatz iſt durch die vorhergehenden Betrachtungen bereits für den Fall erwieſen, wenn die Richtungen der Componenten einen rechten Winkel bilden; der auf jeden andern Winkel dieſer Richtungen ausgedehnte Satz läßt ſich mit Hilfe des erſteren folgender Maßen begründen:

Man ziehe durch die Puncte A, C, D des bereits verzeichneten Parallelogramms ABDC, die AF, CE, DG rechtwinklig gegen AB, wovon die erſte der nöthigen Falls verlängerten CD in F, und die beiden letzteren der AB oder deren Verlängerung in E und G begegnen. Da AC als Diagonale des Rechteckes AECF erſcheint, ſo kann man AC als die Reſultirende zweier Kräfte betrachten, deren Richtungen und Größen durch AE und AF vorgeſtellt werden; es laſſen ſich ſomit ſtatt der zwei Kräfte AB und AC die drei Kräfte AB, AE, AF ſetzen. Iſt CAB ein ſpitzer Winkel (Fig. 5, a), ſo wirken AB, AE übereinſtimmend; iſt aber der Winkel CAB ſtumpf, ſo wirken AB, AE einander gerade entgegengeſetzt; da wegen der Congruenz der Dreiecke DBG, CAE die Stücke BG, AE einander gleich ſind, ſo entſpricht AG im erſten Falle der Summe, im zweiten der Differenz von AB und AE; es ſtellt daher AG in dem einen wie in dem andern Falle die Reſultirende der Kräfte AB, AE vor, und die eben genannten drei Kräfte können daher durch die zwei Kräfte AG und AF erſetzt werden, die ſonach den urſprünglich gegebenen AB, AC äquivalent ſind. Es wirken AG, AF auf A unter einem rechten Winkel, daher wird ihre Reſultirende, und folglich auch die Reſultirende von AB und AC, durch die Diagonale des Rechteckes AGDF, nämlich durch AD vorgeſtellt; aber dieſe Linie erſcheint auch als Diagonale des Parallelogrammes ABDC, mithin iſt der oben ausgeſprochene Satz bewieſen.

Statt mit den Geraden AB und AC als Seiten das Parallelogramm ABDC zu conſtruiren, kann man auch durch den Endpunct einer dieſer Geraden, z. B. durch B die BD zur andern AC parallel ziehen, und zugleich BD = AC nehmen; die Verbindungslinie der Puncte A, D gibt die verlangte Reſultirende an.

Auch ſieht man, daß die Größen der Componenten und der Reſultirenden, und zwar auf zwei Arten, als die Seiten eines Dreieckes betrachtet werden können, wovon zwei mit den Richtungen der Reſultirenden und einer Componente zuſammenfallen, und die dritte der

Richtung der andern Componente parallel iſt. Ein ſolches Dreieck ſoll Dreieck der Kräfte heißen.

97. **Zuſammenſetzung mehrerer nach beliebigen Richtungen auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Sind an einem Puncte mehr als zwei Kräfte nach verſchiedenen Richtungen angebracht, ſo wird offenbar die Reſultirende derſelben gefunden, wenn man nach der Regel des Parallelogrammes der Kräfte zuerſt für zwei der gegebenen Kräfte die Reſultirende ſucht, ſodann auf dieſelbe Weiſe die ſo eben gefundene Reſultirende mit der dritten Kraft zu einer ferneren Reſultirenden zuſammenſetzt, und ſo fort, bis alle gegebenen Kräfte berückſichtiget worden ſind. Ergibt ſich, nachdem man alle Kräfte bis auf eine zuſammengenommen hat, eine Reſultirende, welche der noch übrigen Kraft gleich und entgegengeſetzt iſt, ſo wird die Reſultirende aller Kräfte $= 0$, oder was dasſelbe heißt, die gegebenen Kräfte halten einander das Gleichgewicht.

Es iſt bei der Anwendung dieſes Verfahrens nicht nöthig, ſämmtliche Parallelogramme und deren Diagonalen zu verzeichnen; man kommt auf folgende Weiſe am ſchnellſten zum Ziele: Es ſeyen z. B. vier auf den Punct A (Fig. 6) wirkende Kräfte AB, AC, AD, AE zuſammenzuſetzen

Man ziehe aus B die BF der AC parallel, und mache ſie dieſer gleich; ferner ziehe man aus F die FG der AD parallel und gleich; endlich aus G die GH der AE parallel und gleich. Wird nun AH gezogen, ſo zeigt dieſe die Richtung und Größe der Reſultirenden ſämmtlicher gegebenen Kräfte an. Man kann bei dieſer Conſtruction in beliebiger Ordnung vorgehen; das Endreſultat bleibt nothwendig ſtets dasſelbe. Wären die gegebenen Kräfte im Gleichgewichte, ſo müßte der Punct H mit A zuſammenfallen.

98. **Zerlegung einer gegebenen Kraft.** Jede gegebene gerade Linie läßt ſich als Diagonale unzähliger Parallelogramme betrachten; es kann daher jede der Richtung und Größe nach gegebene Kraft auf unendlich viele Arten in zwei andere Kräfte zerlegt werden. Die Zerlegung läßt ſich dem zu Folge ſo vornehmen, daß die zu ſuchenden Componenten, nebſtdem daß ſie die gegebene Reſultirende erzeugen, noch gewiſſen Bedingungen Genüge leiſten, deren man ſo viele vorſchreiben darf, als zur genauen Beſtimmung eines Parallelogrammes, deſſen Diagonale gegeben iſt, erforderlich oder doch zuläßig ſind. Man kann alſo entweder die Richtungen der Componenten feſtſetzen, jedoch nur ſo, daß ſie die Richtung der zu zerlegenden Kraft zwiſchen ſich enthalten; oder man kann die Richtung und Größe einer Componente vorſchreiben; oder man kann verlangen, daß die Componenten beſtimmte Größen haben, aber dann muß die Summe derſelben größer, und zugleich der Unterſchied derſelben kleiner ſeyn, als die Größe der zu zerlegenden Kraft. Da man jede Componente wieder weiter zerlegen kann, ſo läßt ſich jede Kraft in beliebig viele Componenten, und zwar mit Beachtung angemeſſener Bedingungen, zerlegen.

99. **Lehrſätze zur Beſtimmung des Größenverhältniſſes zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte und ihrer Reſul-**

tirenden. 1) »Liegen die Seiten eines Dreieckes den Richtungen »zweier an einem Puncte angebrachten Kräfte und ihrer Reſultirenden »entweder ſämmtlich parallel, oder gegen dieſe Richtungen ſämmtlich »ſenkrecht, ſo verhalten ſich die Größen der Componenten und der Re»ſultirenden wie die ihnen zugeordneten Seiten des Dreieckes.« Beweis. Sind die Richtungen Ax, Ay (Fig. 7) zweier auf den Punct A wirkenden Kräfte nebſt der Richtung Az ihrer Reſultirenden gegeben, ſo iſt dadurch das Verhältniß feſtgeſetzt, in welchem die Kräfte zu einander ſtehen. Denn nimmt man AD für die Größe der Reſultirenden an, und zieht DB zu Ay, DC zu Ax parallel, ſo ſtellen AB und AC die Größen der Componenten vor, und es iſt ADB ein Dreieck der Kräfte. Denkt man ſich jetzt irgend ein Dreieck verzeichnet, deſſen Seiten entweder den Geraden Ax, Ay, Az parallel ſind, oder auf dieſen Geraden ſenkrecht ſtehen, ſo iſt gedachtes Dreieck, in dem einen wie in dem andern Falle, dem Kräftendreiecke ADB ähnlich, und die einander correſpondirenden Seiten beider Dreiecke ſtehen in einerlei Verhältniß, wodurch der ausgeſprochene Satz bewieſen iſt.

2) »Werden von irgend einem Puncte der Geraden, in welche »die Richtung der Reſultirenden zweier an einem Puncte angebrachten »Kräfte fällt, auf die Richtungen der Componenten Senkrechte gezo»gen, ſo verhalten ſich die Componenten verkehrt wie die ihnen entſpre»chenden Senkrechten und die Reſultirende wie die Verbindungslinie »der Endpuncte dieſer Senkrechten.« Beweis. Es ſeyen Ax, Ay Az (Fig. 8) die Richtungen der Componenten P, Q und der Reſultirenden R, und ADB ein Kräftendreieck, mithin

$$P : Q : R = AB : BD : AD,$$

ferner ſeyen von dem Puncte H in der Az (oder auch in ihrer rückwärts gehenden Verlängerung) auf Ax und Ay die Perpendikel HK und HL gezogen, und K mit L verbunden. Um das Viereck AKHL läßt ſich, wegen der rechten Winkel bei K und L, ein Kreis beſchreiben, daher ſind die Winkel HAK und HLK, wie auch die Winkel HAL und HKL, und in Folge deſſen die Winkel ADB und HKL gleich; die Dreiecke ABD, LHK ſind alſo ähnlich, und man hat

$$AB : BD : AD = HL : HK : KL.$$

Dieſe Proportion mit der vorhergehenden verglichen, gibt

$$P : Q : R = HL : HK : KL,$$

wie behauptet wurde.

3) Umgekehrt, liegt ein Punct H dergeſtalt innerhalb des Winkels xAy der Richtungen der auf A wirkenden Kräfte P, Q, daß die von H auf Ax, Ay gefällten Senkrechten ſich verkehrt verhalten, wie die zugehörenden Kräfte, ſo befindet ſich der Punct H in der Richtung der Reſultirenden. Denn zieht man LK, AH, dann aus einem beliebigen Puncte B in der Ax die BD parallel zu Ay, ſo ſind die Dreiecke LHK, ABD ähnlich und es iſt HL : HK = AB : BD. Beſteht nun, der Vorausſetzung gemäß, die Proportion P : Q = HL : HK, ſo folgt P : Q = AB : BD, woraus erhellet, daß ABD ein

Kräftendreieck, mithin A D H die Richtung der Reſultirenden der Kräfte P, Q iſt.

Zuſammenſetzung von Kräften mit verſchiedenen Angriffspuncten.

100. **Unveränderliche Verbindung materieller Puncte.** Man ſagt von materiellen Puncten, ſie ſeyen unveränderlich mit einander verbunden, oder ſie bilden ein ſtarres Syſtem, wenn ſie auf irgend eine Weiſe genöthiget ſind, bei den ihnen zukommenden Bewegungen ſtets einerlei gegenſeitige Lage zu behalten, oder, was im Grunde auf daſſelbe hinauslauft, wenn der Abſtand je zweier derſelben unveränderlich iſt. Jeder feſte Körper ſtellt uns, in ſo fern wir ohne merklichen Fehler von der Verſchiebbarkeit ſeiner Theilchen abſtrahiren dürfen, ein ſolches Syſtem materieller Puncte dar.

101. **Verſetzung der Kräfte.** Wirkt eine Kraft auf ein Syſtem unveränderlich verbundener Puncte, und liegen einige derſelben in der vor- oder rückwärts verlängerten Richtung der Kraft, ſo wird an der Anregung zur Bewegung, die das Syſtem durch dieſe Kraft erfährt, nichts geändert, wenn man die Kraft auf irgend einen andern der in ihrer Richtung befindlichen Puncte als Angriffspunct, mit Beibehaltung ihrer urſprünglichen Wirkungsweiſe, verſetzt. Die Richtigkeit dieſer Behauptung erhellet ſogleich, wenn man die in der Rede ſtehenden Puncte als Puncte einer mit dem vorhandenen Syſteme unveränderlich verbundenen ſtarren geraden Linie, und die Wirkſamkeit der Kraft als ein Streben betrachtet, dieſe Linie im Sinne ihrer Länge zu verſchieben.

102. **Zuſammenſetzung zweier auf verſchiedene Puncte wirkenden Kräfte.** Zwei Kräfte, deren Angriffspuncte mit einander in unveränderlicher Verbindung ſtehen, laſſen ſich nicht jederzeit auf eine Reſultirende reduciren. Es iſt hiezu vor Allem nöthig, daß die Richtungen der Kräfte in derſelben Ebene enthalten ſeyen. Dieß vorausgeſetzt muß aber der Fall, wenn die Richtungen der Kräfte einen Winkel bilden, von jenem, wenn ſie parallel ſind, geſondert werden, da letzterer eine eigenthümliche Behandlung erfordert, und auch hier iſt weiter zu unterſcheiden, ob die parallelen Kräfte in demſelben oder in entgegengeſetztem Sinne wirken.

Erſter Fall. Die in einerlei Ebene liegenden Richtungen der Kräfte bilden einen Winkel. Es ſeyen A und B (Fig. 9) die Angriffspuncte der zwei Kräfte, A x und B y ihre Richtungen, P und Q ihre Größen. Da nach der Vorausſetzung A x und B y in einerlei Ebene liegen und nicht parallel ſind, ſo müſſen dieſe Geraden auf gehörige Weiſe verlängert einander ſchneiden. Der Durchſchnittspunct derſelben ſey C. Denkt man ſich C als einen mit A und B in unveränderlicher Verbindung ſtehenden Punct, ſo kann man die Kräfte P und Q, der Wirkung unbeſchadet, auf ihn verſetzen; man hat es nun dem zu Folge bloß mit zwei auf einen und denſelben Punct C nach den Richtungen C x, C y wirkenden Kräften zu thun, und kann

deren Reſultirende nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte beſtimmen. Es ſey C z die ſo gefundene Richtung und R die Größe der Reſultirenden, ſo kann man dieſe an jedem beliebigen Puncte der Geraden C z angebracht denken, welcher mit A und B unveränderlich verbunden iſt, und da die unveränderliche Verbindung von A und B darin beſteht, daß dieſe Puncte mittelſt irgend einer ſtarren Linie, Ebene oder vielmehr mittelſt eines Körpers zuſammenhängen, durch welchen die C z hindurch geht, ſo wird ſich ſtets ein zu dem vorhandenen Syſteme gehörender, in C z liegender Punct angeben laſſen, den man als Angriffspunct der Reſultirenden R der urſprünglich gegebenen, auf A und B wirkenden Kräfte P, Q betrachten darf.

Zweiter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und übereinſtimmenden Richtungen. Es ſeyen A und B (Fig. 10) die unveränderlich mit einander verbundenen Angriffspuncte, A x und B y die nach einerlei Gegend hin zielenden parallelen Richtungen der Kräfte P und Q. Man kann P als die Reſultirende zweier Kräfte betrachten, wovon eine, deren Größe U ſey, nach der Richtung A B wirkt; die Richtung A v und die Größe V der andern Componente hängt von der getroffenen Wahl der übrigens nach Belieben anzunehmenden Größe der Kraft U ab: jedenfalls aber erhält A v eine ſolche Lage, daß der Winkel v A B kleiner erſcheint als zwei Rechte, und größer als der Winkel x A B. Die Kraft U darf von dem Angriffspuncte A weg auf den in ihrer Richtung A B u befindlichen Punct B verſetzt werden, und erzeugt da mit der nach B y wirkenden Kraft Q eine Reſultirende W, deren Richtung B w eine ſolche Lage hat, daß der Winkel w B A kleiner ausfällt als zwei Rechte, und größer als y B A. Man hat ſomit die den urſprünglich gegebenen Kräften P, Q äquivalenten Kräfte V und W vor ſich, deren Richtungen A v und B w rückwärts verlängert ſich in einem Puncte C ſchneiden. Denkt man ſich dieſen Punct mit A und B unveränderlich verbunden, ſo können die Kräfte V, W dahin verſetzt werden, und zieht man C z, C t parallel zu A x und A B, ſo kann man die nach C w wirkende Kraft W wieder in die nach C t, C z wirkenden Kräfte U, Q zerlegen, und ſetzt man die ſo eben erhaltene Kraft U mit der nach C v gerichteten Kraft V zuſammen, ſo entſpringt daraus P nach der Richtung C z als Reſultirende. Man wird dadurch zu dem Ergebniſſe geführt, daß die an A und B nach den Richtungen A x und B y angebrachten Kräfte P und Q, dem Effecte unbeſchadet, auch in C nach einer und derſelben Richtung C z wirkend gedacht werden dürfen, woraus endlich eine Reſultirende $= P + Q$ nach der Richtung C z hervorgeht.

Da die Gerade C z den gegebenen Richtungen A x, B y parallel läuft, ſo wird ihre Lage vollkommen beſtimmt, ſobald die Poſition eines ihrer Puncte bekannt iſt. Hiezu eignet ſich am beſten der Punct O, in welchem die A B von der C z durchſchnitten wird, deſſen Lage aus folgender Betrachtung erhellet: Da die Seiten des Dreieckes A C O die Lage der Richtungen der auf A wirkenden Componenten V, U und ihrer Reſultirenden P haben, ſo ſind dieſe Seiten den entſprechenden

Kräften proportional [99, 1)], es iſt alſo AO : OC = U : P. Aus demſelben Grunde gibt das Dreieck COB, bezüglich der auf B wirkenden Kräfte Q, U und ihrer Reſultirenden W, die Proportion OB : OC = U : Q. Aus beiden Proportionen folgt

$$AO : OB = Q : P.$$

Man kann ſonach folgenden Lehrſatz ausſprechen: »Kräfte, deren Richtungen parallel ſind, und welche nach derſelben Gegend hin wirken, erzeugen eine Reſultirende, deren Größe der Summe dieſer Kräfte gleich, deren Richtung den Richtungen beider parallel iſt, und die Verbindungslinie der Angriffspuncte in zwei den Componenten verkehrt proportionale Stücke theilt.«

Dritter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und entgegengeſetzten Richtungen. Es kann zwar dieſer Fall nach der ſo eben angewendeten Methode behandelt werden, doch iſt es bequemer ihn auf den vorhergehenden Fall zurückzuführen. Es ſeyen A und B (Fig. 11) die Angriffspuncte der nach den parallelen und entgegengeſetzten Richtungen Ax und By wirkenden Kräfte P und Q. Sind die Intenſitäten dieſer Kräfte gleich, ſo laſſen ſie offenbar keine Reſultirende zu, denn es iſt kein Grund vorhanden, warum dieſelbe eher nach der Richtung der einen als nach der Richtung der andern Componente wirken ſollte. Demnach iſt bloß der Fall zu betrachten, wenn dieſe Kräfte ungleich ſind. Es ſey alſo $P > Q$. Nach dem vorhergehenden Falle läßt ſich die Kraft P als die Reſultirende zweier parallel und übereinſtimmend wirkenden Kräfte anſehen, wovon die eine = Q iſt und auf B nach der der By gerade entgegengeſetzten Richtung Bu, die andere R = P − Q aber auf O nach der Richtung Ox wirkt, wofern nur O ſo angenommen iſt, daß die Proportion OA : AB = Q : R ſtatt findet. Die zwei in B vorhandenen gleichen und gerade entgegengeſetzten Kräfte heben einander auf, und es bleibt ſomit R allein übrig, welche den urſprünglich gegebenen Kräften P, Q äquivalent, mithin deren Reſultirende iſt. Da aus obiger Proportion

$$OA : OA + AB = Q : Q + R,$$

d. h.

$$AO : OB = Q : P$$

folgt, ſo gilt der Satz: »die Reſultirende ungleicher, parallelen, entgegengeſetzten Kräfte iſt dem Unterſchiede dieſer Kräfte gleich, wirkt auf der Seite der größern Componente und im Sinne derſelben, und trifft die Verbindungslinie der Angriffspuncte in einem Puncte, deſſen Abſtände von den Angriffspuncten ſich verkehrt verhalten wie die Componenten.«

Es iſt mit Hilfe der ſo eben nachgewieſenen Sätze leicht einzuſehen, daß überhaupt jede die Richtungen zweier parallelen Kräfte ſchneidende Gerade der Richtung der Reſultirenden in einem Puncte begegnet, deſſen Abſtände von den Durchſchnittspuncten gedachter Geraden mit den Richtungen der Componenten ſich verkehrt verhalten wie die entſprechenden Kräfte. Denn es iſt (Fig. 10 und 11)

$$HK : HL = OA : OB,$$

und daher auch

$$HK : HL = Q : P.$$

Der in 99. 2) aufgeſtellte Lehrſatz läßt ſich demnach auch auf parallele Kräfte ausdehnen.

Daß zwei gleiche, parallele, entgegengeſetzte Kräfte keine Reſultirende zulaſſen, zeigt auch die oben erhaltene auf Fig. 11 ſich beziehende Proportion $OA : AB = Q : R$, aus welcher

$$OA = \frac{AB \cdot Q}{R} = \frac{AB \cdot Q}{P - Q}$$

folgt. Je geringer der Unterſchied zwiſchen P und Q wird, deſto größer wird OA; bei unendlicher Annäherung von Q an P rückt der Punct O in das Unendliche hinaus, und die Intenſität der Reſultirenden reducirt ſich auf Null.

103. Zuſammenſetzung mehrerer parallelen Kräfte. Sind mehr als zwei parallele Kräfte vorhanden, ihre Richtungen mögen in einerlei Ebene liegen oder nicht, und die Kräfte ſämmtlich übereinſtimmend oder auch theilweiſe entgegengeſetzt wirken, ſo laſſen ſie ſich nach den vorhergehenden Sätzen entweder auf eine Reſultirende, oder doch wenigſtens auf zwei einander gleiche, parallele und entgegengeſetzte Kräfte zuſammenziehen. Man kann nämlich im allgemeinſten Falle die gegebenen Kräfte nach dem Sinne ihrer Richtung in zwei einander entgegen wirkende Partien abtheilen, deren jede übereinſtimmend wirkende Kräfte umfaßt. Jede ſolche Partie läßt eine Reſultirende zu, denn man kann zuerſt zwei der darin vorkommenden Kräfte in Eine zuſammenſetzen, ihre Reſultirende mit einer dritten Kraft verbinden, und ſo fort, bis ſämmtliche zu gedachter Partie gehörenden Kräfte berückſichtiget worden ſind. Man wird alſo im allgemeinſten Falle zuletzt nur mehr zwei parallele und entgegengeſetzte Kräfte vor ſich haben; ſind dieſe ungleich, ſo bieten ſie eine Reſultirende dar, welche die Reſultirende des Syſtems ſämmtlicher Kräfte iſt; fallen aber genannte Kräfte gleich aus, ſo iſt keine weitere Zuſammenziehung möglich und die gegebenen Kräfte geſtatten keine Reſultirende.

104. Mittelpunct paralleler Kräfte. Wie aus den in 102 geführten Beweiſen hervorgeht, hängt die Poſition des Punctes, in welchem die Richtung der Reſultirenden zweier parallelen Kräfte die Verbindungslinie der Angriffspuncte durchſchneidet, bloß von dem relativen Sinne und dem Verhältniſſe der Intenſitäten, nicht aber von der Lage der Richtungen der Componenten gegen genannte Verbindungslinie ab; dieſer Durchſchnittspunct bleibt alſo der nämliche, auch wenn die Richtungen beider Componenten ohne Störung der Intenſitäten und des relativen Sinnes der Wirkung, andere parallele Lagen gegen die Verbindungslinie der Angriffspuncte annehmen. Alle ſo möglichen Richtungen der Reſultirenden eines Kräftenpaares durchkreuzen daher einander in einem und demſelben Puncte, und daſſelbe gilt auch von der Reſultirenden mehrerer auf unveränderlich verbundene Puncte wirkenden parallelen Kräfte bei jeder Lage ihrer Richtungen gegen das Syſtem der Angriffspuncte, wie man leicht ſieht, wenn man bei der ſucceſſiven Zuſammenſetzung der Kräfte den Durchſchnittspunct jeder einzelnen Reſultirenden mit der Verbindungslinie der Angriffs-

punete der Componenten, für den ferneren Schritt als den Angriffspunct dieſer nunmehr als Componente auftretenden Kraft betrachtet. Man nennt den von der Lage der Richtungen der parallelen Componenten gegen das Syſtem der Angriffspuncte unabhängigen Punct in der Richtung der Reſultirenden den Mittelpunct der parallelen Kräfte.

105. **Bedingungen der Aequivalenz zweier Paare gleicher, parallelen, entgegengeſetzten Kräfte.** Wenn an zwei Puncten gleiche, parallele und entgegengeſetzte Kräfte wirken, ſo laſſen ſie ſich unter gewiſſen, ſogleich näher anzugebenden Bedingungen auf unendlich viele Arten durch zwei ähnliche Kräfte erſetzen, welche den erſteren bei jeder Lage ihrer Richtungen gegen das materielle Syſtem, wozu die Angriffspuncte gehören, äquivalent ſind. Es ſeyen (Fig. 12) an den Puncten A und B nach den parallelen und entgegengeſetzten Richtungen Ax, By zwei Kräfte, deren jede $= P$ iſt, angebracht. Sollen denſelben zwei andere parallele und allgemein äquivalente Kräfte, deren jede $= P'$ iſt, ſubſtituirt werden, ſo kann man den Angriffspunct einer derſelben, und die Gegend, nach der ſie wirkt, nach Belieben wählen. Es ſey A' der bezeichnete Angriffspunct und die zu Ax parallele und mit dieſer übereinſtimmend liegende A'x' die Richtung der daſelbſt anzubringenden Kraft P'. Man ziehe BA' und nehme in dieſer Geraden den Punct C ſo an, daß die Proportion $A'C : BC = P : P'$ beſteht. Dieß vorausgeſetzt, kann man die in B nach By wirkende Kraft P, bei jeder Lage ihrer Richtung, als die Reſultirende zweier Kräfte betrachten, wovon die eine $= P + P'$ in C nach der mit By parallelen und übereinſtimmenden Richtung Cz, und die andere $= P'$ in A' nach der Richtung A'x' wirkt. Zieht man nun AC, und verlängert man dieſelbe bis B', ſo daß die Proportion $B'C : AC = P : P'$ beſteht, ſo kann man die in A nach Ax wirkende Kraft P, bei jeder Lage ihrer Richtung, als die Reſultirende zweier Kräfte anſehen, wovon die eine $= P + P'$ in C nach der mit Ax parallelen und übereinſtimmenden Richtung Cu, und die andere $= P'$ in B' nach der Richtung B'y' wirkt. Subſtituirt man den urſprünglich vorhandenen die ſo eben genannten äquivalenten Kräfte, ſo hat man vier Kräfte vor ſich, wovon zwei, deren jede $= P + P'$ iſt, in C nach gerade entgegengeſetzten Richtungen Cu, Cz wirken, mithin einander aufheben, ſo daß nur mehr die beiden nach A'x' und B'y' wirkenden Kräfte P' vorhanden ſind, die demnach den urſprünglich vorhandenen Kräften gleich gelten. Aus den zwei oben aufgeſtellten Proportionen folgt $A'C : B'C = BC : AC$; und da die Winkel ACB, A'CB' gleich ſind, ſo ſieht man aus der dadurch bedingten Aehnlichkeit der Dreiecke ACB, A'CB', daß die Verbindungslinie der neuen Angriffspuncte, nämlich die Gerade A'B', der Verbindungslinie AB der urſprünglichen Angriffspuncte parallel ſeyn muß. Da ferner

$$B'C : AC = A'B' : AB$$

iſt, ſo findet die Proportion

$$A'B' : AB = P : P'$$

ſtatt. Es müſſen demnach die Abſtände der Angriffspuncte jedes der einander äquivalenten Kräftenpaare ſich verkehrt verhalten wie die entſprechenden Kräfte. Sind die ſo eben gefundenen zwei Bedingungen erfüllt, und ſtreben die neuen Kräfte das vorhandene materielle Syſtem in demſelben Sinne zu drehen, wie die früheren, ſo ſind jene dieſen allgemein äquivalent.

Die wichtigſten Fälle des Gleichgewichtes der Kräfte.

106. Bedingungen des Gleichgewichtes von Kräften, welche auf einen Punct wirken. Sind an einem Puncte mehrere Kräfte angebracht, und handelt es ſich darum, ob dieſelben im Gleichgewichte ſtehen, ſo muß unterſchieden werden, ob der Punct völlig frei beweglich iſt, oder nicht. Im letzteren Falle iſt er, wenn er überhaupt noch beweglich ſeyn ſoll, an eine Fläche oder an eine Linie gebunden, auf welcher er ſich hin und her bewegen kann, und dieſe leiſtet ihm entweder nur einen einſeitigen Widerſtand, ſo daß er nach der entgegengeſetzten Seite hin von der Fläche oder Linie entfernt werden könnte, oder er iſt jedenfalls auf der Fläche oder Linie zu bleiben genöthigt. Iſt der Punct völlig frei, d. h. nach allen denkbaren Richtungen beweglich, ſo können die Kräfte nur in ſo fern ſich im Gleichgewichte befinden, als die Wirkung jeder einzelnen Kraft durch die Geſammtwirkung aller übrigen Kräfte aufgehoben wird. Sondert man daher von den gegebenen Kräften irgend eine ab, und ſucht die Reſultirende der übrigen, ſo muß dieſe, damit Gleichgewicht beſtehe, der erſteren Kraft gleich ſeyn und nach gerade entgegengeſetzter Richtung wirken. Iſt dem Puncte aber eine Fläche oder Linie als Bahn angewieſen, ſo iſt zum Beſtehen des Gleichgewichtes hinreichend, daß die Reſultirende ſämmtlicher Kräfte durch den Widerſtand, welchen die Fläche oder Linie leiſtet, aufgehoben werde. Kann der Punct die Fläche oder Linie nicht verlaſſen, ſo genügt es, wenn die Reſultirende aller Kräfte eine gegen die Bahn normale Richtung hat; iſt aber der Punct bloß an die Bahn gelegt, ſo iſt es nicht gleichgiltig, in welchem Sinne die Reſultirende gegen die Bahn wirkt, ſondern ſie muß den Punct gegen die Bahn andrücken.

An ähnliche Bedingungen iſt das Gleichgewicht von Kräften gebunden, welche an einem ſtarren Körper angebracht ſind; wir beſchränken uns im Folgenden bloß auf die Betrachtung der am häufigſten in Anwendung kommenden Fälle.

107. Gleichgewicht dreier Kräfte mit völlig freiem Angriffspuncte. Wirken auf den Punct A (Fig. 13) nach den Richtungen A x, A y, A z die Kräfte P, Q, R dergeſtalt, daß R der Reſultirenden von P und Q gleich und entgegengeſetzt iſt, und zieht man von einem Puncte B in der Geraden z A zur A y die B D parallel, welche der A x in D begegnet, ſo hat man offenbar P : Q : R = A D : B D : A B. Aber es verhalten ſich die Seiten des Dreieckes A B D wie die Sinuſſe der gegenüberliegenden Winkel, und es iſt,

weil Winkel, die zuſammengenommen zwei Rechte ausmachen, gleiche Sinuſſe haben,

$\sin ABD = \sin BAy = \sin yAz$; $\sin BAD = \sin xAz$;
$\sin ADB = \sin xAy$: mithin beſteht die Proportion

$$P : Q : R = \sin yAz : \sin xAz : \sin xAy.$$

Wenn daher drei Kräfte an einem freien Puncte mit einander im Gleichgewichte ſtehen, ſo iſt jede derſelben dem Sinus des Winkels zwiſchen den Richtungen der beiden andern proportional.

108. **Gleichgewicht drehender Kräfte.** An einer wie immer geſtalteten ſtarren Linie AB (Fig. 14 und 15) ſeyen nach den Richtungen Ax, By an den Puncten A, B Kräfte P, Q angebracht, welche dieſe Linie um den firen Punct C in entgegengeſetztem Sinne zu drehen ſtreben. Damit dieſe Kräfte einander das Gleichgewicht halten, müſſen ſich dieſelben auf eine Reſultirende reduciren laſſen und die Richtung dieſer muß durch den firen Punct C gehen, denn nur ſo wird die Geſammtwirkung der Kräfte durch den Widerſtand des genannten Punctes aufgehoben. Die vorhandenen Kräfte geben aber, wie leicht einzuſehen iſt, nur dann eine Reſultirende, wenn ihre Richtungen Ax, By in einerlei Ebene enthalten ſind, und ſoll die Richtung der Reſultirenden durch den Punct C gehen, ſo müſſen ſich die Kräfte P, Q verkehrt verhalten, wie die von dem Puncte C zu den Richtungen dieſer Kräfte gezogenen Senkrechten CH, CK, d. h. es muß die Proportion $P : Q = CK : CH$, oder was daſſelbe heißt, die Gleichung $P \cdot CH = Q \cdot CK$ beſtehen.

Aus dieſer Gleichung ſieht man, daß das Vermögen einer Kraft, eine Linie um einen firen Punct zu drehen, nicht lediglich durch die Intenſität der Kraft, ſondern auch durch den Abſtand ihrer Richtung von dem Drehungspuncte beſtimmt wird, und zwar daß dieſes Vermögen ſich nach dem Producte beider Größen richtet. Man nennt deßhalb das Product einer Kraft mit der aus einem Puncte außerhalb ihrer Richtung auf ſie gefällten Senkrechten das Drehungsmoment oder kürzer Moment der Kraft bezüglich dieſes Punctes. Sonach gilt der Satz: »Zwei in einerlei Ebene wirkende Kräfte, welche eine Linie »um einen Punct in entgegengeſetztem Sinne zu drehen ſtreben, halten »einander das Gleichgewicht, wenn ſie bezüglich dieſes Punctes gleiche »Momente haben.« Man kann dieſen Satz auch ſo einkleiden: »Kräfte, »welche in einerlei Ebene wirken und ein Syſtem von Puncten um einen »firen Punct in einerlei Sinn zu drehen ſtreben, ſind hinſichtlich dieſes »Beſtrebens äquivalent, ſobald ſie bezüglich des Drehungspunctes gleiche »Momente haben.«

109. **Zuſammenſetzung der Drehungsmomente.** Es ſeyen mehrere Kräfte vorhanden, deren Richtungen in einerlei Ebene liegen, und das Syſtem ihrer Angriffspuncte um einen in derſelben Ebene befindlichen Punct zu drehen ſtreben, ſo kann man, falls ſich dieſe Kräfte nicht das Gleichgewicht halten, denſelben ſtets eine einzelne hinſichtlich des Drehungsvermögens um genannten Punct äquivalente Kraft ſubſtituiren. Es ſeyen nämlich P, P', P'', ... die Kräfte, welche das

Syſtem materieller Puncte in dem einen Sinne, $Q, Q', Q'', \ldots$ die Kräfte, welche es in dem entgegengeſetzten Sinne zu drehen ſtreben, ferner $p, p', p'' \ldots q, q', q'' \ldots$ die aus dem Drehungspuncte auf die Richtungen dieſer Kräfte gezogenen Senkrechten; denkt man ſich nun längs einer beliebigen Geraden, welche vom Drehungspuncte den Abſtand r hat, Kräfte $S, S', S'' \ldots, T, T', T'' \ldots$ geſetzt, die den vorgenannten hinſichtlich des Drehungsvermögens ſtückweiſe äquivalent ſind, ſo werden die Richtungen der einen $S, S', S'' \ldots$, jenen der andern $T, T', T'' \ldots$ gerade entgegengeſetzt ſeyn und alle mit einander ſich auf eine Reſultirende

$$R = S + S' + S'' + \ldots - T - T' - T'' - \ldots$$

zuſammenziehen laſſen, welche die verlangte Kraft iſt. Der vorausgeſetzten Aequivalenz gemäß finden folgende Gleichungen ſtatt:

$$Sr = Pp,\ S'r = P'p',\ S''r = P''p''\ \text{ꝛc.},$$
$$Tr = Qq,\ T'r = Q'q',\ T''r = Q''q''\ \text{ꝛc.},$$

daher iſt

$$(S + S' + S'' + \ldots - T - T' - T'' - \ldots)\, r =$$
$$= Pp + P'p' + P''p'' + \ldots - Qq - Q'q' - Q''q'' - \ldots,$$

oder

$$Rr = Pp + P'p' + P''p'' + \ldots - (Qq + Q'q' + Q''q'' + \ldots).$$

»Es beträgt ſonach das Moment einer Kraft, welche mehreren in derſelben Ebene bezüglich der Drehung um einen Punct gleichgilt, ſo viel »wie die Summe der Momente der Kräfte, welche das Syſtem der »Angriffspuncte nach der einen Seite zu drehen ſtreben, weniger der »Summe der Momente der entgegen wirkenden Kräfte, und der Sinn »dieſer Kraft entſpricht der größeren Momentſumme.« Sind die Summen der entgegengeſetzten Momente gleich groß, ſo halten die Kräfte einander das Gleichgewicht.

Wenn eine Kraft einen Körper um eine mit ihm feſt verbundene Axe zu drehen ſtrebt, und ihre Richtung nicht in einer auf dieſe Axe ſenkrechten Ebene liegt, ſo kann man die Kraft in zwei Kräfte zerlegen, wovon eine der Axe parallel, die andere aber in einer auf die Axe ſenkrechten Ebene wirkt. Die erſtere Componente ſtrebt den Körper längs der Axe zu verſchieben, und trägt nichts zur Drehung bey; die letztere aber ſtrebt mit ihrer vollen Intenſität den Körper zu drehen. Es iſt leicht einzuſehen, daß an dieſem Beſtreben nichts geändert wird, wenn man letztgenannte Kraft, ohne Aenderung des Abſtandes ihrer Richtung von der Axe, in eine andere auf die Axe ſenkrechte Ebene verſetzt, oder wenn man ihr eine Kraft ſubſtituirt, welche bezüglich dieſer Axe daſſelbe Moment hat, d. h. mit dem Abſtande der Richtung von der Axe multiplicirt daſſelbe Product liefert. Man kann daher den obigen Satz auch auf Kräfte übertragen, die an einem Körper in verſchiedenen auf ſeine Drehungsaxe ſenkrechten Ebenen angebracht ſind.

Gleichgewicht der Kräfte an Maſchinen.

110. Begriff einer Maſchine und Arten derſelben. Man pflegt jede Vorrichtung, mittelſt welcher eine Kraft auf einen außerhalb ihrer Richtung liegenden Punct wirkſam gemacht werden kann, eine Maſchine zu nennen. Der Zweck einer Maſchine iſt Bekämpfung einer gegebenen Kraft oder Ueberwindung eines gewiſſen Hin-

derniſſes. Letzteres kann man auch als eine zu bekämpfende Gegenkraft betrachten, die aber erſt in dem Maße entſteht, in welchem ſie angegriffen wird; die mittelſt der Maſchine zu bekämpfende Kraft heißt im Allgemeinen Laſt; die zur Bekämpfung derſelben dienende Kraft wird vorzugsweiſe »Kraft« genannt. Iſt die Kraft gegen die Laſt ſo abgemeſſen, daß beide Kräfte mittelſt der Maſchine einander das Gleichgewicht halten, ſo müſſen ſie in einem gewiſſen Verhältniſſe ſtehen, welches das der Maſchine entſprechende ſtatiſche Verhältniß heißt. Zeigt ſich hiebei die Kraft kleiner als die Laſt, ſo ſagt man, es finde Erſparniß an Kraft ſtatt. Eine Maſchine, an welcher ſich keine Theile unterſcheiden laſſen, die für ſich als Maſchinen dienen könnten, heißt einfach; beſteht aber eine Maſchine aus mehreren mit einander verbundenen Maſchinen, ſo heißt ſie zuſammengeſetzt. Wir betrachten hier die Maſchinen nur im Gleichgewichte und dabei noch im idealen oder mathematiſchen Zuſtande, d. h. es wird von der die Maſchine ſelbſt beherrſchenden Schwerkraft und von allen Bewegungshinderniſſen abſtrahirt. Wie darauf Rückſicht zu nehmen iſt, d. h. wie die Maſchinen im reellen oder phyſiſchen Zuſtande zu betrachten ſind, wird ſich aus den in der Folge vorzutragenden Lehren ohne Schwierigkeit entnehmen laſſen. Die Beurtheilung einer Maſchine im Bewegungszuſtande in Hinſicht auf Arbeit gründet ſich auf beſondere Principien, welche ein Gegenſtand der Dynamik ſind, und iſt ja nicht mit der hier in Rede ſtehenden bloß ſtatiſchen Betrachtung zu verwechſeln.

111. **Die einfachen Maſchinen.** Als einfache Maſchinen werden gewöhnlich der Hebel, das Wellrad, die Rolle, der Keil und die Schraube angeführt; man kann dazu noch das Gelenke rechnen.

1) Unter einem Hebel verſteht man eine gerade oder krumme an einer Stelle mittelſt einer feſten Widerlage unterſtützte Stange, welche durch die an ihr angebrachten Kräfte (deren in der Regel bloß zwei ſind, nämlich Kraft und Laſt) in entgegengeſetztem Sinne zur Drehung angeregt wird. Wir haben es hier bloß mit dem mathematiſchen Hebel zu thun, welchen wir uns als ſtarre ſchwerloſe Linie denken. Befindet ſich (Fig. 14) der Unterſtützungspunct C zwiſchen den Angriffspuncten A, B der Kraft und Laſt, ſo heißt der Hebel ein zweiarmiger, liegen aber (Fig. 15) dieſe Angriffspuncte bezüglich der unterſtützten Stelle auf einerlei Seite, ſo wird der Hebel ein einarmiger genannt. Eine Zuſammenfügung zweier Stangen AC, BC (Fig. 16) unter einem Winkel, deſſen Scheitel C unterſtützt iſt, und an deſſen Schenkeln Kraft und Laſt wirken, heißt ein Winkelhebel. Wie immer der Hebel beſchaffen ſeyn mag, ſo iſt aus dem vorigen (108.) klar, daß im Zuſtande des Gleichgewichtes die Drehungsmomente der Kraft und Laſt, oder allgemein die Summen der Drehungsmomente der einander entgegenwirkenden Kräfte (109.) gleich ſeyn müſſen. In dem beſonderen Falle, wenn der Hebel geradlinige Arme hat,

und zwei Kräfte ſenkrecht dagegen wirken, verhalten ſich die Kräfte im Zuſtande des Gleichgewichtes verkehrt wie ihre Hebelarme.

2) Das Wellrad erſcheint in der Form, welche zu ſeiner Benennung Veranlaſſung gegeben hat, als ein um ſeine Axe beweglicher Cylinder (Welle) mit einem ſenkrecht gegen dieſe Axe und concentriſch mit dem Querſchnitte des Cylinders gezeichneten Rade; die Kraft wirkt tangentiell am Umfange des Rades, die Laſt aber an dem Umfange eines Querſchnittes des Cylinders. Oft ſind ſtatt des Rades bloß einzelne Halbmeſſer (Speichen) in die Welle eingefügt, was an der Wirkungsweiſe der Kräfte nichts ändert. Man kann das Wellrad füglich auf einen zweiarmigen Hebel reduciren, welcher, je nachdem die Kräfte parallel oder ſchief gegen einander wirken, als ein gerader oder als ein Winkelhebel ACB (Fig. 17) erſcheint, deſſen Arme AC, CB den Halbmeſſern des Rades und der Welle entſprechen, und an welchen die Kraft P und Laſt Q nach den darauf ſenkrechten Richtungen Ax, By angebracht ſind. Es beſteht ſonach für den Gleichgewichtszuſtand die Proportion P : Q = CB : AC. Der Druck, den die Axe leidet, iſt der Verbindungslinie der Angriffspuncte A und B proportional, mithin am größten, wenn die Kräfte einander parallel wirken [99. 2)].

3) Eine Rolle iſt eine kreisförmige Scheibe, an deren Umfange eine Furche zur Aufnahme einer um die Scheibe zu legenden Schnur eingeſchnitten iſt, und durch deren Centrum ein Zapfen (Axe) geht, um welchen die Scheibe gedreht werden kann. Wird dieſe Axe unverrückbar feſtgehalten, ſo daß ſich wohl die Rolle um die Axe herum, aber nicht mit der Axe fortbewegen kann, ſo heißt die Rolle eine fixe; Kraft und Laſt wirken in dieſem Falle an den Enden der einen Theil der Peripherie der Rolle umfaſſenden Schnur. Iſt es aber der Rolle geſtattet ihren Ort zu verändern, ſo heißt ſie eine bewegliche; ein Ende der Schnur iſt dann an einem fixen Puncte befeſtiget, die Kraft wirkt an dem andern Ende der Schnur, der Angriffspunct der Laſt fällt in die Axe der Rolle, und es wird dieſe Laſt durch das Beſtreben bekämpft, welches die Rolle durch die Action der Kraft zur Fortbewegung erhält. In dem einen wie in dem andern Falle läßt ſich der Widerſtand des die Axe oder ein Ende der Schnur aufhaltenden Hinderniſſes durch eine paſſende Gegenkraft erſetzen; es beruht daher das Gleichgewicht der Rolle im Grunde ſtets auf der Wechſelwirkung dreier Kräfte, wovon zwei an den tangentiell zur Scheibe geradlinig ausgeſpannten Enden der Schnur angebracht ſind, und die dritte auf den Mittelpunct der Scheibe wirkt. Es ſeyen nun Ax, By (Fig. 18) die beiden Enden der um den Bogen ADB der Rolle gelegten Schnur, deren Richtungen einen Winkel bilden mögen, und daher rückwärts verlängert einander in E begegnen, ſo kann man ſich den Punct E mit der Rolle durch die ſtarre Gerade CE unveränderlich verbunden denken, und die längs Ax, By wirkenden Kräfte P, P′ auf E verſetzen; die oben erwähnten drei Kräfte reduciren ſich jetzt auf zwei, nämlich auf die Reſultirende der Kräfte P und P′, und auf die noch übrige an der Axe angebrachte Kraft Q: dieſe zwei Kräfte, als deren Angriffs-

puncte die Enden der ſtarren Linie EC erſcheinen, ſollen einander mittelſt dieſer Linie das Gleichgewicht halten. Dieß iſt nur dann möglich, wenn beide Kräfte gleich ſind und ihre einander entgegengeſetzten Richtungen in die Verlängerung der Linie EC fallen. Man kann daher E auch als den Angriffspunct der Kraft Q betrachten, und es iſt dieſe Kraft der Reſultirenden der auf denſelben Punct wirkenden Kräfte P, P' gleich und entgegengeſetzt. Da die Seiten des Dreieckes ACB auf den Richtungen dieſer drei Kräfte ſenkrecht ſtehen, ſo hat man nach 99. 1), P : P' : Q = AC : BC : AB, woraus ſogleich P = P' folgt. Dieſelbe Proportion findet offenbar auch dann noch ſtatt, wenn die Schnurtheile Ax, By einander parallel laufen, folglich die Puncte A, B Endpuncte eines Durchmeſſers der Rolle ſind, in welchem Falle P : Q = 1 : 2 iſt. Es gelten daher folgende Sätze: a) Bei der ſiren Rolle iſt im Zuſtande des Gleichgewichtes die Kraft der Laſt gleich. b) Bei der beweglichen Rolle verhält ſich die Kraft zur Laſt, wie der Halbmeſſer der Rolle zur Sehne des von der Schnur umfaßten Bogens. Es findet alſo bei der ſiren Rolle keine Erſparniß an Kraft ſtatt, ſondern ſie dient nur dazu, die Kraft nach einer andern Richtung wirkſam zu machen; bei der beweglichen Rolle aber tritt nur ſo lange Erſparniß an Kraft ein, als die Sehne des vom Stricke umſpannten Bogens größer iſt als der Halbmeſſer, d. h. ſo lange dieſer Bogen innerhalb der Grenzen 60° und 300° liegt. Am kleinſten wird die Kraft im Vergleiche mit der Laſt, wenn die Enden der Schnur parallel ſind; die Kraft beträgt dann die Hälfte der Laſt.

4) Ein Keil iſt ein dreiſeitiges gerades Prisma, welches zwiſchen zwei Körper oder Körpertheile eingeſchoben wird, um ſelbe aus einander zu treiben. Die Flächen des Keils, welche auf erwähntes Hinderniß einwirken, heißen ſeine Seiten, die dritte Fläche, woran die den Keil vorwärts ſchiebende Kraft angebracht iſt, heißt der Rücken des Keiles. Unter der Vorausſetzung, daß die Kraft und die beiden Widerſtände ſenkrecht auf die zugehörenden Keilflächen wirken, kann man für den Zuſtand des Gleichgewichtes nach 99. 1) dieſe Kräfte den Seiten des Durchſchnittes des Keiles proportional ſetzen, nämlich des Dreieckes, in welchem der Keil durch eine gegen ſeine Flächen ſenkrechte Ebene geſchnitten wird, und da dieſe Flächen als gleich hohe Rechtecke ſich ſo wie ihre Grundlinien, d h. ſo wie jene Dreiecksſeiten verhalten, ſo ſtehen die Kräfte am Keile auch in demſelben Verhältniſſe wie die Flächen, worauf ſie wirken.

5) Denkt man ſich an die Seitenfläche eines geraden Cylinders mit kreisförmiger Baſis eine Berührungslinie gelegt, welche mit der durch den Berührungspunct gehenden Seitenlinie des Cylinders einen ſchiefen Winkel bildet, und läßt man dieſe berührende Gerade ſich dergeſtalt an der Cylinderfläche fortbewegen, daß genannter Winkel ſtets dieſelbe Größe beibehält, ſo beſchreibt der Berührungspunct eine krumme Linie, welche man Schraubenlinie nennt. Wird an einem ſoliden oder in einem hohlen Cylinder, an dem erſten ein erhabener, in dem letztern ein vertiefter Gang längs einer Schraubenlinie herum ge-

legt, so entsteht eine Schraube, in dem ersten Falle eine solide (Schraubenspindel), im zweiten eine hohle (Schraubenmutter). Der Abstand zweier unmittelbar auf einander folgenden Puncte, in welchen die Schraubenlinie einer und derselben Seitenlinie des Cylinders begegnet, bestimmt die Höhe des Schraubenganges. Bei der Anwendung der Schraube wird stets eine solide Schraube in eine entsprechende hohle eingeführt, indem sich die eine oder die andere dreht; die Kraft wirkt tangentiell im Umfange eines Querschnittes des beweglichen Cylinders, die Last aber der Axe dieses Cylinders parallel. Man kann sich die Sache immer so vorstellen, als würde gegen die Last ein um den Schraubencylinder gelegter Keil geschoben, dessen Rücken der Höhe eines Schraubenganges, und dessen Seitenflächen dem Umfange des Querschnittes des Cylinders und der Länge des einen Umlauf machenden Schraubenganges entsprechen. Sonach verhält sich im Gleichgewichtszustande die Kraft zur Last wie die Seiten des Keiles, gegen welche diese Kräfte senkrecht wirken, also wie die Höhe eines Schraubenganges zum Umfange des Schraubencylinders. Doch ist dieß nur ein rein theoretisches Resultat, von welchem die Erfahrung in dem practischen Leben sich weit entfernt, weil die Reibung bei der Schraube eine sehr einflußreiche Rolle spielt.

6) Man denke sich eine Stange A B (Fig. 191), die wir hier als starre gerade Linie betrachten, um A, ferner die an selbe angefügte Linie B C um B beweglich und in C gegen ein Hinderniß, welches als Last auftritt, gestemmt; endlich längs der gleichfalls in B beweglich eingefügten Geraden D B die Kraft wirkend, so hat man ein Gelenke (Kniepresse) vor sich. Das Verhältniß zwischen der Kraft P und der Last Q ist eine einfache Folge des in 107 bewiesenen Satzes; man hat nämlich $P : Q = \sin ABC : \sin ABD$.

Je stumpfer also der Winkel A B C ist, und je näher der Winkel A B D einem Rechten kommt, desto größer ist die Ersparniß an Kraft. Man kann sich statt der Stangen auch im entgegengesetzten Sinne gespannte Schnüre (Seile) vorstellen; das statische Verhältniß der Kräfte bleibt das obige.

Von den einfachen Maschinen wird in den Geschäften des gemeinen Lebens vielfacher Gebrauch gemacht; häufig finden sich mehrere solche Maschinen mit einander verbunden. In unzähligen Formen erscheint der Hebel (Heblade, Ruder, Schiebkarren, Zange ꝛc.) oft in Verbindung mit dem Keile (Messer, Schere ꝛc.); das Wellrad nimmt nicht weniger mannigfaltige Formen an (gezähnte Räder, Getriebe, Wasserräder, Winden, Haspel ꝛc.), häufig dient dabei die Rolle zur Direction der Kraft; der Keil wird zum Spalten, Pressen gebraucht, desgleichen die Schraube, oft in Verbindung mit dem Hebel (Schraubenpressen); die Wirkung des Gelenkes und Hebels zeigt sich an den Gliedmaßen des menschlichen und Thierkörpers, und läßt uns auf die ungeheure Kraft der Muskeln schließen u. s. w.

112. Beurtheilung zusammengesetzter Maschinen. Wenn mehrere einfache Maschinen in einander eingreifen, so daß die Last an jeder einzelnen bezüglich der folgenden die Rolle der Kraft spielt, so

ist offenbar das statische Verhältniß der eigentlichen (ersten) Kraft zur (letzten) Last aus den statischen Verhältnissen für sämmtliche einzelnen Maschinen zusammengesetzt, mithin dem Verhältnisse des Productes aller Antecedenten zum Producte aller Consequenten gleich. Es seyen z. B. drei einfache Maschinen mit einander combinirt, und für die erste P die Kraft, x die Last; für die zweite x die Kraft, y die Last; endlich für die dritte y die Kraft, Q die Last, und man habe folgende statischen Verhältnisse gefunden:

$$P : x = a : b,$$
$$x : y = a' : b',$$
$$y : Q = a'' : b'',$$

so ergibt sich daraus $P : Q = aa'a'' : bb'b''$.

Darnach läßt sich leicht die Kraftersparniß bei einer Zusammensetzung von Hebeln, oder bei einer Verbindung von Wellrädern (gezähnte Räder in Getriebe eingreifend) oder bei einer Verbindung von beweglichen Rollen (Rollenzug) ꝛc. angeben. Als Beispiel einer Verbindung ungleichartiger einfacher Maschinen mag die Schraube ohne Ende mit Kurbel und gezähntem Wellrade dienen (Fig. 20). Es sey AC = R der Halbmesser der Kurbel, BC = R' der Halbmesser des Schraubencylinders, also bei der üblichen Bedeutung von π, $2\pi R'$ der Umfang des Querschnittes dieses Cylinders, d die Höhe des Schraubenganges, welche der Distanz der Zähne am Wellrade gleich ist, FD = r der Halbmesser der Welle, FE = r' der Halbmesser des Rades, so ist das statische Verhältniß für die Kurbel, welche als einarmiger Hebel erscheint, R' : R; für die Schraube d : $2\pi R'$, und für das Wellrad r : r', mithin besteht zwischen der Kraft P am Puncte A der Kurbel und der Last Q an der Welle im Gleichgewichtszustande der Maschine die Relation $P : Q = R'dr : 2\pi RR'r' = dr : 2\pi Rr'$. Bezeichnet n die Anzahl der Zähne am Rade, so ist offenbar $2\pi r' = nd$, mithin hat man $P : Q = r : nR$.

Man kann auch mehrere einfache Maschinen zugleich unmittelbar zur Bekämpfung eines Hindernisses verwenden; in diesem Falle addiren sich die Kräfte und Lasten. Ein Beispiel hievon liefert der sogenannte Flaschenzug, welcher aus zwei gleichen Flaschen, d. i. Systemen über und neben einander gestellten Rollen besteht, die von einer Schnur in ununterbrochenem Zuge umfaßt werden. Ein Ende der Schnur ist an der Fassung der einen Flasche befestigt, an dem andern (freien) Ende wirkt die Kraft; eine Flasche ist fix, die andere aber, an welcher die Last wirkt, ist beweglich. Laufen die Schnurtheile zwischen den Flaschen einander parallel, so vertheilt sich in Folge der gleichen Spannung, die längs der Schnur herrscht, die Last in so viele gleiche Theile als Schnurtheile, mithin Rollen in beiden Flaschen vorkommen, und die Kraft beträgt, da sie bloß die Spannung der Schnur zu bekämpfen hat, nur einen solchen Theil der Last.

113. Allgemeines Mittel zur Beurtheilung des statischen Verhältnisses der Kräfte an einer Maschine. Man stelle sich vor, irgend eine einfache oder zusammengesetzte Maschine werde unabhängig von den an ihr anzubringenden Kräften in eine ihrem Mechanismus, d. h. der Anordnung ihrer Theile, angemessene Bewegung versetzt, wobei die zur Anlegung der Kraft und Last bestimmten Puncte gewisse, in den gewöhnlichen Fällen, die wir hier allein im Auge ha-

ben, geradlinige oder kreisförmige Wege beschreiben, deren Verhältniß man untersuche. Liegen die Richtungen der Kraft und Last und diese Wege in einerlei geraden Linien, oder falls diese Wege kreisförmig erscheinen, haben sie jene Richtungen zu Tangenten, bei welcher Anordnung der Richtungen die Kräfte mit ihrer vollen Energie die Maschine in Bewegung zu setzen streben, so verhalten sich Kraft und Last verkehrt wie die Längen der ihren Angriffspuncten entsprechenden Wege, oder die Producte aus den Kräften in die von ihren Angriffspuncten correspondirend beschriebenen Wege sind einander gleich. Haben die Richtungen der Kräfte andere Lagen, so zerlege man jede Kraft nach vorgedachter und einer darauf senkrechten Richtung in zwei Componenten; nur die nach der zuerst genannten Richtung wirkende strebt die Maschine in Bewegung zu setzen, und ist daher als die wahre Kraft oder Last zu betrachten. Die Richtigkeit des hier aufgestellten Satzes läßt sich sehr leicht an jeder einfachen Maschine erproben und besteht daher auch für alle zusammengesetzten Maschinen. Man erhält dadurch ein leichtes Mittel das einer Maschine entsprechende statische Verhältniß der Kräfte zu erkennen, welches Mittel sich sogar auf bloß empirische Weise, ohne weitere Beachtung der inneren Einrichtung der Maschine, in Anwendung bringen läßt.

Am Hebel verhalten sich bei einer drehenden Bewegung desselben um seine Widerlage die von den Angriffspuncten der Kraft und Last beschriebenen Kreisbogen, weil sie einerlei Winkeln am Centrum entsprechen, gerade wie ihre Halbmesser, d. h. wie die Abstände der Angriffspuncte von der Widerlage. Aber die Kräfte üben die vollste Energie zur Drehung des Hebels aus, wenn sie senkrecht gegen diese Halbmesser wirken, und verhalten sich im Zustande des Gleichgewichts verkehrt wie diese ihre Hebelarme, es verhalten sich demnach die so angebrachten Kräfte am Hebel auch verkehrt wie die von ihren Angriffspuncten beschriebenen Kreisbogen. An der Schraube durchlauft der Angriffspunct der Kraft die Peripherie des Cylinders, während der Angriffspunct der Last um die Höhe des Schraubenganges fortrückt. Am Flaschenzuge entspricht die Verrückung des Angriffspunctes der Last einer Aenderung der Länge jedes einzelnen Schnurtheiles um einerlei Stück; alle diese Aenderungen gehen auf den Schnurtheil über, woran die Kraft wirkt, und es rückt daher der Angriffspunct dieser um so vielmal weiter fort, als jener der Last, als Rollen vorhanden sind. Soll bei der oben betrachteten Schraube ohne Ende die Last um die Länge des Umfanges der Welle fortschreiten, so muß die Kurbel so oft herumgedreht werden, als sich Zähne am Rade befinden, woraus sich sogleich auf das statische Verhältniß der Kräfte schließen läßt u. s. w.

weil Winkel, die zuſammengenommen zwei Rechte ausmachen, gleiche Sinuſſe haben,

$\sin ABD = \sin BAy = \sin yAx$; $\sin BAD = \sin xAz$;
$\sin ADB = \sin xAy$; mithin beſteht die Proportion

$$P : Q : R = \sin yAz : \sin xAz : \sin xAy.$$

Wenn daher drei Kräfte an einem freien Puncte mit einander im Gleichgewichte ſtehen, ſo iſt jede derſelben dem Sinus des Winkels zwiſchen den Richtungen der beiden andern proportional.

108. **Gleichgewicht drehender Kräfte.** An einer wie immer geſtalteten ſtarren Linie AB (Fig. 14 und 15) ſeyen nach den Richtungen Ax, By an den Puncten A, B Kräfte P, Q angebracht, welche dieſe Linie um den firen Punct C in entgegengeſetztem Sinne zu drehen ſtreben. Damit dieſe Kräfte einander das Gleichgewicht halten, müſſen ſich dieſelben auf eine Reſultirende reduciren laſſen und die Richtung dieſer muß durch den firen Punct C gehen, denn nur ſo wird die Geſammtwirkung der Kräfte durch den Widerſtand des genannten Punctes aufgehoben. Die vorhandenen Kräfte geben aber, wie leicht einzuſehen iſt, nur dann eine Reſultirende, wenn ihre Richtungen Ax, By in einerlei Ebene enthalten ſind, und ſoll die Richtung der Reſultirenden durch den Punct C gehen, ſo müſſen ſich die Kräfte P, Q verkehrt verhalten, wie die von dem Puncte C zu den Richtungen dieſer Kräfte gezogenen Senkrechten CH, CK, d. h. es muß die Proportion $P : Q = CK : CH$, oder was daſſelbe heißt, die Gleichung $P \cdot CH = Q \cdot CK$ beſtehen.

Aus dieſer Gleichung ſieht man, daß das Vermögen einer Kraft, eine Linie um einen firen Punct zu drehen, nicht lediglich durch die Intenſität der Kraft, ſondern auch durch den Abſtand ihrer Richtung von dem Drehungspuncte beſtimmt wird, und zwar daß dieſes Vermögen ſich nach dem Producte beider Größen richtet. Man nennt deßhalb das Product einer Kraft mit der aus einem Puncte außerhalb ihrer Richtung auf ſie gefällten Senkrechten das Drehungsmoment oder kürzer Moment der Kraft bezüglich dieſes Punctes. Sonach gilt der Satz: »Zwei in einerlei Ebene wirkende Kräfte, welche eine Linie »um einen Punct in entgegengeſetztem Sinne zu drehen ſtreben, halten »einander das Gleichgewicht, wenn ſie bezüglich dieſes Punctes gleiche »Momente haben.« Man kann dieſen Satz auch ſo einkleiden: »Kräfte, »welche in einerlei Ebene wirken und ein Syſtem von Puncten um einen »firen Punct in einerlei Sinn zu drehen ſtreben, ſind hinſichtlich dieſes »Beſtrebens äquivalent, ſobald ſie bezüglich des Drehungspunctes gleiche »Momente haben.«

109. **Zuſammenſetzung der Drehungsmomente.** Es ſeyen mehrere Kräfte vorhanden, deren Richtungen in einerlei Ebene liegen, und das Syſtem ihrer Angriffspuncte um einen in derſelben Ebene befindlichen Punct zu drehen ſtreben, ſo kann man, falls ſich dieſe Kräfte nicht das Gleichgewicht halten, denſelben ſtets eine einzelne hinſichtlich des Drehungsvermögens um genannten Punct äquivalente Kraft ſubſtituiren. Es ſeyen nämlich P, P', P'', ... die Kräfte, welche das

Syſtem materieller Puncte in dem einen Sinne, $Q, Q', Q'', \ldots$ die Kräfte, welche es in dem entgegengeſetzten Sinne zu drehen ſtreben, ferner $p, p', p'' \ldots q, q', q'' \ldots$ die aus dem Drehungspuncte auf die Richtungen dieſer Kräfte gezogenen Senkrechten; denkt man ſich nun längs einer beliebigen Geraden, welche vom Drehungspuncte den Abſtand r hat, Kräfte $S, S', S'' \ldots, T, T', T'' \ldots$ geſetzt, die den vorgenannten hinſichtlich des Drehungsvermögens ſtückweiſe äquivalent ſind, ſo werden die Richtungen der einen $S, S', S'' \ldots$ jenen der andern $T, T', T'' \ldots$ gerade entgegengeſetzt ſeyn und alle mit einander ſich auf eine Reſultirende

$$R = S + S' + S'' + \ldots - T - T' - T'' - \ldots$$

zuſammenziehen laſſen, welche die verlangte Kraft iſt. Der vorausgeſetzten Aequivalenz gemäß finden folgende Gleichungen ſtatt:

$$Sr = Pp, \quad S'r = P'p', \quad S''r = P''p'' \text{ ꝛc.},$$
$$Tr = Qq, \quad T'r = Q'q', \quad T''r = Q''q'' \text{ ꝛc.},$$

daher iſt

$$(S + S' + S'' + \ldots - T - T' - T'' - \ldots)\, r =$$
$$= Pp + P'p' + P''p'' + \ldots - Qq - Q'q' - Q''q'' - \ldots,$$

oder

$$Rr = Pp + P'p' + P''p'' + \ldots - (Qq + Q'q' + Q''q'' + \ldots).$$

»Es beträgt ſonach das Moment einer Kraft, welche mehreren in derſelben Ebene bezüglich der Drehung um einen Punct gleichgilt, ſo viel »wie die Summe der Momente der Kräfte, welche das Syſtem der »Angriffspuncte nach der einen Seite zu drehen ſtreben, weniger der »Summe der Momente der entgegen wirkenden Kräfte, und der Sinn »dieſer Kraft entſpricht der größeren Momentſumme.« Sind die Summen der entgegengeſetzten Momente gleich groß, ſo halten die Kräfte einander das Gleichgewicht.

Wenn eine Kraft einen Körper um eine mit ihm feſt verbundene Axe zu drehen ſtrebt, und ihre Richtung nicht in einer auf dieſe Axe ſenkrechten Ebene liegt, ſo kann man die Kraft in zwei Kräfte zerlegen, wovon eine der Axe parallel, die andere aber in einer auf die Axe ſenkrechten Ebene wirkt. Die erſtere Componente ſtrebt den Körper längs der Axe zu verſchieben, und trägt nichts zur Drehung bey; die letztere aber ſtrebt mit ihrer vollen Intenſität den Körper zu drehen. Es iſt leicht einzuſehen, daß an dieſem Beſtreben nichts geändert wird, wenn man letztgenannte Kraft, ohne Aenderung des Abſtandes ihrer Richtung von der Axe, in eine andere auf die Axe ſenkrechte Ebene verſetzt, oder wenn man ihr eine Kraft ſubſtituirt, welche bezüglich dieſer Axe dasſelbe Moment hat, d. h. mit dem Abſtande der Richtung von der Axe multiplicirt dasſelbe Product liefert. Man kann daher den obigen Satz auch auf Kräfte übertragen, die an einem Körper in verſchiedenen auf ſeine Drehungsaxe ſenkrechten Ebenen angebracht ſind.

Gleichgewicht der Kräfte an Maſchinen.

110. Begriff einer Maſchine und Arten derſelben. Man pflegt jede Vorrichtung, mittelſt welcher eine Kraft auf einen außerhalb ihrer Richtung liegenden Punct wirkſam gemacht werden kann, eine Maſchine zu nennen. Der Zweck einer Maſchine iſt Bekämpfung einer gegebenen Kraft oder Ueberwindung eines gewiſſen Hin-

derniſſes. Letzteres kann man auch als eine zu bekämpfende Gegenkraft betrachten, die aber erſt in dem Maße entſteht, in welchem ſie angegriffen wird; die mittelſt der Maſchine zu bekämpfende Kraft heißt im Allgemeinen Laſt; die zur Bekämpfung derſelben dienende Kraft wird vorzugsweiſe »Kraft« genannt. Iſt die Kraft gegen die Laſt ſo abgemeſſen, daß beide Kräfte mittelſt der Maſchine einander das Gleichgewicht halten, ſo müſſen ſie in einem gewiſſen Verhältniſſe ſtehen, welches das der Maſchine entſprechende ſtatiſche Verhältniß heißt. Zeigt ſich hiebei die Kraft kleiner als die Laſt, ſo ſagt man, es finde Erſparniß an Kraft ſtatt. Eine Maſchine, an welcher ſich keine Theile unterſcheiden laſſen, die für ſich als Maſchinen dienen könnten, heißt einfach; beſteht aber eine Maſchine aus mehreren mit einander verbundenen Maſchinen, ſo heißt ſie zuſammengeſetzt. Wir betrachten hier die Maſchinen nur im Gleichgewichte und dabei noch im idealen oder mathematiſchen Zuſtande, d. h. es wird von der die Maſchine ſelbſt beherrſchenden Schwerkraft und von allen Bewegungshinderniſſen abſtrahirt. Wie darauf Rückſicht zu nehmen iſt, d. h. wie die Maſchinen im reellen oder phyſiſchen Zuſtande zu betrachten ſind, wird ſich aus den in der Folge vorzutragenden Lehren ohne Schwierigkeit entnehmen laſſen. Die Beurtheilung einer Maſchine im Bewegungszuſtande in Hinſicht auf Arbeit gründet ſich auf beſondere Principien, welche ein Gegenſtand der Dynamik ſind, und iſt ja nicht mit der hier in Rede ſtehenden bloß ſtatiſchen Betrachtung zu verwechſeln.

111. **Die einfachen Maſchinen.** Als einfache Maſchinen werden gewöhnlich der Hebel, das Wellrad, die Rolle, der Keil und die Schraube angeführt; man kann dazu noch das Gelenke rechnen.

1) Unter einem Hebel verſteht man eine gerade oder krumme an einer Stelle mittelſt einer feſten Widerlage unterſtützte Stange, welche durch die an ihr angebrachten Kräfte (deren in der Regel bloß zwei ſind, nämlich Kraft und Laſt) in entgegengeſetztem Sinne zur Drehung angeregt wird. Wir haben es hier bloß mit dem mathematiſchen Hebel zu thun, welchen wir uns als ſtarre ſchwerloſe Linie denken. Befindet ſich (Fig. 14) der Unterſtützungspunct C zwiſchen den Angriffspuncten A, B der Kraft und Laſt, ſo heißt der Hebel ein zweiarmiger, liegen aber (Fig. 15) dieſe Angriffspuncte bezüglich der unterſtützten Stelle auf einerlei Seite, ſo wird der Hebel ein einarmiger genannt. Eine Zuſammenfügung zweier Stangen AC, BC (Fig. 16) unter einem Winkel, deſſen Scheitel C unterſtützt iſt, und an deſſen Schenkeln Kraft und Laſt wirken, heißt ein Winkelhebel. Wie immer der Hebel beſchaffen ſeyn mag, ſo iſt aus dem vorigen (108.) klar, daß im Zuſtande des Gleichgewichtes die Drehungsmomente der Kraft und Laſt, oder allgemein die Summen der Drehungsmomente der einander entgegenwirkenden Kräfte (109.) gleich ſeyn müſſen. In dem beſonderen Falle, wenn der Hebel geradlinige Arme hat,

und zwei Kräfte ſenkrecht dagegen wirken, verhalten ſich die Kräfte im Zuſtande des Gleichgewichtes verkehrt wie ihre Hebelarme.

2) Das Wellrad erſcheint in der Form, welche zu ſeiner Benennung Veranlaſſung gegeben hat, als ein um ſeine Axe beweglicher Cylinder (Welle) mit einem ſenkrecht gegen dieſe Axe und concentriſch mit dem Querſchnitte des Cylinders geſtellten Rade; die Kraft wirkt tangentiell am Umfange des Rades, die Laſt aber an dem Umfange eines Querſchnittes des Cylinders. Oft ſind ſtatt des Rades bloß einzelne Halbmeſſer (Speichen) in die Welle eingefügt, was an der Wirkungsweiſe der Kräfte nichts ändert. Man kann das Wellrad füglich auf einen zweiarmigen Hebel reduciren, welcher, je nachdem die Kräfte parallel oder ſchief gegen einander wirken, als ein gerader oder als ein Winkelhebel A C B (Fig. 17) erſcheint, deſſen Arme A C, C B den Halbmeſſern des Rades und der Welle entſprechen, und an welchen die Kraft P und Laſt Q nach den darauf ſenkrechten Richtungen A x, B y angebracht ſind. Es beſteht ſonach für den Gleichgewichtszuſtand die Proportion P : Q = C B : A C. Der Druck, den die Axe leidet, iſt der Verbindungslinie der Angriffspuncte A und B proportional, mithin am größten, wenn die Kräfte einander parallel wirken [99. 2)].

3) Eine Rolle iſt eine kreisförmige Scheibe, an deren Umfange eine Furche zur Aufnahme einer um die Scheibe zu legenden Schnur eingeſchnitten iſt, und durch deren Centrum ein Zapfen (Axe) geht, um welchen die Scheibe gedreht werden kann. Wird dieſe Axe unverrückbar feſtgehalten, ſo daß ſich wohl die Rolle um die Axe herum, aber nicht mit der Axe fortbewegen kann, ſo heißt die Rolle eine fixe; Kraft und Laſt wirken in dieſem Falle an den Enden der einen Theil der Peripherie der Rolle umfaſſenden Schnur. Iſt es aber der Rolle geſtattet ihren Ort zu verändern, ſo heißt ſie eine bewegliche; ein Ende der Schnur iſt dann an einem fixen Puncte befeſtiget, die Kraft wirkt an dem andern Ende der Schnur, der Angriffspunct der Laſt fällt in die Axe der Rolle, und es wird dieſe Laſt durch das Beſtreben bekämpft, welches die Rolle durch die Action der Kraft zur Fortbewegung erhält. In dem einen wie in dem andern Falle läßt ſich der Widerſtand des die Axe oder ein Ende der Schnur aufhaltenden Hinderniſſes durch eine paſſende Gegenkraft erſetzen; es beruht daher das Gleichgewicht der Rolle im Grunde ſtets auf der Wechſelwirkung dreier Kräfte, wovon zwei an den tangentiell zur Scheibe geradlinig ausgeſpannten Enden der Schnur angebracht ſind, und die dritte auf den Mittelpunct der Scheibe wirkt. Es ſeyen nun A x, B y (Fig. 18) die beiden Enden der um den Bogen A D B der Rolle gelegten Schnur, deren Richtungen einen Winkel bilden mögen, und daher rückwärts verlängert einander in E begegnen, ſo kann man ſich den Punct E mit der Rolle durch die ſtarre Gerade C E unveränderlich verbunden denken, und die längs A x, B y wirkenden Kräfte P, P′ auf E verſetzen; die oben erwähnten drei Kräfte reduciren ſich jetzt auf zwei, nämlich auf die Reſultirende der Kräfte P und P′, und auf die noch übrige an der Axe angebrachte Kraft Q: dieſe zwei Kräfte, als deren Angriffs-

puncte die Enden der ſtarren Linie EC erſcheinen, ſollen einander mittelſt dieſer Linie das Gleichgewicht halten. Dieß iſt nur dann möglich, wenn beide Kräfte gleich ſind und ihre einander entgegengeſetzten Richtungen in die Verlängerung der Linie EC fallen. Man kann daher E auch als den Angriffspunct der Kraft Q betrachten, und es iſt dieſe Kraft der Reſultirenden der auf denſelben Punct wirkenden Kräfte P, P' gleich und entgegengeſetzt. Da die Seiten des Dreieckes ACB auf den Richtungen dieſer drei Kräfte ſenkrecht ſtehen, ſo hat man nach 99. 1), P : P' : Q = AC : BC : AB, woraus ſogleich P = P' folgt. Dieſelbe Proportion findet offenbar auch dann noch ſtatt, wenn die Schnurtheile Ax, By einander parallel laufen, folglich die Puncte A, B Endpuncte eines Durchmeſſers der Rolle ſind, in welchem Falle P : Q = 1 : 2 iſt. Es gelten daher folgende Sätze: a) Bei der ſiren Rolle iſt im Zuſtande des Gleichgewichtes die Kraft der Laſt gleich. b) Bei der beweglichen Rolle verhält ſich die Kraft zur Laſt, wie der Halbmeſſer der Rolle zur Sehne des von der Schnur umfaßten Bogens. Es findet alſo bei der ſiren Rolle keine Erſparniß an Kraft ſtatt, ſondern ſie dient nur dazu, die Kraft nach einer andern Richtung wirkſam zu machen; bei der beweglichen Rolle aber tritt nur ſo lange Erſparniß an Kraft ein, als die Sehne des vom Stricke umſpannten Bogens größer iſt als der Halbmeſſer, d. h. ſo lange dieſer Bogen innerhalb der Grenzen 60° und 300° liegt. Am kleinſten wird die Kraft im Vergleiche mit der Laſt, wenn die Enden der Schnur parallel ſind; die Kraft beträgt dann die Hälfte der Laſt.

4) Ein Keil iſt ein dreiſeitiges gerades Prisma, welches zwiſchen zwei Körper oder Körpertheile eingeſchoben wird, um ſelbe aus einander zu treiben. Die Flächen des Keils, welche auf erwähntes Hinderniß einwirken, heißen ſeine Seiten, die dritte Fläche, woran die den Keil vorwärts ſchiebende Kraft angebracht iſt, heißt der Rücken des Keiles. Unter der Vorausſetzung, daß die Kraft und die beiden Widerſtände ſenkrecht auf die zugehörenden Keilflächen wirken, kann man für den Zuſtand des Gleichgewichtes nach 99. 1) dieſe Kräfte den Seiten des Durchſchnittes des Keiles proportional ſetzen, nämlich des Dreieckes, in welchem der Keil durch eine gegen ſeine Flächen ſenkrechte Ebene geſchnitten wird, und da dieſe Flächen als gleich hohe Rechtecke ſich ſo wie ihre Grundlinien, d h. ſo wie jene Dreiecksſeiten verhalten, ſo ſtehen die Kräfte am Keile auch in demſelben Verhältniſſe wie die Flächen, worauf ſie wirken.

5) Denkt man ſich an die Seitenfläche eines geraden Cylinders mit kreisförmiger Baſis eine Berührungslinie gelegt, welche mit der durch den Berührungspunct gehenden Seitenlinie des Cylinders einen ſchiefen Winkel bildet, und läßt man dieſe berührende Gerade ſich dergeſtalt an der Cylinderfläche fortbewegen, daß genannter Winkel ſtets dieſelbe Größe beibehält, ſo beſchreibt der Berührungspunct eine krumme Linie, welche man Schraubenlinie nennt. Wird an einem ſoliden oder in einem hohlen Cylinder, an dem erſten ein erhabener, in dem letztern ein vertiefter Gang längs einer Schraubenlinie herum ge-

legt, so entsteht eine Schraube, in dem ersten Falle eine solide (Schraubenspindel), im zweiten eine hohle (Schraubenmutter). Der Abstand zweier unmittelbar auf einander folgenden Punete, in welchen die Schraubenlinie einer und derselben Seitenlinie des Cylinders begegnet, bestimmt die Höhe des Schraubenganges. Bei der Anwendung der Schraube wird stets eine solide Schraube in eine entsprechende hohle eingeführt, indem sich die eine oder die andere dreht; die Kraft wirkt tangentiell im Umfange eines Querschnittes des beweglichen Cylinders, die Last aber der Axe dieses Cylinders parallel. Man kann sich die Sache immer so vorstellen, als würde gegen die Last ein um den Schraubencylinder gelegter Keil geschoben, dessen Rücken der Höhe eines Schraubenganges, und dessen Seitenflächen dem Umfange des Querschnittes des Cylinders und der Länge des einen Umlauf machenden Schraubenganges entsprechen. Sonach verhält sich im Gleichgewichtszustande die Kraft zur Last wie die Seiten des Keiles, gegen welche diese Kräfte senkrecht wirken, also wie die Höhe eines Schraubenganges zum Umfange des Schraubencylinders. Doch ist dieß nur ein rein theoretisches Resultat, von welchem die Erfahrung in dem practischen Leben sich weit entfernt, weil die Reibung bei der Schraube eine sehr einflußreiche Rolle spielt.

6) Man denke sich eine Stange A B (Fig. 19), die wir hier als starre gerade Linie betrachten, um A, ferner die an selbe angefügte Linie B C um B beweglich und in C gegen ein Hinderniß, welches als Last auftritt, gestemmt; endlich längs der gleichfalls in B beweglich eingefügten Geraden D B die Kraft wirkend, so hat man ein Gelenke (Kniepresse) vor sich. Das Verhältniß zwischen der Kraft P und der Last Q ist eine einfache Folge des in 107 bewiesenen Satzes; man hat nämlich $P : Q = \sin ABC : \sin ABD$.

Je stumpfer also der Winkel A B C ist, und je näher der Winkel A B D einem Rechten kommt, desto größer ist die Ersparniß an Kraft. Man kann sich statt der Stangen auch im entgegengesetzten Sinne gespannte Schnüre (Seile) vorstellen; das statische Verhältniß der Kräfte bleibt das obige.

Von den einfachen Maschinen wird in den Geschäften des gemeinen Lebens vielfacher Gebrauch gemacht; häufig finden sich mehrere solche Maschinen mit einander verbunden. In unzähligen Formen erscheint der Hebel (Heblade, Ruder, Schiebkarren, Zange ꝛc.) oft in Verbindung mit dem Keile (Messer, Schere ꝛc.); das Wellrad nimmt nicht weniger mannigfaltige Formen an (gezähnte Räder, Getriebe, Wasserräder, Winden, Haspel ꝛc.), häufig dient dabei die Rolle zur Direction der Kraft; der Keil wird zum Spalten, Pressen gebraucht, desgleichen die Schraube, oft in Verbindung mit dem Hebel (Schraubenpressen); die Wirkung des Gelenkes und Hebels zeigt sich an den Gliedmaßen des menschlichen und Thierkörpers, und läßt uns auf die ungeheure Kraft der Muskeln schließen u. s. w.

112. Beurtheilung zusammengesetzter Maschinen. Wenn mehrere einfache Maschinen in einander eingreifen, so daß die Last an jeder einzelnen bezüglich der folgenden die Rolle der Kraft spielt, so

ist offenbar das statische Verhältniß der eigentlichen (ersten) Kraft zur (letzten) Last aus den statischen Verhältnissen für sämmtliche einzelnen Maschinen zusammengesetzt, mithin dem Verhältnisse des Productes aller Antecedenten zum Producte aller Consequenten gleich. Es seyen z. B. drei einfache Maschinen mit einander combinirt, und für die erste P die Kraft, x die Last; für die zweite x die Kraft, y die Last; endlich für die dritte y die Kraft, Q die Last, und man habe folgende statischen Verhältnisse gefunden:

$$P : x = a : b,$$
$$x : y = a' : b',$$
$$y : Q = a'' : b'',$$

so ergibt sich daraus $P : Q = aa'a'' : bb'b''$.

Darnach läßt sich leicht die Kraftersparniß bei einer Zusammensetzung von Hebeln, oder bei einer Verbindung von Wellrädern (gezähnte Räder in Getriebe eingreifend) oder bei einer Verbindung von beweglichen Rollen (Rollenzug) ꝛc. angeben. Als Beispiel einer Verbindung ungleichartiger einfacher Maschinen mag die Schraube ohne Ende mit Kurbel und gezahntem Wellrade dienen (Fig. 20). Es sey AC = R der Halbmesser der Kurbel, BC = R' der Halbmesser des Schraubencylinders, also bei der üblichen Bedeutung von π, 2πR' der Umfang des Querschnittes dieses Cylinders, d die Höhe des Schraubenganges, welche der Distanz der Zähne am Wellrade gleich ist, FD = r der Halbmesser der Welle, FE = r' der Halbmesser des Rades, so ist das statische Verhältniß für die Kurbel, welche als einarmiger Hebel erscheint, R' : R; für die Schraube d : 2πR', und für das Wellrad r : r', mithin besteht zwischen der Kraft P am Puncte A der Kurbel und der Last Q an der Welle im Gleichgewichtszustande der Maschine die Relation $P : Q = R'dr : 2\pi RR'r' = dr : 2\pi Rr'$. Bezeichnet n die Anzahl der Zähne am Rade, so ist offenbar $2\pi r' = nd$, mithin hat man $P : Q = r : nR$.

Man kann auch mehrere einfache Maschinen zugleich unmittelbar zur Bekämpfung eines Hindernisses verwenden; in diesem Falle addiren sich die Kräfte und Lasten. Ein Beispiel hievon liefert der sogenannte Flaschenzug, welcher aus zwei gleichen Flaschen, d. i. Systemen über und neben einander gestellten Rollen besteht, die von einer Schnur in ununterbrochenem Zuge umfaßt werden. Ein Ende der Schnur ist an der Fassung der einen Flasche befestigt, an dem andern (freien) Ende wirkt die Kraft; eine Flasche ist fix, die andere aber, an welcher die Last wirkt, ist beweglich. Laufen die Schnurtheile zwischen den Flaschen einander parallel, so vertheilt sich in Folge der gleichen Spannung, die längs der Schnur herrscht, die Last in so viele gleiche Theile als Schnurtheile, mithin Rollen in beiden Flaschen vorkommen, und die Kraft beträgt, da sie bloß die Spannung der Schnur zu bekämpfen hat, nur einen solchen Theil der Last.

113. Allgemeines Mittel zur Beurtheilung des statischen Verhältnisses der Kräfte an einer Maschine. Man stelle sich vor, irgend eine einfache oder zusammengesetzte Maschine werde unabhängig von den an ihr anzubringenden Kräften in eine ihrem Mechanismus, d. h. der Anordnung ihrer Theile, angemessene Bewegung versetzt, wobei die zur Anlegung der Kraft und Last bestimmten Puncte gewisse, in den gewöhnlichen Fällen, die wir hier allein im Auge ha-

ben, geradlinige oder kreisförmige Wege beſchreiben, deren Verhältniß man unterſuche. Liegen die Richtungen der Kraft und Laſt und dieſe Wege in einerlei geraden Linien, oder falls dieſe Wege kreisförmig erſcheinen, haben ſie jene Richtungen zu Tangenten, bei welcher Anordnung der Richtungen die Kräfte mit ihrer vollen Energie die Maſchine in Bewegung zu ſetzen ſtreben, ſo verhalten ſich Kraft und Laſt verkehrt wie die Längen der ihren Angriffspuncten entſprechenden Wege, oder die Producte aus den Kräften in die von ihren Angriffspuncten correſpondirend beſchriebenen Wege ſind einander gleich. Haben die Richtungen der Kräfte andere Lagen, ſo zerlege man jede Kraft nach vorgedachter und einer darauf ſenkrechten Richtung in zwei Componenten; nur die nach der zuerſt genannten Richtung wirkende ſtrebt die Maſchine in Bewegung zu ſetzen, und iſt daher als die wahre Kraft oder Laſt zu betrachten. Die Richtigkeit des hier aufgeſtellten Satzes läßt ſich ſehr leicht an jeder einfachen Maſchine erproben und beſteht daher auch für alle zuſammengeſetzten Maſchinen. Man erhält dadurch ein leichtes Mittel das einer Maſchine entſprechende ſtatiſche Verhältniß der Kräfte zu erkennen, welches Mittel ſich ſogar auf bloß empiriſche Weiſe, ohne weitere Beachtung der inneren Einrichtung der Maſchine, in Anwendung bringen läßt.

Am Hebel verhalten ſich bei einer drehenden Bewegung deſſelben um ſeine Widerlage die von den Angriffspuncten der Kraft und Laſt beſchriebenen Kreisbogen, weil ſie einerlei Winkeln am Centrum entſprechen, gerade wie ihre Halbmeſſer, d. h. wie die Abſtände der Angriffspuncte von der Widerlage. Aber die Kräfte üben die vollſte Energie zur Drehung des Hebels aus, wenn ſie ſenkrecht gegen dieſe Halbmeſſer wirken, und verhalten ſich im Zuſtande des Gleichgewichts verkehrt wie dieſe ihre Hebelarme; es verhalten ſich demnach die ſo angebrachten Kräfte am Hebel auch verkehrt wie die von ihren Angriffspuncten beſchriebenen Kreisbogen. An der Schraube durchlauft der Angriffspunct der Kraft die Peripherie des Cylinders, während der Angriffspunct der Laſt um die Höhe des Schraubenganges fortrückt. Am Flaſchenzuge entſpricht die Verrückung des Angriffspunctes der Laſt einer Aenderung der Länge jedes einzelnen Schnurtheiles um einerlei Stück; alle dieſe Aenderungen gehen auf den Schnurtheil über, woran die Kraft wirkt, und es rückt daher der Angriffspunct dieſer um ſo vielmal weiter fort, als jener der Laſt, als Rollen vorhanden ſind. Soll bei der oben betrachteten Schraube ohne Ende die Laſt um die Länge des Umfanges der Welle fortſchreiten, ſo muß die Kurbel ſo oft herumgedreht werden, als ſich Zähne am Rade befinden, woraus ſich ſogleich auf das ſtatiſche Verhältniß der Kräfte ſchließen läßt u. ſ. w.

Fünftes Hauptſtück.

Von der Bewegung.

114. Gegenſtände der Betrachtung bei der Unterſuchung einer Bewegung. Die Bewegung eines Körpers wird durch die Bewegungen beſtimmt, welche ſeinen kleinſten Theilen zukommen; bei der wiſſenſchaftlichen Entwickelung der Dynamik wird daher mit der Theorie der Bewegung materieller Puncte der Anfang gemacht. Was ſich bewegt oder bewegen ſoll, heißt im Allgemeinen das Bewegliche. Ein in Bewegung befindlicher Punct beſchreibt eine Linie, welche man ſeine Bahn nennt. Da ein Punct nicht von einem Orte zu einem andern gelangen kann, ohne eine ſtetige Folge von Zwiſchenpuncten zu durchwandern, ſo beſteht ſeine Bahn ſtets aus ununterbrochen an einander hängenden Theilen. Iſt die Bahn gerade, ſo heißt die Bewegung eine geradlinige; iſt die Bahn gekrümmt, ſo heißt die Bewegung eine krummlinige. Jede Bahn kann auf zweierlei Weiſe, in dem einen und in dem entgegengeſetzten Sinne durchlaufen werden. Eine geradlinige, in einerlei Sinn ſtattfindende Bewegung erfolgt fortwährend nach einer und derſelben Richtung; dieſe wird durch die in dem entſprechenden Sinne betrachtete Bahn ſelbſt, wie auch durch jedes beliebige Stück der Bahn oder ihrer Verlängerung angezeigt. Bei einer krummlinigen Bewegung eines Punctes dagegen ändert ſich die Richtung fortwährend; doch läßt ſich auch hier von einer Richtung reden, die das Bewegliche in jedem einzelnen Puncte ſeiner Bahn hat; ſie entſpricht der zu dieſem Puncte gezogenen Tangente der Bahn, nach der Gegend hin betrachtet, gegen welche das Bewegliche ſchreitet. Ein bewegter Punct gelangt nur nach und nach zu verſchiedenen Orten in ſeiner Bahn; mit der Vorſtellung einer Bewegung drängt ſich uns daher auch die Vorſtellung einer gewiſſen Zeit auf, während welcher die Bewegung vor ſich geht. Iſt die Bewegung irgend einer Regel unterworfen, in welchem Falle allein dieſelbe ein Gegenſtand wiſſenſchaftlicher Unterſuchung ſeyn kann, ſo muß ſich eine Gleichung aufſtellen laſſen, mittelſt welcher die Länge eines durchlaufenen Weges aus der dazu verwendeten, nach einer feſtgeſetzten Einheit gemeſſenen Zeit, oder umgekehrt, die Zeit aus der Länge des binnen derſelben zurückgelegten Weges berechnet werden kann. Eine ſolche Gleichung drückt das Geſetz der Bewegung aus. Die Geſtalt der Bahn kommt dabei in keine Betrachtung, da es ſich hiebei bloß um die Länge, nicht aber um die Form des Weges handelt. In Folge der Trägheit bedarf jedes noch ſo kleine materielle Theilchen, um aus der Ruhe in Bewegung zu kommen, wie auch zu jeder wie immer beſchaffenen Aenderung ſeiner Bewegung, einer entſprechenden bewegenden Kraft, oder eines einer Kraft gewiſſer Maßen äquivalenten Hinderniſſes. Es kommt daher bei jeder Bewegung das Bewegliche, die Geſtalt ſeiner Bahn, die Beziehung zwiſchen der Länge des Weges und der Zeit, und die jedesmal thätige Kraft in Betrachtung.

Die Zeit läßt ſich nicht unmittelbar, ſondern nur mittelbar, nämlich mit Hülfe der Bewegung, auffaſſen und vergleichen. Ein Zeittheil iſt einem andern gleich, wenn eine während des erſten vollzogene Bewegung während des andern eben ſo vor ſich gehen kann; die ununterbrochene Wiederholung derſelben Bewegung führt zur Wahrnehmung eines beliebigen Vielfachen einer beſtimmten Zeit. Auf dieſes Princip gründet ſich die Meſſung der Zeit mittelſt der Uhren. Hat man die Zeit feſtgeſetzt, welche man Tag nennen will (die Folge wird lehren, daß man darunter verſchiedene Zeiten verſtehen kann), ſo heißt der 24ſte Theil deſſelben eine Stunde, der 60ſte Theil der Stunde eine Minute, der 60ſte Theil der Minute eine Secunde, und der 60ſte Theil dieſer eine Tertie, womit man jede Zeit bequem in Zahlen ausdrücken kann. In der Regel liegt der Zeitmeſſung der ſpäter näher zu erklärende mittlere Sonnentag zum Grunde.

Man kann eine Bewegung ohne Rückſicht auf Zeit und Kraft, lediglich in ſo fern dabei eine gewiſſe Bahn beſchrieben wird, betrachten; in dieſem Sinne bedient man ſich der Bewegung in der Geometrie zur Erklärung verſchiedener Formen. Es läßt ſich ferner die Bewegung als bloße Erſcheinung im Raume und in der Zeit unterſuchen, ohne dabei an die Trägheit des Beweglichen, mithin an Kraft oder Widerſtand zu denken; man kann die in dieſem Sinne bearbeitete Lehre der Bewegung Phoronomie nennen. Die Dynamik, welche es mit der Bewegung materieller, d. i. träger Objecte zu thun hat, benützt die Ergebniſſe der geometriſchen Forſchung und ſchließt die Phoronomie in ſich. Man kann demnach jede Bewegung auf zweifache Weiſe charakteriſiren, entweder indem man die bei ihr obwaltende Relation zwiſchen Weg und Zeit angibt, oder indem man die Kraft bezeichnet, durch welche ſie entſteht. Bald iſt es die eine, bald die andere Beſtimmungsart der Bewegung, welche eine einfachere Definition für ſelbe darbietet, und der wir im Folgenden den Vorzug geben.

115. **Gleichförmige Bewegung.** Die einfachſte Art der Bewegung, welche man ſich vorzuſtellen vermag, iſt diejenige, bei welcher in jeden gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt werden. Eine ſolche Bewegung heißt eine gleichförmige. Beſchreibt bei dieſer Bewegungsform das Bewegliche während der Zeit t den Weg s, ſo beſchreibt es offenbar während der Zeit $2t$ den Weg $2s$, während der Zeit $3t$ den Weg $3s$ u. ſ. w., und überhaupt, wenn es binnen der Zeit T den Weg S zurücklegt, ſo beſteht die Proportion $S : s = T : t$, d. h. bei einer gleichförmigen Bewegung verhalten ſich die Wege wie die correſpondirenden Zeiten. Das Geſetz der gleichförmigen Bewegung wird ſonach durch die Gleichung $S = \frac{sT}{t}$ ausgedrückt. Man kann für s den Weg nehmen, welcher einer Zeiteinheit entſpricht, d. h. $t = 1$ ſetzen. Unter dieſer Annahme hat man $S = sT$. Durch den Werth von s, oder allgemeiner, durch die binnen einer und derſelben Zeit beſchriebenen Wege, unterſcheiden ſich zwei gleichförmige Bewegungen von einander. Die Vergleichung dieſer Wege führt zur Vorſtellung der verſchiedenen Geſchwindigkeiten, womit verſchiedene gleichförmige Bewegungen vollzogen werden. Man ſagt von einer gleichförmigen Bewegung ſie geſchehe mit 2 Mal, 3 Mal ꝛc. größerer Geſchwindigkeit als eine andere, wenn das Bewegliche bei der erſten binnen einer feſtgeſetzten Zeit einen 2 Mal, 3 Mal ꝛc. längeren Weg durch-

läuft, als bei der letztern, oder, was dasſelbe heißt, wenn es zum Durchlaufen eines feſtgeſetzten Weges bei der erſten Bewegung die Hälfte, das Drittheil ꝛc. der Zeit anwendet, die es bei der letztern in Anſpruch nimmt. Bezeichnet man die Geſchwindigkeiten bei zwei gleichförmigen Bewegungen mit C und C′ und die dabei während einer feſtgeſetzten Zeit, z B. während einer Zeiteinheit, zurückgelegten Wege mit s und s′, ſo iſt dem gemäß $C : C' = s : s'$. Wählt man diejenige Geſchwindigkeit zur Einheit, welche ſtatt findet, wenn während der Zeiteinheit ein der Längeneinheit gleicher Weg beſchrieben wird, ſo iſt für $s' = 1$ auch $C' = 1$, mithin iſt überhaupt $C = s$, d. h. die Geſchwindigkeit wird durch den in der Zeiteinheit beſchriebenen Weg gemeſſen. Dieſer Wahl der Einheit der Geſchwindigkeiten zu Folge verwandelt ſich die obige, das Geſetz einer gleichförmigen Bewegung ausſprechende Gleichung in $S = CT$, d. h es wird bei einer gleichförmigen Bewegung der Weg durch das Product der Geſchwindigkeit mit der Zeit ausgedrückt. Hiernach iſt alſo auch

$$C = \frac{S}{T} \quad \text{und} \quad T = \frac{S}{C}.$$

116. **Aeußerung der Trägheit der Materie in der Bewegung.** Iſt ein materieller Punct auf irgend eine Weiſe in Bewegung geſetzt worden, und bleibt er ſodann ſich ſelbſt überlaſſen, ohne daß weiter eine Kraft auf ihn einwirkt, oder ihm ein Hinderniß im Wege ſteht, ſo muß er ſich längs der Tangente des Endpunctes der bereits zurückgelegten Bahn ohne Ende gleichförmig fortbewegen. Denn es iſt kein Grund vorhanden, aus welchem ſeine Bewegung irgend eine Aenderung erfahren ſollte, was doch der Fall wäre, wenn entweder die Richtung ſeiner Bewegung oder die ihm ertheilte Geſchwindigkeit geändert würde. Die Geſchwindigkeit, welche der materielle Punct unter den erwähnten Umſtänden an den Tag legt, iſt diejenige, die er in dem Augenblicke hatte, in welchem er ſeiner Trägheit allein überlaſſen wurde.

117. **Ungleichförmige Bewegung.** Nach dem ſo eben Geſagten kann man ſich von der Geſchwindigkeit, die ein Bewegliches in jedem Puncte ſeiner Bahn beſitzt, eine präciſe Vorſtellung machen; es iſt nämlich darunter diejenige Geſchwindigkeit zu verſtehen, mit welcher das Bewegliche in Folge ſeiner Trägheit fortzugehen ſtrebt. Eine Bewegung, bei welcher ſich die Geſchwindigkeit fortwährend ändert, heißt eine *ungleichförmige*; nimmt die Geſchwindigkeit zu, ſo heißt die Bewegung eine *beſchleunigte*; nimmt die Geſchwindigkeit ab, ſo heißt die Bewegung eine *verzögerte*. Wird in dem einen oder in dem andern Falle während eines gewiſſen Zeittheiles τ der Weg σ beſchrieben, ſo zeigt der Quotient $\frac{\sigma}{\tau}$ die Geſchwindigkeit an, welche das Bewegliche hätte haben müſſen, um eben dieſen Weg σ während derſelben Zeit τ gleichförmig zu durchlaufen; dieſe Geſchwindigkeit heißt die dem genannten Zeittheile entſprechende *mittlere* Geſchwindigkeit. Hat ein materieller Punct die Bahn AM (Fig. 21) beſchrieben, und

ſchreitet er während des Zeittheiles τ um das Stück $Mm = \sigma$ weiter; denkt man ſich dabei dieſen Zeittheil unendlich klein, wobei auch Mm unendlich klein ausfallen muß: ſo gibt der Quotient $\frac{\sigma}{\tau}$ die Geſchwindigkeit an, welche dem Beweglichen im Puncte M ſeiner Bahn zukommt, und mit welcher es nunmehr in Folge ſeiner Trägheit fortgehen würde, wenn es von dem in Rede ſtehenden Augenblicke angefangen ſich ſelbſt überlaſſen bliebe.

118. **Eintheilung der bewegenden Kräfte.** Jede Kraft bedarf zur Hervorbringung ihrer Wirkung einer gewiſſen Zeit, und erzeugt während derſelben, in ſo fern ſie allein auf das Bewegliche einwirkend gedacht wird, nur allmälig die Geſchwindigkeit, womit das Bewegliche am Ende dieſer Zeit verſehen erſcheint. Während genannter Zeit findet nothwendig eine ungleichförmige Bewegung ſtatt. Es gibt jedoch Kräfte, die einem Beweglichen eine beſtimmte Geſchwindigkeit binnen einer dermaßen kurzen Zeit beibringen, daß die Dauer ihrer Einwirkung ſich jeder Auffaſſung entzieht. Man betrachtet daher ſolche Kräfte als momentane, d. h. nur während eines Augenblickes (Zeitpunctes) thätige, und ſtellt ihnen die continuirlichen Kräfte gegenüber, welche das Bewegliche während einer meßbaren Zeit ohne Unterlaß afficiren.

119. **Vergleichung der Wirkungen momentaner Kräfte.** Die Wirkung einer momentanen Kraft auf einen beweglichen materiellen Punct, nämlich die Geſchwindigkeit, welche demſelben in Folge der Action der Kraft zu Theil wird, hängt einerſeits von der nach 86. gemeſſenen Intenſität der Kraft, andererſeits von der Beſchaffenheit des Beweglichen hinſichtlich der ihm anklebenden Quantität der Materie ab. Dieſe Abhängigkeit wird durch folgende Betrachtungen erkannt. 1) Obgleich das Weſen einer Kraft an ſich uns völlig unbekannt iſt, wir alſo daraus den Einfluß nicht zu entnehmen vermögen, den die Intenſität einer Kraft auf die einem beſtimmten materiellen Puncte beizubringende Geſchwindigkeit ausübt, ſo läßt ſich doch dieſer Unkenntniß durch naturgemäße Vorausſetzungen zu Hilfe kommen. Eine ſolche Vorausſetzung iſt offenbar die, daß die Geſchwindigkeit, welche aus der vereinten, d. i. nach einerlei Richtung ausgeübten Einwirkung mehrerer momentanen Kräfte auf einen und denſelben materiellen Punct hervorgeht, der Summe der Geſchwindigkeiten gleich kommt, welche dieſe Kräfte einzeln genommen genanntem Beweglichen ertheilt hätten, oder mit andern Worten: daß derlei Kräfte, wenn ſie in ſtatiſchem Sinne äquivalent ſind, einander auch in dynamiſchem Sinne gleich gelten. Bringt alſo die momentane Kraft p einem beſtimmten materiellen Puncte die Geſchwindigkeit c bei, ſo erhält er durch die Kraft 2p die Geſchwindigkeit 2c; durch die Kraft 3p die Geſchwindigkeit 3c u. ſ. w., und im Allgemeinen: ſind C, C' die Geſchwindigkeiten, welche zwei Kräfte P, P' einem und demſelben materiellen Puncte zu ertheilen vermögen, ſo beſteht die Proportion $P : P' = C : C'$. 2) Da jedes materielle Theilchen träge iſt, ſo wird es von einer be-

ſtimmten momentanen Kraft nur eine beſtimmte Geſchwindigkeit, und verſchiedene materielle Theilchen werden von einer und derſelben Kraft verſchiedene Geſchwindigkeiten empfangen. Dem gemäß muß jedem materiellen Theilchen eine ihm eigenthümliche Trägheitsgröße (Quantität der Materie) zugeſchrieben werden, welche man mit dem Worte Maſſe bezeichnet, und für um ſo größer anſieht, je kleiner die dieſem Theilchen durch eine feſtgeſetzte Kraft beigebrachte Geſchwindigkeit ausfällt. Dieſem gemäß hat man, wenn zwei materielle Theilchen, deren Maſſen durch M und M′ vorgeſtellt werden, in Folge der Action einer beſtimmten Kraft die Geſchwindigkeiten C und C′ annehmen, die Proportion $M : M' = C' : C$, oder was dasſelbe heißt, es gilt die Gleichung $MC = M'C'$. Hieraus fließt von ſelbſt, wie man die Maſſen zweier materiellen Theilchen mit einander vergleichen und auf eine beliebige Einheit zurückführen könne. 3) Es ſeyen nun P, P′ zwei momentane Kräfte, welche materiellen Puncten, denen die Maſſen M, M′ zukommen, die Geſchwindigkeiten C, C′ ertheilen. Man nehme an, die Kraft P′ ertheile der Maſſe M die Geſchwindigkeit γ, ſo iſt nach 1), weil hier eine und dieſelbe Maſſe M von den Kräften P, P′ die Geſchwindigkeiten C, γ empfängt, $P : P' = C : \gamma = MC : M\gamma$. Aber eine und dieſelbe Kraft P′ bringt den Maſſen M und M′ die Geſchwindigkeiten γ und C bei, daher iſt nach 2) $M\gamma = M'C'$; es beſteht alſo die Proportion $P : P' = MC : M'C'$, d. h. »momentane »Kräfte verhalten ſich wie die Producte der Maſſen der materiellen »Puncte, worauf ſie wirken, mit den Geſchwindigkeiten, welche ſie »denſelben zu ertheilen vermögen.« 4) Läßt man zwiſchen der Einheit der momentanen Kräfte und jener der Maſſen eine ſolche Beziehung beſtehen, daß die Geſchwindigkeit, welche der Einheit der Maſſen durch die Einheit der Kräfte zu Theil wird, = 1 ausfällt, ſo bedingen zwei der Annahmen $P' = 1$, $M' = 1$, $C' = 1$ die dritte, und obige Proportion gibt $P = MC$. Es wird alſo bei ſolcher Wahl der Einheiten der Kräfte und der Maſſen eine momentane Kraft, welche der Maſſe M die Geſchwindigkeit C beibringt, durch das Product MC ausgedrückt. Man nennt dieſes Product auch die Größe der Bewegung der Maſſe M.

120. Gleichförmig beſchleunigte und gleichförmig verzögerte Bewegung. Wenn die Geſchwindigkeit bei einer ungleichförmigen Bewegung eines materiellen Punctes in demſelben Verhältniſſe zunimmt oder abnimmt, in welchem die Zeit wächſt, ſo heißt dieſe Bewegung eine gleichförmig geänderte, und zwar im erſten Falle eine gleichförmig beſchleunigte und im zweiten Falle eine gleichförmig verzögerte Bewegung. Iſt C die Geſchwindigkeit, welche das Bewegliche in dem Augenblicke beſitzt, von welchem angefangen die Zeit gezählt wird, und G die Aenderung, welche die Geſchwindigkeit während der Zeiteinheit erfährt, ferner V die am Ende der Zeit T ſtatt findende Geſchwindigkeit, ſo hat man der ſo eben gegebenen Erklärung zu Folge für die gleichförmig beſchleunigte Bewegung die Formel $V = C + GT$ und für die gleichförmig verzögerte

$V = C - GT$. Die Größe G, durch welche vornehmlich die Bewegung charakterisirt wird, heißt im ersten Falle die Acceleration (Beschleunigung), im zweiten die Retardation (Verzögerung) der Bewegung.

121. **Bestimmung des bei einer gleichförmig geänderten Bewegung zurückgelegten Weges.** Wir betrachten hier zunächst nur eine gleichförmig beschleunigte Bewegung: das für selbe erhaltene Resultat läßt sich ohne Schwierigkeit auf eine gleichförmig verzögerte Bewegung übertragen. Es sey S der Weg, welchen ein mit der Anfangsgeschwindigkeit C und mit der Acceleration G in gleichförmig beschleunigter Bewegung befindlicher Punct während der Zeit T zurücklegt. Man theile diese Zeit in n gleiche Theile, deren jeder $= t$ sey, so daß $T = nt$ ist, und bezeichne die Geschwindigkeiten, welche das Bewegliche am Anfange der so erhaltenen auf einander folgenden n Zeittheile der Reihe nach besitzt, mit $V_0, V_1, V_2, V_3 \ldots V_{n-1}$, und die während derselben zurückgelegten Wege mit $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$, so ist $V_0 = C$, $V_1 = C + Gt$, $V_2 = C + 2Gt$, $V_3 = C + 3Gt$, ꝛc. $V_{n-1} = C + (n-1)Gt$ und die am Ende des letzten Zeittheiles statt findende Geschwindigkeit $V_n = C + nGt = C + GT$, welche Geschwindigkeit oben V genannt wurde. Da der Weg S seinen Theilen zusammengenommen gleich ist, so hat man

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \ldots + S_n.$$

Die Wege $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$ sind offenbar beziehungsweise sämmtlich größer als diejenigen, welche ein gleichförmig bewegter Punct binnen der Zeit t mit den Geschwindigkeiten $V_0, V_1, V_2, V_3 \ldots V_{n-1}$ zurücklegen würde, d. h. es ist $S_1 > V_0 t$, $S_2 > V_1 t$, $S_3 > V_2 t$, $S_4 > V_3 t$ ꝛc. $S_n > V_{n-1} t$, denn diese Geschwindigkeiten finden bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung ja nur am Anfange der Wege $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$ statt, und nehmen zu, während das Bewegliche diese Wege zurücklegt. Es ist sonach nothwendig

$$S > V_0 t + V_1 t + V_2 t + V_3 t + \ldots + V_{n-1} t,$$

d. h. $S > (V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_{n-1})t$.

Nach den obigen Ausdrücken findet man

$$V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_{n-1} = nC + (1 + 2 + 3 + \ldots + n - 1)Gt$$
$$= nC + \tfrac{1}{2}(n-1)nGt,$$

daher ist

$S > nCt + \frac{1}{2}(n-1)nGt^2$, d. h. $S > nCt + \frac{1}{2}n^2Gt^2 - \frac{1}{2}nGt^2$

oder, mit Rücksicht auf $nt = T$,

$$S > CT + \tfrac{1}{2}GT^2 - \frac{GT^2}{2n}, \text{ mithin auch } S + \frac{GT^2}{2n} > CT + \tfrac{1}{2}GT^2,$$

Eben so ist klar, daß die Wege $S_1, S_2, S_3, S_4, \ldots S_n$ beziehungsweise sämmtlich kleiner sind, als diejenigen, welche ein mit den Geschwindigkeiten $V_1, V_2, V_3, V_4, \ldots V_{n-1}, V$ gleichförmig bewegter Punct binnen des Zeittheiles t zurücklegen würde, denn bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung erreicht das Bewegliche diese Geschwindigkeiten erst am Ende der Wege $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$. Man hat also

$$S < V_1 t + V_2 t + V_3 t + V_4 t + \ldots + V_{n-1} t + V t,$$

d. h. $S < nCt + (1+2+3+4+\ldots+n-1+n)Gt^2$

oder $S < nCt + \frac{1}{2}n(n+1)Gt^2$

oder $S < CT + \frac{1}{2}GT^2 + \frac{GT^2}{2n}$, mithin $S - \frac{GT^2}{2n} < CT + \frac{1}{2}GT^2$.

Man kann ſich hier die Zahl n ſo groß denken, als man will, alſo durch gehörige Steigerung derſelben den Werth des Bruches $\frac{GT^2}{2n}$ kleiner machen, als jede beliebige noch ſo kleine Größe. Die gefundenen Vergleichungen lehren demnach, daß der Weg S um eine noch ſo kleine Größe vermehrt, ein Reſultat gibt, welches größer iſt, als $CT + \frac{1}{2}GT^2$, und um eine noch ſo kleine Größe vermindert, ein Reſultat, welches kleiner iſt, als $CT + \frac{1}{2}GT^2$. Es muß demnach bei einer gleichförmig beſchleunigten Bewegung nothwendig

$$S = CT + \tfrac{1}{2}GT^2$$

ſeyn, welches die zu ſuchende Formel iſt.

Da die Formel für die Geſchwindigkeit bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung aus jener für eine gleichförmig beſchleunigte durch bloße Aenderung des Zeichens der Größe G abgeleitet werden kann, ſo muß für den bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung beſchriebenen Weg die Formel

$$S = CT - \tfrac{1}{2}GT^2$$

gelten.

122. **Nähere Betrachtung der gleichförmig beſchleunigten Bewegung.** Es werde das Bewegliche aus der Ruhe in eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung verſetzt, und die Zeit von dem Augenblicke des Beginnens dieſer Bewegung an gezählt. In dieſem Falle iſt in den Formeln für die am Ende der Zeit T erlangte Geſchwindigkeit V und für den während dieſer Zeit zurückgelegten Weg S die Anfangsgeſchwindigkeit $C = 0$ zu ſetzen.

Man hat ſonach 1) $V = GT$ und 2) $S = \frac{1}{2}GT^2$. Hier erſcheinen die Größen V und S durch T ausgedrückt; man kann aber auch S und T durch V, desgleichen V und T durch S darſtellen. Die obigen Gleichungen geben nämlich 3) $T = \frac{V}{G}$ und 4) $T = \sqrt{\frac{2S}{G}}$. Subſtituirt man 4) in 1), dann 3) in 2), ſo folgt 5) $V = \sqrt{2GS}$ und 6) $S = \frac{V^2}{2G}$, wodurch das Verlangte geleiſtet iſt. Subſtituirt man endlich in 2) ſtatt GT die gleichgeltende Größe V, ſo zeigt ſich 7) $S = \frac{1}{2}VT$. Dieß letztere Reſultat lehrt, daß der bei ſolcher Bewegung beſchriebene Weg die Hälfte desjenigen iſt, welchen das Bewegliche mit der erlangten Endgeſchwindigkeit binnen einer gleichen Zeit zurücklegen würde. Die Formel 2) zeigt ferner, daß die binnen verſchiedener Zeiten vom Anfange der Bewegung an beſchriebenen Wege ſich wie die Quadrate dieſer Zeiten verhalten. Durchläuft alſo das Bewegliche während der Zeit t den Weg s, ſo ſind 4s, 9s, 16s, 25s,

36 s u. s. w die den Zeiten 2t, 3t, 4t, 5t, 6t ꝛc. vom Anfange der Bewegung gerechnet, entsprechenden Wege; während der einzelnen auf einander folgenden Zeittheile t werden demnach die Wege s, 3s, 5s, 7s, 9s, 11s ꝛc. zurückgelegt, welche wie die in natürlicher Folge stehenden ungeraden Zahlen zunehmen.

Ist die Anfangsgeschwindigkeit C von Null verschieden, so kann man die gleichförmig beschleunigte Bewegung, wie die allgemeinen Formeln für V und S zeigen, als die Zusammensetzung zweier Bewegungen betrachten, einer gleichförmigen, welcher die Geschwindigkeit C entspricht, und einer von der Ruhe aus vor sich gehenden gleichförmig beschleunigten.

123. **Nähere Betrachtung der gleichförmig verzögerten Bewegung.** Bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung nimmt, der auf den Begriff dieser Bewegung gegründeten Formel $V = C - GT$ zufolge, die Geschwindigkeit so lange ab, bis sie auf Null herabgebracht ist. Da aus $C - GT = 0$, $T = \frac{C}{G}$ folgt, so geschieht dieß nach Verlauf einer Zeit, welche dem Quotienten der durch die Retardation G getheilten Anfangsgeschwindigkeit C gleich kommt, und der dabei beschriebene Weg ist $= CT - \frac{1}{2}GT^2 = \frac{C^2}{G} - \frac{C^2}{2G} = \frac{C^2}{2G}$. Man sieht hieraus, wenn man diese Resultate mit den Formeln 3) und 6) in 122 vergleicht, daß das Bewegliche so weit kommt, als es hätte gehen müssen, um mit der Acceleration G von der Ruhe aus die Geschwindigkeit C zu erlangen.

Dehnt man den Gebrauch der Formeln $V = C - GT$ und $S = CT - \frac{1}{2}GT^2$ auf Werthe von T aus, welche größer sind als $\frac{C}{G}$, zu welchem Ende man $T = \frac{C}{G} + T'$ setzen kann, wobei T' positiv gedacht wird, so ergibt sich $V = -GT'$ und $S = C\left(\frac{C}{G} + T'\right) - \frac{1}{2}G\left(\frac{C}{G} + T'\right)^2 = \frac{C^2}{2G} - \frac{1}{2}GT'^2$. Soll also die Bewegung nach demselben Gesetze noch weiter fortgesetzt werden, so erscheint V negativ, was auf eine entgegengesetzte Richtung der Bewegung hindeutet, und zugleich nimmt S ab, bis $T' = \frac{C}{G}$ geworden ist, in welchem Falle S verschwindet. Hieraus erhellet, daß unter S nicht die absolute Länge des vom Beweglichen beschriebenen Weges, sondern sein Abstand vom ursprünglichen Ausgangspuncte zu verstehen sey. Für noch größere Werthe von T', also wenn $T' = \frac{C}{G} + T''$ wird, zeigt sich $V = -C - GT''$ und $S = \frac{C^2}{2G} - \frac{1}{2}G\left(\frac{C}{G} + T'\right)^2 = -CT'' - \frac{1}{2}GT''^2$. Die Bewegung geht demnach von dem Augenblicke an, in welchem das Bewegliche die entgegengesetzte Richtung annimmt, in eine gleichförmig beschleunigte über.

124. Eintheilung und Maß der continuirlichen Kräfte. Eine continuirliche Kraft wirkt entweder ſtets mit derſelben Intenſität auf das Bewegliche, oder die Intenſität der Kraft ändert ſich während der Bewegung. Im erſten Falle heißt die continuirliche Kraft eine *beſtändige*, im zweiten eine *veränderliche*.

Die Wirkung einer continuirlichen Kraft beſteht darin, während einer gewiſſen Zeit eine gewiſſe Geſchwindigkeit zu erzeugen, welche das Bewegliche in Folge ſeiner Trägheit aufnimmt und beizubehalten ſucht. Iſt die Kraft eine *beſtändige*, ſo erzeugt ſie während gleicher Zeiten ſtets einerlei Geſchwindigkeit, und die Geſchwindigkeit, welche das Bewegliche bereits beſitzt, wird um eine der Zeit proportionale Größe geändert; eine ſolche Kraft bringt daher für ſich allein eine gleichförmig beſchleunigte, oder eine gleichförmig verzögerte Bewegung hervor, je nachdem ſie in dem Sinne der dem Beweglichen bereits eigenen Geſchwindigkeit, oder dieſer gerade entgegen wirkt. Es iſt leicht einzuſehen, daß die obigen Formeln beide Arten der Wirkung in ihrem ganzen Verlaufe auf das Genaueſte darſtellen. Nicht minder klar iſt es, daß die von einer beſtändigen continuirlichen Kraft binnen einer beſtimmten Zeit, z. B. binnen der Zeiteinheit, erzeugte Geſchwindigkeit mit der Intenſität der Kraft in geradem, und mit der Maſſe des Beweglichen in verkehrtem Verhältniſſe ſtehen müſſe, denn es laſſen ſich hier alle in 119 angeſtellten Betrachtungen wiederholen. Wählt man nun diejenige Kraft dieſer Art zur Einheit, welche der Einheit der Maſſen während der Zeiteinheit die Einheit der Geſchwindigkeiten ertheilt, ſo ergibt ſich, wenn P die Intenſität einer beſtändigen continuirlichen Kraft, M die Maſſe des Beweglichen, und G die dieſem beigebrachte Acceleration bedeutet, die Gleichung $P = MG$. Stellt γ die Aenderung vor, welche die Geſchwindigkeit des Beweglichen in Folge der Action der Kraft während der Zeit τ erfährt, ſo iſt $\gamma = G\tau$, mithin $G = \frac{\gamma}{\tau}$. Hierdurch verwandelt ſich die ſo eben gefundene Formel in

$$P = \frac{M\gamma}{\tau}.$$

Die Intenſität einer *veränderlichen* continuirlichen Kraft wird in jedem Augenblicke durch die Geſchwindigkeit repräſentirt, welche ſie einer beſtimmten Maſſe während einer beſtimmten Zeit ertheilen würde, wenn ſie mit der Stärke, die ſie in dem genannten Augenblicke beſitzt, während der ganzen Zeit unverändert fortwirkte. Da man eine veränderliche continuirliche Kraft doch während einer unendlich kleinen Zeit als conſtant betrachten darf, ſo kann man die Intenſität einer ſolchen Kraft gleichfalls durch die Formel $\frac{M\gamma}{\tau}$ ausdrücken, wofern nur τ einen unendlich kleinen, an den Augenblick, in welchem man die Kraft ins Auge faßt, unmittelbar ſich anſchließenden Zeittheil, und γ die während deſſelben bewirkte Aenderung der Geſchwindigkeit bedeutet.

Dieſe Betrachtungen laſſen zugleich erkennen, daß eine momentane Kraft mit einer continuirlichen nicht numeriſch verglichen werden kann. Jede

momentane Kraft erſcheint nämlich, da ſie während einer unendlich kleinen Zeit dieſelbe Geſchwindigkeit erzeugt, die eine continuirliche Kraft während einer angebbaren Zeit hervorbringt, gegen letztere unendlich groß.

125. Die einfachſte Art ſchwingender Bewegung, als Beiſpiel der Wirkung einer veränderlichen continuirlichen Kraft. Es ſey ein frei beweglicher materieller Punct dergeſtalt an einen gewiſſen Ort A (Fig. 22) gebunden, daß er, ſobald er ſich in irgend einem Abſtande A H von dieſem Orte befindet, mit einer genanntem Abſtande proportionalen Kraft gegen A hingetrieben wird, wie dieß bei den Theilchen eines elaſtiſchen Körpers und in andern ſpäter zu erwähnenden Fällen wirklich vorkommt. Es werde dem Beweglichen in ſeiner Ruhelage A nach der Richtung A B eine beſtimmte Geſchwindigkeit ertheilt, und dasſelbe hierauf ſich ſelbſt überlaſſen, ſo muß es offenbar mit ungleichförmig verzögerter Bewegung bis zu einem gewiſſen Puncte B, nämlich ſo weit fortgehen, bis ſeine Geſchwindigkeit durch die immer mehr anwachſende Gegenkraft gänzlich aufgehoben iſt. Von B wird es ſich hierauf ungleichförmig beſchleunigt gegen A zurückbewegen, an welchem Orte es, da ſeine Bewegung von B nach A gerade auf dieſelbe Weiſe beſchleunigt wird, wie ſie bei dem Hingange von A gegen B verzögert wurde, die vorige Geſchwindigkeit, jedoch nach der Richtung A B', beſitzt. Dem gemäß geht das Bewegliche nunmehr bis B', ſo daß A B' = A B iſt, kehrt wieder nach A zurück, und bewegt ſich, wenn keine Hinderniſſe ins Spiel treten, auf dieſelbe Weiſe ohne Ende hin und her. Eine ſolche hin und hergehende Bewegung heißt ſchwingende Bewegung oder Schwingung (Oſcillation); die größte Entfernung des Beweglichen von dem Orte A (in welchem die bewegende Kraft = 0 iſt), nämlich A B oder A B', wird die Schwingungsweite (Amplitude), und die Geſchwindigkeit, welche das Bewegliche in A zeigt (die größte Geſchwindigkeit, die es während ſeiner Bewegung haben kann), wird Schwingungsintenſität genannt. Der Bewegungszuſtand, in welchem ſich das ſchwingende Theilchen an irgend einer Stelle H ſeiner Bahn befindet, heißt die dieſer Stelle entſprechende Phaſe der Schwingung; jede einzelne Phaſe wird durch die Größe und Lage des Abſtandes A H (Elongation) des Beweglichen vom Ruhepuncte A und durch die Größe und Richtung ſeiner Geſchwindigkeit beſtimmt. Die Zeit, welche verfließt, während das Bewegliche nach einander in allen möglichen verſchiedenen Phaſen ſeiner Schwingung erſcheint, iſt offenbar eine und dieſelbe, man mag dieſe Zeit von was immer für einer Phaſe zählen; ſie heißt die Schwingungsdauer; die Zeit, welche bis zum Eintreten einer beſtimmten Phaſe verfließt, heißt Phaſenzeit. Phaſen, welche von einander um eine halbe Schwingung abſtehen, werden entgegengeſetzte genannt; in ſolchen erſcheint das Bewegliche in gleichen Abſtänden von der Ruhelage, auf entgegengeſetzten Seiten derſelben, und hat gleiche und entgegengeſetzte Geſchwindigkeiten, wie ſich aus unmittelbarer Erwägung der Erklärung der in Rede ſtehenden Bewegungsart leicht ein-

ſehen läßt. Der Zuſammenhang zwiſchen Elongation oder Geſchwindigkeit und Phaſenzeit, wie auch die Schwingungsdauer, kann jedoch nur durch eine tiefer eingehende Betrachtung des Gegenſtandes dargelegt werden, welche nun vorgenommen werden ſoll.

Es ſey t die Zeit, in welcher das Bewegliche den Weg $AH = s$ durchlauft, und es habe in H die Geſchwindigkeit v. Während einer unendlich kleinen Zeit τ lege das Bewegliche den Weg $Hh = \sigma$ zurück, und ſeine Geſchwindigkeit in h ſey $= v - \gamma$, alſo γ der Verluſt an Geſchwindigkeit, den es durch die Gegenwirkung der ſelbes gegen A zurücktreibenden Kraft während der Zeit τ erlitten hat. Denkt man ſich die Zeit τ ſehr klein, aber doch von beſtimmter Größe, ſo iſt die mittlere Geſchwindigkeit, mit welcher der Weg Hh beſchrieben wird, nämlich $\frac{\sigma}{\tau}$, offenbar kleiner als v und größer als $v - \gamma$; betrachtet man jedoch τ als eine ins Unendliche abnehmende Größe, wodurch auch γ ins Unendliche verkleinert wird, ſo darf man, weil γ im Vergleiche mit v verſchwindet, der Genauigkeit der Rechnung unbeſchadet, $\frac{\sigma}{\tau} = v$ ſetzen, mithin auch $\sigma = v\tau$. Bezeichnen wir die Maſſe des Beweglichen durch m, ſo iſt, nach 124, $\frac{m\gamma}{\tau}$ der Ausdruck der Kraft, welche auf das Bewegliche im Puncte H ſeiner Bahn einwirkt. Aber dieſe Kraft iſt nach der Vorausſetzung dem Abſtande $Hh = s$ proportional; man kann ſie daher auch $= kms$ ſetzen, wobei k einen unveränderlichen Coefficienten vorſtellt. Demnach hat man die Gleichung

$$\frac{m\gamma}{\tau} = kms \quad \text{oder} \quad \frac{\gamma}{\tau} = ks.$$

Multiplicirt man beiderſeits mit σ und ſchreibt man linker Hand des Gleichheitszeichens v ſtatt $\frac{\sigma}{\tau}$, ſo ergibt ſich

$$v\gamma = ks\sigma \quad \text{oder} \quad \frac{v\gamma}{k} = s\sigma,$$

woraus ſich die Proportion

$$\sigma : \frac{\gamma}{\sqrt{k}} = \frac{v}{\sqrt{k}} : s$$

bilden läßt. Dieß vorausgeſetzt errichte man in H und h die HN und hn ſenkrecht auf AB, und nehme $HN = \frac{v}{\sqrt{k}}$, $hn = \frac{v-\gamma}{\sqrt{k}}$; man ziehe ferner nu parallel zu AB, und verbinde N mit A und n. Weil $nu = Hh = \sigma$ und $Nu = HN - hn = \frac{\gamma}{\sqrt{k}}$ erſcheint, ſo iſt obiger Proportion zu Folge, $nu : Nu = HN : AH$; mithin ſind die rechtwinkligen Dreiecke Nun, AHN ähnlich und daher die Winkel unN, ANH einander gleich. Aber uNn und unN machen zuſammen einen rechten Winkel aus, folglich iſt auch $ANH + uNn$, d. h. ANn, ein rechter Winkel. Errichtet man in jedem Puncte der Bahn AB des Beweglichen eine Senkrechte, deren Länge dem Quotienten

gleich ist, welcher entsteht, wenn man die in diesem Puncte herrschende Geschwindigkeit durch $\sqrt{k}$ dividirt, und verbindet man alle Endpuncte gedachter Senkrechten mit einander, so entsteht eine eigene krumme Linie, welche durch die Puncte B, n, N geht. Die Verlängerung der unendlich kleinen Linie N n kann als eine Tangente dieser krummen Linie angesehen werden; aus der so eben angestellten geometrischen Betrachtung geht also hervor, daß die aus dem Puncte A zu den Puncten gedachter krummen Linie geführten Geraden auf den diesen Puncten zugehörenden Tangenten senkrecht stehen, woraus sogleich folgt, daß diese krumme Linie ein Kreis ist, welcher A zum Mittelpuncte und die Amplitude A B zum Halbmesser hat. Die Aehnlichkeit der Dreiecke N n n, A H N gibt ferner $Nn : nn = AN : HN$; also wenn man $AB = AN = a$ setzt, $Nn = \frac{AN \cdot nn}{HN} = \frac{a\sigma\sqrt{k}}{v} = a\tau\sqrt{k}$. Theilt man die Zeit t, während welcher das Bewegliche von A nach H kommt, in unendlich kleine Theile, so wird der Bogen C N durch die Senkrechten auf A B, welche den Endpuncten der in den einzelnen Zeittheilchen beschriebenen Wegstückchen entsprechen, in unendlich viele Theile zerlegt, deren jeder dem Producte des zugehörenden Zeittheilchens mit dem Factor $a\sqrt{k}$ gleich ist. Die Summe sämmtlicher Theile des Bogens C N muß daher dem Producte der Summe sämmtlicher Zeittheilchen mit $a\sqrt{k}$ gleich kommen, d. h. es muß $CN = at\sqrt{k}$ seyn. Bezeichnet man den Winkel C A N mit ϕ, und sieht man die Länge des aus dem Scheitel eines Winkels mit dem Halbmesser 1 zwischen den Schenkeln beschriebenen Kreisbogens als das Maß des Winkels an, so ist $CN : \phi = AC : 1$, mithin

$$\phi = \frac{CN}{AC} = \frac{at\sqrt{k}}{a} = t\sqrt{k};$$

ferner ist $AH : AN = \sin\phi : 1$ und $HN : AN = \cos\phi : 1$, d. h. $AH = AN\sin\phi$ und $HN = AN\cos\phi$, oder $s = a\sin\phi$ und $\frac{v}{\sqrt{k}} = a\cos\phi$, woraus man endlich

$$s = a\sin(t\sqrt{k}) \quad \text{und} \quad v = a\sqrt{k}\cos(t\sqrt{k})$$

erhält, welche Formeln das Gesetz der hier betrachteten Bewegung vollständig vor Augen legen.

Da im Sinne der obigen Construction, wenn man die dem Beweglichen bei der Ankunft im Puncte A eigene Geschwindigkeit c nennt, $AC = \frac{c}{\sqrt{k}}$ ist, so hat man $\frac{c}{\sqrt{k}} = a$ oder $c = a\sqrt{k}$. Man kann daher auch

$$v = c\cos(t\sqrt{k})$$

setzen. Ist eine ganze Schwingung vorüber, so hat der Bogen C N die Länge der ganzen Kreisperipherie, nämlich $2\pi a$ erreicht, wobei π das Verhältniß der Peripherie zum Durchmesser mißt; der Werth des Winkels ϕ ist sonach in 2π übergegangen, mithin besteht, wenn man die Schwingungsdauer mit T bezeichnet, die Gleichung $2\pi = T\sqrt{k}$, woraus $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ folgt.

ſtimmten momentanen Kraft nur eine beſtimmte Geſchwindigkeit, und verſchiedene materielle Theilchen werden von einer und derſelben Kraft verſchiedene Geſchwindigkeiten empfangen. Dem gemäß muß jedem materiellen Theilchen eine ihm eigenthümliche Trägheitsgröße (Quantität der Materie) zugeſchrieben werden, welche man mit dem Worte Maſſe bezeichnet, und für um ſo größer anſieht, je kleiner die dieſem Theilchen durch eine feſtgeſetzte Kraft beigebrachte Geſchwindigkeit ausfällt. Dieſem gemäß hat man, wenn zwei materielle Theilchen, deren Maſſen durch M und M' vorgeſtellt werden, in Folge der Action einer beſtimmten Kraft die Geſchwindigkeiten C und C' annehmen, die Proportion $M : M' = C' : C$, oder was dasſelbe heißt, es gilt die Gleichung $MC = M'C'$. Hieraus fließt von ſelbſt, wie man die Maſſen zweier materiellen Theilchen mit einander vergleichen und auf eine beliebige Einheit zurückführen könne. 3) Es ſeyen nun P, P' zwei momentane Kräfte, welche materiellen Puncten, denen die Maſſen M, M' zukommen, die Geſchwindigkeiten C, C' ertheilen. Man nehme an, die Kraft P' ertheile der Maſſe M die Geſchwindigkeit γ, ſo iſt nach 1), weil hier eine und dieſelbe Maſſe M von den Kräften P, P' die Geſchwindigkeiten C, γ empfängt, $P : P' = C : \gamma = MC : M\gamma$. Aber eine und dieſelbe Kraft P' bringt den Maſſen M und M' die Geſchwindigkeiten γ und C bei, daher iſt nach 2) $M\gamma = M'C'$; es beſteht alſo die Proportion $P : P' = MC : M'C'$, d. h. »momentane »Kräfte verhalten ſich wie die Producte der Maſſen der materiellen »Puncte, worauf ſie wirken, mit den Geſchwindigkeiten, welche ſie »denſelben zu ertheilen vermögen.« 4) Läßt man zwiſchen der Einheit der momentanen Kräfte und jener der Maſſen eine ſolche Beziehung beſtehen, daß die Geſchwindigkeit, welche der Einheit der Maſſen durch die Einheit der Kräfte zu Theil wird, = 1 ausfällt, ſo bedingen zwei der Annahmen $P' = 1$, $M' = 1$, $C' = 1$ die dritte, und obige Proportion gibt $P = MC$. Es wird alſo bei ſolcher Wahl der Einheiten der Kräfte und der Maſſen eine momentane Kraft, welche der Maſſe M die Geſchwindigkeit C beibringt, durch das Product MC ausgedrückt. Man nennt dieſes Product auch die Größe der Bewegung der Maſſe M.

120. **Gleichförmig beſchleunigte und gleichförmig verzögerte Bewegung.** Wenn die Geſchwindigkeit bei einer ungleichförmigen Bewegung eines materiellen Punctes in demſelben Verhältniſſe zunimmt oder abnimmt, in welchem die Zeit wächſt, ſo heißt dieſe Bewegung eine gleichförmig geänderte, und zwar im erſten Falle eine gleichförmig beſchleunigte und im zweiten Falle eine gleichförmig verzögerte Bewegung. Iſt C die Geſchwindigkeit, welche das Bewegliche in dem Augenblicke beſitzt, von welchem angefangen die Zeit gezählt wird, und G die Aenderung, welche die Geſchwindigkeit während der Zeiteinheit erfährt, ferner V die am Ende der Zeit T ſtatt findende Geſchwindigkeit, ſo hat man der ſo eben gegebenen Erklärung zu Folge für die gleichformig beſchleunigte Bewegung die Formel $V = C + GT$ und für die gleichförmig verzögerte

$V = C - GT$. Die Größe G, durch welche vornehmlich die Bewegung charakterisirt wird, heißt im ersten Falle die Acceleration (Beschleunigung), im zweiten die Retardation (Verzögerung) der Bewegung.

121. **Bestimmung des bei einer gleichförmig geänderten Bewegung zurückgelegten Weges.** Wir betrachten hier zunächst nur eine gleichförmig beschleunigte Bewegung: das für selbe erhaltene Resultat läßt sich ohne Schwierigkeit auf eine gleichförmig verzögerte Bewegung übertragen. Es sey S der Weg, welchen ein mit der Anfangsgeschwindigkeit C und mit der Acceleration G in gleichförmig beschleunigter Bewegung befindlicher Punct während der Zeit T zurücklegt. Man theile diese Zeit in n gleiche Theile, deren jeder $= t$ sey, so daß $T = nt$ ist, und bezeichne die Geschwindigkeiten, welche das Bewegliche am Anfange der so erhaltenen auf einander folgenden n Zeittheile der Reihe nach besitzt, mit $V_0, V_1, V_2, V_3 \ldots V_{n-1}$ und die während derselben zurückgelegten Wege mit $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$, so ist $V_0 = C$, $V_1 = C + Gt$, $V_2 = C + 2Gt$, $V_3 = C + 3Gt$, ꝛc. $V_{n-1} = C + (n-1)Gt$ und die am Ende des letzten Zeittheiles statt findende Geschwindigkeit $V_n = C + nGt = C + GT$, welche Geschwindigkeit oben V genannt wurde. Da der Weg S seinen Theilen zusammengenommen gleich ist, so hat man

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \ldots + S_n.$$

Die Wege $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$ sind offenbar beziehungsweise sämmtlich größer als diejenigen, welche ein gleichförmig bewegter Punct binnen der Zeit t mit den Geschwindigkeiten $V_0, V_1, V_2, V_3 \ldots V_{n-1}$ zurücklegen würde, d. h. es ist $S_1 > V_0 t$, $S_2 > V_1 t$, $S_3 > V_2 t$, $S_4 > V_3 t$ ꝛc. $S_n > V_{n-1} t$, denn diese Geschwindigkeiten finden bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung ja nur am Anfange der Wege $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$ statt, und nehmen zu, während das Bewegliche diese Wege zurücklegt. Es ist sonach nothwendig

$$S > V_0 t + V_1 t + V_2 t + V_3 t + \ldots + V_{n-1} t,$$

d. h. $S > (V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_{n-1})t$.

Nach den obigen Ausdrücken findet man

$$V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_{n-1} = nC + (1+2+3+\ldots+n-1)Gt$$
$$= nC + \tfrac{1}{2}(n-1)nGt,$$

daher ist

$S > nCt + \frac{1}{2}(n-1)nGt^2$, d. h. $S > nCt + \frac{1}{2}n^2Gt^2 - \frac{1}{2}nGt^2$ oder, mit Rücksicht auf $nt = T$,

$$S > CT + \tfrac{1}{2}GT^2 - \frac{GT^2}{2n}, \text{ mithin auch } S + \frac{GT^2}{2n} > CT + \tfrac{1}{2}GT^2.$$

Eben so ist klar, daß die Wege $S_1, S_2, S_3, S_4, \ldots S_n$ beziehungsweise sämmtlich kleiner sind, als diejenigen, welche ein mit den Geschwindigkeiten $V_1, V_2, V_3, V_4, \ldots V_{n-1}$, V gleichförmig bewegter Punct binnen des Zeittheiles t zurücklegen würde, denn bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung erreicht das Bewegliche diese Geschwindigkeiten erst am Ende der Wege $S_1, S_2, S_3, S_4 \ldots S_n$. Man hat also

$$S < V_1 t + V_2 t + V_3 t + V_4 t + \ldots + V_{n-1} t + Vt,$$

d. h. $S < nCt + (1+2+3+4+\ldots+n-1+n)Gt^2$

oder $S < nCt + \frac{1}{2}n(n+1)Gt^2$

oder $S < CT + \frac{1}{2}GT^2 + \frac{GT^2}{2n}$, mithin $S - \frac{GT^2}{2n} < CT + \frac{1}{2}GT^2$.

Man kann ſich hier die Zahl n ſo groß denken, als man will, alſo durch gehörige Steigerung derſelben den Werth des Bruches $\frac{GT^2}{2n}$ kleiner machen, als jede beliebige noch ſo kleine Größe. Die gefundenen Vergleichungen lehren demnach, daß der Weg S um eine noch ſo kleine Größe vermehrt, ein Reſultat gibt, welches größer iſt, als $CT + \frac{1}{2}GT^2$, und um eine noch ſo kleine Größe vermindert, ein Reſultat, welches kleiner iſt, als $CT + \frac{1}{2}GT^2$. Es muß demnach bei einer gleichförmig beſchleunigten Bewegung nothwendig

$$S = CT + \tfrac{1}{2}GT^2$$

ſeyn, welches die zu ſuchende Formel iſt.

Da die Formel für die Geſchwindigkeit bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung aus jener für eine gleichförmig beſchleunigte durch bloße Aenderung des Zeichens der Größe G abgeleitet werden kann, ſo muß für den bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung beſchriebenen Weg die Formel

$$S = CT - \tfrac{1}{2}GT^2$$

gelten.

122. **Nähere Betrachtung der gleichförmig beſchleunigten Bewegung.** Es werde das Bewegliche aus der Ruhe in eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung verſetzt, und die Zeit von dem Augenblicke des Beginnens dieſer Bewegung an gezählt. In dieſem Falle iſt in den Formeln für die am Ende der Zeit T erlangte Geſchwindigkeit V und für den während dieſer Zeit zurückgelegten Weg S die Anfangsgeſchwindigkeit C = 0 zu ſetzen.

Man hat ſonach 1) $V = GT$ und 2) $S = \frac{1}{2}GT^2$. Hier erſcheinen die Größen V und S durch T ausgedrückt; man kann aber auch S und T durch V, desgleichen V und T durch S darſtellen. Die obigen Gleichungen geben nämlich 3) $T = \frac{V}{G}$ und 4) $T = \sqrt{\frac{2S}{G}}$. Subſtituirt man 4) in 1), dann 3) in 2), ſo folgt 5) $V = \sqrt{2GS}$ und 6) $S = \frac{V^2}{2G}$, wodurch das Verlangte geleiſtet iſt. Subſtituirt man endlich in 2) ſtatt GT die gleichgeltende Größe V, ſo zeigt ſich 7) $S = \frac{1}{2}VT$. Dieß letztere Reſultat lehrt, daß der bei ſolcher Bewegung beſchriebene Weg die Hälfte desjenigen iſt, welchen das Bewegliche mit der erlangten Endgeſchwindigkeit binnen einer gleichen Zeit zurücklegen würde. Die Formel 2) zeigt ferner, daß die binnen verſchiedener Zeiten vom Anfange der Bewegung an beſchriebenen Wege ſich wie die Quadrate dieſer Zeiten verhalten. Durchlauft alſo das Bewegliche während der Zeit t den Weg s, ſo ſind 4s, 9s, 16s, 25s,

36 s u. s. w die den Zeiten t, 3 t, 4 t, 5 t, 6 t ꝛc. vom Anfange der Bewegung gerechnet, entsprechenden Wege; während der einzelnen auf einander folgenden Zeittheile t werden demnach die Wege s, 3 s, 5 s, 7 s, 9 s, 11 s ꝛc. zurückgelegt, welche wie die in natürlicher Folge stehenden ungeraden Zahlen zunehmen.

Ist die Anfangsgeschwindigkeit C von Null verschieden, so kann man die gleichförmig beschleunigte Bewegung, wie die allgemeinen Formeln für V und S zeigen, als die Zusammensetzung zweier Bewegungen betrachten, einer gleichförmigen, welcher die Geschwindigkeit C entspricht, und einer von der Ruhe aus vor sich gehenden gleichförmig beschleunigten.

123. **Nähere Betrachtung der gleichförmig verzögerten Bewegung.** Bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung nimmt, der auf den Begriff dieser Bewegung gegründeten Formel $V = C - GT$ zufolge, die Geschwindigkeit so lange ab, bis sie auf Null herabgebracht ist. Da aus $C - GT = 0$, $T = \frac{C}{G}$ folgt, so geschieht dieß nach Verlauf einer Zeit, welche dem Quotienten der durch die Retardation G getheilten Anfangsgeschwindigkeit C gleich kommt, und der dabei beschriebene Weg ist $= CT - \frac{1}{2}GT^2 = \frac{C^2}{G} - \frac{C^2}{2G} = \frac{C^2}{2G}$. Man sieht hieraus, wenn man diese Resultate mit den Formeln 3) und 6) in 122 vergleicht, daß das Bewegliche so weit kommt, als es hätte gehen müssen, um mit der Acceleration G von der Ruhe aus die Geschwindigkeit C zu erlangen.

Dehnt man den Gebrauch der Formeln $V = C - GT$ und $S = CT - \frac{1}{2}GT^2$ auf Werthe von T aus, welche größer sind als $\frac{C}{G}$, zu welchem Ende man $T = \frac{C}{G} + T'$ setzen kann, wobei T' positiv gedacht wird, so ergibt sich $V = -GT'$ und $S = C\left(\frac{C}{G} + T'\right) - \frac{1}{2}G\left(\frac{C}{G} + T'\right)^2 = \frac{C^2}{2G} - \frac{1}{2}GT'^2$. Soll also die Bewegung nach demselben Gesetze noch weiter fortgesetzt werden, so erscheint V negativ, was auf eine entgegengesetzte Richtung der Bewegung hindeutet, und zugleich nimmt S ab, bis $T' = \frac{C}{G}$ geworden ist, in welchem Falle S verschwindet. Hieraus erhellet, daß unter S nicht die absolute Länge des vom Beweglichen beschriebenen Weges, sondern sein Abstand vom ursprünglichen Ausgangspuncte zu verstehen sey. Für noch größere Werthe von T', also wenn $T' = \frac{C}{G} + T''$ wird, zeigt sich $V = -C - GT''$ und $S = \frac{C^2}{2G} - \frac{1}{2}G\left(\frac{C}{G} + T'\right)^2 = -CT'' - \frac{1}{2}GT''^2$. Die Bewegung geht demnach von dem Augenblicke an, in welchem das Bewegliche die entgegengesetzte Richtung annimmt, in eine gleichförmig beschleunigte über.

124. Eintheilung und Maß der continuirlichen Kräfte. Eine continuirliche Kraft wirkt entweder ſtets mit derſelben Intenſität auf das Bewegliche, oder die Intenſität der Kraft ändert ſich während der Bewegung. Im erſten Falle heißt die continuirliche Kraft eine *beſtändige*, im zweiten eine *veränderliche*.

Die Wirkung einer continuirlichen Kraft beſteht darin, während einer gewiſſen Zeit eine gewiſſe Geſchwindigkeit zu erzeugen, welche das Bewegliche in Folge ſeiner Trägheit aufnimmt und beizubehalten ſucht. Iſt die Kraft eine *beſtändige*, ſo erzeugt ſie während gleicher Zeiten ſtets einerlei Geſchwindigkeit, und die Geſchwindigkeit, welche das Bewegliche bereits beſitzt, wird um eine der Zeit proportionale Größe geändert; eine ſolche Kraft bringt daher für ſich allein eine gleichförmig beſchleunigte, oder eine gleichförmig verzögerte Bewegung hervor, je nachdem ſie in dem Sinne der dem Beweglichen bereits eigenen Geſchwindigkeit, oder dieſer gerade entgegen wirkt. Es iſt leicht einzuſehen, daß die obigen Formeln beide Arten der Wirkung in ihrem ganzen Verlaufe auf das Genaueſte darſtellen. Nicht minder klar iſt es, daß die von einer beſtändigen continuirlichen Kraft binnen einer beſtimmten Zeit, z. B. binnen der Zeiteinheit, erzeugte Geſchwindigkeit mit der Intenſität der Kraft in geradem, und mit der Maſſe des Beweglichen in verkehrtem Verhältniſſe ſtehen müſſe, denn es laſſen ſich hier alle in 119 angeſtellten Betrachtungen wiederholen. Wählt man nun diejenige Kraft dieſer Art zur Einheit, welche der Einheit der Maſſen während der Zeiteinheit die Einheit der Geſchwindigkeiten ertheilt, ſo ergibt ſich, wenn P die Intenſität einer beſtändigen continuirlichen Kraft, M die Maſſe des Beweglichen, und G die dieſem beigebrachte Acceleration bedeutet, die Gleichung $P = MG$. Stellt γ die Aenderung vor, welche die Geſchwindigkeit des Beweglichen in Folge der Action der Kraft während der Zeit τ erfährt, ſo iſt $\gamma = G\tau$, mithin $G = \frac{\gamma}{\tau}$. Hierdurch verwandelt ſich die ſo eben gefundene Formel in $P = \frac{M\gamma}{\tau}$.

Die Intenſität einer *veränderlichen* continuirlichen Kraft wird in jedem Augenblicke durch die Geſchwindigkeit repräſentirt, welche ſie einer beſtimmten Maſſe während einer beſtimmten Zeit ertheilen würde, wenn ſie mit der Stärke, die ſie in dem genannten Augenblicke beſitzt, während der ganzen Zeit unverändert fortwirkte. Da man eine veränderliche continuirliche Kraft doch während einer unendlich kleinen Zeit als conſtant betrachten darf, ſo kann man die Intenſität einer ſolchen Kraft gleichfalls durch die Formel $\frac{M\gamma}{\tau}$ ausdrücken, wofern nur τ einen unendlich kleinen, an den Augenblick, in welchem man die Kraft ins Auge faßt, unmittelbar ſich anſchließenden Zeittheil, und γ die während deſſelben bewirkte Aenderung der Geſchwindigkeit bedeutet.

Dieſe Betrachtungen laſſen zugleich erkennen, daß eine momentane Kraft mit einer continuirlichen nicht numeriſch verglichen werden kann. Jede

momentane Kraft erſcheint nämlich, da ſie während einer unendlich kleinen Zeit dieſelbe Geſchwindigkeit erzeugt, die eine continuirliche Kraft während einer angebbaren Zeit hervorbringt, gegen letztere unendlich groß.

125. Die einfachſte Art ſchwingender Bewegung, als Beiſpiel der Wirkung einer veränderlichen continuirlichen Kraft. Es ſey ein frei beweglicher materieller Punct dergeſtalt an einen gewiſſen Ort A (Fig. 22) gebunden, daß er, ſobald er ſich in irgend einem Abſtande A H von dieſem Orte befindet, mit einer genanntem Abſtande proportionalen Kraft gegen A hingetrieben wird, wie dieß bei den Theilchen eines elaſtiſchen Körpers und in andern ſpäter zu erwähnenden Fällen wirklich vorkommt. Es werde dem Beweglichen in ſeiner Ruhelage A nach der Richtung A B eine beſtimmte Geſchwindigkeit ertheilt, und dasſelbe hierauf ſich ſelbſt überlaſſen, ſo muß es offenbar mit ungleichförmig verzögerter Bewegung bis zu einem gewiſſen Puncte B, nämlich ſo weit fortgehen, bis ſeine Geſchwindigkeit durch die immer mehr anwachſende Gegenkraft gänzlich aufgehoben iſt. Von B wird es ſich hierauf ungleichförmig beſchleunigt gegen A zurückbewegen, an welchem Orte es, da ſeine Bewegung von B nach A gerade auf dieſelbe Weiſe beſchleunigt wird, wie ſie bei dem Hingange von A gegen B verzögert wurde, die vorige Geſchwindigkeit, jedoch nach der Richtung A B', beſitzt. Dem gemäß geht das Bewegliche nunmehr bis B', ſo daß A B' = A B iſt, kehrt wieder nach A zurück, und bewegt ſich, wenn keine Hinderniſſe ins Spiel treten, auf dieſelbe Weiſe ohne Ende hin und her. Eine ſolche hin und hergehende Bewegung heißt ſchwingende Bewegung oder Schwingung (Oſcillation); die größte Entfernung des Beweglichen von dem Orte A (in welchem die bewegende Kraft = 0 iſt), nämlich A B oder A B', wird die Schwingungsweite (Amplitude), und die Geſchwindigkeit, welche das Bewegliche in A zeigt (die größte Geſchwindigkeit, die es während ſeiner Bewegung haben kann), wird Schwingungsintenſität genannt. Der Bewegungszuſtand, in welchem ſich das ſchwingende Theilchen an irgend einer Stelle H ſeiner Bahn befindet, heißt die dieſer Stelle entſprechende Phaſe der Schwingung; jede einzelne Phaſe wird durch die Größe und Lage des Abſtandes A H (Elongation) des Beweglichen vom Ruhepuncte A und durch die Größe und Richtung ſeiner Geſchwindigkeit beſtimmt. Die Zeit, welche verfließt, während das Bewegliche nach einander in allen möglichen verſchiedenen Phaſen ſeiner Schwingung erſcheint, iſt offenbar eine und dieſelbe, man mag dieſe Zeit von was immer für einer Phaſe zählen; ſie heißt die Schwingungsdauer; die Zeit, welche bis zum Eintreten einer beſtimmten Phaſe verfließt, heißt Phaſenzeit. Phaſen, welche von einander um eine halbe Schwingung abſtehen, werden entgegengeſetzte genannt; in ſolchen erſcheint das Bewegliche in gleichen Abſtänden von der Ruhelage, auf entgegengeſetzten Seiten derſelben, und hat gleiche und entgegengeſetzte Geſchwindigkeiten, wie ſich aus unmittelbarer Erwägung der Erklärung der in Rede ſtehenden Bewegungsart leicht ein-

ſehen läßt. Der Zuſammenhang zwiſchen Elongation oder Geſchwindigkeit und Phaſenzeit, wie auch die Schwingungsdauer, kann jedoch nur durch eine tiefer eingehende Betrachtung des Gegenſtandes dargelegt werden, welche nun vorgenommen werden ſoll.

Es ſey t die Zeit, in welcher das Bewegliche den Weg $AH = s$ durchlauft, und es habe in H die Geſchwindigkeit v. Während einer unendlich kleinen Zeit τ lege das Bewegliche den Weg $Hh = \sigma$ zurück, und ſeine Geſchwindigkeit in h ſey $= v - \gamma$, alſo γ der Verluſt an Geſchwindigkeit, den es durch die Gegenwirkung der ſelbes gegen A zurücktreibenden Kraft während der Zeit τ erlitten hat. Denkt man ſich die Zeit τ ſehr klein, aber doch von beſtimmter Größe, ſo iſt die mittlere Geſchwindigkeit, mit welcher der Weg Hh beſchrieben wird, nämlich $\frac{\sigma}{\tau}$, offenbar kleiner als v und größer als $v - \gamma$; betrachtet man jedoch τ als eine ins Unendliche abnehmende Größe, wodurch auch γ ins Unendliche verkleinert wird, ſo darf man, weil γ im Vergleiche mit v verſchwindet, der Genauigkeit der Rechnung unbeſchadet, $\frac{\sigma}{\tau} = v$ ſetzen, mithin auch $\sigma = v\tau$. Bezeichnen wir die Maſſe des Beweglichen durch m, ſo iſt, nach 124, $\frac{m\gamma}{\tau}$ der Ausdruck der Kraft, welche auf das Bewegliche im Puncte H ſeiner Bahn einwirkt. Aber dieſe Kraft iſt nach der Vorausſetzung dem Abſtande $Hh = s$ proportional; man kann ſie daher auch $= kms$ ſetzen, wobei k einen unveränderlichen Coefficienten vorſtellt. Demnach hat man die Gleichung

$$\frac{m\gamma}{\tau} = kms \quad \text{oder} \quad \frac{\gamma}{\tau} = ks.$$

Multiplicirt man beiderſeits mit σ und ſchreibt man linker Hand des Gleichheitszeichens v ſtatt $\frac{\sigma}{\tau}$, ſo ergibt ſich

$$v\gamma = ks\sigma \quad \text{oder} \quad \frac{v\gamma}{k} = s\sigma,$$

woraus ſich die Proportion

$$\sigma : \frac{\gamma}{\sqrt{k}} = \frac{v}{\sqrt{k}} : s$$

bilden läßt. Dieß vorausgeſetzt errichte man in H und h die HN und hn ſenkrecht auf AB, und nehme $HN = \frac{v}{\sqrt{k}}$, $hn = \frac{v-\gamma}{\sqrt{k}}$; man ziehe ferner nu parallel zu AB, und verbinde N mit A und n. Weil $nu = Hh = \sigma$ und $Nu = HN - hn = \frac{\gamma}{\sqrt{k}}$ erſcheint, ſo iſt obiger Proportion zu Folge, $nu : Nu = HN : AH$; mithin ſind die rechtwinkligen Dreiecke Nun, AHN ähnlich und daher die Winkel unN, ANH einander gleich. Aber uNn und unN machen zuſammen einen rechten Winkel aus, folglich iſt auch $ANH + uNn$, d. h. ANn, ein rechter Winkel. Errichtet man in jedem Puncte der Bahn AB des Beweglichen eine Senkrechte, deren Länge dem Quotienten

gleich ist, welcher entsteht, wenn man die in diesem Puncte herrschende Geschwindigkeit durch $\sqrt{k}$ dividirt, und verbindet man alle Endpuncte gedachter Senkrechten mit einander, so entsteht eine eigene krumme Linie, welche durch die Puncte B, n, N geht. Die Verlängerung der unendlich kleinen Linie N n kann als eine Tangente dieser krummen Linie angesehen werden; aus der so eben angestellten geometrischen Betrachtung geht also hervor, daß die aus dem Puncte A zu den Puncten gedachter krummen Linie geführten Geraden auf den diesen Puncten zugehörenden Tangenten senkrecht stehen, woraus sogleich folgt, daß diese krumme Linie ein Kreis ist, welcher A zum Mittelpuncte und die Amplitude A B zum Halbmesser hat. Die Aehnlichkeit der Dreiecke N n n, A H N gibt ferner $Nn : nn = AN : HN$; also wenn man $AB = AN = a$ setzt, $Nn = \frac{AN \cdot nn}{HN} = \frac{a\sigma\sqrt{k}}{v} = a\tau\sqrt{k}$. Theilt man die Zeit t, während welcher das Bewegliche von A nach H kommt, in unendlich kleine Theile, so wird der Bogen C N durch die Senkrechten auf A B, welche den Endpuncten der in den einzelnen Zeittheilchen beschriebenen Wegstückchen entsprechen, in unendlich viele Theile zerlegt, deren jeder dem Producte des zugehörenden Zeittheilchens mit dem Factor $a\sqrt{k}$ gleich ist. Die Summe sämmtlicher Theile des Bogens C N muß daher dem Producte der Summe sämmtlicher Zeittheilchen mit $a\sqrt{k}$ gleich kommen, d. h. es muß $CN = at\sqrt{k}$ seyn. Bezeichnet man den Winkel C A N mit ψ, und sieht man die Länge des aus dem Scheitel eines Winkels mit dem Halbmesser 1 zwischen den Schenkeln beschriebenen Kreisbogens als das Maß des Winkels an, so ist $CN : \psi = AC : 1$, mithin

$$\psi = \frac{CN}{AC} = \frac{at\sqrt{k}}{a} = t\sqrt{k};$$

ferner ist $AH : AN = \sin\psi : 1$ und $HN : AN = \cos\psi : 1$, d. h. $AH = AN\sin\psi$ und $HN = AN\cos\psi$, oder $s = a\sin\psi$ und $\frac{v}{\sqrt{k}} = a\cos\psi$, woraus man endlich

$$s = a\sin(t\sqrt{k}) \quad \text{und} \quad v = a\sqrt{k}\cos(t\sqrt{k})$$

erhält, welche Formeln das Gesetz der hier betrachteten Bewegung vollständig vor Augen legen.

Da im Sinne der obigen Construction, wenn man die dem Beweglichen bei der Ankunft im Puncte A eigene Geschwindigkeit c nennt, $AC = \frac{c}{\sqrt{k}}$ ist, so hat man $\frac{c}{\sqrt{k}} = a$ oder $c = a\sqrt{k}$. Man kann daher auch

$$v = c\cos(t\sqrt{k})$$

setzen. Ist eine ganze Schwingung vorüber, so hat der Bogen C N die Länge der ganzen Kreisperipherie, nämlich $2\pi a$ erreicht, wobei π das Verhältniß der Peripherie zum Durchmesser mißt; der Werth des Winkels ψ ist sonach in 2π übergegangen, mithin besteht, wenn man die Schwingungsdauer mit T bezeichnet, die Gleichung $2\pi = T\sqrt{k}$, woraus $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ folgt.

126. **Krummlinige Bewegung.** Da ein in Bewegung befindlicher materieller Punct ſeiner Trägheit zu Folge ſtets geradlinig fortzugehen ſtrebt, ſo kann man, ſobald eine krummlinige Bewegung ſtatt findet, auf das Vorhandenſeyn einer das Bewegliche von dem geraden Gange ablenkenden Kraft, oder eines Hinderniſſes ſchließen, welches letztere einen Druck, welcher einer gewiſſen Kraft äquivalent iſt, auszuhalten hat. Um ſich in jedem Falle eine Vorſtellung von der ablenkenden Kraft oder von jenem Drucke zu verſchaffen, ſeyen AB, BC (Fig. 23) zwei an einander grenzende unendliche kleine, binnen gleicher Zeittheilchen beſchriebene Stückchen der krummen Bahn eines materiellen Punctes, welche Stückchen man als gerade Linien betrachten darf, deren Richtungen unter dem Winkel ABC auf einander folgen. Hätte das Bewegliche ſeiner Trägheit völlig frei Folge leiſten können, ſo wäre es von B nach der Verlängerung der AB fortgegangen, und hätte während des zweiten Zeittheilchens den Weg BD = AB beſchrieben. Man verbinde D mit C, und ziehe BE und CE parallel zu DC und DB, ſo iſt BE die Richtung der Kraft, welche das Bewegliche in B von der Richtung AB abgelenkt hat, und die Intenſität dieſer Kraft iſt ſo groß, daß das Bewegliche, wenn es derſelben allein Folge leiſten könnte, binnen eines ſolchen Zeittheilchens den Weg BE zurücklegen würde. Denkt man ſich nämlich das Bewegliche in B ruhend und von zwei Kräften beherrſcht, deren Richtungen BD und BE ſind, und welche einzeln betrachtet ſolche Geſchwindigkeiten erzeugen, daß es dieſen zu Folge binnen einerlei Zeit die Wege BD und BE durchlaufen würde, ſo verhalten ſich genannte Kräfte wie BD : BE. Sie erzeugen demnach eine der Diagonale des Parallelogrammes BDCE entſprechende Reſultirende, welcher gemäß das Bewegliche binnen des feſtgeſetzten Zeittheilchens den Weg BC durchlauft. Es hat demnach die ablenkende Kraft wirklich die oben angegebene Richtung und Intenſität.

127. **Bewegung auf vorgeſchriebener Bahn in Folge bloßer Trägheit.** Es ſey ein materieller Punct genöthiget ſtets auf einer gegebenen krummen Linie zu bleiben, längs welcher er ſich jedoch ohne irgend ein Hinderniß bewegen kann. Nachdem derſelbe durch Einwirkung einer Kraft eine beſtimmte Geſchwindigkeit erhalten hat, werde er ſich ſelbſt überlaſſen. Wir wollen nun die Art der Bewegung, die er unter dieſen Umſtänden zeigen muß, zu erkennen ſuchen.

Es ſeyen AB, BC (Fig. 24) zwei an einander grenzende Stückchen der dem Beweglichen vorgeſchriebenen Bahn, welche von demſelben in Folge der ihm bereits beigebrachten Bewegung ſeiner Trägheit gemäß binnen gleicher unendlich kleinen Zeiten zurückgelegt werden. Wir betrachten dieſe Bahnſtückchen als gerade Linien, welche den Winkel ABC bilden. Wäre das Bewegliche völlig frei, ſo wäre es während des zweiten Zeittheilchens in der Verlängerung der AB fortgegangen und bis D gekommen, ſo daß BD = AB iſt. Man verbinde C mit D und ziehe BF und DF parallel mit CD und CB, ſo entſteht das Parallelogramm BCDF, welches BD zur Diagonale hat.

Denkt man ſich nun die in B dem Beweglichen inwohnende Bewegungsgröße, oder die dieſer entſprechende Kraft, in zwei Componenten nach den Richtungen BC und BF zerlegt, ſo ſind BC und BF die Wege, welche das Bewegliche dieſen Componenten einzeln und allein folgend während des genannten Zeittheilchens beſchreiben würde. In dem vorliegenden Falle bewegt ſich der materielle Punct, weil er, der Vorausſetzung gemäß, während dieſes Zeittheilchens dem Wege BC folgt, gerade ſo, als ob die nach BC wirkende Componente allein vorhanden wäre; es mußte alſo die nach BF wirkende Componente vernichtet worden ſeyn. Dieß konnte nur durch den Widerſtand geſchehen, den die Bahn, woran das Bewegliche gebunden iſt, leiſtet, demnach muß die Richtung BF nothwendig gegen BC ſenkrecht ſeyn. Da dieſem gemäß das Parallelogramm BCDF ein Rechteck, mithin auch der Winkel BCD ein Rechter iſt, ſo zeigt ſich $BC < BD$. Hiernach ergibt ſich die Schlußfolge, daß das Bewegliche bei dem Uebergange von der Richtung AB in die Richtung BC in B einen Verluſt an Geſchwindigkeit erleidet. Doch findet ſolcher Verluſt nur in ſofern ſtatt, als der Winkel DBC eine endliche Größe hat; wird dieſer Winkel unendlich klein, ſo nimmt jener Verluſt in einem unendlich raſcheren Verhältniſſe ab, und ſein Einfluß auf die Bewegung verſchwindet, d. h. die Bewegung wird mit der früher beſtandenen Geſchwindigkeit fortgeſetzt. Um dieß nachzuweiſen, verlängere man BC bis H, ſo daß $BH = BD$ wird, verbinde H mit D und ziehe BK ſenkrecht auf DH, wodurch letztere Gerade in K halbirt wird. Offenbar ſtellt CH den Unterſchied zwiſchen BD und BC vor. Da die rechtwinkeligen Dreiecke BKH, DCH den Winkel H gemeinſchaftlich enthalten, ſo ſind ſie ähnlich, daher iſt

$$CH : DH = KH : BH \text{ oder } CH : DH = \tfrac{1}{2}DH : BD$$

mithin

$$CH = \frac{DH^2}{2BD}.$$

Bezeichnet α den aus B mit dem Halbmeſſer 1 innerhalb des Winkels CBD beſchriebenen Kreisbogen, welcher als das Maß dieſes Winkels betrachtet werden kann, ſo gibt das Product $BD \cdot \alpha$ die Länge des aus B von D zu H geführten Bogens an, welcher DH zur Sehne hat. Jener Bogen iſt länger als dieſe Sehne, mithin iſt $BD \cdot \alpha > DH$ und dem zu Folge $CH < \frac{BD^2 \cdot \alpha^2}{2BD}$, d. h. $CH < \frac{1}{2}BD \cdot \alpha^2$. Es bezeichne nun τ die gemeinſchaftliche Größe der Zeittheilchen während welcher die Wege AB, BC zurückgelegt wurden, und es ſeyen v, v' die entſprechenden Geſchwindigkeiten, alſo $v = \frac{AB}{\tau}$, $v' = \frac{BC}{\tau}$, ſo iſt $v - v' = \frac{AB - BC}{\tau} = \frac{BH - BC}{\tau} = \frac{CH}{\tau}$ mithin $v - v' < \frac{1}{2} \cdot \frac{BD}{\tau} \alpha^2$, d. h. $v - v' < \frac{1}{2} v \alpha^2$. Wird der Winkel $CBD = \alpha$ unendlich klein gedacht, ſo erſcheint dem gemäß der Unterſchied $v - v'$ im quadrirten Verhältniſſe, nämlich $\alpha^2 : 1$, kleiner als $\frac{1}{2}v$, und gibt daher, ſelbſt nach unendlichmaliger Wiederholung ein im Vergleiche mit dem Be-

trage von v nur unendlich kleines Reſultat. Es muß daher, wenn von einer ſtetigen krummen Linie die Rede iſt, um das richtige Reſultat zu erhalten, BC = BD geſetzt werden, und man gelangt ſomit zu dem Satze, daß die Bewegung eines materiellen Punctes, welcher bloß ſeiner Trägheit gemäß irgend einer vorgeſchriebenen ſtetig gekrümmten Bahn folgt, jederzeit eine gleichförmige iſt, und nur an Orten, wo die Bahn ein Eck bildet, alſo die Stetigkeit der Krümmung verletzt iſt, ein Verluſt an Geſchwindigkeit entſteht. Gegen ein ſolches Eck ſtößt das Bewegliche, während es an einer ſtetigen Krümmung bloß gleitet.

Die Richtigkeit des obigen Schluſſes wird durch folgende Betrachtung noch mehr in das Licht geſetzt: Es ſeyen v'', v''' ꝛc. die Geſchwindigkeiten, welche das Bewegliche in den ferneren während unendlich kleiner Zeiten beſchriebenen Stückchen der ihm vorgezeichneten Bahn beſitzt, und α', α'' ꝛc. die Ablenkungswinkel von der früheren Richtung bei dem Eintritte in jedes dieſer Bahnſtückchen. Nach Obigem iſt

$$v - v' < \tfrac{1}{2} v\alpha^2,\quad v' - v'' < \tfrac{1}{2} v'\alpha'^2,\quad v'' - v''' < \tfrac{1}{2} v''\alpha''^2 \text{ ꝛc.}$$

Durch Addition aller auf ein gegebenes endliches Stück der Bahn ſich beziehenden Ausdrücke erhält man, wenn V die am Ende dieſes Stückes ſtattfindende Geſchwindigkeit vorſtellt,

$$v - V < \tfrac{1}{2} (v\alpha^2 + v'\alpha'^2 + v''\alpha''^2 + \text{ ꝛc.})$$

folglich, weil v', v'' ꝛc. ſicher nicht größer ſind als v, um ſo mehr

$$v - V < \tfrac{1}{2} v (\alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 + \text{ ꝛc.}).$$

Die Summe $\alpha + \alpha' + \alpha'' + \ldots$ iſt offenbar eine endliche Größe, welche wir mit a bezeichnen wollen. (Für eine ebene Bahn iſt a, wenn die Ablenkungen ſtets in einerlei Sinn erfolgen, der Betrag der Totalablenkung von der anfänglichen Richtung, bei wechſelndem Sinne der Ablenkungen iſt a die Summe der partiellen Wendungen.) Jeder der Winkel α, α', α'' ꝛc. iſt kleiner zu denken als irgend ein gegebener noch ſo kleiner Winkel ε, daher kann man ſetzen $\alpha^2 < \alpha\varepsilon$, $\alpha'^2 < \alpha'\varepsilon$, $\alpha''^2 < \alpha''\varepsilon$ ꝛc. und man erhält

$$\alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 + \text{ ꝛc.} < (\alpha + \alpha' + \alpha'' + \text{ ꝛc.})\,\varepsilon,$$

d. h. $\alpha^2 + \alpha'^2 + \alpha''^2 + \text{ ꝛc.} < a\varepsilon$, wodurch ſich $v - V < \frac{1}{2} v a \varepsilon$ ergibt. Es zeigt ſich ſonach $v - V$ kleiner als eine Größe, die ſo klein gedacht werden darf als man will, mithin kann nur $v - V = 0$, alſo $V = v$ ſeyn.

128. **Fliehkraft.** Der Druck, den das ſeiner Trägheit gemäß längs einer ſtetig krummen Bahn fortſchreitende Bewegliche gegen die Bahn äußert, wird Fliehkraft genannt. Um die Größe dieſer Kraft zu finden, ſeyen AB, BC (Fig 25) die einander gleichen unendlich kleinen Stückchen der Bahn, welche das Bewegliche während zweier gleichen unmittelbar auf einander folgenden Zeittheilchen, deren jedes $= \tau$ iſt, durchlauft. Verlängert man AB ſo, daß BD = AB wird, verbindet C mit D, und zieht BF der CD parallel und gleich, ſo iſt, nach dem Vorhergehenden, BF die Richtung der Fliehkraft und zugleich die Größe des Weges, welchen das Bewegliche, wenn es dieſer Kraft allein Folge leiſtete, während des Zeittheilchens τ zurücklegen würde. Bezeichnet man die Maſſe des Beweglichen mit m, die Fliehkraft mit f, ſo iſt, nach 124, weil $\frac{BF}{\tau^2}$ die während der Zeit τ dem Bewegli-

chen durch die Fliehkraft beigebrachter Geschwindigkeit verstellt,

$$f = \frac{m \cdot BF}{\tau^2}.$$

Es sey O der Mittelpunct des durch die Puncte A, B, C geführten Kreises, und der Halbmesser desselben = r, also OA = OB = OC = r. Wegen AB = BC sind die gleichschenkligen Dreiecke AOB, BOC congruent, mithin die Winkel OAB, OBA, OBC, OCB sämmtlich einander gleich. Nun ist sowohl die Summe der drei Winkel OBA, OBC, CBD, wie auch die Summe der drei Winkel OBC, OCB, BOC zwei Rechten gleich. Nimmt man beiderseits die erwähnten gleichen Winkel weg, so zeigt sich der Winkel CBD dem Winkel BOC gleich. Da nun auch das Dreieck DCB gleichschenklig ist, so sind die Dreiecke OBC, DBC ähnlich; demnach ist wegen der Gleichheit der Winkel OBC, BCD die CD zur OB parallel, mithin BF die Verlängerung von OB; ferner besteht die Proportion

$$CD : BC = BC : OB,$$

woraus

$$CD = \frac{BC^2}{OB}$$

folgt. Wegen BF = CD hat man somit

$$f = \frac{m \cdot BC^2}{r\tau^2}.$$

Aber $\frac{BC}{\tau}$ ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Bewegliche seiner Bahn folgt; bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit v, so hat man für die Fliehkraft die Formel

$$f = \frac{m v^2}{r}.$$

Da dem erwähnten Kreise und der krummen Bahn drei einander unendlich nahe liegende Puncte gemeinschaftlich angehören, so kommt dieser Kreis der krummen Linie am Puncte B näher, als irgend ein anderer die krumme Linie in demselben Puncte berührender Kreis; er kann daher zur Beurtheilung der Größe der Krümmung der Bahn am Puncte B dienen, und heißt demnach der dem genannten Puncte der krummen Linie entsprechende Krümmungskreis.

In dem besonderen Falle, wenn das lediglich seiner Trägheit gehorchende Bewegliche sich in einer kreisförmigen Bahn, deren Halbmesser r ist, bewegt, und während der Zeit T einen Umlauf vollbringt, ist seine Geschwindigkeit $v = \frac{2\pi r}{T}$. Hierdurch erhält obige Formel die Gestalt

$$f = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}.$$

Wird ein an eine vorgeschriebene Bahn gebundener materieller Punct von einer Kraft getrieben, so kommt zur Wirkung der aus der Trägheit entspringenden Fliehkraft noch diejenige hinzu, welche von der gegen die Bahn normalen Componente dieser Kraft herrührt.

129. **Centralbewegung.** Ein völlig freier in A (Fig. 26) befindlicher materieller Punct werde durch eine momentane Kraft nach

der Richtung A x getrieben, oder was dasſelbe iſt, er ſey bereits in einer ſolchen Bewegung, daß er ſich ſelbſt überlaſſen vermöge ſeiner Trägheit nach der Richtung A x fortſchreiten würde. Zugleich wirke eine continuirliche Kraft auf ihn, deren Richtung ſtets gegen einen außerhalb der Geraden A x liegenden fixen Punct O hinzielt. Es entſteht dadurch eine krummlinige Bewegung, welche man Centralbewegung nennt; der fixe Punct heißt Mittelpunct der continuirlichen Kraft oder Centralpunct, die das Bewegliche ſtets gegen dieſen Punct hintreibende Kraft heißt Centripetal- oder kürzer Centralkraft; die in jedem Puncte der Bahn längs der Tangente ſich äußernde Größe der Bewegung heißt Tangentialkraft; eine vom Centralpuncte zum Beweglichen gezogene gerade Linie führt den Namen Radiusvector. Es iſt klar, daß die vom Beweglichen beſchriebene Bahn in der Ebene liegen muß, worin ſich die Gerade Ax und der Punct O befindet; man kann überdieß beweiſen, daß »die vom »Radiusvector binnen gleicher Zeiten durchſtrichenen Flächenräume »ſämmtlich einerlei Größe haben,« oder was dasſelbe heißt, daß »die »Flächenräume, welche der Radiusvector durchſtreicht, ſich verhalten »wie die entſprechenden Zeiten.«

Zu dieſem Ende ſtelle man ſich vor, die Centripetalkraft wirke ſtoßweiſe, jedoch mit äußerſt raſcher Wiederholung der Impulſe, und zwiſchen je zwei unmittelbar auf einander folgenden unendlich ſchwachen Stößen verfließe das unendlich kleine Zeitintervall τ. Es ſey A B der Weg, welchen das in A befindliche Bewegliche vermöge der Action einer momentanen Kraft oder, falls es ſchon in Bewegung begriffen iſt, wegen ſeiner Trägheit binnen der Zeit τ gleichförmig zurückzulegen ſtrebt, und A C der Weg, den dasſelbe in Folge des in A erhaltenen nach O hin gerichteten Stoßes während genannter Zeit gleichförmig zurücklegen würde, wenn es letzterem Impulſe allein gehorchen könnte, wobei A C gegen A B ſehr klein gedacht wird; ſo durchläuft es vermöge des gleichzeitigen Beſtehens beider Einwirkungen während der Zeit τ die Diagonale A D des Parallelogrammes A B D C. Vermöge ſeiner Trägheit würde das Bewegliche binnen des nächſten Zeittheilchens τ in der Verlängerung von A D um das Stück D E = A D weiter gehen; empfängt es nun in D einen Impuls gegen O hin, welcher allein es binnen der Zeit τ durch den Weg D E geführt hätte, ſo durchlauft es, ſtatt D E oder D F, die Diagonale D G des Parallelogrammes D E G F. Man ziehe E O. Die Dreiecke A O D, D O E haben gleiche Flächen, denn ihre Grundlinien A D, D E ſind gleich, und ſie haben auch einerlei Höhe, weil O der Scheitel beider Dreiecke iſt, und ihre Grundlinie eine und dieſelbe gerade Linie bilden; ferner ſind die Flächen der Dreiecke D O E, D O G gleich, denn ſie ſtehen auf derſelben Grundlinie D O und ihre Scheitel E, G liegen in einer zur Grundlinie parallelen Geraden: es haben alſo auch die vom Radiusvector während der unmittelbar auf einander folgenden gleichen Zeittheilchen τ durchſtrichenen Dreiecke A O D, D O G gleiche Flächen. Dieß vorausgeſetzt ſeyen A B, C D (Fig. 27) zwei binnen gleicher Zeit

ten beſchriebene Stücke der Bahn; man denke ſich den ganzen Weg A B C D in unendlich viele, während gleicher unendlich kleinen Zeittheile beſchriebene Theile zerlegt, und die Endpuncte jedes ſolchen Theiles mit dem Centralpuncte O verbunden, ſo entſtehen unendlich viele Dreiecke, deren je zwei benachbarte, in Folge des ſo eben geführten Beweiſes, und daher alle unter einander gleiche Flächen haben. Da nun die Sectoren A O B, C O D gleich viele ſolcher gleichen Dreiecke enthalten, ſo ſind ihre Flächen nothwendig gleich, wodurch obige Behauptung bewieſen iſt.

Dieſer Satz läßt ſich auch umkehren: »Gibt es bezüglich der Bewegung in einer ebenen krummen Linie einen auf der concaven Seite derſelben liegenden Punct, von der Eigenſchaft, daß die von ihm zu dem Beweglichen gehenden Radienvectoren während beliebiger gleichen Zeiten gleiche Flächenräume durchſtreichen, ſo zielt die das Bewegliche afficirende Kraft ohne Unterlaß gegen dieſen Punct, die Bewegung iſt demnach eine Centralbewegung.« Denn werden von dem Beweglichen in zwei auf einander folgenden gleichen unendlich kleinen Zeittheilchen die Wege A D, D G (Fig. 26) beſchrieben, und wird A D nach E verlängert, ſo daß D E = A D iſt, ferner E G und von dem Puncte D nach der Gegend hin, welcher die concave Seite der krummen Linie zugekehrt iſt, eine der E G parallele gerade Linie gezogen, ſo gibt dieſe die Richtung der das Bewegliche von dem Wege D E ablenkenden Kraft an. Sind nun nach der Vorausſetzung die Dreiecke A O D, D O G gleich, ſo müſſen, weil auch die Dreiecke A O D, D O E gleich ſind, die Dreiecke D O E, D O G ebenfalls gleich ſeyn, woraus folgt, daß D O zu E G parallel iſt, alſo die Richtung genannter ablenkenden Kraft in D O fällt. Da unter der gemachten Vorausſetzung ein Gleiches auch bezüglich jeder andern Stellung des Beweglichen in ſeiner Bahn gezeigt werden kann, ſo zielt erwähnte Kraft ohne Unterlaß gegen O hin. *Die Gleichheit der vom Radiusvector binnen gleicher Zeiten durchſtrichenen Flächen bietet uns demnach ein charakteriſtiſches Kennzeichen einer Centralbewegung dar.*

Befände ſich der Punct, von welchem die binnen gleicher Zeiten gleiche Flächenräume durchſtreichenden Radienvectoren ausgehen, auf der convexen Seite der Bahn, ſo würde das Bewegliche, wie ſich auf dieſelbe Weiſe zeigen läßt, ohne Unterlaß von dieſem Puncte weggetrieben.

130. Vergleichung der Geſchwindigkeiten an verſchiedenen Stellen der Bahn bei einer Centralbewegung. Es ſeyen v, v' die Geſchwindigkeiten, welche ein in Centralbewegung befindlicher materieller Punct an den Stellen M, M' (Fig. 28) ſeiner Bahn beſitzt: M x, M' x' die zu dieſen Puncten gehörenden Tangenten der Bahn; M N, M' N' während gleicher unendlich kleinen Zeiten beſchriebene in dieſe Tangenten fallende Wege; ſo beſteht die Proportion $v : v' = MN : M'N'$. Iſt O der Centralpunct, ſo ſind die Flächen der Dreiecke M O N, M' O N' gleich. Fällt man aus O auf M x, M' x' die Senkrechten O H, O H', ſo können die Flächen der genannten Drei-

ecke durch die Producte $\frac{1}{2}MN.OH$, $\frac{1}{2}M'N'.OH'$ ausgedrückt werden, und man hat ſonach

$$MN \,.\, OH = M'N' \,.\, OH'$$

alſo

$$MN : M'N' = OH' : OH.$$

Dieſe Proportion mit der vorigen verglichen gibt

$$v : v' = OH' : OH.$$

Man kann daher folgenden Satz ausſprechen: »Bei der Centralbewegung verhalten ſich die Geſchwindigkeiten des Beweglichen an verſchiedenen Orten der Bahn verkehrt wie die aus dem Centralpuncte auf die entſprechenden Tangenten gefällten Senkrechten.«

Findet daher eine Centralbewegung in kreisförmiger Bahn ſtatt, und iſt der Mittelpunct des Kreiſes zugleich der Centralpunct, ſo iſt, weil alle aus dieſem Puncte auf die Tangenten der Bahn geführten Senkrechten Halbmeſſer des Kreiſes ſind, die Geſchwindigkeit überall dieſelbe, alſo die Bewegung gleichförmig. Iſt umgekehrt eine Centralbewegung gleichförmig, ſo ſind die aus dem Centralpuncte auf die Tangenten der Bahn geführten Senkrechten ſämmtlich gleich lang, mithin die Bahn ein Kreis und der Mittelpunct deſſelben zugleich der Centralpunct. Iſt die Bahn elliptiſch und der Centralpunct ein Brennpunct derſelben, ſo iſt die Geſchwindigkeit an demjenigen Scheitelpuncte der Ellipſe, welcher dem Centralpuncte am nächſten liegt, die größte, an dem andern Scheitelpuncte die kleinſte, und ſie nimmt bei der Bewegung von erſterem Scheitel zum letzteren ſtetig ab, bei dem Rückgange in der andern Hälfte der Bahn aber wieder zu.

131. Allgemeine Formel für die Centralkraft. Iſt die Bahn, welche ein in Centralbewegung begriffener materieller Punct durchwandert, ſammt der Poſition des Centralpunctes gegeben, ſo läßt ſich die Größe der ihn an jedem Orte der Bahn afficirenden Centralkraft folgendermaßen ausfindig machen. Es ſey O (Fig. 29) der Centralpunct, A x die Richtung, welche das Bewegliche an dem Orte A der Bahn wegen ſeiner Trägheit einzuſchlagen, A B der Weg, den es nach dieſer Richtung binnen der unendlichkleinen Zeit τ zu beſchreiben ſtrebt: A y die Richtung, welche es in Folge des Hinzutretens der Action der Centralkraft wirklich einſchlägt; zieht man B D parallel zu A O, ſo iſt A D der längs A y binnen der Zeit τ zurückgelegte Weg, und A E = B D die dem in A von der Centralkraft empfangenen Impulſe für ſich allein betrachtet entſprechende Verſchiebung des Beweglichen gegen den Punct O hin. Nennt man die Maſſe des Beweglichen m und die Centralkraft F, ſo iſt, nach den im Vorhergehenden angewendeten Principien, $F = \frac{m \,.\, AE}{\tau^2}$. Die Geraden A x, A y ſtellen zwei unmittelbar auf einander folgende Tangenten der krummen Bahn vor; man ziehe O H, O K ſenkrecht auf ſelbe; ferner ziehe man D J und A L ſo, daß A J = A D, O L = O A wird. Wegen der unendlichen Kleinheit der Winkel x A y, A O D darf man die Winkel A J D, A L D als rechte anſehen, ferner die Winkel K A O, A D O einander gleich ſetzen. Sonach ergeben ſich drei Paare ähnlicher rechtwinkliger Dreiecke, nämlich B J D und A H O; ferner A J D und

AKQ; endlich ALD und OKA, welche folgende Proportionen darbieten:

$$BD : DJ = AO : OH$$
$$DJ : AJ = KQ : AK$$
$$DL : AD = AK : AO.$$

Das Product dieſer Proportionen iſt:

$$BD \cdot DL : AJ \cdot AD = KQ : OH,$$

oder

$$AE \cdot DL : AD^2 = KQ : OH,$$

woraus

$$AE = \frac{AD^2 \cdot KQ}{OH \cdot DL}$$

folgt. Da es wegen der Kleinheit des Winkels HOK = HAK erlaubt iſt, die Längen von OH, OQ einander gleich zu ſetzen, weil ſie, wie ſich leicht zeigen läßt, bloß um eine unendlich kleine Differenz höherer Ordnung von einander abweichen (vergl. 127.), ſo erſcheint KQ als die Aenderung, welche die aus O auf eine Tangente Ax der Bahn gefällte Senkrechte OH erleidet, wenn dieſe Tangente eine nächſtfolgende Lage annimmt, und DL iſt die entſprechende Aenderung des Radiusvectors OA. Wir ſetzen OH = p, KQ = ψ, DL = ρ. Es ſey h die Größe des Flächenraumes, welchen der Radiusvector während der Zeiteinheit durchſtreicht, ſo iſt hτ der während der Zeit τ durchlaufene Flächenraum; aber dieſer iſt die Fläche des Dreieckes AOD, alſo = ½AD . OK, daher haben wir ½AD . OK = hτ, mithin $AD = \frac{2h\tau}{OK} = \frac{2h\tau}{p + \psi}$, wofür man, weil ψ gegen p unendlich klein iſt, $AD = \frac{2h\tau}{p}$ ſetzen darf. Mit Hilfe dieſes Ausdruckes und mit Rückſicht auf die Bedeutung von KQ, OH, DL erhält man

$$AE = \frac{4h^2\psi\tau^2}{p^2\rho}$$

folglich

$$F = \frac{4mh^2\psi}{p^3\rho},$$

welche Formel die Größe der Centralkraft angibt.

132. **Centralkraft bei der elliptiſchen Bewegung.** Es ſey die bei einer Centralbewegung beſchriebene Bahn eine Ellipſe, und der Centralpunct ein Brennpunct derſelben, ſo läßt ſich das Geſetz, nach welchem in dieſem Falle die Centralkraft ſich mit der Entfernung des Beweglichen vom Centralpuncte verändert, nach obiger Formel folgendermaßen finden.

Es ſey (Fig. 30) AA′ die größere, BB′ die kleinere Axe der Ellipſe, C ihr Mittelpunct; O, O′ ſeyen ihre beiden Brennpuncte und der erſtere derſelben ſey zugleich der Centralpunct. Zieht man zu irgend einem Puncte M im Umfange der Ellipſe die Vectoren OM, O′M, verlängert O′M nach N, ſo daß MN = MO wird, und halbirt die NO in H, ſo iſt die durch M und H gezogene Gerade HMH′ die dem Puncte M zugehörende Tangente der Ellipſe, und OH ſteht auf ſelber ſenkrecht. Man ziehe noch O′H′ auf die genannte Tangente

ſenkrecht, verbinde H und H' mit C, und verlängere die H'C bis ſie der ebenfalls verlängerten HO in H'' begegnet.

Vermöge der Grundeigenſchaft der Ellipſe iſt $OM + O'M = AA'$, folglich auch $O'N = AA'$, und $CH = \frac{1}{2}O'N = \frac{1}{2}AA' = CA = CA'$. Auf ähnliche Weiſe kann gezeigt werden, daß $CH' = CA = CA'$ iſt. Wegen $OC = O'C$, wegen der Gleichheit der Winkel OCH'', $O'CH'$, dann wegen der durch den Parallelismus von HH'', $O'H'$ bedingten Gleichheit der Winkel $OH''C$, $O'H'C$, ſind die Dreiecke OCH'', $O'CH'$ congruent, folglich iſt auch $CH'' = CH'$. Beſchreibt man daher aus C mit dem Halbmeſſer CA einen Kreis, ſo geht derſelbe durch die Puncte H, H', A', H''. Demzufolge iſt $OH \cdot OH'' = OA \cdot OA'$. Aber es iſt $OA = CA - CO$, $OA' = CA' + CO = CA + CO$, mithin $OA \cdot OA' = (CA - CO)(CA + CO) = CA^2 - CO^2$. Da ferner $OB + O'B = AA'$, mithin $OB = \frac{1}{2}AA' = CA$ iſt, ſo zeigt ſich $CA^2 - CO^2 = OB^2 - CO^2 = CB^2$. Demnach iſt $OH \cdot OH''$ oder wegen $OH'' = O'H'$, $OH \cdot O'H' = CB^2$.

Weil die Winkel OMH, NMH, ferner die Winkel NMH, $O'MH'$ gleich ſind, ſo iſt auch $OMH = O'MH'$, und die rechtwinkeligen Dreiecke OHM, $O'H'M$ ſind ähnlich. Es findet alſo die Proportion $OH : O'H' = OM : O'M$ ſtatt. Dieſe gibt durch Multiplication der Glieder des erſten Verhältniſſes mit OH, $OH^2 : OH\,O'H' = OM : O'M$, mithin hat man, mit Rückſicht auf den oben erhaltenen Werth des Productes $OH \cdot O'H'$, die Proportion $OH^2 : CB^2 = OM : O'M$.

Dieß vorausgeſetzt ſey $CA = a$, $CB = b$, $OM = r$, $O'M = r'$, alſo $r + r' = 2a$, und $OH = p$. Die ſo eben erhaltene Proportion lautet in dieſen Zeichen $p^2 : b^2 = r : r'$, und liefert die Gleichung $b^2 r = p^2 r'$, welcher man folgende Geſtalt geben kann: $\frac{1}{p^2} = \frac{r'}{b^2 r}$.

Man denke ſich jetzt den Punct M unendlich wenig auf dem Umfange der Ellipſe fortgeſchoben, ſo daß $OM = r$ um das Stückchen ρ vergrößert, mithin, in Folge der Grundeigenſchaft der Ellipſe, $O'M = r'$ um eben ſo viel verkleinert wird, und bezeichne die entſprechende Zunahme von OH mit ψ, ſo beſteht die Gleichung

$$\frac{1}{(p+\psi)^2} = \frac{r' - \rho}{b^2 (r + \rho)}.$$

Wird dieſe von der vorhergehenden Gleichung abgezogen, ſo hat man

$$\frac{1}{p^2} - \frac{1}{(p+\psi)^2} = \frac{r'}{b^2 r} - \frac{r' - \rho}{b^2 (r + \rho)}.$$

Dieſe Gleichung gibt

$$\frac{(p+\psi)^2 - p^2}{p^2 (p+\psi)^2} = \frac{r'(r+\rho) - r(r'-\rho)}{b^2 r (r+\rho)},$$

oder nach gehöriger Entwickelung und Reduction,

$$\frac{2p\psi + \psi^2}{p^2 (p^2 + 2p\psi + \psi^2)} = \frac{(r+r')\rho}{b^2 r (r+\rho)} = \frac{2a\rho}{b^2 r (r+\rho)}.$$

Wegen der unendlichen Kleinheit von ψ und ρ verſchwindet ψ^2 gegen $2p\psi$, dann $2p\psi + \psi^2$ gegen p^2, eben ſo ρ gegen r; letztere Gleichung reducirt ſich demnach auf

$$\frac{2p\,\phi}{p^2} = \frac{2a\,\rho}{b^2 r^2} \text{ d. i. } \frac{\phi}{p^2\rho} = \frac{a}{b^2 r^2}.$$

Da nun die Größe der Centralkraft F, wenn m die Maſſe des Beweglichen und h die vom Radiusvector in der Zeiteinheit durchſtrichene Fläche anzeigt, allgemein $= \frac{4mh^2\phi}{p^2\rho}$ iſt, ſo hat man für die hier betrachtete elliptiſche Bewegung die Formel

$$F = \frac{4mh^2a}{b^2r^2}.$$

Man kann derſelben auch noch eine andere Geſtalt geben. Iſt T die Umlaufszeit des Beweglichen in der Ellipſe, ſo iſt hT der während dieſer Zeit vom Radiusvector beſchriebene Flächenraum; aber dieſer Raum iſt die Fläche der Ellipſe ſelbſt, mithin, wie die Geometrie lehrt, $= \pi ab$; hierdurch wird $hT = \pi ab$, alſo $h = \frac{\pi ab}{T}$. Subſtituirt man dieſen Werth für h in obige Formel, ſo findet man

$$F = \frac{4\pi^2 ma^3}{T^2 r^2}.$$

Iſt F_1 der an einer andern Stelle derſelben Ellipſe ſtattfindende Werth der Centralkraft, und r_1 der zugehörende Radiusvector, ſo iſt

$$F_1 = \frac{4\pi^2 ma^3}{T^2 r_1^2}$$

mithin $$F : F_1 = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r_1^2} \text{ d. h.}$$

»die Centralkräfte an verſchiedenen Stellen derſelben Ellipſe, deren ein »Brennpunct als Centralpunct dient, verhalten ſich verkehrt wie die »Quadrate der entſprechenden Vectoren.«

Eine kreisförmige Bahn kann als ſpecieller Fall einer Ellipſe betrachtet werden, bei welcher beide Brennpuncte mit dem Mittelpuncte zuſammenfallen und ſämmtliche Vectoren einander gleich ſind. Hiebei iſt alſo $r = a$, mithin $F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$, welches Reſultat mit dem bereits früher gefundenen Ausdrucke der Fliehkraft im Kreiſe übereinſtimmt. In der That muß die Centralkraft bei der Kreisbewegung die Fliehkraft aufheben, mithin dieſer mit gleicher Intenſität entgegen wirken.

Geht die Centralbewegung in einer paraboliſchen Bahn vor ſich, deren Brennpunct der Centralpunct iſt, ſo kann man dieſe als eine Ellipſe mit unendlich großer Axe betrachten. Da der halbe Parameter der Ellipſe durch $\frac{b^2}{a}$ ausgedrückt wird, welchen Quotienten wir mit q bezeichnen wollen, ſo haben wir nach der obigen Formel

$$F = \frac{4mh^2a}{b^2r^2} = \frac{4mh^2}{qr^2}.$$

Dieſe ſo umgeſtaltete Formel läßt ſich unmittelbar auf die Parabel anwenden. Durch directe Betrachtung der Parabel kommt man zu demſelben Reſultate. Man findet mit Hilfe der bekannten Eigenſchaften der Parabel leicht $2p^2 = qr$, alſo $\frac{1}{p^2} = \frac{2}{qr}$, woraus erwähntes Reſultat nach der oben gebrauchten Methode folgt. Es iſt alſo auch hier

die Centralkraft dem Radiusvector verkehrt proportionirt. Dieselbe Formel sammt der durch sie bedingten Folgerung gilt auch für die Centralbewegung in hyperbolischer Bahn, wenn der Brennpunct als Centralpunct auftritt.

Man sieht hieraus, daß wenn bei einer Centralbewegung die Centralkraft an verschiedenen Orten der Bahn dem Quadrate des Radiusvectors verkehrt proportionirt ist, nicht nothwendig eine Ellipse beschrieben werde, sondern die Bahn auch eine Parabel, oder gar eine Hyperbel seyn könne. Um die Bedingung kennen zu lernen, unter welcher das Eine oder das Andere Statt findet, sey v die Geschwindigkeit in der Bahn, also $v\tau$ der während der unendlich kleinen Zeit τ vom Beweglichen beschriebene Weg und $\frac{1}{2} p v \tau$ der vom Radiusvector beschriebene Flächenraum. Dieß gibt $h\tau = \frac{1}{2} p v \tau$, daher $h = \frac{1}{2} p v$. Für die Ellipse ist $F = \frac{4 m h^2 a}{b^2 r^2}$, also $F = \frac{m p^2 v^2 a}{b^2 r^2}$. Aber nach dem Obigen hat man $b^2 r = p^2 r'$, daher $F = \frac{m v^2 a}{r r'}$. Wegen $r + r' = 2a$ ist $r' < 2a$, mithin $r r' < 2a r$, und deßhalb nach vorhergehender Formel $F > \frac{m v^2}{2r}$. Für die Hyperbel gilt dieselbe Rechnung, nur ist da $r' - r = 2a$, mithin $r r' > 2a r$ und demnach $F < \frac{m v^2}{2r}$. Für die Parabel zeigt sich $F = \frac{m p^2 v^2}{q r^2}$; aber in diesem Falle ist $qr = 2p^2$, folglich $F = \frac{m v^2}{2r}$. Sollte die Bahn ein Kreis seyn, so müßte die Centralkraft die Größe $\frac{m v^2}{r}$ besitzen, überdieß aber noch die Richtung der Bewegung mit dem Radiusvector einen rechten Winkel bilden. Setzen wir $\frac{m v^2}{r} = f$, so ergibt sich die Schlußfolge, daß die Bahn eines mit der Geschwindigkeit v im Abstande r vom Centralpuncte in Bewegung gesetzten materiellen Punctes, dessen Masse m ist, unter der Voraussetzung, daß die Centralkraft dem Quadrate dieses Abstandes stets verkehrt proportional sey, eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel seyn wird, je nachdem $F > \frac{1}{2} f$, $F = \frac{1}{2} f$ oder $F < \frac{1}{2} f$ erscheint.

Ist bei einer Centralbewegung in elliptischer Bahn nicht ein Brennpunct, sondern der Mittelpunct der Ellipse der Centralpunct, so findet man nach gehöriger Rechnung, wenn R den vom Mittelpuncte an die Ellipse geführten Radius bedeutet, $F = \frac{4\pi^2 m R}{T^2}$. In diesem Falle steht also die Centralkraft mit dem Radiusvector in geradem Verhältnisse. Zu erwähnter Rechnung lassen sich die Ergebnisse der obigen Reduction benützen, denn es ist die Senkrechte, welche vom Mittelpuncte C der Ellipse zur Tangente II' geht, $= \frac{1}{2}(OI + O'I')$ und zugleich hat man, einem bekannten geometrischen Lehrsatze gemäß, $2R^2 = OM^2 + O'M^2 - 2CO^2$. Man findet hiedurch, mit Beibehaltung aller obigen Bedeutungen der Buchstaben, die genannte Senkrechte $= \frac{a b}{\sqrt{r r'}}$, ihre Aenderung $= \frac{a b (r - r') \rho}{2 r r' \sqrt{r r'}}$ und die Aenderung von R $= \frac{(r - r') \rho}{2R}$, woraus das angegebene Resultat leicht folgt.

138. Zuſammenſetzung der Bewegungen. Obgleich ein beweglicher Punct ſich nicht zu gleicher Zeit nach verſchiedenen Richtungen bewegen kann, ſo laſſen ſich doch verſchiedene Bewegungsweiſen gleichzeitig auf ihn übertragen, woraus eine Zuſammenſetzung gedachter Bewegungen entſpringt, welche hier näher betrachtet werden ſoll.

Es bewege ſich ein Punct längs der geraden Linie A x (Fig. 31), und lege während einer beſtimmten Zeit t den Weg A B zurück. Während dieß geſchieht, werde dieſe Gerade, ihrer urſprünglichen Lage parallel dergeſtalt fortgeſchoben, daß der Punct A nach der Richtung A y bis C kommt. In demſelben Augenblicke, in welchem das Bewegliche ſich in B befunden hätte, wenn die Bahn, an die wir daſſelbe gebunden denken, im Raume unverrückt geblieben wäre, wird nun A nach C, und A B in die Lage C D gekommen ſeyn, mithin das Bewegliche ſich in D befinden. Daſſelbe wird alſo während der Zeit t, welche zur Verrichtung ſeiner Bewegung in der Geraden A x, und zur Verſchiebung dieſer Geraden ſelbſt, nöthig iſt, auf der Ebene, in welcher die Gerade A x fortrückt, eine Bahn A D z beſchreiben, deren Geſtalt von dem Geſetze abhängt, nach welchem das Bewegliche in der Geraden A x und der Punct A in der Geraden A y fortſchreitet, und zwar wird das Bewegliche während der genannten Zeit t das Stück A D dieſer Bahn zurücklegen. Der Erfolg wird offenbar derſelbe bleiben, wenn man unter Beibehaltung der früher in Wirkſamkeit geweſenen Bewegungsgeſetze, das Bewegliche der Geraden A y folgen läßt, während dieſe Gerade, ihrer urſprünglichen Lage ſtets parallel bleibend, ſo verſchoben wird, daß der Punct A die Gerade A x durchlauft.

Hier iſt offenbar das Bewegliche zweien verſchiedenen Bewegungen, der einen nach der Richtung A x, der andern nach der Richtung A y, gleichzeitig unterworfen, und man ſagt daher ganz richtig, ſeine Bewegung ſey aus den Bewegungen nach A x und A y zuſammengeſetzt. Die erwähnten Bewegungen heißen die componirenden Bewegungen und die aus denſelben hervorgehende die reſultirende Bewegung.

Es iſt bei dieſer Darſtellung gar nicht nöthig die componirenden Bewegungen ſich als geradlinige zu denken; ſie können auch in krummen Linien vor ſich gehen. Nennt man überhaupt die Gerade, welche zwei Orte mit einander verbindet, worin das Bewegliche allmälig erſcheint, die der vor ſich gegangenen Bewegung entſprechende Verſchiebung, ſo kann man folgenden Satz ausſprechen: »die Verſchiebung eines bewegten Punctes, in Folge zweier auf ihn übertragenen Bewegungen, entſpricht ſtets der Diagonale des Parallelogrammes der gleichzeitigen durch die componirenden Bewegungen bedingten Verſchiebungen.« Es wird hierdurch nicht geſagt, daß das Bewegliche dieſe Diagonale durchlaufe, ſondern nur daß es ſich am Ende der gedachten Zeit in dem Endpuncte dieſer Diagonale befinde.

134. Bedingung, unter welcher aus geradlinigen componirenden Bewegungen eine geradlinige reſultirende ent-

ſteht. »Wenn bei zwei zuſammenzuſetzenden geradlinigen Bewegungen »die Wege, welche während beliebiger vom Anfange der Bewegung an »gezählten Zeiten bei der einen beſchrieben werden, ſich unter einander »verhalten, wie die während derſelben Zeiten beſchriebenen Wege bei »der andern Bewegung, ſo iſt die reſultirende Bewegung eine geradli»nige, und die bei derſelben zurückgelegten Wege verhalten ſich eben»falls wie die binnen derſelben Zeiten durchlaufenen Wege der Compo»nenten.« Beweis. Es ſeyen AB, AB′ (Fig. 32) die Wege, welche das Bewegliche nach der Richtung Ax, und AC, AC′ die Wege, welche es nach der Richtung Ay binnen der vom Anfange der Bewegung an gezählten Zeiten t, t′ durchlaufen würde, wenn es der einen oder der andern dieſer Bewegungsweiſen allein folgen könnte; ſo befindet ſich das Bewegliche am Ende der Zeiten t, t′, zu Folge der aus dieſen zwei Bewegungen reſultirenden Bewegung, in den Endpuncten D, D′ der Diagonalen AD, AD′ der mit den Seiten AB, AC und AB′, AC′ conſtruirten Parallelogramme ABDC, AB′D′C′. Iſt nun, wie es hier vorausgeſetzt wird, AB : AB′ = AC : AC′, ſo iſt auch, wegen AC = BD und AC′ = B′D′, AB : AB′ = BD : B′D′; da nun überdieß die Winkel ABD, AB′D′ gleich ſind, ſo ſind die Dreiecke ABD, AB′D′ ähnlich, mithin auch die Winkel BAD, B′AD′ gleich. Die Puncte A, D, D′ liegen alſo in einer und derſelben geraden Linie. Da daſſelbe von jeder Lage des Punctes D′ gegen D gilt, ſo befindet ſich das Bewegliche ohne Unterlaß in der Geraden AD, d. h. dieſe Gerade iſt ſeine Bahn. Aus der Aehnlichkeit der genannten Dreiecke folgt noch AD : AD′ = AB : AB′ = AC : AC′; es ſtehen daher die der reſultirenden Bewegung entſprechenden Wege, von ihrem gemeinſchaftlichen Ausgangspuncte gemeſſen, in demſelben Verhältniſſe, wie die correſpondirenden Wege bei den componirenden Bewegungen. Umgekehrt iſt es klar, daß wenn man eine geradlinige Bewegung in andere geradlinige Bewegungen zerlegt, die erwähnte Proportionalität der Wege jederzeit obwaltet; ſie iſt alſo die nothwendige und ausſchließende Bedingung des Reſultirens einer geradlinigen Bewegung aus geradlinigen Componenten.

Dieſe Bedingung iſt erfüllt, wenn die Geſetze der Componenten durch Formeln von der Geſtalt $s = aU$, $S = AU$ ausgedrückt werden, wobei a, A Coefficienten vorſtellen, welche die Zeit nicht in ſich enthalten, U aber ein und derſelbe aus der Zeit t gebildete Ausdruck iſt. Denn verwandeln ſich s und S für einen andern Werth der Zeit in s′ und S′, und geht U für dieſen Werth in U′ über, ſo hat man auch $s' = aU$, $S' = AU'$, mithin $s : s' = S : S'$. Daher geben zwei gleichförmige geradlinige Bewegungen, welche durch die Formeln $s = ct$, $S = Ct$ dargeſtellt werden, eine geradlinige Reſultirende; ein Gleiches gilt von zwei von der Ruhe an beginnenden, gleichförmig beſchleunigten Bewegungen, deren Formeln $s = \frac{1}{2}gt^2$, $S = \frac{1}{2}Gt^2$ ſind; oder von zwei ſchwingenden Bewegungen mit übereinſtimmenden Phaſenzeiten, denen die Formeln $s = a\,\sin(t\sqrt{k})$, $S = A\,\sin(t\sqrt{k})$ entſprechen, u. dgl.

Da die Zuſammenſetzung gleichförmiger oder gleichförmig beſchleunigter von der Ruhe an beginnenden Bewegungen genau nach derſelben Regel vollzogen wird, wie die Zuſammenſetzung der Kräfte, welche dieſe Bewegungen hervorbringen, ſo ſieht man, daß die Bewegung, welche einem materiellen Puncte durch die gleichzeitige Einwirkung zweier Kräfte zu Theil wird, die Reſultirende jener Bewegungen iſt, welche dieſe Kräfte für ſich allein hervorgebracht hätten. Läßt man letzteren Satz als ein für ſich evidentes Princip gelten, ſo kann man auf die Zuſammenſetzung der Bewegungen eine höchſt einfache Demonſtration des Satzes vom Kräftenparallelogramm gründen.

135. **Beiſpiele krummliniger Bewegungen durch Zuſammenſetzung geradliniger.** 1) Es ſey eine nach der Richtung A y (Fig. 31) vor ſich gehende gleichförmige Bewegung mit einer nach der Richtung A x erfolgenden gleichförmig beſchleunigten zuſammenzuſetzen. Nennen wir die Geſchwindigkeit bei erſterer C, und ſetzen wir den binnen der Zeit t zurückzulegenden Weg A C = y, ſo iſt y = Ct. Nehmen wir ferner der Einfachheit willen an, die gleichförmig beſchleunigte Bewegung beginne von der Ruhe an, ihre Acceleration ſey = G und der der Zeit t entſprechende Weg A B = x, ſo iſt $x = \frac{1}{2}Gt^2$. Die erſte Gleichung gibt $t = \frac{y}{C}$; wird dieſe Größe in der zweiten Gleichung ſubſtituirt, ſo erhält man

$$x = \frac{G y^2}{2C^2}, \quad \text{und hieraus} \quad y^2 = \frac{2C^2}{G} x.$$

Dieß iſt, wenn man A B = x als Abſciſſe, B D = A C = y als Ordinate der Bahn A D des Beweglichen betrachtet, die Gleichung einer Parabel; mithin wird bei der Zuſammenſetzung genannter Bewegungen eine Parabel beſchrieben. Die Axe dieſer Parabel liegt der A x parallel; iſt der Winkel x A y der Richtungen beider Bewegungen ein rechter, ſo iſt A x ſelbſt die Axe der Parabel. Man gelangt, wie auf ähnliche Weiſe gezeigt werden kann, zu derſelben Bahn des Beweglichen, wenn die gleichförmig beſchleunigte Bewegung bereits mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit beginnt, oder wenn man zwei geradlinige, wie immer beſchaffene gleichförmig geänderte (beſchleunigte oder verzögerte) Bewegungen zuſammenſetzt.

2) Es ſeyen die nach verſchiedenen Richtungen A x, A y vor ſich gehenden zuſammenzuſetzenden Bewegungen ſchwingende, mit gleicher Schwingungsdauer, aber mit verſchiedenen Amplituden a und b, und es ſeyen auch die Phaſen, welche einem und demſelben Zeitpuncte entſprechen, verſchieden, ſo hat man, wenn t die Phaſenzeit der einen, t + δ die der andern vorſtellt, bei obiger Bedeutung von x und y, die Gleichungen $x = a \sin(t\sqrt{k})$, $y = b \sin[(t+\delta)\sqrt{k}]$. Hier muß die Größe k für beide Bewegungen einerlei Werth haben, weil die Schwingungsdauer von ihr abhängt. Man findet durch Entwickelung des obigen Ausdruckes

$$y = b\,[\sin(t\sqrt{k})\cos(\delta\sqrt{k}) + \cos(t\sqrt{k})\sin(\delta\sqrt{k})];$$

da $\sin(t\sqrt{k}) = \frac{x}{a}$, und dem gemäß $\cos(t\sqrt{k}) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ iſt,

ſo erhält man nach gehöriger Subſtitution und Wegſchaffung des Wurzelzeichens eine Gleichung zwiſchen x und y, worin dieſe Größen in keiner höhern als der zweiten Potenz, aber ſicher in dieſer vorkommen. Die Bahn iſt alſo eine Kegelſchnittlinie. Aber die Natur der zuſammenzuſetzenden Bewegungen bringt es mit ſich, daß die Bahn ganz in einem endlichen Raume enthalten iſt; ſie kann alſo nur eine Ellipſe ſeyn, den Kreis als ſpeciellen Fall mit eingeſchloſſen. Damit letzterer entſtehen könne, muß x A y ein rechter Winkel, ferner $a = b$ und $\delta\sqrt{k} = \frac{\pi}{2}$ ſeyn, denn dann wird $\sin[(t+\delta)\sqrt{k}] = \cos(t\sqrt{k})$, mithin $x = a\sin(t\sqrt{k})$, $y = a\cos(t\sqrt{k})$, folglich $x^2+y^2=a^2$. In dieſem Falle iſt alſo $AD = \sqrt{x^2+y^2} = a$, d. h. der Abſtand des Beweglichen vom Puncte A bleibt fortwährend derſelbe, es wird ſomit ein Kreis beſchrieben.

Bewegung eines Syſtems unveränderlich verbundener materiellen Puncte oder eines feſten Körpers.

136. **Progreſſive Bewegung.** Wenn unveränderlich mit einander verbundene Puncte ſich auf eine völlig übereinſtimmende Weiſe bewegen, ſo nämlich, daß die von denſelben in einerlei Zeittheilchen beſchriebenen Bahnſtückchen einander ſtets parallel liegen und gleich groß ſind, mithin an ihrer Bewegung, außer der verſchiedenen Lage der Bahnen, gar keine Verſchiedenheit bemerkbar iſt, ſo heißt die Bewegung eine progreſſive. Wir betrachten hier zunächſt nur die geradlinige progreſſive Bewegung eines ſtarren Körpers, nämlich eine ſolche, bei welcher alle Theilchen des Körpers parallele gerade Linien beſchreiben und dem zu Folge in jedem Augenblicke für ſich betrachtet, einerlei Geſchwindigkeit zeigen. Nennen wir die Maſſen der verſchiedenen Theilchen des Körpers m, m', m'', ꝛc. und deren in einem beſtimmten Augenblicke vorhandene gemeinſchaftliche Geſchwindigkeit c, welche Geſchwindigkeit kurzweg die Geſchwindigkeit des Körpers heißen mag, ſo kann man ſich den Körper erſt in dieſem Augenblicke aus dem Zuſtande der Ruhe in jenen der Bewegung, und zwar dadurch verſetzt denken, daß auf die genannten Theilchen momentane Kräfte einwirken, deren Größen beziehungsweiſe mc, m'c, m''c ꝛc., und deren nach einerlei Gegend hinzielende Richtungen ſämmtlich parallel ſind. Dieſe Kräfte laſſen ſich auf eine Reſultirende zuſammenziehen, deren Größe der Summe der Kräfte gleichkommt, alſo $= (m + m' + m'' + \text{ꝛc.})c$ iſt, deren Richtung jenen der Kräfte parallel liegt, und bei jeder Stellung des Körpers gegen dieſe Richtungen durch einen und denſelben Punct, den Mittelpunct der parallelen Kräfte, geht, deſſen Poſition rückſichtlich der Theilchen des Körpers nur von der relativen Lage der Angriffspuncte und von dem Verhältniſſe der Kräfte abhängt. Da $mc : m'c : m''c$ ꝛc. $= m : m' : m''$ ꝛc. iſt, ſo wird die Poſition des erwähnten Mittelpunctes nur durch die Anordnung der Körpertheilchen und durch die Größen der ihnen anklebenden Maſſen m, m', m'' ꝛc. beſtimmt. Wäre alſo bloß in dieſem Mit-

telpuncte eine Kraft = (m + m' + m'' + ꝛc.)c nach vorgedachter Richtung angebracht, ſo würde dieſelbe Bewegung des Körpers erzeugt, welche wir oben als vorhanden vorausgeſetzt haben. Man kann ſich dabei auch vorſtellen, es ſeyen die Theilchen des Körpers nicht träge, aber dafür in genanntem Mittelpuncte eine Maſſe M = m + m' + m'' + ꝛc. concentrirt, welche der Summe der Maſſen aller Körpertheilchen gleichkommt. Die Maſſe M heißt die Maſſe des Körpers, jener Mittelpunct der Kräfte heißt der Mittelpunct der Maſſe und das Product Mc der Maſſe des Körpers mit ſeiner Geſchwindigkeit wird die Größe der Bewegung des Körpers genannt. Durch obige Betrachtung iſt zugleich der Satz begründet, »daß eine Kraft, welche »auf den Mittelpunct der Maſſe eines Körpers einwirkt, d. i. deren »Richtung durch den Mittelpunct der Maſſe geht, eine progreſſive Bewegung erzeugt,« denn dieſe Kraft läßt ſich durch den Inbegriff ſo vieler anderer Kräfte erſetzen, als Maſſentheilchen im Körper vorhanden ſind, wobei die Richtungen letzterer Kräfte jener der erſteren parallel liegen und ihre Intenſitäten ſich verhalten wie die Maſſen der zugehörigen Theilchen, weßwegen dieſe Theilchen einerlei Geſchwindigkeit nach parallelen Richtungen erhalten, worin eben die progreſſive Bewegung beſteht. Dieſe Betrachtung umfaßt den allgemeinſten Fall, wenn die Richtung und Größe der an dem Mittelpuncte der Maſſe angebrachten Kraft ſich fortwährend ändert, denn während jedes unendlich kleinen Zeittheiles kann die Richtung und Größe einer ſolchen Kraft als conſtant betrachtet und der ſo eben ausgeſprochene Satz in Anwendung gebracht werden. Auch ſieht man, daß alle im Vorhergehenden über die Bewegung eines materiellen Punctes aufgeſtellten Lehren geradezu auch auf diejenigen Bewegungen eines Körpers übertragen werden können, welche durch Kräfte entſtehen, die auf den Mittelpunct ſeiner Maſſe wirken.

137. Beſtimmung des Mittelpunctes der Maſſe eines Körpers. Nach dem obigen Begriffe des Mittelpunctes der Maſſe eines Körpers wird derſelbe gefunden, wenn man die Verbindungslinie zweier Maſſentheilchen m, m' im verkehrten Verhältniſſe dieſer Maſſen theilt und ſich im Theilungspuncte die Maſſe m + m' concentrirt denkt, ſodann letzteren Punct mit einem dritten Maſſentheilchen m'' verbindet und die Verbindungslinie im verkehrten Verhältniſſe der Maſſen m + m' und m'' theilt, und ſo fortfährt, indem man jedem neu gefundenen Puncte die Summe aller bereits betrachteten Maſſen beilegt, bis ſämmtliche Maſſentheilchen in Betrachtung gekommen ſind. Der letzte ſo erhaltene Punct iſt der verlangte Mittelpunct der Maſſe.

Man kann ſich hiezu auch des folgenden Lehrſatzes bedienen: »Das Product der Maſſe eines Körpers mit dem Abſtande des Mittel»punctes der Maſſe von einer beſtimmten Ebene iſt der Summe der Pro»ducte der einzelnen Maſſentheilchen mit ihren Abſtänden von dieſer »Ebene gleich, wofern nur Abſtände von Puncten, welche auf entge»gengeſetzten Seiten der Ebene liegen, mit entgegengeſetzten Zeichen ge»nommen werden.« Es iſt bloß nöthig die Richtigkeit des Satzes für

zwei Maſſentheilchen zu beweiſen, da dieſer durch wiederholte Anwendung leicht auf jede beliebige Anzahl von Maſſentheilchen ausgedehnt werden kann. Es ſeyen A, B (Fig. 33) zwei Puncte, welche die Maſſen m, m′ an ſich tragen, C ihr Mittelpunct, mithin

$$AC : CB = m' : m.$$

Die Senkrechten AD, BE, CF, welche von dieſen Puncten auf irgend eine Ebene gefällt werden, liegen ſelbſt in einer Ebene, die erſtere in einer Geraden DE begegnet. Man ziehe durch C die HK parallel zur DE, wodurch die Geraden AD, BE in H und K geſchnitten werden, ſo iſt wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke ACH, BCK, $AC : CB = AH : BK$, folglich auch $AH : BK = m' : m$ und

$$m.AH = m'.BK.$$

Aber es iſt, wenn die Puncte A, B auf einer Seite der Ebene liegen, wie es die Fig. 33. a vorausſetzt, $AH = HD - AD = CF - AD$, $BK = BE - KE = BE - CF$, folglich

$$m(CF - AD) = m'(BE - CF),$$

und daher auch

$$(m + m')CF = m.AD + m'.BE,$$

was zu beweiſen war. Findet die entgegengeſetzte Lage der Puncte A, B gegen genannte Ebene ſtatt (Fig. 33. b), ſo hat man

$$AH = CF + AD, \quad BK = BE - CF,$$

mithin $m(CF + AD) = m'(BE - CF)$,

und es wird $(m + m')CF = m'.BE - m.AD$.

Fallen endlich jene Senkrechten in die Richtung der AB ſelbſt oder, was dasſelbe iſt, kommen bloß die Abſtände der Puncte A, B, C von einem Puncte D in der Geraden, worin dieſe Puncte liegen, in Erwägung, ſo hat man, wegen

$$AC : CB = m' : m \text{ oder } m.AC = m'.CB,$$

für Fig 33. c die Gleichung

$$m(CD - AD) = m'(BD - CD),$$

mithin $(m + m')CD = m.AD + m'.BD$,

und für Fig. 33. d,

$$m(CD + AD) = m'(BD - CD),$$

mithin $(m + m')CD = m'.BD - m.AD$.

Beſtimmt man mit Hilfe dieſes Satzes die Entfernung des Mittelpunctes der Maſſe eines Körpers von gegen einander geneigten Ebenen, ſo iſt die Lage des Punctes vollkommen bekannt. Hinſichtlich einer Ebene, in welcher der Mittelpunct der Maſſe ſelbſt liegt, iſt die Summe der Producte der Maſſentheilchen des Körpers mit ihren Abſtänden von dieſer Ebene dem ſo eben bewieſenen Satze zu Folge gleich Null.

138. **Begriff der Dichte eines Körpers.** Man ſagt ein Körper ſey *gleichförmig dicht*, wenn beliebige gleiche Raumtheile deſſelben gleichviel Maſſe enthalten; findet das Gegentheil ſtatt, ſo heißt der Körper *ungleichförmig dicht*. Vergleicht man zwei gleichförmig dichte Körper mit einander, ſo heißt derjenige *dichter* als der andere, bei welchem auf einerlei Volumtheil eine größere Maſſe, oder was dasſelbe heißt, auf einerlei Maſſentheil ein kleineres Volum

kommt, und zwar ſetzt man die Dichten bei gleichem Volum den Maſſen gerade, oder bei gleicher Maſſe den Rauminhalten verkehrt proportional. Sind ſonach D, D′ die Dichten, M, M′ die Maſſen, V, V′ die Rauminhalte zweier gleichförmig dichten Körper, ſo hat man $D : D' :: \frac{M}{V} : \frac{M'}{V'}$. Sieht man diejenige Dichte als die Einheit der Dichten an, bei welcher die Maſſe = 1 im Volum = 1 erſcheint, ſo wird für M′ = 1 und V′ = 1 auch D′ = 1, mithin allgemein $D = \frac{M}{V}$, und dem gemäß auch $M = VD$ und $V = \frac{M}{D}$. Denkt man ſich die Maſſe eines ungleichförmig dichten Körpers in ſein Volum gleichförmig vertheilt, ſo heißt die daraus entſtehende Dichte die *mittlere* Dichte des Körpers. Dieſe meint man, wenn man von der Dichte eines ungleichförmig dichten Körpers ſpricht.

139. **Drehende Bewegung eines Körpers.** Wenn während der Bewegung eines Körpers ein mit demſelben unveränderlich verbundener Punct in Ruhe bleibt, ſo ſagt man der Körper *dreht ſich um dieſen Punct*; bleibt aber eine mit dem bewegten Körper unveränderlich verbundene gerade Linie in Ruhe, ſo ſagt man der Körper *dreht ſich um dieſe Gerade*, und letztere heißt die *Drehungsaxe*. Bei der Drehung um einen Punct befindet ſich jeder andere Punct des Körpers ſtets auf einer Kugelfläche, deren Mittelpunct der fixe Punct, und deren Halbmeſſer der Abſtand des beweglichen Punctes von dem fixen iſt. Der bewegliche Punct beſchreibt alſo eine auf genannter Kugelfläche liegende Bahn. Bei der Drehung um eine Axe bewegt ſich jeder außerhalb derſelben befindliche Punct des Körpers längs der Peripherie eines Kreiſes, deſſen Ebene gegen die Drehungsaxe ſenkrecht iſt, und deſſen Mittelpunct in der Drehungsaxe liegt; der Halbmeſſer dieſes Kreiſes entſpricht dem Abſtande des bewegten Punctes von der Drehungsaxe. Die Längen zweier Bogen s, s′, welche von zwei Puncten des Körpers, deren Abſtände von der Drehungsaxe r, r′ ſind, binnen einerlei Zeit beſchrieben werden, verhalten ſich offenbar wie dieſe Abſtände, d. h. es iſt $s : s' = r : r'$. Denken wir uns $r' = 1$, ſo zeigt s′ den Winkel an, welchen ſämmtliche Senkrechten auf die Drehungsaxe während gedachter Zeit durchlaufen, und nennen wir dieſen Winkel φ, ſo haben wir $s : \varphi = r : 1$, mithin $s = r\varphi$. Je nachdem φ, folglich auch s, in demſelben Verhältniſſe zunimmt, wie die Zeit t, oder in einem andern, heißt die Drehung eine *gleichförmige* oder eine *ungleichförmige*. Der Quotient $\frac{s}{t} = \frac{r\varphi}{t}$ gibt bei erſterer die unveränderliche, bei letzterer die der Zeit t entſprechende mittlere Geſchwindigkeit der Puncte an, deren Abſtand von der Drehungsaxe = r iſt; wird t unendlich klein gedacht, ſo iſt $\frac{s}{t}$ in dem einen, wie in dem andern Falle die in dem betrachteten Augenblicke ſtatt findende Geſchwindigkeit der in Rede ſtehenden

Puncte. Der Quotient $\frac{\varphi}{t}$ wird die **Winkelgeſchwindigkeit** oder **Drehungsgeſchwindigkeit** des Körpers genannt. Setzt man dieſe $= \omega$, und die Geſchwindigkeit der Puncte, welche den Abſtand r von der Drehungsaxe haben $= v$, ſo beſteht die Gleichung $v = r\omega$. Die Drehung eines Körpers iſt ſonach völlig bekannt, wenn man die in jedem Augenblicke vorhandene Winkelgeſchwindigkeit kennt; die Geſchwindigkeit jedes einzelnen Punctes wird durch Multiplication ſeines Abſtandes von der Axe mit der Winkelgeſchwindigkeit gefunden.

140. **Moment der Trägheit.** Wird ein Körper um eine mit ihm unveränderlich verbundene Axe in Drehung verſetzt, und ſodann ſich ſelbſt überlaſſen, ſo muß er ſich um ſelbe, wenn keine Hinderniſſe vorhanden ſind, ſeiner Trägheit zu Folge fortwährend gleichförmig drehen. Es ſeyen m, m', m'' ꝛc. die Maſſen einzelner Theilchen des Körpers, r, r', r'' ꝛc. deren Abſtände von der Drehungsaxe, und ω die Winkelgeſchwindigkeit, ſo haben dieſe Theilchen die Geſchwindigkeiten $r\omega$, $r'\omega$, $r''\omega$ ꝛc., und folglich die Bewegungsgrößen $mr\omega$, $m'r'\omega$, $m''r''\omega$ ꝛc. Sollen den Theilchen des Körpers die ihnen zukommenden Geſchwindigkeiten plötzlich ertheilt werden, ſo muß demnach auf jedes derſelben ſenkrecht gegen den Halbmeſſer ſeiner Bahn eine momentane Kraft einwirken, deren Intenſität durch das Product aus der Maſſe, mit dem Abſtande von der Drehungsaxe des Theilchens und mit der Winkelgeſchwindigkeit des Körpers beſtimmt wird; ſoll aber dieſe Winkelgeſchwindigkeit erſt am Ende einer gewiſſen Zeit vorhanden ſeyn, ſo nimmt jedes Theilchen eine continuirliche, tangentiell zu ſeiner Kreisbahn wirkende Kraft in Anſpruch, welche binnen dieſer Zeit die ihm zugehörende Geſchwindigkeit zu erzeugen fähig iſt. Die ſolchergeſtalt den einzelnen Körpertheilchen zugewieſenen Kräfte laſſen ſich dem Effecte unbeſchadet durch eine Kraft erſetzen, welche ihnen bezüglich der Drehung um die gegebene Axe äquivalent iſt. Es wird hiezu bloß erfordert, daß das Drehungsmoment letzterer Kraft der Summe der Drehungsmomente der gegebenen Kräfte gleichkomme (109). Da nun die Drehungsmomente der Kräfte $mr\omega$, $m'r'\omega$, $m''r''\omega$ ꝛc. erhalten werden, wenn man ihre Intenſitäten mit den Abſtänden r, r', r'' ꝛc. ihrer Angriffspuncte von der Drehungsaxe multiplicirt, ſo iſt die Summe ihrer Drehungsmomente $= (mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.})\omega$. Dieß iſt das Drehungsmoment, welches die Kraft zu bewirken fähig ſeyn muß, die dem vorhandenen Körper die Winkelgeſchwindigkeit ω ertheilen ſoll. Hiernach läßt ſich die Winkelgeſchwindigkeit berechnen, welche durch ein gegebenes Drehungsmoment hervorgerufen wird. Iſt Q dieſes Drehungsmoment, ſo muß

$$Q = (mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.})\omega$$

ſeyn. Man hat ſomit

$$\omega = \frac{Q}{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.}}.$$

Die Summe der Producte der Maſſentheilchen eines Körpers mit den Quadraten ihrer Abſtände von einer geraden Linie heißt das Mo-

ment der Trägheit des Körpers bezüglich dieſer Linie; letztere wird die Axe dieſes Momentes genannt. Es gilt ſomit die Regel: »Die Winkelgeſchwindigkeit eines in Drehung um eine Axe begriffenen »Körpers iſt der Quotient des Drehungsmomentes, dividirt durch das »Trägheitsmoment des Körpers bezüglich der Drehungsaxe.«

141. **Beiſpiele der Berechnung der Trägheitsmomente.** Die Beſtimmung der Trägheitsmomente der Körper erfordert die Anwendung der Summirungsmethoden, welche in der einen Theil des höhern Calculs bildenden Integralrechnung gelehrt werden. Die einfachſten Probleme auf dieſem Felde laſſen ſich mit Hilfe des folgenden Lehrſatzes löſen: »Es ſeyen zwiſchen zwei beſtimmte Größen a, b »die Größen a_1, a_2, $a_3 \ldots a_{n-1}$ eingeſchaltet, und δ, δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_{n-1}$ »ſeyen die Unterſchiede, um welche jedes Glied in der Reihe a, a_1, »a_2, $a_3 \ldots a_{n-1}$, b größer iſt, als das nächſtvorhergehende, derge»ſtalt, daß $a_1 = a + \delta$, $a_2 = a_1 + \delta_1$, $a_3 = a_2 + \delta_2$ ꝛc. $b = a_{n-1} + \delta_{n-1}$ »iſt; läßt man durch unendliche Vermehrung der eingeſchalteten Glie»der jede der Differenzen δ, δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_{n-1}$ unendlich klein werden, »ſo erhält die Summe $a^h\delta + a_1^h\delta_1 + a_2^h\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^h\delta_{n-1}$, »welche entſteht, wenn man die hten Potenzen der Größen a, a_1, »$a_2 \ldots a_{n-1}$ mit den correſpondirenden Differenzen δ, δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_{n-1}$ »gliedweiſe multiplicirt und ſämmtliche Producte addirt, den Werth $\frac{b^{h+1} - a^{h+1}}{h+1}$.« Um dieſen Hilfsſatz zu beweiſen, betrachte man die Potenz $(a+\delta)^h$. Entwickelt man dieſelbe nach dem binomiſchen Lehrſatze, ſo zeigen ſich $a^h + k a^{h-1}\delta$ als die beiden erſten Glieder des Reſultates und die k—1 folgenden Glieder enthalten höhere Potenzen von δ; ſie können, wenn man δ als unendlich klein betrachtet, in Vergleich gegen jene erſteren weggelaſſen werden. So hat man alſo $(a+\delta)^h = a_1^h = a^h + k a^{h-1}\delta$, mithin $a_1^h - a^h = k a^{h-1}\delta$. Aus gleichem Grunde wird $a_2^h - a_1^h = k a_1^{h-1}\delta_1$, $a_3^h - a_2^h = k a_2^{h-1}\delta_2$ ꝛc. und endlich $b^h - a_{n-1}^h = k a_{n-1}^{h-1}\delta_{n-1}$. Addirt man ſämmtliche Gleichungen, ſo zeigt ſich

$$b^h - a^h = k\left(a^{h-1}\delta + a_1^{h-1}\delta_1 + a_2^{h-1}\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^{h-1}\delta_{n-1}\right).$$

Schreibt man hier h + 1 ſtatt k, ſo folgt aus dieſer Gleichung ſogleich

$$a^h\delta + a_1^h\delta_1 + a_2^h\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^h\delta_{n-1} = \frac{b^{h+1} - a^{h+1}}{h+1}.$$

Die ſo eben geführte Rechnung gilt für jeden Werth des Exponenten h, den einzigen Fall h = — 1 ausgenommen, in welchem k = 0 wird, weil dann die obige Entwickelung ganz wegfällt. Zu gegenwärtigem Zwecke kommen übrigens nur poſitive ganze Werthe dieſes Exponenten in Erwägung.

Dieſen Lehrſatz vorausgeſetzt, ſey 1) das Trägheitsmoment einer gleichförmig mit Maſſe beſetzten geraden Linie oder einer unendlich dünnen Stange A B (Fig. 34) in Bezug auf einen Endpunct A zu finden. Man theile dieſe Linie, deren Länge durch L und deren Maſſe durch M

ſteht. »Wenn bei zwei zuſammenzuſetzenden geradlinigen Bewegungen »die Wege, welche während beliebiger vom Anfange der Bewegung an »gezählten Zeiten bei der einen beſchrieben werden, ſich unter einander »verhalten, wie die während derſelben Zeiten beſchriebenen Wege bei »der andern Bewegung, ſo iſt die reſultirende Bewegung eine geradli»nige, und die bei derſelben zurückgelegten Wege verhalten ſich eben»falls wie die binnen derſelben Zeiten durchlaufenen Wege der Compo»nenten.« Beweis. Es ſeyen AB, AB′ (Fig. 32) die Wege, welche das Bewegliche nach der Richtung Ax, und AC, AC′ die Wege, welche es nach der Richtung Ay binnen der vom Anfange der Bewegung an gezählten Zeiten t, t′ durchlaufen würde, wenn es der einen oder der andern dieſer Bewegungsweiſen allein folgen könnte; ſo befindet ſich das Bewegliche am Ende der Zeiten t, t′, zu Folge der aus dieſen zwei Bewegungen reſultirenden Bewegung, in den Endpuncten D, D′ der Diagonalen AD, AD′ der mit den Seiten AB, AC und AB′, AC′ conſtruirten Parallelogramme ABDC, AB′D′C′. Iſt nun, wie es hier vorausgeſetzt wird, AB : AB′ = AC : AC′, ſo iſt auch, wegen AC = BD und AC′ = B′D′, AB : AB′ = BD : B′D′; da nun überdieß die Winkel ABD, AB′D′ gleich ſind, ſo ſind die Dreiecke ABD, AB′D′ ähnlich, mithin auch die Winkel BAD, B′AD′ gleich. Die Puncte A, D, D′ liegen alſo in einer und derſelben geraden Linie. Da daſſelbe von jeder Lage des Punctes D′ gegen D gilt, ſo befindet ſich das Bewegliche ohne Unterlaß in der Geraden AD, d. h. dieſe Gerade iſt ſeine Bahn. Aus der Aehnlichkeit der genannten Dreiecke folgt noch AD : AD′ = AB : AB′ = AC : AC′; es ſtehen daher die der reſultirenden Bewegung entſprechenden Wege, von ihrem gemeinſchaftlichen Ausgangspuncte gemeſſen, in demſelben Verhältniſſe, wie die correſpondirenden Wege bei den componirenden Bewegungen. Umgekehrt iſt es klar, daß wenn man eine geradlinige Bewegung in andere geradlinige Bewegungen zerlegt, die erwähnte Proportionalität der Wege jederzeit obwaltet; ſie iſt alſo die nothwendige und ausſchließende Bedingung des Reſultirens einer geradlinigen Bewegung aus geradlinigen Componenten.

Dieſe Bedingung iſt erfüllt, wenn die Geſetze der Componenten durch Formeln von der Geſtalt $s = aU$, $S = AU$ ausgedrückt werden, wobei a, A Coefficienten vorſtellen, welche die Zeit nicht in ſich enthalten, U aber ein und derſelbe aus der Zeit t gebildete Ausdruck iſt. Denn verwandeln ſich s und S für einen andern Werth der Zeit in s′ und S′, und geht U für dieſen Werth in U′ über, ſo hat man auch $s' = aU$, $S' = AU'$, mithin $s : s' = S : S'$. Daher geben zwei gleichförmige geradlinige Bewegungen, welche durch die Formeln $s = ct$, $S = Ct$ dargeſtellt werden, eine geradlinige Reſultirende; ein Gleiches gilt von zwei von der Ruhe an beginnenden, gleichförmig beſchleunigten Bewegungen, deren Formeln $s = \frac{1}{2}gt^2$, $S = \frac{1}{2}Gt^2$ ſind; oder von zwei ſchwingenden Bewegungen mit übereinſtimmenden Phaſenzeiten, denen die Formeln $s = a \sin(t\sqrt{k})$, $S = A \sin(t\sqrt{k})$ entſprechen, u. dgl.

Da die Zuſammenſetzung gleichförmiger oder gleichförmig beſchleunigter von der Ruhe an beginnenden Bewegungen genau nach derſelben Regel vollzogen wird, wie die Zuſammenſetzung der Kräfte, welche dieſe Bewegungen hervorbringen, ſo ſieht man, daß die Bewegung, welche einem materiellen Puncte durch die gleichzeitige Einwirkung zweier Kräfte zu Theil wird, die Reſultirende jener Bewegungen iſt, welche dieſe Kräfte für ſich allein hervorgebracht hätten. Läßt man letzteren Satz als ein für ſich evidentes Princip gelten, ſo kann man auf die Zuſammenſetzung der Bewegungen eine höchſt einfache Demonſtration des Satzes vom Kräftenparallelogramm gründen.

135. Beiſpiele krummliniger Bewegungen durch Zuſammenſetzung geradliniger. 1) Es ſey eine nach der Richtung A y (Fig. 31) vor ſich gehende gleichförmige Bewegung mit einer nach der Richtung A x erfolgenden gleichförmig beſchleunigten zuſammenzuſetzen. Nennen wir die Geſchwindigkeit bei erſterer C, und ſetzen wir den binnen der Zeit t zurückzulegenden Weg A C = y, ſo iſt $y = Ct$. Nehmen wir ferner der Einfachheit willen an, die gleichförmig beſchleunigte Bewegung beginne von der Ruhe an, ihre Acceleration ſey = G und der der Zeit t entſprechende Weg A B = x, ſo iſt $x = \frac{1}{2} G t^2$. Die erſte Gleichung gibt $t = \frac{y}{C}$; wird dieſe Größe in der zweiten Gleichung ſubſtituirt, ſo erhält man

$$x = \frac{G y^2}{2 C^2}, \quad \text{und hieraus} \quad y^2 = \frac{2 C^2}{G} x.$$

Dieß iſt, wenn man A B = x als Abſciſſe, B D = A C = y als Ordinate der Bahn A D des Beweglichen betrachtet, die Gleichung einer Parabel; mithin wird bei der Zuſammenſetzung genannter Bewegungen eine Parabel beſchrieben. Die Axe dieſer Parabel liegt der A x parallel; iſt der Winkel x A y der Richtungen beider Bewegungen ein rechter, ſo iſt A x ſelbſt die Axe der Parabel. Man gelangt, wie auf ähnliche Weiſe gezeigt werden kann, zu derſelben Bahn des Beweglichen, wenn die gleichförmig beſchleunigte Bewegung bereits mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit beginnt, oder wenn man zwei geradlinige, wie immer beſchaffene gleichförmig geänderte (beſchleunigte oder verzögerte) Bewegungen zuſammenſetzt.

2) Es ſeyen die nach verſchiedenen Richtungen A x, A y vor ſich gehenden zuſammenzuſetzenden Bewegungen ſchwingende, mit gleicher Schwingungsdauer, aber mit verſchiedenen Amplituden a und b, und es ſeyen auch die Phaſen, welche einem und demſelben Zeitpuncte entſprechen, verſchieden, ſo hat man, wenn t die Phaſenzeit der einen, $t + \delta$ die der andern vorſtellt, bei obiger Bedeutung von x und y, die Gleichungen $x = a \sin(t\sqrt{k})$, $y = b \sin[(t+\delta)\sqrt{k}]$. Hier muß die Größe k für beide Bewegungen einerlei Werth haben, weil die Schwingungsdauer von ihr abhängt. Man findet durch Entwickelung des obigen Ausdruckes

$$y = b\,[\sin(t\sqrt{k})\cos(\delta\sqrt{k}) + \cos(t\sqrt{k})\sin(\delta\sqrt{k})];$$

da $\sin(t\sqrt{k}) = \frac{x}{a}$, und dem gemäß $\cos(t\sqrt{k}) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ iſt,

ſo erhält man nach gehöriger Subſtitution und Wegſchaffung des Wurzelzeichens eine Gleichung zwiſchen x und y, worin dieſe Größen in keiner höhern als der zweiten Potenz, aber ſicher in dieſer vorkommen. Die Bahn iſt alſo eine Kegelſchnittlinie. Aber die Natur der zuſammenzuſetzenden Bewegungen bringt es mit ſich, daß die Bahn ganz in einem endlichen Raume enthalten iſt; ſie kann alſo nur eine Ellipſe ſeyn, den Kreis als ſpeciellen Fall mit eingeſchloſſen. Damit letzterer entſtehen könne, muß xAy ein rechter Winkel, ferner $a = b$ und $\delta\sqrt{k} = \frac{\pi}{2}$ ſeyn, denn dann wird $\sin[(t+\delta)\sqrt{k}] = \cos(t\sqrt{k})$, mithin $x = a\sin(t\sqrt{k})$, $y = a\cos(t\sqrt{k})$, folglich $x^2+y^2=a^2$. In dieſem Falle iſt alſo $AD = \sqrt{x^2+y^2} = a$, d. h. der Abſtand des Beweglichen vom Puncte A bleibt fortwährend derſelbe, es wird ſomit ein Kreis beſchrieben.

Bewegung eines Syſtems unveränderlich verbundener materiellen Puncte oder eines feſten Körpers.

136. **Progreſſive Bewegung.** Wenn unveränderlich mit einander verbundene Puncte ſich auf eine völlig übereinſtimmende Weiſe bewegen, ſo nämlich, daß die von denſelben in einerlei Zeittheilchen beſchriebenen Bahnſtückchen einander ſtets parallel liegen und gleich groß ſind, mithin an ihrer Bewegung, außer der verſchiedenen Lage der Bahnen, gar keine Verſchiedenheit bemerkbar iſt, ſo heißt die Bewegung eine progreſſive. Wir betrachten hier zunächſt nur die geradlinige progreſſive Bewegung eines ſtarren Körpers, nämlich eine ſolche, bei welcher alle Theilchen des Körpers parallele gerade Linien beſchreiben und dem zu Folge in jedem Augenblicke für ſich betrachtet, einerlei Geſchwindigkeit zeigen. Nennen wir die Maſſen der verſchiedenen Theilchen des Körpers m, m', m'', ꝛc. und deren in einem beſtimmten Augenblicke vorhandene gemeinſchaftliche Geſchwindigkeit c, welche Geſchwindigkeit kurzweg die Geſchwindigkeit des Körpers heißen mag, ſo kann man ſich den Körper erſt in dieſem Augenblicke aus dem Zuſtande der Ruhe in jenen der Bewegung, und zwar dadurch verſetzt denken, daß auf die genannten Theilchen momentane Kräfte einwirken, deren Größen beziehungsweiſe mc, m'c, m''c ꝛc., und deren nach einerlei Gegend hinzielende Richtungen ſämmtlich parallel ſind. Dieſe Kräfte laſſen ſich auf eine Reſultirende zuſammenziehen, deren Größe der Summe der Kräfte gleichkommt, alſo $= (m + m' + m'' + \text{ꝛc})c$ iſt, deren Richtung jenen der Kräfte parallel liegt, und bei jeder Stellung des Körpers gegen dieſe Richtungen durch einen und denſelben Punct, den Mittelpunct der parallelen Kräfte, geht, deſſen Poſition rückſichtlich der Theilchen des Körpers nur von der relativen Lage der Angriffspuncte und von dem Verhältniſſe der Kräfte abhängt. Da $mc : m'c : m''c \text{ ꝛc.} = m : m' : m''$ ꝛc. iſt, ſo wird die Poſition des erwähnten Mittelpunctes nur durch die Anordnung der Körpertheilchen und durch die Größen der ihnen anklebenden Maſſen m, m', m'' ꝛc. beſtimmt. Wäre alſo bloß in dieſem Mit-

telpuncte eine Kraft = (m + m' + m'' + ꝛc.) c nach vorgedachter Richtung angebracht, ſo würde dieſelbe Bewegung des Körpers erzeugt, welche wir oben als vorhanden vorausgeſetzt haben. Man kann ſich dabei auch vorſtellen, es ſeyen die Theilchen des Körpers nicht träge, aber dafür in genanntem Mittelpuncte eine Maſſe M = m + m' + m'' + ꝛc. concentrirt, welche der Summe der Maſſen aller Körpertheilchen gleichkommt. Die Maſſe M heißt die Maſſe des Körpers, jener Mittelpunct der Kräfte heißt der Mittelpunct der Maſſe und das Product Mc der Maſſe des Körpers mit ſeiner Geſchwindigkeit wird die Größe der Bewegung des Körpers genannt. Durch obige Betrachtung iſt zugleich der Satz begründet, »daß eine Kraft, welche »auf den Mittelpunct der Maſſe eines Körpers einwirkt, d. i. deren »Richtung durch den Mittelpunct der Maſſe geht, eine progreſſive Bewegung erzeugt,« denn dieſe Kraft läßt ſich durch den Inbegriff ſo vieler anderer Kräfte erſetzen, als Maſſentheilchen im Körper vorhanden ſind, wobei die Richtungen letzterer Kräfte jener der erſteren parallel liegen und ihre Intenſitäten ſich verhalten wie die Maſſen der zugehörigen Theilchen, weßwegen dieſe Theilchen einerlei Geſchwindigkeit nach parallelen Richtungen erhalten, worin eben die progreſſive Bewegung beſteht. Dieſe Betrachtung umfaßt den allgemeinſten Fall, wenn die Richtung und Größe der an dem Mittelpuncte der Maſſe angebrachten Kraft ſich fortwährend ändert, denn während jedes unendlich kleinen Zeittheiles kann die Richtung und Größe einer ſolchen Kraft als conſtant betrachtet und der ſo eben ausgeſprochene Satz in Anwendung gebracht werden. Auch ſieht man, daß alle im Vorhergehenden über die Bewegung eines materiellen Punctes aufgeſtellten Lehren geradezu auch auf diejenigen Bewegungen eines Körpers übertragen werden können, welche durch Kräfte entſtehen, die auf den Mittelpunct ſeiner Maſſe wirken.

137. Beſtimmung des Mittelpunctes der Maſſe eines Körpers. Nach dem obigen Begriffe des Mittelpunctes der Maſſe eines Körpers wird derſelbe gefunden, wenn man die Verbindungslinie zweier Maſſentheilchen m, m' im verkehrten Verhältniſſe dieſer Maſſen theilt und ſich im Theilungspuncte die Maſſe m + m' concentrirt denkt, ſodann letzteren Punct mit einem dritten Maſſentheilchen m'' verbindet und die Verbindungslinie im verkehrten Verhältniſſe der Maſſen m + m' und m'' theilt, und ſo fortfährt, indem man jedem neu gefundenen Puncte die Summe aller bereits betrachteten Maſſen beilegt, bis ſämmtliche Maſſentheilchen in Betrachtung gekommen ſind. Der letzte ſo erhaltene Punct iſt der verlangte Mittelpunct der Maſſe.

Man kann ſich hiezu auch des folgenden Lehrſatzes bedienen: »Das Product der Maſſe eines Körpers mit dem Abſtande des Mittel»punctes der Maſſe von einer beſtimmten Ebene iſt der Summe der Pro»ducte der einzelnen Maſſentheilchen mit ihren Abſtänden von dieſer »Ebene gleich, wofern nur Abſtände von Puncten, welche auf entge»gengeſetzten Seiten der Ebene liegen, mit entgegengeſetzten Zeichen ge»nommen werden.« Es iſt bloß nöthig die Richtigkeit des Satzes für

zwei Maſſentheilchen zu beweiſen, da dieſer durch wiederholte Anwendung leicht auf jede beliebige Anzahl von Maſſentheilchen ausgedehnt werden kann. Es ſeyen A, B (Fig. 33) zwei Puncte, welche die Maſſen m, m′ an ſich tragen, C ihr Mittelpunct, mithin

$$AC : CB = m' : m.$$

Die Senkrechten AD, BE, CF, welche von dieſen Puncten auf irgend eine Ebene gefällt werden, liegen ſelbſt in einer Ebene, die erſtere in einer Geraden DE begegnet. Man ziehe durch C die HK parallel zur DE, wodurch die Geraden AD, BE in H und K geſchnitten werden, ſo iſt wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke ACH, BCK, $AC : CB = AH : BK$, folglich auch $AH : BK = m' : m$ und

$$m.AH = m'.BK.$$

Aber es iſt, wenn die Puncte A, B auf einer Seite der Ebene liegen, wie es die Fig. 33. a vorausſetzt, $AH = HD - AD = CF - AD$, $BK = BE - KE = BE - CF$, folglich

$$m(CF - AD) = m'(BE - CF),$$

und daher auch

$$(m + m')CF = m.AD + m'.BE,$$

was zu beweiſen war. Findet die entgegengeſetzte Lage der Puncte A, B gegen genannte Ebene ſtatt (Fig. 33. b), ſo hat man

$$AH = CF + AD, \quad BK = BE - CF,$$

mithin $m(CF + AD) = m'(BE - CF)$,

und es wird $(m + m')CF = m'.BE - m.AD$.

Fallen endlich jene Senkrechten in die Richtung der AB ſelbſt oder, was daſſelbe iſt, kommen bloß die Abſtände der Puncte A, B, C von einem Puncte D in der Geraden, worin dieſe Puncte liegen, in Erwägung, ſo hat man, wegen

$$AC : CB = m' : m \text{ oder } m.AC = m'.CB,$$

für Fig 33. c die Gleichung

$$m(CD - AD) = m'(BD - CD),$$

mithin $(m + m')CD = m.AD + m'.BD$,

und für Fig. 33. d,

$$m(CD + AD) = m'(BD - CD),$$

mithin $(m + m')CD = m'.BD - m.AD$.

Beſtimmt man mit Hilfe dieſes Satzes die Entfernung des Mittelpunctes der Maſſe eines Körpers von gegen einander geneigten Ebenen, ſo iſt die Lage des Punctes vollkommen bekannt. Hinſichtlich einer Ebene, in welcher der Mittelpunct der Maſſe ſelbſt liegt, iſt die Summe der Producte der Maſſentheilchen des Körpers mit ihren Abſtänden von dieſer Ebene dem ſo eben bewieſenen Satze zu Folge gleich Null.

138. **Begriff der Dichte eines Körpers.** Man ſagt ein Körper ſey *gleichförmig dicht*, wenn beliebige gleiche Raumtheile deſſelben gleichviel Maſſe enthalten; findet das Gegentheil ſtatt, ſo heißt der Körper *ungleichförmig dicht*. Vergleicht man zwei gleichförmig dichte Körper mit einander, ſo heißt derjenige *dichter* als der andere, bei welchem auf einerlei Volumtheil eine größere Maſſe, oder was daſſelbe heißt, auf einerlei Maſſentheil ein kleineres Volum

kommt, und zwar ſetzt man die Dichten bei gleichem Volum den Maſſen gerade, oder bei gleicher Maſſe den Rauminhalten verkehrt proportional. Sind ſonach D, D′ die Dichten, M, M′ die Maſſen, V, V′ die Rauminhalte zweier gleichförmig dichten Körper, ſo hat man $D : D' :: \frac{M}{V} : \frac{M'}{V'}$. Sieht man diejenige Dichte als die Einheit der Dichten an, bei welcher die Maſſe = 1 im Volum = 1 erſcheint, ſo wird für M′ = 1 und V′ = 1 auch D′ = 1, mithin allgemein $D = \frac{M}{V}$, und dem gemäß auch $M = VD$ und $V = \frac{M}{D}$. Denkt man ſich die Maſſe eines ungleichförmig dichten Körpers in ſein Volum gleichförmig vertheilt, ſo heißt die daraus entſtehende Dichte die mittlere Dichte des Körpers. Dieſe meint man, wenn man von der Dichte eines ungleichförmig dichten Körpers ſpricht.

139. **Drehende Bewegung eines Körpers.** Wenn während der Bewegung eines Körpers ein mit demſelben unveränderlich verbundener Punct in Ruhe bleibt, ſo ſagt man der Körper drehe ſich um dieſen Punct; bleibt aber eine mit dem bewegten Körper unveränderlich verbundene gerade Linie in Ruhe, ſo ſagt man der Körper drehe ſich um dieſe Gerade, und letztere heißt die Drehungsaxe. Bei der Drehung um einen Punct befindet ſich jeder andere Punct des Körpers ſtets auf einer Kugelfläche, deren Mittelpunct der fixe Punct, und deren Halbmeſſer der Abſtand des beweglichen Punctes von dem fixen iſt. Der bewegliche Punct beſchreibt alſo eine auf genannter Kugelfläche liegende Bahn. Bei der Drehung um eine Axe bewegt ſich jeder außerhalb derſelben befindliche Punct des Körpers längs der Peripherie eines Kreiſes, deſſen Ebene gegen die Drehungsaxe ſenkrecht iſt, und deſſen Mittelpunct in der Drehungsaxe liegt; der Halbmeſſer dieſes Kreiſes entſpricht dem Abſtande des bewegten Punctes von der Drehungsaxe. Die Längen zweier Bogen s, s′, welche von zwei Puncten des Körpers, deren Abſtände von der Drehungsaxe r, r′ ſind, binnen einerlei Zeit beſchrieben werden, verhalten ſich offenbar wie dieſe Abſtände, d. h. es iſt $s : s' = r : r'$. Denken wir uns r′ = 1, ſo zeigt s′ den Winkel an, welchen ſämmtliche Senkrechten auf die Drehungsaxe während gedachter Zeit durchlaufen, und nennen wir dieſen Winkel φ, ſo haben wir $s : \varphi = r : 1$, mithin $s = r\varphi$. Je nachdem φ, folglich auch s, in demſelben Verhältniſſe zunimmt, wie die Zeit t, oder in einem andern, heißt die Drehung eine gleichförmige oder eine ungleichförmige. Der Quotient $\frac{s}{t} = \frac{r\varphi}{t}$ gibt bei erſterer die unveränderliche, bei letzterer die der Zeit t entſprechende mittlere Geſchwindigkeit der Puncte an, deren Abſtand von der Drehungsaxe = r iſt; wird t unendlich klein gedacht, ſo iſt $\frac{s}{t}$ in dem einen, wie in dem andern Falle die in dem betrachteten Augenblicke ſtatt findende Geſchwindigkeit der in Rede ſtehenden

Puncte. Der Quotient $\frac{\varphi}{t}$ wird die **Winkelgeſchwindigkeit** oder **Drehungsgeſchwindigkeit** des Körpers genannt. Setzt man dieſe $= \omega$, und die Geſchwindigkeit der Puncte, welche den Abſtand r von der Drehungsaxe haben $= v$, ſo beſteht die Gleichung $v = r\omega$. Die Drehung eines Körpers iſt ſonach völlig bekannt, wenn man die in jedem Augenblicke vorhandene Winkelgeſchwindigkeit kennt; die Geſchwindigkeit jedes einzelnen Punctes wird durch Multiplication ſeines Abſtandes von der Axe mit der Winkelgeſchwindigkeit gefunden.

140. **Moment der Trägheit.** Wird ein Körper um eine mit ihm unveränderlich verbundene Axe in Drehung verſetzt, und ſodann ſich ſelbſt überlaſſen, ſo muß er ſich um ſelbe, wenn keine Hinderniſſe vorhanden ſind, ſeiner Trägheit zu Folge fortwährend gleichförmig drehen. Es ſeyen m, m', m'' ꝛc. die Maſſen einzelner Theilchen des Körpers, r, r', r'' ꝛc. deren Abſtände von der Drehungsaxe, und ω die Winkelgeſchwindigkeit, ſo haben dieſe Theilchen die Geſchwindigkeiten $r\omega$, $r'\omega$, $r''\omega$ ꝛc., und folglich die Bewegungsgrößen $mr\omega$, $m'r'\omega$, $m''r''\omega$ ꝛc. Sollen den Theilchen des Körpers die ihnen zukommenden Geſchwindigkeiten plötzlich ertheilt werden, ſo muß demnach auf jedes derſelben ſenkrecht gegen den Halbmeſſer ſeiner Bahn eine momentane Kraft einwirken, deren Intenſität durch das Product aus der Maſſe, mit dem Abſtande von der Drehungsaxe des Theilchens und mit der Winkelgeſchwindigkeit des Körpers beſtimmt wird; ſoll aber dieſe Winkelgeſchwindigkeit erſt am Ende einer gewiſſen Zeit vorhanden ſeyn, ſo nimmt jedes Theilchen eine continuirliche, tangentiell zu ſeiner Kreisbahn wirkende Kraft in Anſpruch, welche binnen dieſer Zeit die ihm zugehörende Geſchwindigkeit zu erzeugen fähig iſt. Die ſolchergeſtalt den einzelnen Körpertheilchen zugewieſenen Kräfte laſſen ſich dem Effecte unbeſchadet durch eine Kraft erſetzen, welche ihnen bezüglich der Drehung um die gegebene Axe äquivalent iſt. Es wird hiezu bloß erfordert, daß das Drehungsmoment letzterer Kraft der Summe der Drehungsmomente der gegebenen Kräfte gleichkomme (109). Da nun die Drehungsmomente der Kräfte $mr\omega$, $m'r'\omega$, $m''r''\omega$ ꝛc. erhalten werden, wenn man ihre Intenſitäten mit den Abſtänden r, r', r'' ꝛc. ihrer Angriffspuncte von der Drehungsaxe multiplicirt, ſo iſt die Summe ihrer Drehungsmomente $= (mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.})\omega$. Dieß iſt das Drehungsmoment, welches die Kraft zu bewirken fähig ſeyn muß, die dem vorhandenen Körper die Winkelgeſchwindigkeit ω ertheilen ſoll. Hiernach läßt ſich die Winkelgeſchwindigkeit berechnen, welche durch ein gegebenes Drehungsmoment hervorgerufen wird. Iſt Q dieſes Drehungsmoment, ſo muß

$$Q = (mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.})\omega$$

ſeyn. Man hat ſomit

$$\omega = \frac{Q}{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.}}.$$

Die Summe der Producte der Maſſentheilchen eines Körpers mit den Quadraten ihrer Abſtände von einer geraden Linie heißt das Mo-

ment der Trägheit des Körpers bezüglich dieſer Linie; letztere wird die Axe dieſes Momentes genannt. Es gilt ſomit die Regel: »Die Winkelgeſchwindigkeit eines in Drehung um eine Axe begriffenen »Körpers iſt der Quotient des Drehungsmomentes, dividirt durch das »Trägheitsmoment des Körpers bezüglich der Drehungsaxe.«

141. Beiſpiele der Berechnung der Trägheitsmomente. Die Beſtimmung der Trägheitsmomente der Körper erfordert die Anwendung der Summirungsmethoden, welche in der einen Theil des höhern Calculs bildenden Integralrechnung gelehrt werden. Die einfachſten Probleme auf dieſem Felde laſſen ſich mit Hilfe des folgenden Lehrſatzes löſen: »Es ſeyen zwiſchen zwei beſtimmte Größen a, b »die Größen a_1, a_2, $a_3 \ldots a_{n-1}$ eingeſchaltet, und δ, δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_{n-1}$ »ſeyen die Unterſchiede, um welche jedes Glied in der Reihe a, a_1, »a_2, $a_3 \ldots a_{n-1}$, b größer iſt, als das nächſtvorhergehende, derge»ſtalt, daß $a_1 = a + \delta$, $a_2 = a_1 + \delta_1$, $a_3 = a_2 + \delta_2$ ꝛc. $b = a_{n-1} + \delta_{n-1}$ »iſt; läßt man durch unendliche Vermehrung der eingeſchalteten Glie»der jede der Differenzen δ, δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_{n-1}$ unendlich klein werden, »ſo erhält die Summe $a^h\delta + a_1^h\delta_1 + a_2^h\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^h\delta_{n-1}$, »welche entſteht, wenn man die hten Potenzen der Größen a, a_1, »$a_2 \ldots a_{n-1}$ mit den correſpondirenden Differenzen δ, δ_1, $\delta_2 \ldots \delta_{n-1}$ »gliedweiſe multiplicirt und ſämmtliche Producte addirt, den Werth $\frac{b^{h+1} - a^{h+1}}{h+1}$.« Um dieſen Hilfsſatz zu beweiſen, betrachte man die Potenz $(a+\delta)^k$. Entwickelt man dieſelbe nach dem binomiſchen Lehrſatze, ſo zeigen ſich $a^k + k a^{k-1}\delta$ als die beiden erſten Glieder des Reſultates und die k—1 folgenden Glieder enthalten höhere Potenzen von δ; ſie können, wenn man δ als unendlich klein betrachtet, in Vergleich gegen jene erſteren weggelaſſen werden. So hat man alſo $(a+\delta)^k = a_1^k = a^k + k a^{k-1}\delta$, mithin $a_1^k - a^k = k a^{k-1}\delta$. Aus gleichem Grunde wird $a_2^k - a_1^k = k a_1^{k-1}\delta_1$, $a_3^k - a_2^k = k a_2^{k-1}\delta_2$ ꝛc. und endlich $b^k - a_{n-1}^k = k a_{n-1}^{k-1}\delta_{n-1}$. Addirt man ſämmtliche Gleichungen, ſo zeigt ſich

$$b^k - a^k = k\left(a^{k-1}\delta + a_1^{k-1}\delta_1 + a_2^{k-1}\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^{k-1}\delta_{n-1}\right).$$

Schreibt man hier h + 1 ſtatt k, ſo folgt aus dieſer Gleichung ſogleich

$$a^h\delta + a_1^h\delta_1 + a_2^h\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^h\delta_{n-1} = \frac{b^{h+1} - a^{h+1}}{h+1}.$$

Die ſo eben geführte Rechnung gilt für jeden Werth des Exponenten h, den einzigen Fall h = — 1 ausgenommen, in welchem k = 0 wird, weil dann die obige Entwickelung ganz wegfällt. Zu gegenwärtigem Zwecke kommen übrigens nur poſitive ganze Werthe dieſes Exponenten in Erwägung.

Dieſen Lehrſatz vorausgeſetzt, ſey 1) das Trägheitsmoment einer gleichförmig mit Maſſe beſetzten geraden Linie oder einer unendlich dünnen Stange A B (Fig. 34) in Bezug auf einen Endpunct A zu finden. Man theile dieſe Linie, deren Länge durch L und deren Maſſe durch M

vorgeſtellt werde, in unendlich viele einander gleiche unendlich kleine Stückchen AA_1, A_1A_2, A_2A_3, ... deren jedes die Länge δ habe, ſo iſt die Maſſe jedes ſolchen Stückchens $= \frac{M}{L}\delta$. Bezeichnen wir die Abſtände A_1A, A_2A, A_3A ... durch a_1, a_2, a_3, ... ſo ergibt ſich das Moment der Trägheit der gegebenen Linie

$$= \frac{M}{L}(a_1^2\delta + a_2^2\delta + a_3^2\delta + \ldots).$$

Den Betrag der Summe innerhalb der Klammern findet man nach der obigen Formel, wenn man $a=0$, $b=L$ und $h=2$ ſetzt. Man erhält dafür den Werth $\frac{L^3}{3}$, mithin iſt das verlangte Trägheitsmoment $= \frac{M}{L}\cdot\frac{L^3}{3} = \frac{1}{3}ML^2$. »Eine gleichförmig mit Maſſe beſetzte »gerade Linie wird demnach durch ein gegebenes Drehungsmoment um »einen ihrer Endpuncte dergeſtalt bewegt, als ob bloß der andere End»punct träge und derſelbe mit dem dritten Theile der Maſſe der Linie »verſehen wäre.«

2) Iſt das Trägheitsmoment einer gleichförmig mit Maſſe beſetzten Scheibe oder eines Rades von unendlich geringer Dicke in Bezug auf ſeinen Mittelpunct C (Fig. 35) zu finden, ſo zerlege man die Scheibe durch concentriſche Kreiſe in unendlich viele unendlich ſchmale Ringe. Iſt δ die gemeinſchaftliche Breite dieſer Ringe, r der Halbmeſſer eines derſelben, alſo $2\pi r$ deſſen Umfang, ſo kann man den Flächeninhalt dieſes Ringes $= 2\pi r\delta$ ſetzen. Bezeichnet ferner R den Halbmeſſer, M die Maſſe der Scheibe, ſo verhält ſich die Maſſe des Ringes zur Maſſe M der Scheibe, wie $2\pi r\delta : \pi R^2$, mithin iſt die Maſſe des Ringes $= \frac{2Mr\delta}{R^2}$ und deſſen Trägheitsmoment in Bezug auf das Centrum C, wegen des gleichen Abſtandes aller Theilchen des Ringes von dieſem Centrum, $= \frac{2Mr\delta}{R^2}\cdot r^2 = \frac{2Mr^3\delta}{R^2}$. Das Trägheitsmoment der ganzen Scheibe iſt ſonach, wenn man die Halbmeſſer der auf einander folgenden Ringe durch a_1, a_2, a_3 ... vorſtellt,

$$= \frac{2M}{R^2}(a_1^3\delta + a_2^3\delta + a_3^3\delta + \text{ꝛc.}).$$

Nach dem obigen Lehrſatze findet man die Summe innerhalb der Klammern, wenn man $a=0$, $b=R$, $h=3$ annimmt. Das verlangte Trägheitsmoment wird dadurch $= \frac{2M}{R^2}\cdot\frac{R^4}{4} = \frac{1}{2}MR^2$. »Eine Scheibe »wird daher durch ein gegebenes Drehungsmoment dergeſtalt um eine »durch ihr Centrum gehende, auf ihre Ebene ſenkrechte Axe in Rotation »verſetzt, als ob die halbe Maſſe der Scheibe bloß in einem Puncte ihres »Umfanges vereinigt oder auch auf irgend eine Weiſe längs dieſes Um»fanges vertheilt wäre.« Dieſes Reſultat läßt ſich auf einen gleichförmig dichten um ſeine Axe drehbaren Cylinder ausdehnen, da man ſich einen ſolchen Körper aus gleichen auf die Axe ſenkrechten Scheiben

von unendlich geringer Dicke bestehend denken kann, von deren jeder der so eben ausgesprochene Satz gilt, mithin auch von ihrer Gesammtheit.

142. **Freie Axe.** Weil die Theilchen eines um eine Axe sich drehenden Körpers kreisförmige Bahnen beschreiben, so äußert jedes derselben eine Fliehkraft, welche seiner Masse und seinem Abstande von der Drehungsaxe direct, und dem Quadrate der Umdrehungszeit des Körpers verkehrt proportionirt ist. Befinden sich Körpertheile auf entgegengesetzten Seiten der Axe, so bekämpfen sich die von denselben herrührenden Fliehkräfte, und es können sich diese Kräfte an der Axe das Gleichgewicht halten, so daß die Axe dadurch gar keine Gewalt leidet. In diesem Falle heißt die Drehungsaxe eine *freie*. Halten sich die Fliehkräfte nicht das Gleichgewicht, so lassen sie sich nach Umständen entweder auf eine einzige Kraft reduciren, welche auf einen bestimmten Punct der Axe wirkt, oder eine solche Reduction ist nicht möglich. Jede Axe, um welche herum die Masse eines Körpers symmetrisch vertheilt ist, ist eine freie; es kann aber auch eine Axe eine freie seyn, welche nicht symmetrisch von Masse umgeben ist.

Es ist leicht zu zeigen, daß nur eine Axe, welche den Mittelpunct der Masse des Körpers in sich enthält, eine freie Axe seyn kann. Denn führt man durch eine freie Axe eine Ebene und zerlegt jede der vorhandenen Fliehkräfte in zwei Componenten, deren eine dieser Ebene parallel, die andere aber senkrecht dagegen wirkt, so muß, des vorausgesetzten Gleichgewichtes der Fliehkräfte wegen, jede der beiden Summen parallel wirkender Componenten verschwinden. Aber die Fliehkräfte gleicher Massentheilchen verhalten sich gerade wie die Abstände dieser Theilchen von der Axe, mithin verhalten sich bei gleichen Massen die auf genannte Ebene senkrechten Componenten wie die Abstände der Theilchen von dieser Ebene, und da die Fliehkräfte sich auch noch wie die Massen selbst verhalten, so entsprechen erwähnte Componenten den Producten aus den Massentheilchen mit ihren Abständen von genannter Ebene. Die Summe dieser mit den gehörigen Zeichen genommenen Producte soll also gleich Null seyn, mithin muß der Mittelpunct der Massen des Körpers in der gewählten Ebene liegen. Da dieß von jeder durch die Axe gelegten Ebene gesagt werden kann, so befindet sich der Mittelpunct der Masse des Körpers in der Axe selbst. Aber dieser Satz läßt sich nicht umkehren; nicht jede durch den Mittelpunct der Masse gehende Axe ist eine freie, denn es ist keine Folge, daß parallele Kräfte, deren Summe gleich Null ist, sich wirklich das Gleichgewicht halten.

Die weitere Erörterung dieses Gegenstandes muß der höheren Mechanik überlassen bleiben; diese zeigt, daß jeder Körper wenigstens drei in dem Mittelpuncte der Masse einander rechtwinklig schneidende freie Axen besitzt, daß bei der Drehung um zwei derselben der Körper ein Beharrungsvermögen äußert, nicht bloß die Bewegung fortzusetzen, sondern auch die Drehungsaxe beizubehalten Diese *Stabilität* einer Axe läßt sich an *Bohnenberger's* Schwungmaschine thatsächlich nachweisen.

Die Axe, um welche sich ein sogenanntes *Schwungrad* dreht, muß eine freie Axe seyn. Ein Schwungrad ist ein massives Rad, welches man mit einer Maschine in Verbindung setzt, um mittelst seines Beharrungsvermögens die Ungleichförmigkeit der Action der bewegen-

den Kraft auszugleichen. Eine ſolche Ungleichförmigkeit kommt bei der Einwirkung einer hin und herziehenden Kraft, deren Richtung einer beſtimmten Geraden ſtets parallel bleibt, auf einen rotirenden Hebelarm (Kurbel) vor. Es ſey Cx (Fig. 36) die Gerade, welcher die Kraft parallel wirkt, CA, CB, CD, CE, CF, CG ſeyen Poſitionen der um den fixen Punct drehbaren Kurbel, ſo übt die Kraft auf die Kurbel in den Lagen CA und CE gar keine Anregung zur Drehung aus, während das Drehungsmoment der Kraft in den Lagen CD, CG der Kurbel am größten iſt; in den Poſitionen CB, CF verhält ſich das Drehungsmoment zu ſeinem größten Werthe offenbar wie BH : CD; dieſes Moment wächſt daher bei dem Uebergange der Kurbel aus der Lage CA in CD oder aus der Lage CE in CG, und nimmt bei dem Uebergange aus CD in CE, oder aus CG in CA wieder ab. Das Schwungrad führt die Kurbel über die Lagen, in welchen das Drehungsmoment der Kraft = 0 iſt, hinaus. Je ſchneller das Schwungrad rotirt, deſto größer wird die Spannung, die ſeine Theile in Folge des von der Trägheit herrührenden Beſtrebens, ſich nach den Tangenten ihrer Bahnen fortzubewegen und der dadurch erzeugten Fliehkraft, auf einander ausüben. Dieſes Beſtreben ſteht, nach der im Vorhergehenden entwickelten Formel, mit dem Quadrate der Umdrehungsgeſchwindigkeit in geradem Verhältniſſe, und kann daher bei einem rotirenden Körper bald bis zum Zerreißen deſſelben geſteigert werden. Aus demſelben Grunde ändern biegſame oder weiche Körper während der Rotation um eine Axe ihre Geſtalt, z. B. eine Kugel plattet ſich ab; eine an einem Faden herabhängende, durch Windung deſſelben in Rotation verſetzte, in ſich nebſt zurückkehrende Kette breitet ſich aus, und nimmt die Geſtalt eines horizontalen kreisförmigen Ringes an, Erſcheinungen, die ſich nebſt andern ähnlichen mittelſt der Centralmaſchine demonſtriren laſſen.

143. Drehung eines Körpers um einen fixen Punct. Wirkt eine Kraft auf einen Körper, welcher um einen fixen Punct beweglich iſt, ſo entſpringt daraus eine Anregung zur Bewegung um eine durch dieſen Punct gehende Axe, welche auf der durch die Richtung der Kraft und den fixen Punct gelegten Ebene ſenkrecht ſteht. Stehen die Fliehkräfte ſämmtlicher Theilchen bezüglich dieſer Axe im Gleichgewichte, oder erzeugen ſie doch wenigſtens eine Reſultirende, deren Richtung durch den fixen Punct geht, und deren Effect deßhalb aufgehoben wird, ſo fährt der Körper fort ſich um die genannte Axe zu drehen; findet aber weder der eine noch der andere Fall ſtatt, ſo erfolgt keine Drehung um eine conſtante Axe, aber jede unendlich geringe Rückung des Körpers aus einer Lage in eine andere läßt ſich als eine momentane Drehung um eine Axe betrachten, deren Poſition ſich von einem Augenblicke zum andern verändert.

Aus gleichzeitigen Anregungen zur Drehung um mehrere verſchiedene einander in demſelben Puncte durchkreuzende Axen geht eine Anregung zur Drehung um eine mittlere Axe hervor; es läßt ſich leicht zeigen, daß Axendrehungen nach derſelben Regel zuſammengeſetzt und zerlegt werden können, wie Kräfte oder Bewegungen überhaupt: trägt man nämlich längs zwei verſchiedenen Axen von ihrem Durchſchnittspuncte an Stücke auf, welche die denſelben entſprechenden Drehungsgeſchwindigkeiten vorſtellen, ſo gibt die Diagonale des mit dieſen Stücken verzeichneten Parallelogrammes die Richtung der reſultirenden Axe und die ihr zugehörige Drehungsgeſchwindigkeit an.

144. **Allgemeine Eigenschaft der Bewegung des Mittelpunctes der Masse.** Der Bewegungszustand des Mittelpunctes der Masse eines Körpers steht mit den Bewegungszuständen der Theilchen des Körpers jederzeit in einem solchen Zusammenhange, daß »die »Bewegungsquantität, welche der Mittelpunct der Masse in irgend »einem Augenblicke nach einer beliebigen Richtung, in Folge seiner nach »dieser Richtung zerlegten Geschwindigkeit, äußern würde, wenn in »ihm die gesammte Masse des Körpers vereiniget wäre, der Summe »der nach derselben Richtung gemessenen Bewegungsquantitäten der »einzelnen Theilchen des Körpers gleichkommt.« Beweis. Es seyen x, x', x'' ꝛc. die in einem bestimmten Augenblicke stattfindenden Abstände der Massentheilchen m, m', m'' ꝛc. von einer gegen die gewählte Richtung senkrechten Ebene, X, X', X'' ꝛc. diese Abstände nach Verlauf des unendlich kleinen Zeittheilchens τ, ferner z, Z die correspondirenden Abstände des Mittelpunctes der Masse des Körpers von genannter Ebene, so sind $\frac{X-x}{\tau}$, $\frac{X'-x'}{\tau}$, $\frac{X''-x''}{\tau}$ ꝛc. die nach der gewählten Richtung zerlegten Geschwindigkeiten der Theilchen m, m', m'' ꝛc. und $\frac{Z-z}{\tau}$ ist die in denselben Sinne genommene Geschwindigkeit des Mittelpunctes der Masse während des Zeittheilchens τ. Vermöge der in 137. bewiesenen Eigenschaft des Mittelpunctes der Masse ist, wenn wir $m+m'+m''+\ldots=M$ setzen,

$Mz=mx+m'x'+m''x''+$ ꝛc. und $MZ=mX+m'X'+m''X''+$ ꝛc.,

folglich $M\left(\frac{Z-z}{\tau}\right)=m\left(\frac{X-x}{\tau}\right)+m'\left(\frac{X'-x'}{\tau}\right)+m''\left(\frac{X''-x''}{\tau}\right)+$ ꝛc.,

welche Gleichung den oben ausgesprochenen Satz rechtfertigt.

Eine unmittelbare Folge dieses Satzes ist, daß auch jede Aenderung der Summe der nach irgend einer Richtung genommenen Bewegungsgrößen der Massentheilchen eines Körpers mit einer Aenderung der Bewegung des Mittelpunctes der Masse zusammenhängt, vermöge welcher die in diesem Puncte vereinigt gedachte Masse des Körpers nach der genannten Richtung eine eben so große Aenderung der Bewegungsquantität erleiden würde. Aenderungen in der Bewegung der einzelnen Körpertheilchen, bei denen die einen an Bewegungsgröße nach der betrachteten Richtung so viel gewinnen, als die andern verlieren, oder, was dasselbe heißt, im Gesammtbetrage gleiche, der Richtung nach entgegengesetzte Zu- oder Abnahmen der Bewegungsgrößen der Körpertheilchen, haben auf die Bewegung des Mittelpunctes der Masse keinen Einfluß. Auch sieht man, daß diese Sätze selbst auf Bewegungen von Körpern, die in gar keiner materiellen Verbindung stehen, anwendbar sind, wofern nur der Mittelpunct ihrer Gesammtmasse in jedem einzelnen Augenblicke nach der in 137. aus einander gesetzten Methode bestimmt wird.

145. **Bewegung eines völlig freien starren Körpers unter dem Einflusse beliebiger Kräfte.** Wenn Kräfte einen festen Körper in Bewegung setzen, oder dessen bereits vorhandene Bewe-

gung abändern, ſo können die Körpertheilchen, auf welche dieſe Kräfte unmittelbar einwirken, des unter ſämmtlichen Theilchen beſtehenden Zuſammenhanges wegen, im Allgemeinen geſprochen, ſich weder nach den Richtungen, noch mit den Geſchwindigkeiten bewegen, welche ſie erhalten würden, wenn ſie von den übrigen Theilchen gänzlich unabhängig wären, ſondern ſie ſind genöthigt anderen Richtungen zu folgen, und andere Geſchwindigkeiten anzunehmen. Man kann es aber als einen nicht zu bezweifelnden Grundſatz anſehen, daß diejenigen Kräfte, deren Richtungen und Intenſitäten den wirklich eintretenden Bewegungen der einzelnen Körpertheilchen, ohne Rückſicht auf deren wechſelſeitige Verbindung, entſprechen, den früher genannten, eigentlich vorhandenen Kräften, mit Rückſicht auf genannte Verbindung, äquivalent ſeyn müſſen. Eben ſo klar iſt es, daß die Aequivalenz zweier Gruppen von Kräften bei einem völlig freien feſten Körper nicht beſtehen kann, wenn nicht die irgend einer gewählten Richtung parallelen Componenten der Kräfte (vorausgeſetzt, daß man jede Kraft nach dieſer Richtung und ſenkrecht dagegen zerlegt) in beiden Gruppen gleiche Summen geben. Mit Rückſicht auf den vorhergehenden Lehrſatz gelangt man hiedurch zur Erkenntniß, daß wenn Kräfte auf einen freien feſten Korper wirken, der Mittelpunct ſeiner Maſſe ſich ſo bewegen muß, als ob alle Kräfte, ihren Richtungen parallel auf die in dieſem Puncte vereinigt gedachte Maſſe des Körpers gewirkt hätten. Es können alſo nebſt der hiedurch entſtehenden progreſſiven Bewegung des Körpers nur noch ſolche Bewegungen der Körpertheile Platz greifen, bei welchen der Mittelpunct der Maſſe in relativer Ruhe bleibt, d. h. es kann nur noch eine drehende Bewegung des Körpers um dieſen Mittelpunct vorhanden ſeyn, und weil von der Wirkung der Kräfte ohne Anweſenheit eines Hinderniſſes nichts verloren gehen kann, ſo muß, wenn die vorhandenen Kräfte nicht etwa ſo abgemeſſen ſind, daß ſie bei feſtgehaltenem Mittelpuncte der Maſſe mit einander im Gleichgewichte ſtehen würden, die ihnen entſprechende drehende Bewegung des Körpers um ſeinen Mittelpunct der Maſſe ſich mit der oben erwähnten fortſchreitenden Bewegung combiniren. Eine einzelne Kraft, deren Richtung nicht durch den Mittelpunct der Maſſe eines frei beweglichen feſten Körpers geht, ſetzt demnach den Körper ſo in Bewegung, als ob ſie ihrer Richtung parallel auf den Mittelpunct der Maſſe gewirkt hätte; zugleich bringt ſie eine Anregung zur Drehung des Körpers um eine Axe hervor, welche den Mittelpunct der Maſſe in ſich enthält, und auf der durch dieſen Punct und durch die Richtung der Kraft gelegten Ebene ſenkrecht ſteht. Iſt dieſe Axe eine freie, ſo wird der Körper, ſo lange er keiner fremden Einwirkung unterliegt, fortfahren ſich um ſelbe zu drehen.

Alle im Vorhergehenden über die Wirkungen der Kräfte auf materielle Puncte aufgeſtellten Sätze ſind daher auch auf feſte Körper anwendbar, inſofern man bloß deren progreſſive Bewegung in das Auge faßt, und von jeder drehenden Bewegung abſtrahirt.

146. **Stoß der Körper überhaupt.** Wenn einem in Bewegung befindlichen feſten Körper ein anderer feſter Korper im Wege ſteht,

so erfolgt eine Einwirkung des ersteren auf letzteren, und eine Rückwirkung dieses auf jenen; insofern diese Wechselwirkung plötzlich eintritt, nennt man sie Stoß. Der stoßende Körper sowohl als der gestoßene, falls letzterer sich auch in Bewegung befindet, oder doch beweglich ist, erfährt dadurch eine Aenderung seines Zustandes, auf welche nicht bloß die vorhandene Bewegungsweise, die Gestalt und Masse jedes der beiden Körper, sondern auch noch deren Elasticität Einfluß nimmt, welcher gemäß durch den das Gleichgewicht der Molecularkräfte störenden Stoß besondere Kräfte geweckt und ins Spiel gesetzt werden. Die allgemeine Betrachtung der durch den Stoß herbeigeführten Aenderungen des Bewegungszustandes der Körper übersteigt die Hilfsmittel und das Bedürfniß der Anfangsgründe der Physik; wir beschränken uns daher bloß auf die Voraussetzung, daß die einander stoßenden Körper gleichförmig dichte, in progressiver Bewegung befindliche Kugeln seyen, der Mittelpuncte also zugleich als Mittelpuncte der Masse gelten, und betrachten hinsichtlich der Elasticität nur die äußersten Fälle, nämlich den gänzlichen Mangel und die größte Vollkommenheit derselben. Geht die Richtung der Bewegung des Mittelpunctes der Kugeln durch den Punct, in welchem sie sich bei dem Stoße berühren, so heißt der Stoß gerade; findet das Gegentheil statt, so heißt er schief.

147. **Gerader Stoß unelastischer Kugeln.** Da hier vom Stoße nur darum gehandelt wird, um den Einfluß der Masse und Geschwindigkeit auf den Erfolg der Bewegung in ein helleres Licht zu setzen, so sollen zuerst die Fälle, welche bei dem geraden Stoße unelastischer Kugeln in Betrachtung zu ziehen sind, einzeln mit Sorgfalt erörtert werden.

1) Gerader Stoß einer unelastischen Kugel gegen eine ruhende. Es sey M die Masse der bewegten Kugel, C ihre Geschwindigkeit vor dem Stoße, und m die Masse der ruhenden Kugel. Durch den Stoß wird letztere in Bewegung gesetzt und erhält eine gewisse Geschwindigkeit γ; dieselbe Geschwindigkeit wird auch der stoßenden Kugel, sobald der Stoß vorüber ist, zu Theil: denn eine größere Geschwindigkeit kann sie nicht haben, weil sie sonst noch auf die andere Kugel einwirken würde; eine kleinere auch nicht, weil sie offenbar nur so lange an Geschwindigkeit verliert, als ihre Bewegung durch die vor ihr befindliche Kugel gehindert wird. Die Kraft, welche nöthig ist, um der bewegten Masse M die Geschwindigkeit C, womit sie den Stoß beginnt, augenblicklich zu ertheilen, wird durch das Product MC ausgedrückt; man kann sich den Erfolg des Stoßes offenbar so denken, als ob im Augenblicke des Stoßes eine einzige Masse $= M + m$ vorhanden wäre, auf welche diese Kraft MC wirkt. Die Geschwindigkeit γ, welche die gesammte Masse $M + m$ dadurch erhält, muß so beschaffen seyn, daß das Product $(M + m)\gamma$ der bewegenden Kraft gleichkommt. Es besteht daher zur Bestimmung von γ die Gleichung

$(M + m)\gamma = MC$, woraus $\gamma = \frac{MC}{M + m}$ folgt.

2) Gerader Stoß unelaſtiſcher, nach einerlei Richtung ſich bewegenden Kugeln. Es ſeyen M, m die Maſſen, C, c die vor dem Stoße ſtatt findenden Geſchwindigkeiten der beiden Kugeln. Soll die Kugel M die andere vor ihr befindliche Kugel m erreichen, ſo muß $C > c$ ſeyn. Während des Stoßes wirkt die nachfolgende Kugel auf die vorausgehende nur ſo lange ein, bis beide einerlei Geſchwindigkeit γ erlangt haben. Wären beide Kugeln mit der Geſchwindigkeit c verſehen und mit einander in Berührung, ſo würden ſie ſich fortan mit der Geſchwindigkeit c bewegen und daher in Berührung verbleiben; der Stoß erfolgt alſo nur inſofern, als die Geſchwindigkeit der Kugel M jene der Kugel m um die Differenz $C - c$ übertrifft. Offenbar kann der Erfolg des Stoßes während der Bewegung von jenem, welcher ſtatt fände, wenn die Kugel m in Ruhe wäre, und die Kugel M die Geſchwindigkeit $C - c$ hätte, nicht verſchieden ſeyn; berechnet man unter letzterer Vorausſetzung die durch den Stoß erzeugte gemeinſchaftliche Geſchwindigkeit beider Kugeln, ſo hat man dazu nur c zu addiren, um die nach dem Stoße wirklich eintretende gemeinſchaftliche Geſchwindigkeit der Kugeln zu finden. Es iſt ſonach, wenn man in der in 1) entwickelten Formel $C - c$ ſtatt C ſetzt, für den gegenwärtigen Fall $\gamma = \frac{M(C-c)}{M+m} + c$, d. h. $\gamma = \frac{MC + mc}{M+m}$.

Man findet dieſe Formel ſogleich mittelſt der an ſich naturgemäß erſcheinenden und auch in der ſo eben angeſtellten Betrachtung enthaltenen Vorausſetzung, daß durch den Stoß die Summe der den Kugeln eigenen Bewegungsquantitäten keine Aenderung erleiden könne, indem die geſtoßene Kugel gerade das an Bewegungsquantität gewinnt, was die ſtoßende Kugel verliert. Hiedurch bietet ſich unmittelbar die Gleichung $(M+m)\gamma = MC + mc$ dar, woraus der vorher angegebene Werth für γ folgt.

3) Gerader Stoß unelaſtiſcher gegen einander ſich bewegenden Kugeln. Bezeichnet man, wie vorhin, mit M, m die Maſſen beider Kugeln, mit C, c ihre Geſchwindigkeiten vor dem Stoße, ſo kommt es nunmehr darauf an, ob die Producte MC und mc einander gleich ſind, oder nicht. Iſt $MC = mc$, ſo äußern beide Kugeln auf einander im Augenblicke des Stoßes gleiche und entgegengeſetzte Kräfte, mithin wird die Bewegung beider aufgehoben. Sind aber die genannten Producte ungleich, iſt z. B. $MC > mc$, ſo wird durch den Stoß die größere Bewegungsquantität MC um mc vermindert, und es nehmen beide Kugeln nach der Richtung der Kugel M eine gemeinſchaftliche Geſchwindigkeit γ an, welche der Einwirkung der bewegenden Kraft $MC - mc$ auf die Maſſe $M+m$ entſpricht. Es ergibt ſich ſonach $\gamma = \frac{MC - mc}{M+m}$.

Die hier betrachteten drei Fälle laſſen ſich auf die für den zweiten Fall entwickelte Formel $\gamma = \frac{MC + mc}{M+m}$ zurückführen, wenn man für den erſten Fall $c = 0$, und für den dritten c mit entgegenge-

ſetztem Zeichen ſetzt. Es erleidet alſo die mit den gehörigen Zeichen genommene Summe der Bewegungsgrößen der Kugeln durch den Stoß keine Aenderung.

Haben beide Kugeln einerlei Maſſe, ſo iſt in jeder der drei Formeln $M = m$ zu ſetzen. Im erſten Falle wird daher $\gamma = \frac{1}{2}C$, im zweiten $\gamma = \frac{1}{2}(C + c)$, im dritten $\gamma = \frac{1}{2}(C - c)$.

148. **Gerader Stoß vollkommen elaſtiſcher Kugeln.** Eine elaſtiſche Kugel, ſie mag als ſtoßender oder als geſtoßener Körper auftreten, wird bei dem Stoße mit einer Kraft zuſammengedrückt, welche derjenigen genau gleichkommt, die ſie ſelbſt ausübt oder erleidet; mit eben dieſer Kraft ſtellt ſie, vorausgeſetzt daß ſie als vollkommen elaſtiſch betrachtet werden darf, ihr voriges Volum wieder her und ſtemmt ſich dabei an den Körper an, gegen welchen ſie ſtößt. Man kann dieſe Kraft als eine beide Körper aus einander treibende anſehen; ſtoßen alſo zwei vollkommen elaſtiſche Kugeln an einander, ſo verliert die ſtoßende und es gewinnt die geſtoßene Kugel doppelt ſo viel an Bewegungsquantität, als wenn beide unelaſtiſch wären. Mit Hilfe dieſer Bemerkung laſſen ſich die Geſchwindigkeiten beider Kugeln nach dem Stoße aus ihren Geſchwindigkeiten vor dem Stoße und aus ihren Maſſen leicht finden. Es ſeyen die Geſchwindigkeiten der Kugeln vor dem Stoße C, c, nach dem Stoße C', c', und die Maſſen derſelben M, m. Bezeichnet wie oben γ die Geſchwindigkeit, welche beide Kugeln nach dem Stoße haben würden, wenn ſie unelaſtiſch wären, ſo iſt, wenn wir uns, um einen beſtimmten Fall vor Augen zu haben, beide Kugeln nach einerlei Richtung bewegt, und $C > c$ denken, $M(C - \gamma)$ die Bewegungsquantität, welche die ſtoßende Kugel vom Beginne des Stoßes an gerechnet, bis zum Augenblicke der ſtärkſten Zuſammendrückung verliert, und $m(\gamma - c)$ die Bewegungsquantität, welche die geſtoßene Kugel gleichzeitig gewinnt, und der Natur der Sache nach iſt

$$M(C - \gamma) = m(\gamma - c),$$

woraus

$$\gamma = \frac{MC + mc}{M + m}$$

folgt. Beide Kugeln werden hierauf durch die ihrer Elaſticität gemäß geweckte Kraft $M(C - \gamma) + m(\gamma - c)$ aus einander getrieben, und man kann dieſen Hergang wegen der Gleichheit beider Theile genannter Summe ſo auffaſſen, als ob auf M die Kraft $M(C - \gamma)$, der Richtung der Geſchwindigkeit C entgegen, und auf m die Kraft $m(\gamma - c)$ nach der Richtung von c wirkte. Nachdem alſo die Geſchwindigkeit der Kugel M von C auf γ herabgeſunken iſt, erleidet ſie noch einmal den Verluſt $C - \gamma$, und die auf γ erhöhte Geſchwindigkeit der Kugel m wird noch einmal um $\gamma - c$ vergrößert; hieraus folgt

$C' = \gamma - (C - \gamma) = 2\gamma - C$ und $c' = \gamma + \gamma - c = 2\gamma - c$,

wornach ſich, da γ bekannt iſt, die Werthe von C' und c' berechnen laſſen. Dieſelben Reſultate gelten offenbar auch für den Fall, wenn eine der Kugeln vor dem Stoße in Ruhe iſt, oder wenn beide ſich gegen einander bewegen, wofern man nur die Zeichen der Geſchwindigkeiten richtig wählt und auslegt.

Dieſe Formeln führen zur Kenntniß folgender Sätze über den geraden Stoß vollkommen elaſtiſcher Kugeln:

1) Die Summe der Bewegungsquantitäten wird auch hier durch den Stoß nicht geändert. Es iſt nämlich

$$MC' + mc' = M(2\gamma - C) + m(2\gamma - c)$$
$$= 2(M+m)\gamma - (MC+mc) = 2(MC+mc) - (MC+mc) = MC+mc.$$

2) Die Summe der Geſchwindigkeiten vor und nach dem Stoße hat für jede Kugel einerlei Größe. Es zeigt ſich nämlich $C' + C = 2\gamma$ und $c' + c = 2\gamma$, mithin iſt $C' + C = c' + c$. Wegen $C' - c' = -(C - c)$ kann man auch ſagen, der Unterſchied der Geſchwindigkeiten beider Kugeln werde durch den Stoß umgekehrt.

3) Aus $MC' + mc' = MC + mc$ folgt $M(C' - C) = m(c - c')$; multiplicirt man dieſe Gleichung mit $C' + C = c' + c$, ſo erhält man

$$M(C'^2 - C^2) = m(c^2 - c'^2),$$

und hieraus

$$MC'^2 + mc'^2 = MC^2 + mc^2.$$

Man nennt das Product einer Maſſe mit dem Quadrate ihrer Geſchwindigkeit die lebendige Kraft der Maſſe. Es wird alſo auch die Summe der lebendigen Kräfte elaſtiſcher Kugeln durch den Stoß nicht geändert.

4) Haben die einander ſtoßenden elaſtiſchen Kugeln gleiche Maſſen, ſo iſt $\gamma = \frac{C+c}{2}$ oder $2\gamma = C + c$. Es wird ſonach $C' = c$ und $c' = C$. Gleiche vollkommen elaſtiſche Kugeln vertauſchen alſo bei dem geraden Stoße ihre Geſchwindigkeiten. Ruht eine der Kugeln vor dem Stoße, ſo kommt die ſtoßende in Ruhe und die geſtoßene erhält die Geſchwindigkeit der erſteren.

Stoßt eine elaſtiſche Kugel an eine geradlinige Reihe ruhender, einander berührenden elaſtiſchen Kugeln von derſelben Maſſe, welche die ſtoßende Kugel hat, ſo pflanzt ſich der Stoß durch die ganze Reihe ſo fort, daß jede Kugel, indem ſie ihre Bewegung auf die nächſte überträgt, zur Ruhe kommt, und die letzte Kugel mit der Geſchwindigkeit abſpringt, welche die erſte Kugel beſaß. Stoßen zwei oder mehrere dieſer Kugeln, einander berührend, an die Reihe der in Ruhe befindlichen übrigen, ſo ſpringen eben ſo viele Kugeln vom Ende der Reihe ab, als Kugeln anſtießen. Man muß, um dieſen Hergang zu erklären, die anlaufenden Kugeln ihrer Berührung ungeachtet als nach einander ſtoßende betrachten; wollte man ſie für Eine Kugel von größerer Maſſe gelten laſſen, ſo erhielte man obigen Formeln gemäß ein Reſultat, welches mit der Erfahrung in Widerſpruch ſteht. Bei dem geraden Stoße unvollkommen elaſtiſcher Kugeln von gleicher Maſſe findet keine genaue Verwechslung der Geſchwindigkeiten ſtatt.

Man kann die Fortpflanzung eines Stoßes durch einen elaſtiſchen Körper hindurch, d. i. die Uebertragung der Bewegung von einem Theilchen zum andern, auf die Geſetze des Stoßes elaſtiſcher Kugeln zurückführen, und darnach die darauf beruhenden Erſcheinungen erklären. Zu dieſer Mittheilung der Bewegung iſt Zeit erforderlich, daher können durch einen ſehr raſchen Stoß die zunächſt getroffenen Körpertheile von den übrigen getrennt werden, ohne daß letztere in Bewegung gerathen. Deßhalb wird ein frei aufgehangtes Brett von einer abgeſchoſſenen Flintenkugel durchbohrt, ohne in merkliche Schwankung zu kommen.

was aber geſchieht, wenn die Kugel bloß aus freier Hand daran geworfen wird; aus demſelben Grunde macht ein gegen eine Glastafel gerichteter Schuß mit einer Kugel ein rundes Loch in ſelbe; ein an feinen Fäden wagrecht hängender Stab läßt ſich entzwei ſchlagen, ohne die Fäden zu zerreißen, u. dgl. Auch der kräftige Widerſtand, den bei dem Sprengen der Steine mit Schießpulver, in das Boheloch geſchütteter Sand leiſtet, und das Zerſpringen hohl geladener Gewehre gehört hieher.

149. **Schiefer Stoß gleichförmig dichter Kugeln.** Wenn eine Kugel ſchief gegen eine andere ſtößt, ſo liegen im Augenblicke des Zuſammentreffens die Mittelpuncte derſelben und der Berührungspunct in einer geraden Linie, welche mit der Richtung der Bewegung der einen oder beider Kugeln unter einem Winkel geneigt iſt. Man zerlege die Geſchwindigkeit des Mittelpunctes einer jeden Kugel in zwei Componenten, ſo daß die Richtung der einen Componente in die Verbindungslinie der Mittelpuncte fällt, die Richtung der andern aber dagegen ſenkrecht iſt. Die gegen genannte Verbindungslinie ſenkrechten Componenten ſtreben die Kugeln bloß tangentiell an einander vorbei zu führen, und tragen alſo nichts zum Stoße bei, weßwegen dieſe Componenten dadurch keine Aenderung erleiden; vermöge der in die Verbindungslinie der Mittelpuncte fallenden Componenten allein wirken die Kugeln, und zwar in geradem Stoße auf einander. Man beſtimme nun den Erfolg dieſes Stoßes nach obigen Formeln, und ſetze die darnach jeder einzelnen Kugel zufallende Geſchwindigkeit mit der ihr ungeändert verbliebenen tangentiellen zuſammen, ſo hat man den Bewegungszuſtand jeder Kugel nach dem Stoße. Sind z. B. beide Kugeln elaſtiſch und von gleicher Maſſe, und ruht die geſtoßene, ſo erhält letztere eine Bewegung nach der Richtung der Verbindungslinie der Mittelpuncte beider Kugeln im Augenblicke des Stoßes, welche der nach dieſer Richtung zerlegten Bewegung der ſtoßenden Kugel gleich kommt, und der ſtoßenden Kugel verbleibt bloß die tangentielle Bewegung.

150. **Stoß einer Kugel gegen eine unbewegliche Wand.** Stößt eine Kugel ſenkrecht gegen eine feſte Wand, ſo wird, wenn die Kugel ſowohl als die Wand unelaſtiſch iſt, die Bewegung der Kugel gänzlich aufgehoben; iſt aber die Kugel oder die Wand, oder ſind beide vollkommen elaſtiſch, ſo ſpringt die Kugel in Folge der durch die Zuſammendrückung geweckten Kraft mit der Geſchwindigkeit, mit der ſie die Wand trifft, nach gerade entgegengeſetzter Richtung von der Wand ab. Man gelangt zu dieſen für ſich klaren Reſultaten auch mittelſt obiger Formeln, wenn man die geſtoßene Kugel als ruhend und ihre Maſſe als unendlich groß betrachtet. Bei dem ſchiefen Stoße gegen die Wand zerfällt die Bewegung der Kugel in eine gegen die Wand ſenkrechte und in eine zur Wand parallele Componente. Nur erſtere wird durch den Stoß geändert: ſie verſchwindet, wenn Kugel und Wand aller Elaſticität ermangeln, und es bleibt bloß die tangentielle Bewegung übrig; die Kugel gleitet daher längs der Wand fort. Iſt aber die Kugel oder die Wand, oder ſind beide vollkommen elaſtiſch, ſo wird die gegen die Wand ſenkrechte Bewegung ohne Aenderung der Größe

in die entgegengeſetzte verwandelt; ſetzt man dieſe mit der zur Wand parallelen Componente in eine Reſultirende zuſammen, ſo ſieht man, daß die Bewegungsrichtungen der Kugel vor und nach dem Stoße in einer gegen die Wand ſenkrechten Ebene und auf entgegengeſetzten Seiten der Geraden liegen, welche im Puncte, worin die Kugel die Wand trifft, gegen letztere ſenkrecht ſteht; ferner, daß dieſe Richtungen mit der Wand, und folglich auch mit dem vorgedachten Perpendikel gleiche Winkel bilden, und daß die Geſchwindigkeit, mit welcher die Kugel ſich von der Wand wegbewegt, dieſelbe iſt, welche vor dem Stoße ſtatt fand. Man nennt eine ſolche durch die Elaſticität bewirkte Abänderung der Bewegung eines an eine feſte Wand ſtoßenden Körpers Zurückwerfung oder Reflexion. Bei unvollkommener Elaſticität erlangt die gegen die Wand ſenkrechte und durch den Stoß umgekehrte Componente der Geſchwindigkeit der Kugel nicht ihre vorige Größe, der Neigungswinkel der Richtung der reflectirten Kugel gegen die Wand fällt daher kleiner aus, als der Winkel, unter welchem die Kugel ſich gegen die Wand bewegte.

Auf den Geſetzen des Stoßes einer elaſtiſchen Kugel gegen eine andere ruhende von gleicher Maſſe, wie auch gegen eine feſte Wand, beruht das Billardſpiel; jedoch kommt dabei nicht bloß die progreſſive Bewegung der Kugeln, ſondern auch die durch excentriſchen Stoß und durch Reibung an der Unterlage bewirkte drehende Bewegung in Anſchlag.

151. **Hinderniſſe der Bewegung.** Obleich die in dieſem Hauptſtücke entwickelten Geſetze der Bewegung aus den allgemeinſten Eigenſchaften der Materie und aus Vorausſetzungen über die Wirkſamkeit der Kräfte, deren Giltigkeit keinem Zweifel unterliegt, gefolgert worden ſind, ſo laſſen ſie ſich doch in der Erfahrung ſelten in ihrer Reinheit wahrnehmen. Der Grund davon liegt in Hinderniſſen, welche der durch Kraft und Trägheit bedingten Fortdauer der Bewegung entgegen ſtehen, und gewiſſer Maßen mit verzögernden Kräften verglichen werden können. Es gibt deren zweierlei; ſie ſind die Reibung der Körper an ihren Widerlagen und der Widerſtand flüſſiger Stoffe, welche die bewegten Körper umgeben. Die Reibung entſpringt aus der durch die Poroſität herbeigeführten Rauhigkeit der mit einander in Berührung ſtehenden Theile der Oberflächen feſter Körper, was zur Folge hat, daß die Erhabenheiten des einen Körpers in die Vertiefungen des andern eindringen; der Widerſtand einer Flüſſigkeit, worin ſich ein Körper bewegt, z. B. der Luft, rührt von der Undurchdringlichkeit und Trägheit der vom Platze zu ſchiebenden Flüſſigkeitstheile her. Man nennt einen flüſſigen Stoff, worin ſich ein Körper bewegt, das Mittel (Medium). Die Reibung richtet ſich nach der Beſchaffenheit der Berührungsflächen, nach dem Drucke der Körper gegen einander und nach der Art und Schnelligkeit der Bewegung; ſie iſt von der Größe der Berührungsflächen und von der Schnelligkeit der Bewegung unabhängig; der Widerſtand des Mittels hängt von deſſen Dichte und Cohaſion, dann von der Größe, Geſtalt und Bewegungsweiſe der darin bewegten Körper ab. Da eine größere Geſchwindig-

keit der Bewegung in einem widerstehenden Mittel mit einer Einwirkung auf eine verhältnißmäßig größere Anzahl der Theilchen des Mittels binnen einer in eben dem Maße längeren Zeit verknüpft ist, so kann man den Widerstand unter übrigens gleichen Umständen, wenigstens näherungsweise, dem Quadrate der Geschwindigkeit des Beweglichen proportional setzen. In Folge dieses Widerstandes erscheint eine Bewegung, bei welcher ein Körper auf seine bloße Trägheit beschränkt ist, als eine verzögerte; eine durch eine beständige continuirliche Kraft hervorgebrachte Bewegung tritt mit einer um so geringeren Beschleunigung auf, je größer die dem Beweglichen bereits beigebrachte Geschwindigkeit ist, und nähert sich daher immer mehr einer gleichförmigen Bewegung, indem nämlich die Bewegung durch den Widerstand zuletzt um eben das verzögert wird, um was sie durch die Kraft beschleuniget werden sollte. Wo es auf möglichste Verminderung der Reibung ankommt, ist im Allgemeinen Wegschaffung der Rauhigkeiten durch Glätten der Körper dienlich, doch steigert eine allzuhohe Politur die Adhäsion, und kann dadurch in gewissen Fällen von anderer Seite her eine Quelle des Widerstandes werden; eine schickliche Wahl der Stoffe, welche an einander gleiten sollen, ferner die Anwendung zweckmäßiger Schmiermittel leistet stets gute Dienste: endlich ist es zweckdienlich, die gleitende Bewegung der Körper möglichst zu vermeiden und einer wälzenden Bewegung den Vorzug zu geben. Der Widerstand des Mittels wird durch Verkleinerung und schickliche Gestaltung der Fläche vermindert, mit welcher eine gegebene Masse sich gegen die Theilchen des Mittels bewegt. Sowohl aus der Reibung, wie auch aus dem Widerstande des Mittels läßt sich für gewisse Zwecke Vortheil ziehen, und es kann besonders letzterer zur Abänderung der Richtung und Geschwindigkeit, ja selbst zur Hervorbringung einer Bewegung benützt werden.

Ungeachtet vieler über diese Widerstände angestellten Versuche lassen sich darüber keine allgemeinen Gesetze aufstellen, sondern man muß die Größe des Widerstandes in jedem besondern Falle eigens untersuchen. Die Bemerkung, daß die Größe der Reibung in vielen Fällen, namentlich, wenn sich harte Körper an einander reiben, unter übrigens gleichen Umständen dem Drucke proportionirt ist, hat zur Aufsuchung der Zahl veranlaßt, mit welcher man den Druck multipliciren muß, um den Betrag der Reibung zu finden. Man nennt diese Zahl den *Reibungscoefficienten*. Derselbe ist in der Regel kleiner als die Einheit, und man pflegt ihn im Durchschnitte, nach der Kraft, welche nöthig ist, einen glatten harten Körper, der gegen einen andern durch eine gegebene Kraft gedrückt wird, aus der Ruhe in Bewegung zu versetzen, $= \frac{1}{3}$ anzunehmen. Doch zeigt sich die Reibung während der Bewegung geringer, als bei dem Uebergange von der Ruhe in Bewegung. Es versteht sich von selbst, daß wenn die Kraft nicht unmittelbar auf die Stelle einwirkt, wo die Reibung statt findet, auf das Moment sowohl der Kraft als der Reibung Rücksicht zu nehmen ist, z. B. bei Bestimmung der Reibung an der Axe eines Wellrades, oder einer Rolle. Gleichartige Körper erzeugen eine stärkere Reibung als ungleichartige, auch hat Erhöhung der Temperatur auf die Reibung der Metalle, Feuchtigkeit auf die Reibung der Holzarten einen steigern-

heißt horizontal. Durch jeden Punct nächſt der Erde geht demnach nur eine verticale Linie und nur eine horizontale Ebene; aber es laſſen ſich durch ihn unendlich viele verticale Ebenen und horizontale Linien führen. 4) Da ſämmtliche parallele Schwerkräfte der Körpertheilchen nach einerlei Richtung wirken, ſo entſpricht denſelben eine ihrer Summe gleiche Reſultirende. Dieſe Reſultirende iſt das Gewicht des Körpers, welches ſonach der Summe der Gewichte aller Theile gleich kommt. Geht man von letzterem Satze als einem leicht nachzuweiſenden Ergebniſſe der Erfahrung aus, ſo folgt daraus ſogleich der Parallelismus der Richtungen der Schwerkräfte der kleinſten Körpertheile, und da, was eben ſo leicht durch Verſuche dargethan werden kann, das Gewicht eines Körpers ungeändert bleibt, wenn ſeine Theile in andere gegenſeitige Stellungen treten, ſo iſt es gewiß, daß jedem Theilchen im Körper ſein eigenes beſtimmtes Gewicht zukommt. 5) In ſo fern zwiſchen den Theilchen eines feſten Körpers eine unveränderliche Verbindung beſteht, geht die Richtung der Reſultirenden aller Schwerkräfte bei jeder Lage des Körpers durch einen und denſelben, bezüglich des Körpers der Lage nach völlig beſtimmten Punct. Man nennt ihn den Schwerpunct des Körpers, und kann ſich die Einwirkung der Schwere auf den Körper ſo denken, als ob bloß der Schwerpunct allein ſchwer und in ihm das ganze Gewicht des Körpers vereinigt wäre. 6) Befindet ſich daher in der durch den Schwerpunct gezogenen Verticallinie ein mit dem Körper unveränderlich verbundener und unbeweglicher Punct, ſo iſt der Körper im Gleichgewichte, denn die Reſultirende der Schwerkräfte wird durch den fixen Punct unwirkſam gemacht. Das Gleichgewicht heißt ſicher oder ſtabil, wenn jede Verrückung des Körpers aus ſeiner Lage den Schwerpunct zunächſt höher ſtellt: es heißt unſicher oder labil, wenn die kleinſte Verrückung des Körpers den Schwerpunct in eine tiefere Lage bringt. Iſt der Schwerpunct ſelbſt ein fixer Punct, ſo befindet ſich der Körper in jeder Lage im Gleichgewichte. 7) Die Körper zeigen ſich ohne Unterlaß ſchwer, die Schwere iſt daher eine continuirliche Kraft, und die Bewegung eines fallenden Körpers, abgeſehen vom Luftwiderſtande oder anderen Hinderniſſen, iſt deßhalb eine beſchleunigte. Die Erfahrung beſtätiget dieſe Schlußfolge durch die fortwährende Zunahme der Geſchwindigkeit freifallender Körper, und durch den ſtärkeren Stoß eines von größerer Höhe herabfallenden Körpers gegen ein Hinderniß. 8) Körper von verſchiedenem Gewichte und von verſchiedener materiellen Beſchaffenheit durchlaufen, wenn ſie lediglich durch ihre Schwere abwärts getrieben werden und keine Hinderniſſe ſtörend einwirken, an demſelben Orte während derſelben Zeit vom Anfange der Bewegung an gerechnet gleiche Wege, oder, was daſſelbe heißt, die Geſchwindigkeit, welche ein frei fallender Körper während einer gegebenen Zeit erlangt, iſt von dem Gewichte und von der materiellen Beſchaffenheit deſſelben gänzlich unabhängig. Da aber Körper, welche verſchiedene Gewichte haben, während des Fallens offenbar von verſchiedenen Kräften getrieben werden, ſo muß, weil die während gegebener Zeit erlangte Geſchwindigkeit dem Quotienten aus

Kraft und Maſſe entſpricht (124.), die Maſſe eines Körpers, deſſen Gewicht größer iſt, als das Gewicht eines anderen, genau in demſelben Verhältniſſe größer ſeyn, als die Maſſe des letztern. Die Maſſen der Körper verhalten ſich alſo wie deren Gewichte. Hieraus folgt weiter, daß der Schwerpunct und der Mittelpunct der Maſſe eines Körpers ein und derſelbe Punct iſt; es können alſo die Schwerkräfte der Theilchen eines völlig frei beweglichen Körpers bloß eine progreſſive, nicht aber eine drehende Bewegung erzeugen (136.). 9) Die Erfahrung lehrt, daß die bei dem freien Falle während verſchiedener vom Anfange der Bewegung gerechneten Zeiten zurückgelegten Wege, in ſo fern der Widerſtand der Luft vernachläßigt werden darf, ſich nahe verhalten wie die Quadrate dieſer Zeiten. Der freie Fall darf alſo, wenigſtens hinſichtlich der Fallhöhen, auf welche ſich unſere Verſuche erſtrecken können, als eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung angeſehen werden, und die Schwere erſcheint in ſo weit als eine beſtändige continuirliche Kraft. Die genauere Erörterung der Natur der Schwere ſetzt jedoch beſondere Betrachtungen voraus, und kann daher erſt an einem ſpäteren Orte vorgenommen werden. Bezeichnet man die Acceleration der Schwere, d. h. die Geſchwindigkeit, welche dieſe Kraft während der Zeiteinheit erzeugt, mit g, ſo hat man zwiſchen dem Fallraum s und der Zeit t die Gleichung $s = \frac{1}{2} g t^2$ [ſ. 122. 2)], welche $g = \frac{2s}{t^2}$ gibt. Mittelſt letzterer Formel findet man aus directen Verſuchen in Wien, wenn die Secunde als Zeiteinheit, und der Fuß als Längeneinheit angenommen wird, g = 31.

Ein genaueres Mittel zur Beſtimmung dieſer Größe wird die Folge darbieten. Dieſes lehrt, daß der Betrag der Acceleration der Schwere g nicht aller Orten derſelbe iſt. Nach den vorgenannten Einheiten hat man den Formeln in 122 gemäß, ohne Rückſicht auf den Widerſtand der Luft, wenn von den drei Größen: Fallzeit t, Finalgeſchwindigkeit v und Fallraum s eine gegeben iſt, zur Beſtimmung der beiden andern die Ausdrücke

$$v = 31t = \sqrt{62s}; \quad s = 15{,}5\,t^2 = \frac{v^2}{62}; \quad t = \frac{v}{31} = \sqrt{\frac{s}{15{,}5}}.$$

154. Nähere Betrachtung der Standfähigkeit eines Körpers und Maß derſelben. Befindet ſich der Schwerpunct eines Körpers *unter* einem fixen Puncte durch deſſen Vermittelung er im Gleichgewichte erhalten wird, ſo ſagt man der Körper ſey an dieſem Puncte *aufgehängt*; im engeren Sinne verſteht man darunter die Befeſtigungsweiſe eines Körpers mittelſt eines biegſamen cylindriſchen Körpers (Faden, Schnur, Strick, Draht ꝛc.). In dieſem Falle iſt das Gleichgewicht des Körpers ſtets ſtabil, denn ſein Schwerpunct hat den tiefſten Stand, den er bei dieſer Verbindung mit dem fixen Puncte haben kann; bei jeder Verſchiebung des Körpers kommt der Schwerpunct in eine höhere Lage, und entwickelt als Angriffspunct der Reſultirenden aller Schwerkräfte des Körpers ein Beſtreben zu der vorigen Lage zurückzukehren. Ein Gleiches gilt bezüglich der Aufhängung

den Einfluß. Die Reibung gewährt bei dem Anfaſſen, bei dem Befeſtigen der Körper durch Nägel, Stützen, bei Anwendung der Schraube, bei Hemmungen von Bewegungen u. ſ. w. großen Nutzen. Ein Gleiches läßt ſich vom Widerſtande der Luft und des Waſſers ſagen, wie die Anwendung der Ruder und Schaufelräder, dann der Waſſerſchraube zur Fortbewegung der Schiffe, des Steuerruders zur Lenkung derſelben, der Gebrauch des Fallſchirmes beweiſet ꝛc.

152. **Arbeitsgröße.** Wenn der Bewegung eines Körpers ein Hinderniß entgegenſteht, ſo genügt es, damit eine gewiſſe Geſchwindigkeit fortbeſtehe, nicht, dem Körper einmal dieſe Geſchwindigkeit ertheilt zu haben und ihn ſodann ſeiner Trägheit zu überlaſſen, ſondern es iſt ſelbſt zur Erhaltung einer gleichförmigen Bewegung die ununterbrochene Thätigkeit einer Kraft erforderlich. In einem ſolchen Falle würde offenbar die Leiſtung der bewegenden Kraft nicht richtig beurtheilt, wenn man bloß das in 119 und 124 gebrauchte Princip in Anwendung bringen, nämlich nur auf die in der Erſcheinung ſich darſtellende Bewegungsgröße, oder das Product der bewegten Maſſe mit der Geſchwindigkeit ſehen wollte; ſondern es muß auch noch das Hinderniß in Erwägung kommen, unter welchem die Bewegung ſtatt findet, denn dieſes bedingt gleichfalls die Geſchwindigkeit, mithin auch die Größe der Bewegung. Dieſe Betrachtung führt zu dem Begriffe der ſogenannten Arbeitsgröße oder des dynamiſchen Effectes, welcher nicht bloß der vorhandenen Bewegungsgröße oder der Kraftäußerung gegen ein Hinderniß, ſondern überdieß noch der Geſchwindigkeit, bei der dieſe Bewegungsgröße ſtatt findet, proportional zu ſetzen iſt. Nimmt man nun diejenige Arbeitsgröße als Einheit an, bei welcher die Bewegungsgröße 1 mit der Geſchwindigkeit 1 verbunden erſcheint, ſo kann man jede andere Arbeitsgröße A durch das Product der correſpondirenden Bewegungsgröße P mit der hier als conſtant vorauszuſetzenden Geſchwindigkeit C ausdrücken, d. h. es beſteht die Gleichung $A = PC$. Iſt M die bewegte Maſſe, ſo hat man (ſ. 119) $P = MC$, folglich iſt auch $A = MC^2$. Die Arbeitsgröße ſtimmt alſo mit dem, was man ſonſt »lebendige Kraft« nennt [148, 3)], überein.

Aus dem in 113 aufgeſtellten Satze erhellet, daß bei jeder in Gang geſetzten Maſchine die Producte der von den Angriffspuncten der Kraft und der Laſt beſchriebenen Wege mit den correſpondirenden im Sinne der Bewegung betrachtet einander äquivalenten Kräften ſtets gleich groß ſind. Hieraus folgt, daß eine zur Verfügung ſtehende Arbeitsgröße durch Uebertragung auf einen anderen Angriffspunct mittels einer Maſchine in keinem Falle geſteigert werden kann, ſondern vielmehr, weil die Bewegung der Maſchine für ſich noch Hinderniſſe herbei führt, die einen Theil der bewegenden Kraft in Anſpruch nehmen, jederzeit eine Verringerung erleiden muß. Hieraus entſpringt der Begriff des Nutzeffectes einer Maſchine, d. i. des Verhältniſſes der wirklichen Leiſtung der Maſchine zu derjenigen Arbeitsgröße, die der bewegenden Kraft an ſich genommen entſpricht, und durch die Maſchine geleiſtet würde, wenn die in ihr ſelbſt liegenden Bewegungshinderniſſe beſeitiget werden könnten.

Häufig fordern mit dem Weſen der Sache minder Vertraute von den Maſchinen mehr als dieſelben zu leiſten im Stande ſind. Man ſchließt fälſchlich von der Steigerung der Kraftäußerung (des Druckes), welche die Maſchinen gewähren können, auf die Möglichkeit, durch Zuhilfnahme einer paſſenden Maſchine, aus einer kleinen primitiven Arbeit ein großes Reſultat erwachſen zu ſehen. Der einzige Nutzen, den Maſchinen zu bringen vermögen, um deſſentwillen ſie jedoch unentbehrlich ſind, beſteht darin, daß mittels derſelben eine gewiſſe diſponible Arbeitsgröße als ein durch gewiſſe Factoren gegebenes Product auf eine paſſendere Weiſe in Factoren zerlegt und dadurch practiſch brauchbar gemacht werden kann, wenn gleich dieß nur mit einigem Verluſte möglich iſt, den man ſich aber aus der ſo eben angedeuteten Rückſicht gerne gefallen läßt.

Sechstes Hauptſtück.

Von der Schwere.

153. **Geſetze der Schwere der auf der Erde vorfindigen Körper.** Mit Hilfe der in den vorhergehenden Hauptſtücken entwickelten Principien laſſen ſich die Geſetze, nach welchen die Schwerkraft die unſeren Verſuchen unterworfenen Körper beherrſcht, aus den Ergebniſſen der Erfahrung leicht ableiten. Man gelangt auf dieſem Wege zur Erkenntniß folgender Sätze: 1) Jeder noch ſo kleine Theil eines Körpers, den wir der Unterſuchung unterziehen können, zeigt ſich ſchwer, d. h. er äußert ein Beſtreben gegen die Erde zu fallen. Die Schwere eines Körpers beruht alſo darauf, daß jedes Theilchen deſſelben durch eine eigene Kraft abwärts getrieben wird. 2) Ein feſter Körper, den man an einem biegſamen, hinreichend ſtarken Faden aufhängt, kann, wenigſtens in einer beſtimmten Stellung, zur Ruhe gebracht werden, und verbleibt in ſelber ſo lange, als keine andere Kraft auf ihn einwirkt. Es laſſen ſich alſo ſämmtliche Schwerkräfte, welche die Theilchen des Körpers beherrſchen, in Folge des unveränderlichen Zuſammenhanges dieſer Theilchen auf eine Reſultirende reduciren, deren Richtung durch die Stellung des Fadens bei dem Gleichgewichte des Körpers angezeigt wird. 3) Die geraden Linien, nach welchen zwei oder mehrere neben einander hängende Fäden durch daran befeſtigte Körper ausgeſpannt erſcheinen, zeigen ſich, ſo weit unſere Unterſuchungsmittel darüber zu entſcheiden vermögen, einander parallel. Später wird bewieſen werden, daß dieſer Parallelismus an weit von einander entfernten Orten nicht ſtatt findet. Es können daher die Richtungen der auf die kleinſten Körpertheile wirkenden Schwerkräfte, wenigſtens an einander nahe liegenden Orten und bei derjenigen Größe der Körper, welche noch die Handhabung derſelben bei Verſuchen geſtattet, ohne merklichen Fehler als parallel angeſehen werden Die Richtung der Schwerkraft, ſo wie jede dieſe Richtung in ſich enthaltende Ebene heißt verticaL; eine dagegen ſenkrechte gerade Linie oder Ebene

heißt horizontal. Durch jeden Punct nächſt der Erde geht demnach nur eine verticale Linie und nur eine horizontale Ebene; aber es laſſen ſich durch ihn unendlich viele verticale Ebenen und horizontale Linien führen. 4) Da ſämmtliche parallele Schwerkräfte der Körpertheilchen nach einerlei Richtung wirken, ſo entſpricht denſelben eine ihrer Summe gleiche Reſultirende. Dieſe Reſultirende iſt das Gewicht des Körpers, welches ſonach der Summe der Gewichte aller Theile gleich kommt. Geht man von letzterem Satze als einem leicht nachzuweiſenden Ergebniſſe der Erfahrung aus, ſo folgt daraus ſogleich der Parallelismus der Richtungen der Schwerkräfte der kleinſten Körpertheile, und da, was eben ſo leicht durch Verſuche dargethan werden kann, das Gewicht eines Körpers ungeändert bleibt, wenn ſeine Theile in andere gegenſeitige Stellungen treten, ſo iſt es gewiß, daß jedem Theilchen im Körper ſein eigenes beſtimmtes Gewicht zukommt. 5) In ſo fern zwiſchen den Theilchen eines feſten Körpers eine unveränderliche Verbindung beſteht, geht die Richtung der Reſultirenden aller Schwerkräfte bei jeder Lage des Körpers durch einen und denſelben, bezüglich des Körpers der Lage nach völlig beſtimmten Punct. Man nennt ihn den Schwerpunct des Körpers, und kann ſich die Einwirkung der Schwere auf den Körper ſo denken, als ob bloß der Schwerpunct allein ſchwer und in ihm das ganze Gewicht des Körpers vereinigt wäre. 6) Befindet ſich daher in der durch den Schwerpunct gezogenen Verticallinie ein mit dem Körper unveränderlich verbundener und unbeweglicher Punct, ſo iſt der Körper im Gleichgewichte, denn die Reſultirende der Schwerkräfte wird durch den fixen Punct unwirkſam gemacht. Das Gleichgewicht heißt ſicher oder ſtabil, wenn jede Verrückung des Körpers aus ſeiner Lage den Schwerpunct zunächſt höher ſtellt; es heißt unſicher oder labil, wenn die kleinſte Verrückung des Körpers den Schwerpunct in eine tiefere Lage bringt. Iſt der Schwerpunct ſelbſt ein fixer Punct, ſo befindet ſich der Körper in jeder Lage im Gleichgewichte. 7) Die Körper zeigen ſich ohne Unterlaß ſchwer, die Schwere iſt daher eine continuirliche Kraft, und die Bewegung eines fallenden Körpers, abgeſehen vom Luftwiderſtande oder anderen Hinderniſſen, iſt deßhalb eine beſchleunigte. Die Erfahrung beſtätiget dieſe Schlußfolge durch die fortwährende Zunahme der Geſchwindigkeit freifallender Körper, und durch den ſtärkeren Stoß eines von größerer Höhe herabfallenden Körpers gegen ein Hinderniß. 8) Körper von verſchiedenem Gewichte und von verſchiedener materiellen Beſchaffenheit durchlaufen, wenn ſie lediglich durch ihre Schwere abwärts getrieben werden und keine Hinderniſſe ſtörend einwirken, an demſelben Orte während derſelben Zeit vom Anfange der Bewegung an gerechnet gleiche Wege, oder, was daſſelbe heißt, die Geſchwindigkeit, welche ein frei fallender Körper während einer gegebenen Zeit erlangt, iſt von dem Gewichte und von der materiellen Beſchaffenheit deſſelben gänzlich unabhängig. Da aber Körper, welche verſchiedene Gewichte haben, während des Fallens offenbar von verſchiedenen Kräften getrieben werden, ſo muß, weil die während gegebener Zeit erlangte Geſchwindigkeit dem Quotienten aus

Kraft und Maſſe entſpricht (124.), die Maſſe eines Körpers, deſſen Gewicht größer iſt, als das Gewicht eines anderen, genau in demſelben Verhältniſſe größer ſeyn, als die Maſſe des letztern. Die Maſſen der Körper verhalten ſich alſo wie deren Gewichte. Hieraus folgt weiter, daß der Schwerpunct und der Mittelpunct der Maſſe eines Körpers ein und derſelbe Punct iſt; es können alſo die Schwerkräfte der Theilchen eines völlig frei beweglichen Körpers bloß eine progreſſive, nicht aber eine drehende Bewegung erzeugen (136.). 9) Die Erfahrung lehrt, daß die bei dem freien Falle während verſchiedener vom Anfange der Bewegung gerechneten Zeiten zurückgelegten Wege, in ſo fern der Widerſtand der Luft vernachläßigt werden darf, ſich nahe verhalten wie die Quadrate dieſer Zeiten. Der freie Fall darf alſo, wenigſtens hinſichtlich der Fallhöhen, auf welche ſich unſere Verſuche erſtrecken können, als eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung angeſehen werden, und die Schwere erſcheint in ſo weit als eine beſtändige continuirliche Kraft. Die genauere Erörterung der Natur der Schwere ſetzt jedoch beſondere Betrachtungen voraus, und kann daher erſt an einem ſpäteren Orte vorgenommen werden. Bezeichnet man die Acceleration der Schwere, d. h. die Geſchwindigkeit, welche dieſe Kraft während der Zeiteinheit erzeugt, mit g, ſo hat man zwiſchen dem Fallraum s und der Zeit t die Gleichung $s = \frac{1}{2} g t^2$ [ſ. 122. 2)], welche $g = \frac{2s}{t^2}$ gibt. Mittelſt letzterer Formel findet man aus directen Verſuchen in Wien, wenn die Secunde als Zeiteinheit, und der Fuß als Längeneinheit angenommen wird, g = 31.

Ein genaueres Mittel zur Beſtimmung dieſer Größe wird die Folge darbieten. Dieſes lehrt, daß der Betrag der Acceleration der Schwere g nicht aller Orten derſelbe iſt. Nach den vorgenannten Einheiten hat man den Formeln in 122 gemäß, ohne Rückſicht auf den Widerſtand der Luft, wenn von den drei Größen: Fallzeit t, Finalgeſchwindigkeit v und Fallraum s eine gegeben iſt, zur Beſtimmung der beiden andern die Ausdrücke

$$v = 31t = \sqrt{62s}; \quad s = 15{,}5\,t^2 = \frac{v^2}{62}; \quad t = \frac{v}{31} = \sqrt{\frac{s}{15{,}5}}.$$

154. Nähere Betrachtung der Standfähigkeit eines Körpers und Maß derſelben. Befindet ſich der Schwerpunct eines Körpers *unter* einem fixen Puncte durch deſſen Vermittelung er im Gleichgewichte erhalten wird, ſo ſagt man der Körper ſey an dieſem Puncte *aufgehängt*; im engeren Sinne verſteht man darunter die Befeſtigungsweiſe eines Körpers mittelſt eines biegſamen cylindriſchen Körpers (Faden, Schnur, Strick, Draht ꝛc.). In dieſem Falle iſt das Gleichgewicht des Körpers ſtets ſtabil, denn ſein Schwerpunct hat den tiefſten Stand, den er bei dieſer Verbindung mit dem fixen Puncte haben kann; bei jeder Verſchiebung des Körpers kommt der Schwerpunct in eine höhere Lage, und entwickelt als Angriffspunct der Reſultirenden aller Schwerkräfte des Körpers ein Beſtreben zu der vorigen Lage zurückzukehren. Ein Gleiches gilt bezüglich der Aufhängung

eines Körpers an mehreren fixen Puncten. Befindet ſich aber der Schwerpunct des Körpers über einem oder mehreren fixen Puncten, die ſein Fallen verhindern, ſo ſagt man der Körper ſey unterſtützt, und nennt dieſe fixen Puncte die Unterlage; in dieſem Falle kann das Gleichgewicht des Körpers nach Umſtänden ſtabil oder labil ſeyn, je nachdem eine Verſchiebung oder Neigung des Körpers den Schwerpunct in eine höhere oder tiefere Lage bringt. In der erſten zeigt derſelbe ſtets ein Beſtreben gegen die vorige Lage zurückzukehren; in der zweiten ſtets ein Beſtreben ſich davon noch weiter zu entfernen. Als Beiſpiel mag ein eiförmiger Körper dienen, deſſen Gleichgewicht ſtabil iſt, wenn er auf der flachen Seite liegt; labil, wenn er auf eines der gekrümmteren Enden geſtellt wird. In ſo fern eine Aenderung der Lage eines Körpers ſeinen Schwerpunct weder hebt noch ſenkt, tritt ein Mittelzuſtand zwiſchen Stabilität und Labilität ein, wie z. B. bei einer Kugel, die auf einer horizontalen Ebene liegt. Iſt ein Körper in allen Puncten eines Theiles ſeiner Begrenzung unterſtützt, wie es der Fall iſt, wenn ein Körper eine unter ihm befindliche feſte horizontale Ebene mit einem ebenen Theile ſeiner Begrenzung berührt, oder wird der Körper von einer ſolchen Ebene nur in einzelnen Puncten gehalten, wovon jedoch wenigſtens drei nicht in derſelben geraden Linie liegen, ſo heißt die Grenzfläche, auf welcher der Körper ſteht oder ſtehen ſoll, wie auch das Polygon, welches ſich zeigt, wenn man durch je zwei benachbarte Unterſtützungspuncte gerade Linien zieht, die Grundfläche (Baſis) des Körpers. Trifft die durch den Schwerpunct des Körpers gehende Verticallinie in die Grundfläche ſelbſt, ſo iſt derſelbe vor dem Fallen geſichert; geht aber dieſe Verticallinie neben der Grundfläche vorbei, ſo kann der Körper ohne weitere Hilfe nicht ſtehen bleiben, ſondern er ſchlägt nach der Gegend hin um, gegen welche die Verticallinie des Schwerpunctes fällt. Man pflegt daher dieſe Verticallinie, weil ſie überhaupt die Richtung anzeigt, nach welcher der Schwerpunct ſich zu bewegen ſucht, die Directionslinie des Körpers zu nennen. Die Richtigkeit der ſo eben ausgeſprochenen Behauptungen leuchtet von ſelbſt ein, wenn man bedenkt, daß dem Schwerpuncte bezüglich jeder Kante des Körpers oder jeder anderen fixen mit dem Körper verbundenen geraden Linie, die nicht von der Directionslinie durchſchnitten wird, ein Drehungsmoment nach der Seite der Directionslinie hin entſpricht, welches, ſobald es dem Körper geſtattet iſt, ſich um dieſe Linie zu drehen, ſeine Wirkung äußert. Dieß tritt ein, wenn die Directionslinie eines Körpers außerhalb ſeiner Grundfläche fällt, während, wenn die Directionslinie durch die Grundfläche ſelbſt geht, die Anregung zur Drehung des Körpers um jede einzelne Kante der Grundfläche durch den Widerſtand der an die Grundfläche ſich ſtützenden, unveränderlich mit einander verbundenen Körpertheile aufgehoben wird. Das Moment des Körpers rückſichtlich einer Kante der Grundfläche, nämlich das Product des Gewichtes des Körpers mit dem Abſtande ſeiner Directionslinie von dieſer Kante, kann als das Maß der Standfähigkeit des Körpers hinſichtlich der Drehung um genannte Kante ange-

sehen werden, denn eine Kraft, welche den Körper um dieselbe so zu drehen sucht, daß er umgeworfen werden könnte, muß, damit dieß erreicht werde, hinsichtlich dieser Kante ein Moment besitzen, das größer ist, als dieses Maß.

Hiernach ist der sichere Stand aller Bauwerke, Geräthschaften, die Haltung des menschlichen Körpers bei den mannigfaltigen Stellungen und Bewegungen desselben ohne oder mit Belastung ꝛc. leicht zu beurtheilen und zu erklären. Zur Kenntniß der Lage des Schwerpunctes eines Körpers gelangt man auf empirischem Wege, mit Hilfe zweier Positionen des Gleichgewichtes, wenn man den Körper an zwei nicht in einerlei Directionslinie liegenden Puncten aufhängt oder unterstützt, oder mit Hilfe dreier Gleichgewichtslagen, wenn die Unterstützung in verschiedenen einander nicht durchgehends parallelen Kanten geschieht. Jeder Unterstützungspunct bestimmt im Augenblicke des Gleichgewichtes eine durch den Schwerpunct des Körpers gehende verticale Linie; jede Kante bestimmt unter gleichen Umständen eine Ebene, in welcher der Schwerpunct liegt: durch zwei solche Linien oder durch drei solche Ebenen, wie auch durch eine solche Ebene und eine nicht in ihr enthaltene Linie ist die Position des Schwerpunctes gegeben.

155. **Beziehung zwischen Gewicht und Masse.** Da jede continuirliche Kraft durch das Product irgend einer Masse mit derjenigen Geschwindigkeit ausgedrückt wird, welche diese Masse unter dem Einflusse der ungeänderten Intensität der Kraft während der Zeiteinheit erlangt, so hat man, wenn M die Masse eines Körpers, P der Totalbetrag seiner Schwere, d. i. sein Gewicht, und g die Acceleration der Schwerkraft bezeichnet, die Formel $P = Mg$. Diese Art das Gewicht eines Körpers darzustellen, wird jedoch nur bei rein theoretischen Untersuchungen gebraucht, und darf nicht mit der gewöhnlicheren Bestimmung der Gewichte durch Abwägen verwechselt werden. Hat man nämlich die Längen- und Zeiteinheit, wornach sich der numerische Werth von g richtet, dann die Masseneinheit festgesetzt, so ist im Sinne obiger Formel die Einheit der Gewichte nicht mehr der Willkür anheimgestellt, sondern sie ist, wie aus der Gleichung $Mg = 1$ folgt, das Gewicht derjenigen Masse, deren numerischer Werth $= \frac{1}{g}$ ist, d. h. das Gewicht der Masse, welche zur Einheit der Massen sich verhält, wie 1 : g. Bei der gewöhnlichen Bestimmung der Gewichte aber wird ein nach Willkür gewähltes Gewicht dem Abwägen als Einheit zum Grunde gelegt. Kennt man jedoch das solchergestalt der Einheit der Massen zugehörende Gewicht σ, so besteht, wenn M die Masse eines Körpers und Q dessen durch Abwägen gefundenes Gewicht ist, weil die Massen sich wie die Gewichte verhalten, die Gleichung $M = \frac{Q}{\sigma}$. Darnach hat man $P = \frac{Qg}{\sigma}$.

Als Einheit der Massen dient gewöhnlich die Masse einer Volumseinheit reinen Wassers in seinem dichtesten Zustande, nämlich bei der Temperatur 3° R., weil man in der Regel die größte Dichte des Wassers als Einheit der Dichten annimmt (vergl. 138). Ein Wiener Kubikfuß rei-

nes Wasser bei 3° R. wiegt 432977.22 Gran; ein Kubikzoll 250 56 Gran. Bei der Wahl der Einheit im neufranzösischen Gewichtssysteme, nämlich des Gramm, wurde beabsichtiget, dafür das Gewicht eines Kubikcentimeters Wasser in seiner größten Dichte anzunehmen.

Da die Schwere der Körper sich ohne Unterlaß und überall äußert, so bietet sie sich uns gleichsam von selbst als das natürlichste Maß der Kräfte dar. Jeder Druck, also auch jede continuirliche Kraft, wird am bequemsten mit dem Drucke eines schweren Körpers verglichen, und darnach in Gewichtseinheiten ausgedrückt. Will man die solchergestalt erhaltenen Daten in eine Rechnung einführen, worin die Kraft, welche der Masse 1 binnen der Zeit 1 die Geschwindigkeit 1 ertheilt, als Einheit angenommen ist, so läßt sich die Umsetzung der Zahlwerthe der Kräfte von der einen Einheit auf die andere mittelst der oben erhaltenen Formel $P = \frac{Q\varepsilon}{\sigma}$ leicht bewerkstelligen. Selbst momentane Kräfte lassen sich durch Vermittelung der Schwere bequem messen, indem man sie mit dem Stoße vergleicht, den eine von einer bestimmten Höhe frei herabfallende Masse von gegebener Größe gegen ein Hinderniß ausübt. Auch jede Arbeit läßt sich dadurch anschaulich machen, daß man das Gewicht nennt, welches durch die arbeitende Kraft während einer festgesetzten Zeit auf eine gewisse Höhe gehoben würde. Die Arbeitsgröße ist offenbar dem gehobenen Gewichte und der Höhe direct, und der Zeit, während welcher es gehoben wurde, verkehrt proportionirt. Auf diese Weise macht man stets die Arbeit einer Maschine ersichtlich, und bildet in gleichem Sinne zur Bequemlichkeit der Rede noch besondere Einheiten. Eine solche Einheit ist z. B. eine Pferdekraft, d. h. das Vermögen eine Last von 400 Pfund während einer Secunde einen Fuß hoch zu heben.

156. **Absolutes, specifisches Gewicht eines Körpers und deren Beziehung zur Dichte.** Das Gewicht eines Körpers, so wie es durch Wägung gefunden wird, heißt sein absolutes Gewicht. Denkt man sich die Volumseinheit mit Materie von derselben Dichte erfüllt, wie sie in einem Körper vorkommt, oder vorkommen würde, wenn die Materie in dem Rauminhalte des Körpers gleichförmig vertheilt wäre, so heißt das in die Volumseinheit gehende Gewicht das specifische Gewicht des Körpers. Nach dieser Erklärung erhalt man also das specifische Gewicht S eines Körpers, wenn man dessen absolutes Gewicht Q durch sein Volum V dividirt, d. h. es ist $S = \frac{Q}{V}$. Man hat daher auch $Q = VS$ und $V = \frac{Q}{S}$. Nach 138. wird die Dichte eines Körpers durch dessen Masse und Volum mittelst der Formel $D = \frac{M}{V}$ ausgedrückt, und nach 155. ist, wenn σ das Gewicht der Masseneinheit bedeutet, $M = \frac{Q}{\sigma}$; es ist daher auch $D = \frac{Q}{V\sigma}$. Setzt man hier S statt $\frac{Q}{V}$, so wird $D = \frac{S}{\sigma}$ oder $S = D\sigma$. Wählt man die Dichte irgend eines Stoffes als Einheit der Dichten, so ist die Masse dieses Stoffes unter dem Volum 1 nothwendig der Einheit der Massen gleich, mithin das Gewicht dieses Stoffes unter dem Volum 1, d. i. sein specifisches Gewicht $= \sigma$, und $V\sigma$ das Ge-

wicht dieſes Stoffes unter dem Volum V. Nennt man letzteres Gewicht q, d. h. ſetzt man $V\sigma = q$, ſo zeigt ſich auch $D = \frac{Q}{q}$ oder $Q = Dq$. Von dieſen Beziehungen läßt ſich zur Beſtimmung der Gewichte der Körper aus ihren Rauminhalten und umgekehrt dieſer aus jenen, ein ſehr nützlicher Gebrauch machen.

Die Wichtigkeit des Gegenſtandes nöthiget hierüber noch in einige nähere Nachweiſungen einzugehen. Die paſſendſten Mittel zur Beſtimmung der Dichten der Körper können zwar erſt ſpäter angegeben werden; wo es nicht auf die äußerſte Genauigkeit ankommt, reicht jedoch folgendes Verfahren hin: Um die Dichte eines tropfbar flüſſigen Körpers mit der Dichte des Waſſers bei der herrſchenden Temperatur zu vergleichen, fülle man ein Fläſchchen einmal mit der zu unterſuchenden Flüſſigkeit, das andere Mal mit reinem Waſſer und beſtimme jedesmal das Gewicht, welches das Fläſchchen faßt, entweder indem man vom Gewichte des gefüllten Fläſchchens das Gewicht des leeren abzieht, oder indem man das Gewicht des Fläſchchens ſelbſt durch vorläufiges Tariren außer Spiel ſetzt. Dividirt man, der Formel $D = \frac{Q}{q}$ gemäß, das Gewicht der Flüſſigkeit durch das Gewicht des Waſſers unter gleichem Volum, was eben durch Anwendung eines und desſelben Fläſchchens in beiden Wägungen erzielt werden ſoll, ſo hat man die verlangte Dichte. Um jedoch hiebei keinen merklichen Fehler zu begehen, iſt darauf zu ſehen, daß das Fläſchchen jedesmal genau auf dieſelbe Weiſe gefüllt ſey. Man erreicht dieß nur, wenn man es immer ganz füllt und mit einem ſorgfältig eingeſchliffenen Stöpſel ſo verſchließt, daß zwiſchen dem Stöpſel und der Flüſſigkeit kein Raum bleibt. Zu dieſem Behufe kann der Stöpſel einen feinen Kanal haben, durch den der Ueberſchuß der Flüſſigkeit austritt. Iſt die Dichte eines feſten Stoffes oder Körpers zu finden, ſo bringt man, nachdem man das Fläſchchen mit einer tropfbaren Flüſſigkeit, worin ſich der Körper nicht auflöſt, gefüllt und das Gewicht des Inhaltes beſtimmt hat, den Körper oder ein Stückchen des Körpers in das Fläſchchen. Hiedurch wird ein Quantum der Flüſſigkeit, deſſen Volum jenem des Körpers gleich kommt, aus dem Fläſchchen herausgetrieben. Das Gewicht der ſo verdrängten Flüſſigkeit findet man, wenn man das Gewicht des Inhaltes des Fläſchchens, während es den Körper und die Flüſſigkeit in ſich faßt, von der Summe der Gewichte des Körpers und des bloß mit Flüſſigkeit gefüllten Fläſchchens abzieht. Das Gewicht des Körpers durch dieſe Differenz getheilt, gibt das Verhältniß der Dichte deſſelben zur Dichte der Flüſſigkeit. Iſt der Körper im Waſſer nicht löslich, ſo kann man zur Füllung des Fläſchchens ſogleich Waſſer nehmen und findet ſo unmittelbar die Dichte des Körpers im Vergleiche mit jener des Waſſers. Wäre aber der Körper im Waſſer löslich, ſo findet man in gedachtem Sinne ſeine Dichte, wenn man den durch die ſo eben erwähnte Diviſion erhaltenen Quotienten mit der Dichte der angewendeten Flüſſigkeit multiplicirt. Will man derlei Beſtimmungen die größte Dichte des Waſſers zum Grunde legen, und hat man die Wägungen bei einer andern Temperatur als 3° R. vorgenommen, ſo muß man die erhaltenen Reſultate noch mit der Dichte des Waſſers bei der ſtattgehabten Temperatur multipliciren. Nach genauen Unterſuchungen iſt die Dichte des Waſſers, wenn deſſen größte Dichte = 1 geſetzt wird,
bei 10° R = 0,999442; bei 11° R. = 0,999278; bei 12° R. = 0,999095;
bei 13° R. = 0,998893; bei 14° R. = 0,998673; bei 15° R. = 0,998439;

bei 16° R. = 0,998180; bei 17° R. = 0,997907; bei 18° R. = 0 997622; bei 19° R. = 0 997320; bei 20° R. = 997003. Aus der Dichte eines Körpers erhält man, nach obigen Formeln, ſein ſpecifiſches Gewicht, wenn man die Dichte mit dem ſpecifiſchen Gewichte des Waſſers multiplicirt.

Handelt es ſich um die Beſtimmung des Gewichtes eines nicht leicht abzuwägenden Körpers, deſſen Volum man aber kennt, z. B. eines großen Steinblockes von durchgehends gleichförmiger Beſchaffenheit, ſo unterſuche man vorerſt ſeine Dichte, was mittelſt eines kleinen Stückchens deſſelben geſchehen kann, berechne daraus ſein ſpecifiſches Gewicht, und multiplicire dieſes mit dem gegebenen Volum. Wäre das Volum eines unregelmäßigen Körpers, der ſich nicht leicht geometriſch behandeln läßt, zu ſuchen, ſo kann hiezu ſein Gewicht dienen, wenn nur ſeine Dichte gegen irgend einen bekannten Stoff und dieſer zu Folge ſein ſpecifiſches Gewicht bekannt iſt. Das Gewicht des Körpers, durch ſein ſpecifiſches Gewicht getheilt, gibt ſein Volum an. Auf dieſe Weiſe findet man auch das innere Volum eines Gefäßes, indem man das Gewicht des dieſes Volum ausfüllenden Waſſers oder Queckſilbers durch das ſpecifiſche Gewicht dieſer Flüſſigkeit dividirt. Die Dichte dient als ein gutes Kennzeichen der materiellen Beſchaffenheit und ſpielt daher auch in der Charakteriſtik der Stoffe eine wichtige Rolle. Gold iſt 19mal, Platin 21mal, Blei 11mal, Silber 10½mal, Kupfer 9mal ſo dicht als Waſſer. Die Dichte des Queckſilbers bei 0° R. iſt = 13 598. der concentrirten engliſchen Schwefelſäure = 1,85, des abſoluten Alkohols bei 12° R. = 0,795 u. ſ. w.

157. **Theorie der Wage.** Jede Vorrichtung, an welcher ſich Verſchiedenheiten in der Belaſtung auf eine unzweideutige Weiſe erkennen laſſen, kann zur Beſtimmung der Gewichte der Körper, mithin als Wage dienen. Iſt dieſe Vorrichtung für hinreichend kleine Aenderungen der Belaſtung empfindlich, ſo kann das Gewicht eines Körpers daran mit entſprechender Genauigkeit gefunden werden, zumal wenn man die Methode der doppelten Wägung (20.), wodurch das Reſultat der Operation von der ſpeciellen Einrichtung der Wage ganz unabhängig wird, in Anwendung bringt. Indeſſen verlangt man von einer Wage ſtets unmittelbare Angabe der Gewichte der Körper, in welcher Beziehung die Conſtruction derſelben in nähere Betrachtung kommt. Dieſe läßt ſich zwar auf die mannigfaltigſten Principe gründen; ſo hat man ſelbſt die Molecularkräfte der Materie, z. B. die Elaſticität, zur Wägung benützt (Federwagen); doch verdient die Anwendung des Hebels entſchieden den Vorzug. Zur Wägung leichterer Körper genügt ein einfacher Hebel; für größere Laſten nimmt man zu einer Combination mehrerer Hebel Zuflucht (zuſammengeſetzte Wagen). Beſteht die Wage aus einem einfachen Hebel, ſo geſchieht die Wägung entweder durch Ausmittelung desjenigen Gewichtes, welches dem in Frage ſtehenden gleich kommt (gleicharmige Wage), oder es wird das zu ſuchende Gewicht mit Hilfe eines kleineren gefunden. Im letzteren Falle erkennt man das fragliche Gewicht entweder aus der zur Herſtellung des Gleichgewichtes bei beſtimmter Lage des Hebels (Wagbalkens) nöthigen Poſition des Gegengewichtes (Schnellwage), oder aus der Stellung des Hebels während die Laſt wie auch das Gegengewicht ſtets an denſelben Puncten des Hebels wirken (Zeigerwage). Für den Phy-

ſiker iſt die bereits an einem früheren Orte (20.) berührte gleicharmige Wage bei weitem die wichtigſte. Mittelſt derſelben ſoll ſich die Gleichheit oder Verſchiedenheit der in die beiden Schalen gelegten Gewichte aus der Stellung des Wagbalkens dadurch erkennen laſſen, daß derſelbe nur bei gleicher Belaſtung der Schalen, worauf bei dem Gebrauche dieſer Wage ſtets hingearbeitet wird, eine und dieſelbe beſtimmte Stellung annimmt, von dieſer aber ſchon bei geringer Differenz der Belaſtung der Schalen merklich abweicht. Dieſe Eigenſchaft der gleicharmigen Wage hängt lediglich von der relativen Lage des Schwerpunctes des Wagbalkens und der Aufhängeaxen der Wagſchalen gegen die Drehungsaxe des Wagbalkens ab. Vor allem iſt nöthig, daß die aufwärts gekehrten Schneiden, an welchen die Wagſchalen herabhangen, der abwärts gekehrten Schneide, um welche ſich der Wagbalken dreht, genau parallel ſeyen; denn ſonſt wäre das Drehungsmoment, welches die Belaſtung jeder Wagſchale mittelſt des Balkens bezüglich der Drehungsaxe äußert, von der Lage der Gewichte in den Schalen abhängig, in ſo fern nämlich dadurch die Lage des Durchſchnittspunctes der Directionslinie der Belaſtung mit der Aufhängeaxe der Wagſchale, d. i. die Lage des Angriffspunctes der Geſammtbelaſtung der Wagſchale in dieſer Aufhängeaxe, beſtimmt wird. Damit der Wagbalken bei ſeiner Drehung längs einer verticalen Ebene auf und nieder gehe, iſt es erwünſchlich, daß dieſe Schneiden, welche füglich gegen die durch die Symmetrie des Wagbalkens gegebene Längenaxe deſſelben ſenkrecht ſtehen, eine horizontale Lage haben. Dieß vorausgeſetzt, iſt bloß der Durchſchnitt des Wagbalkens mit der Ebene zu betrachten, welche durch ſeinen Schwerpunct ſenkrecht gegen ſeine Drehungsaxe geht, alſo eine verticale Lage hat: die Durchſchnittspuncte dieſer Ebene mit der Drehungsaxe des Wagbalkens und mit den Aufhängeaxen der Schalen können als der Drehungspunct des Balkens und als die Aufhängepuncte der Schalen angeſehen werden. Es ſey G (Fig. 37) der Schwerpunct, C der Drehungspunct des Wagbalkens, A und B ſeyen die Aufhängepuncte der Wagſchalen. Die Gerade AB heißt hier insbeſondere die Längenaxe, ihr Halbirungspunct M der Mittelpunct und die Hälften der Längenaxe heißen die Arme des Wagbalkens. Damit ein ſtabiles Gleichgewicht des unbelaſteten Wagbalkens möglich ſey, muß der Schwerpunct G unter dem Drehungspuncte C liegen; ruht der Balken, ſo liegt G in der durch C geführten Verticallinie. Haben die Wagſchalen einerlei Gewicht, und werden gleiche Gewichte in ſelbe gelegt, ſo kann man ſich alle dieſe Laſten in M vereinigt denken; ſoll nun der Balken bei jeder gleichen Belaſtung der Schalen ſtets eine und dieſelbe Gleichgewichtslage erhalten, ſo müſſen die Puncte C, G, M nothwendig in einer geraden Linie (in der Regel erſcheint die Zunge als Verlängerung derſelben) liegen, weil ſonſt die Stellung des Balkens von dem Kampfe der einander entgegenwirkenden Momente, welche die in M und G concentrirten Gewichte bezüglich des Punctes C äußern, alſo von der Größe der Belaſtungen abhängen würde. Die Gleichheit der beiden Belaſtungen der Wage wird

leicht dadurch geprüft, daß eine Verwechslung derſelben unter einander keine Aenderung in der Gleichgewichtslage des Balkens hervorbringen darf. Fügt man zur Belaſtung der einen Schale noch ein Gewichtchen hinzu, ſo neigt ſich der Balken gegen dieſe Seite, d. h. es entſteht ein Ausſchlag; ſoll der Ausſchlagswinkel einerlei Größe behalten, man mag das Zulaggewicht auf der einen oder auf der andern Seite anbringen, ſo muß AB mit CG einen rechten Winkel bilden. Wovon die Größe des Ausſchlags abhängt, welchen ein gegebenes Zulaggewicht hervorbringt, läßt ſich folgender Maßen beurtheilen: Es ſey A'B' (Fig 38) die durch ein in die Schale bei A zugelegtes Gewicht hervorgebrachte geneigte Stellung des Wagbalkens, alſo xCu der Ausſchlagwinkel, ferner ſeyen A'a, Mm, Gg Verticallinien, welche der durch C gezogenen Horizontallinie in a, m, g begegnen, endlich ſtelle z das Zulaggewicht, Q die gleiche Belaſtung der Schalen, ihr eigenes Gewicht mitgerechnet, und W das Gewicht des Wagbalkens vor, ſo ſind die Producte z.aC, Q.mC, W.gC die Drehungsmomente der Gewichte z, Q, W rückſichtlich des Punctes C, und es beſteht daher unter der Annahme, daß der Mittelpunct des Wagbalkens tiefer liegt als der Drehungspunct, zwiſchen dieſen Momenten die Gleichung

$$z.aC = W.gC + Q.mC.$$

Was zur Verringerung der Momente Q.mC und W.gC beiträgt, bewirkt eine Verkleinerung des Productes z.aC, mithin, bei einerlei Zulaggewicht z, eine Verkleinerung von aC, daher einen größeren Ausſchlagwinkel; einen gleichen Einfluß übt bei übrigens gleichen Umſtänden auch die Verlängerung des Wagbalkens oder eine Vermehrung von z aus, weil dann die vorige Größe des Momentes z.aC nur durch Vergrößerung dieſes Winkels hergeſtellt wird. Je geringer alſo das Gewicht und die Belaſtung des Wagbalkens ſind, je näher der Schwerpunct und Mittelpunct des Balkens dem Drehungspuncte liegen, je länger der Wagbalken iſt, einen deſto größeren Ausſchlag gibt ein beſtimmtes Zulaggewicht, um ſo empfindlicher iſt alſo die Wage. Man beurtheilt übrigens die Empfindlichkeit einer Wage, überhaupt genommen, nach dem noch einen merklichen Ausſchlag herbeiführenden Bruchtheile der größten Belaſtung, welche die Wage zu tragen vermag.

Die Empfindlichkeit, welche man von einer Wage fordert, hängt vom Grade der Genauigkeit ab, den man bei den Wägungen erreichen will. Eine zu große Empfindlichkeit kann in gewiſſen Fällen ſogar läſtig werden. Eine Wage, welche bei 1 Kilogramm Belaſtung noch für 1 Milligramm empfindlich iſt, genügt für viele phyſikaliſche Zwecke. Die Genauigkeit der Gewichte muß mit jener der Wage harmoniren.

Befande ſich der Mittelpunct M des Wagbalkens über dem Drehungspuncte C, ſo wäre in obiger Gleichung das Moment Q.mC ſubtractiv zu ſetzen, d. h. es wäre

$$z.aC = W.gC - Q.mC.$$

In dieſem Falle erhielte man bei einerlei Zulaggewicht z einen größeren Ausſchlag, wenn man die Wage mehr belaſtet, dieſe wäre demnach für größere Laſten empfindlicher als für kleinere; bei nicht ſehr großer Nähe des Punctes M gegen C könnte die Wage noch eine Be-

laſtung vertragen, in Bezug auf welche $Q \cdot mC > W \cdot gC$ würde; das Gleichgewicht hört dann auf ſtabil zu ſeyn, was ſich durch Umſchlagen des Balkens kund gibt. Geht die Drehungsaxe des Balkens durch ſeinen Mittelpunct, ſo hängt der Ausſchlagwinkel gar nicht von der Belaſtung der Wage ab, ſondern das Zulagegewicht kommt bloß gegen das Gewicht des Wagbalkens. Diese zwei letzteren Fälle ſind bei dem Baue einer Wage zu vermeiden.

Nach denſelben Principien iſt die Schnellwage zu beurtheilen; ſie iſt ein ungleicharmiger Hebel mit einem am längeren Arme verſchiebbaren Gewichte, Laufgewicht genannt. Befindet ſich, wenn die Zunge jene Stellung des Balkens anzeigt, auf welche alle Wägungen bezogen werden, der Schwerpunct des Balkens, die Schale oder den Haken zur Aufnahme des abzuwägenden Körpers mitgerechnet, unter der Drehungsaxe, was daraus erkannt wird, daß der entlaſtete Balken in der vorgeſchriebenen Lage im Gleichgewichte ſteht, ſo iſt, wenn bei der Abwägung eines Körpers das Laufgewicht ſo geſtellt wird, daß der Balken wieder die vorgeſchriebene Gleichgewichtslage erhält, die Momente des Gewichtes des Körpers und des Laufgewichtes hinſichtlich der Drehungsaxe des Balkens einander gleich; es verhalten ſich demnach das Gewicht des Körpers und das Laufgewicht verkehrt wie die zugehörenden Abſtände der durch die Angriffspuncte dieſer Gewichte gehenden Verticallinien von der Drehungsaxe, oder was daſſelbe heißt, verkehrt wie die entſprechenden Hebelarme, in ſo fern man dieſe auf der Längenare des Wagbalkens, d. i. auf der Verbindungslinie genannter Angriffspuncte, von dem Puncte an rechnet, in welchem die Verbindungslinie des Schwerpunctes des Balkens und des Aufhängepunctes die Längenare trifft. Das Verhältniß des veränderlichen Armes zum unveränderlichen kann mittelſt einer am Wagbalken angebrachten Scale erſichtlich gemacht werden, wornach die Beſtimmung des Gewichtes des Körpers eine bloße Multiplication des Laufgewichtes mit dieſer Verhältnißzahl erfordert. Man wird nach dem Geſagten leicht einſehen, wie wenig Vertrauen die hie und da im gemeinen Leben in Anwendung vorkommenden Schnellwagen mit empiriſch aufgetragener Scale verdienen, deren unbelaſteter Balken für ſich allein nicht im Gleichgewichte ſteht.

158. **Bewegung geworfener Körper.** Wird ein freier Körper im leeren Raume oder in einem Mittel, deſſen Widerſtand ohne merklichen Fehler vernachläßiget werden darf, in Bewegung geſetzt, und ſodann ſeiner Trägheit und Schwere überlaſſen, ſo kann ſeine Bewegung von dieſem Augenblicke angefangen als das Reſultat der Zuſammenſetzung zweier Bewegungen betrachtet werden, derjenigen nämlich, welche der Körper, wenn er ſchwerlos wäre, in Folge des vorausgegangenen Impulſes haben würde, und der Bewegung, in welche ihn die Schwere für ſich allein zu verſetzen vermag. Da nun ein Körper ſeiner Trägheit gemäß nach der einmal eingeſchlagenen Richtung in gleichförmiger Bewegung zu verbleiben ſucht, und die Schwere, in ſo fern ſie als eine conſtante Kraft angeſehen werden darf, ihm eine der Dauer ihrer Einwirkung proportionale Geſchwindigkeit nach verticaler Richtung ertheilt, ſo kommt es hier bloß auf die Zuſammenſetzung einer gleichförmigen Bewegung mit einer gleichförmig beſchleunigten an, und die in 122, 123, 135 vorgetragenen Lehren finden ihre Anwendung. Erhält alſo 1) ein Körper durch einen vertical abwärts gerichteten Im-

puls die Geſchwindigkeit c und ertheilt ihm die Schwere während der Zeiteinheit die Geſchwindigkeit g, ſo beſitzt ſein Schwerpunct am Ende der Zeit t die Geſchwindigkeit $v = c + gt$, und hat den Weg $s = ct + \frac{1}{2}gt^2$ zurückgelegt. Hierunter iſt der durch die Schwere allein bewirkte freie Fall mitbegriffen, wenn entweder $c = 0$ geſetzt, oder die Zeit von dem Augenblicke an gezählt wird, in welchem das Bewegliche die Geſchwindigkeit c erlangt hat. 2) Wird ein Körper vertical aufwärts geworfen und beginnt er ſeine Bewegung mit der Geſchwindigkeit c, ſo beſitzt ſein Schwerpunct am Ende der Zeit t die Geſchwindigkeit $v = c - gt$, und hat den Weg $s = ct - \frac{1}{2}gt^2$ zurückgelegt. Er bewegt ſich daher nur während einer Zeit $= \frac{c}{g}$ aufwärts, und erreicht die Höhe $\frac{c^2}{2g}$; ſodann kehrt er um, und bewegt ſich mit gleichförmiger Beſchleunigung abwärts. 3) Wird ein Körper mit der Geſchwindigkeit c nach horizontaler Richtung geworfen, ſo combinirt ſich die genannter Richtung und Geſchwindigkeit entſprechende gleichförmige Bewegung mit der durch die Schwere erzeugten gleichförmig beſchleunigten, und der Schwerpunct des Beweglichen beſchreibt eine paraboliſche Bahn, als deren Scheitel der Anfangspunct der Bewegung erſcheint, deren Axe vertical und abwärts gerichtet, und deren Parameter $= \frac{2c^2}{g}$ iſt [135. 1)]. 4) Erhält ein Körper die Geſchwindigkeit c nach einer ſchief aufwärts gehenden Richtung, ſo beſchreibt ſein Schwerpunct eine Parabel mit verticaler abwärts gerichteter Axe, deren Scheitel der höchſte Punct der Bahn iſt. Dieſes Reſultat folgt ebenfalls aus 135, doch laßt es ſich auch auf den vorhergehenden Fall reduciren. Man kann nämlich die ſchief aufwärts gerichtete Geſchwindigkeit c in eine horizontale Componente h und in eine verticale aufwärts gehende v zerlegen; erſtere bleibt ungeſtört, nur die letztere wird von der Schwere bekämpft, und es hat daher das Bewegliche nach Verlauf der Zeit $\frac{v}{g}$ den höchſten Punct ſeiner Bahn und damit die Höhe $\frac{v^2}{2g}$ über der durch den Anfangspunct der Bewegung gelegten Horizontalebene erreicht. Dort verhält ſich das Bewegliche ſo, als würde es von da aus mit der Geſchwindigkeit h horizontal geworfen; es beſchreibt alſo eine Parabel, deren Axe durch den höchſten Punct der Bahn vertical abwärts geht, und deren Parameter $= \frac{2h^2}{g}$ iſt. Das Bewegliche bleibt ſonach fortwährend in der die Richtung des Wurfes in ſich enthaltenden Verticalebene. Es ſey A (Fig. 39) der Ort des Schwerpunctes des Körpers am Anfange der Bewegung, A x die Richtung des Wurfes, A u eine Horizontallinie in der durch A x gelegten Verticalebene. Der Winkel x A u, d. i. die Neigung von A x gegen eine Horizontalebene, heißt Elevationswinkel des Wurfes; die Entfernung des Punctes D von A, in welchem die Bahn des Schwerpunctes

die Horizontallinie A u trifft, wird die Wurfweite genannt. Man findet dieſelbe leicht mit Hülfe der Bemerkung, daß das in einer Secunde folgende Bewegliche in derſelben Zeit von A bis D kommt, in welcher es mit ſeiner horizontalen Geſchwindigkeit h den geraden Weg A D durchlaufen würde. Aber erſtere Zeit $= \frac{2v}{g}$, weil das Bewegliche die Zeit $\frac{v}{g}$ braucht, um von A bis zum höchſten Puncte B der Bahn hinauf zu ſteigen, und eine gleiche Zeit um von B zum Puncte D herabzuſinken. Hiernach ergibt ſich die Wurfweite $AD = \frac{2hv}{g}$. Werden mehrere Würfe mit derſelben Anfangsgeſchwindigkeit c, jedoch unter verſchiedenen Elevationen gemacht, ſo ändern ſich die Componenten h und v, mithin auch die Wurfweite. Um zu erkennen, wann dieſelbe am größten ausfällt, trage man längs der A z ein die Geſchwindigkeit c vorſtellendes Stück A H auf, und ziehe H K auf A D ſenkrecht, ſo ſtellt A K die horizontale Componente h und H K die verticale v vor. Nimmt man auf AD die AL = AH, beſchreibt über AL einen Halbkreis, welcher die A H in J ſchneidet, und zieht JL, ſo ſind die rechtwinkligen Dreiecke A J L, A H K congruent, folglich iſt A J = A K. Zieht man noch J Q ſenkrecht auf A C, ſo zeigt ſich

$$AH : AJ = HK : JQ,$$

d. h. wenn man JQ = p ſetzt, $c : h = v : p$, alſo $hv = cp$. Demnach hat man auch $AD = \frac{2cp}{g}$. Es wird alſo die Wurfweite bei ungeändertem Werthe von c am größten, wenn p am größten ausfällt, nämlich wenn der Punct Q mit dem Mittelpuncte des Halbkreiſes übereinſtimmt. Dieß geſchieht nur, wenn der Elevationswinkel z A u die Hälfte eines rechten oder 45° beträgt, und dann wird $p = \frac{1}{2}c$, mithin die Wurfweite $= \frac{c^2}{g}$. Betragen zwei Elevationen zuſammen einen rechten Winkel, ſo vertauſchen ſich bloß h und v, das Product hv bleibt ungeändert, mithin auch die Wurfweite.

Bezeichnet man den Elevationswinkel z A u mit α, ſo wird

$$AK = AH \cos\alpha \text{ und } HK = AH \sin\alpha,$$

alſo

$$h = c\cos\alpha \text{ und } v = c\sin\alpha$$

Hiernach findet man die Höhe des Wurfes $CB = \frac{v^2}{2g} = \frac{c^2\sin\alpha^2}{2g}$, die Dauer der Bewegung von A bis D oder $\frac{2v}{g} = \frac{2c\sin\alpha}{g}$, den Parameter der Bahn oder $\frac{2h^2}{g} = \frac{2c^2\cos\alpha^2}{g}$, und die Wurfweite

$$= \frac{2c^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{c^2\sin 2\alpha}{g}.$$

Letzterer Ausdruck erhält ſeinen größten Werth, wenn $\sin 2\alpha = 1$, alſo wenn $2\alpha = 90°$ und $\alpha = 45°$ wird, wie oben. Die Wurfweite wird die Hälfte der größten, wenn $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$, alſo wenn 2α entweder 30° oder $180° - 30° = 150°$, mithin α entweder 15° oder 75° beträgt. Iſt

die Wurfweite w nebst der Geschwindigkeit c gegeben, so findet man wegen $w = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$ den nöthigen Elevationswinkel mittelst der Formel $\sin 2\alpha = \frac{gw}{c^2}$; ein solcher Wurf wird also unmöglich, wenn $c^2 < gw$ ist.

Diese Formeln würden eine wichtige Anwendung bei der Bestimmung der Ladung und Elevation der Wurfgeschütze finden, wo es sich um Erreichung einer gegebenen Wurfweite und mitunter auch einer gewissen Höhe des Wurfes handelt, wenn der Luftwiderstand auf die Resultate derselben nicht einen so bedeutenden Einfluß nähme. Wegen dieses Widerstandes bleibt die horizontale Componente der Bewegung des geworfenen Körpers nicht gleichförmig, sondern sie wird ohne Ende verzögert; die verticale Componente erscheint nicht gleichförmig beschleunigt, sondern der Luftwiderstand verringert den Effect der Schwere um so mehr, je größer die bereits erreichte Geschwindigkeit ist. Der abwärts gehende Ast der Bahn erhält dadurch eine Gestalt, welche von der des aufsteigenden Astes abweicht. Weil die horizontale Bewegung bald ganz unmerklich wird, so herrscht die verticale allein vor; der abwärts gehende Ast der Bahn convergirt also gegen eine verticale Asymptote und die Bewegung nimmt immer mehr den Charakter einer gleichförmigen an.

159. **Bewegung durch Uebergewicht.** Wenn die mittelst einer Maschine einander entgegenwirkenden Kräfte nicht in dem zur Bewirkung des Gleichgewichtes nöthigen Verhältnisse stehen, so geräth die Maschine in Bewegung. In so fern man sich diese Kräfte als Gewichte vorstellt, sagt man die solchergestalt erzeugte Bewegung sey durch Uebergewicht entstanden. Folgendes wird von der Art, wie eine solche Bewegung zu berechnen ist, einen Begriff geben. Man denke sich eine verticale Rolle oder ein Rad um seine (horizontale) Axe äußerst leicht beweglich, um den Rand desselben eine Schnur gelegt, und an deren Enden gleiche Gewichte angebracht, so werden diese einander das Gleichgewicht halten. Setzt man nun auf der einen Seite noch ein Uebergewicht hinzu, so muß das dort befindliche Gewicht sinken, das auf der entgegengesetzten Seite steigen, und zwar, abgesehen von dem Luftwiderstande und der Reibung der Axe des Rades an ihrer Unterlage, mit gleichförmig beschleunigter Bewegung, denn die Ursache der Bewegung wirkt hier fortwährend mit einerlei Stärke. Allein die Beschleunigung der Bewegung wird geringer seyn, als wenn das Gewicht frei fiele, denn die am Uebergewichte haftende Schwerkraft hat jetzt nicht bloß die Masse dieses Uebergewichtes, sondern auch noch die Massen der gleichen Gewichte, womit die Schnur anfänglich belastet war, und die Schnur selbst zu bewegen und überdieß das Rad zu drehen. Während also im freien Falle die Geschwindigkeit des Beweglichen nach Verlauf jeder Secunde um 31 Wiener Fuß zunimmt, d. h. während da die Beschleunigung $g = 31$ ist, wird nunmehr eine kleinere Beschleunigung statt finden, deren Werth γ zu bestimmen ist. Nehmen wir, der Einfachheit der Betrachtung willen, zuerst an, das Rad bestehe bloß aus einem mit der Axe durch sehr dünne Spangen verbundenen Ringe, so daß ohne merklichen Fehler vorausgesetzt werden darf, es

befinde sich die ganze Masse des Rades an seinem Umfange vertheilt. Da dieser Umfang sich eben so schnell bewegt, wie die Schnur und die Gewichte, so nimmt das Rad im Vergleiche mit den Gewichten einen seiner Masse proportionalen Theil der bewegenden Kraft in Anspruch; man kann demnach die Masse des Rades zu jener der Gewichte hinzurechnen, und findet somit, wenn M die Gesammtmasse des Rades, der Schnur und der beiderseits angebrachten gleichen Gewichte, z die Masse des Uebergewichtes bedeutet, nach 124. die Kraft, welche nöthig ist, die Masse $M+z$ mit der Beschleunigung γ zu bewegen, $=(M+z)\gamma$. Aber die bewegende Kraft ist hier das Gewicht der Masse z, nämlich zg; daher besteht die Gleichung $(M+z)\gamma = zg$, aus welcher $\gamma = \frac{zg}{M+z}$ folgt. Man kann in dieser Formel an die Stelle der Massen M und z die nach einer beliebigen Einheit bestimmten Zahlwerthe ihrer Gewichte setzen, denn der Bruch $\frac{z}{M+z}$ bleibt ungeändert, wenn man Zähler und Nenner mit dem Gewichte der Einheit der Massen multiplicirt, wodurch sich die Zahlwerthe der Massen in jene der entsprechenden Gewichte verwandeln. Da man die Beschleunigung γ der Bewegung kennt, so lassen sich alle auf diese Bewegung Bezug habenden Fragen mittelst der in 122. gegebenen Formeln ohne Anstand beantworten.

Kann die innere Masse des Rades gegen die des Randes nicht vernachläßigt werden, so suche man das Trägheitsmoment des Rades hinsichtlich seiner Axe und dividire dasselbe durch das Quadrat des Halbmessers des Rades; der Quotient zeigt die Masse an, welche an der Peripherie des Rades vertheilt werden müßte, damit dieselbe, wenn alles Uebrige am Rade nicht träge wäre, durch jede Kraft eben so bewegt werde, wie das Rad selbst, d. h. dieser Quotient gibt die dem Rade am Ende seines Halbmessers bezüglich der Drehung äquivalente Masse an. Ist das Rad ein massiver, gleichförmig dichter Cylinder, den man als den Inbegriff unendlich vieler dünnen parallelen Scheiben betrachten kann, so ist dem in 141. 2) erhaltenen Resultate gemäß nur die halbe Masse des Rades in die oben mit M bezeichnete Summe einzurechnen.

Nach denselben Principien läßt sich die allgemeinere Aufgabe der Bewegung eines Wellrades durch Ueberwucht behandeln. Es sey R der Halbmesser des Rades, r der Halbmesser der Welle, woran sich die Gewichte, deren Massen P und Q sind, das Gleichgewicht halten. Die Masse des Rades sey M, die der Welle m, und beide massiv und gleichförmig dicht, so ist das Trägheitsmoment des Rades bezüglich der Drehungsaxe $= \frac{1}{2}MR^2$ und jenes der Welle $= \frac{1}{2}mr^2$. Wird ein Uebergewicht, dessen Masse z heiße, zu P hinzugefügt, so ist die bewegende Kraft am Umfange des Rades $= zg$. An diesem Umfange ist dem Rade die Masse $\frac{1}{2}M$, der Welle die Masse $\frac{mr^2}{2R^2}$, dem Gewichte an der Welle die Masse $\frac{Qr^2}{R^2}$ äquivalent, daher hat man zur Bestim-

mung der Acceleration γ am Umfange des Rades die Gleichung

$$\left(P + s + \tfrac{1}{3}M + \frac{m r^2}{2R^2} + \frac{Q r^2}{R^2}\right)\gamma = sg \text{ oder}$$

$$[(P + s + \tfrac{1}{3}M)R^2 + (Q + \tfrac{1}{2}m)r^2]\gamma = sR^2 g.$$

Die Acceleration am Umfange der Welle iſt offenbar $= \frac{r\gamma}{R}$. Statt der Maſſen kann man hier ebenfalls Gewichte ſetzen.

160. **Fallmaſchine.** Auf der Verminderung, welche die Beſchleunigung einer durch die Schwerkraft erzeugten Bewegung erfährt, wenn die zu bewegende Maſſe vermehrt wird, beruht die von Atwood angegebene Vorrichtung zur Demonſtration der Geſetze der gleichförmig beſchleunigten Bewegung und auch der Beſtändigkeit der Schwere ſelbſt. Dieſelbe beſteht aus einer verticalen in Zolle getheilten Säule, an deren oberem Ende ein um ſeine horizontale Are äußerſt leicht bewegliches Rad angebracht iſt, an deſſen Umfang eine feine Schnur herumgelegt iſt, deren Enden Plättchen zur Aufnahme von Gewichten tragen. Man legt beiderſeits gleiche Gewichte auf und fügt an dem Plättchen, welches längs der Scale herabſinken ſoll, noch ein Gewichtchen hinzu, welches eben hinreicht die von der Belaſtung abhängende, übrigens geringe Reibung an der Are des Rades zu überwinden, ſo daß die ganze Maſſe durch einen Impuls in Bewegung geſetzt, darin gleichförmig beharrt. Nun wird auf derſelben Seite noch ein Gewicht zugeſetzt, welches, wenn man das Rad frei läßt, die Geſammtmaſſe in gleichförmig beſchleunigte Bewegung bringt. Dieſes Gewicht kann man leicht ſo einrichten, daß der in einer gewiſſen Zeit, z. B. in einer Secunde, an der Scale beſchriebene Weg ein gegebener iſt, z. B. 1 Zoll. Die Formel $S = \frac{1}{2}GT^2$ (122.) zeigt, wenn man $T = 1$ annimmt, daß der in der erſten Secunde zurückgelegte Weg die Hälfte der Acceleration beträgt. Da nun aus der in 159. erhaltenen Gleichung $(M + z)\gamma = zg$, $z = \frac{M\gamma}{g - \gamma}$ folgt, ſo iſt $\gamma = 2$ zu ſetzen, mithin hat man wegen $g = 31$ Fuß $= 372$ Zoll, $z = \frac{2M}{372 - 2} = \frac{M}{185}$. Unter M iſt das nach einer beliebigen Einheit beſtimmte Geſammtgewicht der übrigen durch das beſchleunigende Gewicht bewegten Maſſe zu verſtehen, wobei jedoch das Gewicht des Rades, wie in 159. gewieſen wurde, gehörig reducirt ſeyn muß. Der wirkliche Verſuch zeigt, daß das frei ſinkende Gewicht in zwei Secunden, vom Anfange der Bewegung an gezählt, einen Weg von 4 Zoll, in 3 Secunden 9 Zoll, in 4 Secunden 16 Zoll ꝛc. zurücklegt, mithin eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung obwaltet. Auch läßt ſich zeigen, daß in Folge der binnen 2, 3, 4 ꝛc. Secunden, vom Anfange der Bewegung an gerechnet, erlangten Geſchwindigkeit, wenn die beſchleunigende Kraft am Ende dieſer Zeit zu wirken aufhört, fernerhin während jeder Secunde ein Weg von 4, 6, 8 ꝛc. Zoll gleichförmig zurückgelegt wird. Zu dieſem Zwecke läßt man das ſinkende Plättchen ſein in länglicher Form aufgelegtes beſchleunigendes Gewicht

im rechten Augenblicke an einen Ring, durch den das Plättchen hindurch geht, abſetzen.

Der Vortheil, den der Gebrauch dieſer Maſchine ſtatt eines Fallverſuches im Freien gewährt, liegt in der geringeren Fallhöhe und leicht wahrnehmbaren Bewegung und in der Geringfügigkeit des Luftwiderſtandes bei ſo kleiner Geſchwindigkeit, während letztere in dem gewöhnlichen freien Falle ſelbſt bei Windſtille die Reinheit der Reſultate gänzlich vereitelt.

161. Gleichgewicht eines Körpers auf einer ſchiefen Ebene. Es befinde ſich ein Körper auf einer Ebene, welche mit der Verticalrichtung einen ſchiefen Winkel bildet, und deßhalb eine ſchiefe Ebene genannt wird. Man lege durch den Schwerpunct G (Fig. 40) des Körpers eine Ebene vertical und gegen die ſchiefe Ebene ſenkrecht, und es ſey A B der Durchſchnitt beider Ebenen. Zieht man durch einen beliebigen Punct A dieſes Durchſchnittes in genannter Verticalebene eine horizontale Gerade A C, ſo zeigt der Winkel B A C die Neigung der ſchiefen Ebene gegen jede horizontale Ebene an, und heißt der Neigungswinkel der erſteren; zieht man ferner, von einem höher als A liegenden Puncte B in der A B, die B C ſenkrecht auf A C, ſo heißt A B die Länge, A C die Baſis und B C die Höhe der ſchiefen Ebene. Sämmtliche Schwerkräfte des Körpers reduciren ſich auf eine Reſultirende, deren Angriffspunct der Schwerpunct G des Körpers, deren Richtung die Verticallinie G z und deren Größe das Gewicht Q des Körpers iſt. Zerlegt man dieſe Kraft in zwei Componenten, deren eine R der Länge der ſchiefen Ebene parallel nach der Richtung G x, die andere S ſenkrecht gegen die ſchiefe Ebene nach der Richtung G y wirkt, ſo hat man, weil die Kraft S den Körper bloß gegen die ſchiefe Ebene drückt, die Kraft R aber bloß den Körper längs der ſchiefen Ebene zu bewegen ſucht, dieſe beiden Kraftäußerungen der Schwere von einander geſondert. Man pflegt die der Länge der ſchiefen Ebene parallel wirkende Componente R auch die relative Schwere des Körpers zu nennen. Stellt man das Gewicht Q durch die längs G z angenommene Linie G H vor, und zieht H L parallel zu A B, ſo zeigt G L die Größe der drückenden Kraft S und L H die Größe der relativen Schwere R an. Aus der Aehnlichkeit der rechtwinkligen Dreiecke G L H, A C B folgt

$$LH : GL : GH = BC : AC : AB,$$

mithin iſt

$$R : S : Q = BC : AC : AB.$$

Bedient man ſich alſo der Länge der ſchiefen Ebene zur Verſinnlichung des Gewichtes eines Körpers, ſo zeigt die Höhe der ſchiefen Ebene die relative Schwere, und die Baſis den Druck des Körpers gegen die ſchiefe Ebene an. Setzt man den Neigungswinkel $BAC = \alpha$, ſo iſt

$$BC : AC : AB = \sin\alpha : \cos\alpha : 1,$$

mithin beſtehen die Gleichungen

$$R = Q\sin\alpha \quad \text{und} \quad S = Q\cos\alpha.$$

Es wächſt daher die relative Schwere, wenn der Neigungswinkel zu-

nimmt, der Druck des Körpers gegen die ſchiefe Ebene aber nimmt dabei ab.

Soll ein Körper, bei welchem der Einfluß der Reibung in gar keine Betrachtung kommt oder doch vernachläßiget werden darf, z. B. eine Kugel, ein auf Walzen oder Rädern gehender Körper u. dgl., auf einer ſchiefen Ebene im Gleichgewichte erhalten werden, ſo muß die zu dieſem Behufe angewandte Kraft P mit dem nach G x wirkenden Gewichte des Körpers eine Reſultirende erzeugen, welche ſenkrecht gegen die ſchiefe Ebene einwirkt, mithin durch die Feſtigkeit dieſer Ebene aufgehoben wird, und überdieß muß die Richtung genannter Reſultirenden die ſchiefe Ebene in einem Puncte treffen, welcher innerhalb der Grundfläche des Körpers liegt, weil ſonſt der Körper auf der ſchiefen Ebene umſchlagen würde. In dem beſondern Falle, wenn die Richtung der Kraft P der ſchiefen Ebene parallel iſt, hat ſie lediglich die relative Schwere R des Körpers aufzuheben; ſie muß alſo dieſer gleich und entgegengeſetzt ſeyn, mithin ſich zu Q verhalten wie die Höhe der ſchiefen Ebene zur Länge. Verlangt man dagegen, daß die Kraft P horizontal wirke, ſo ſtehen die Richtungen der Kräfte P, Q und ihrer Reſultirenden auf BC, AC und AB ſenkrecht, mithin muß nach 99. 1) die Proportion $P : Q = BC : AC$ ſtatt finden, es verhält ſich ſonach die Kraft P zu Q wie die Höhe der ſchiefen Ebene zur Baſis. In ſo eben betrachteter Hinſicht ſpielt die ſchiefe Ebene die Rolle einer einfachen Maſchine, an welcher die Kraft P der Laſt Q das Gleichgewicht hält, und erſcheint dem Keile [111. 4)] am nächſten verwandt. Das in 113. angegebene allgemeine Geſetz findet auch bei der ſchiefen Ebene ſeine Anwendung.

Von dem Drucke S rühret die zwiſchen dem Körper und der ſchiefen Ebene beſtehende Reibung her. Iſt ρ der Betrag des Reibungscoefficienten, ſo iſt die Größe der Reibung $= \rho S = \rho Q \cos\alpha$. So lange der Winkel α nicht ſo groß iſt, daß die relative Schwere größer wird als die Reibung, bleibt der Körper auf der ſchiefen Ebene liegen; im entgegengeſetzten Falle gleitet er von der Ebene herab. Der Uebergang von dem Zuſtande der Ruhe in jenen der Bewegung tritt ein, wenn $R = \rho S$, d. i. $Q \sin\alpha = \rho Q \cos\alpha$ oder $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \rho$, alſo $\tang\alpha = \rho$ geworden iſt. Hiernach ließe ſich ſelbſt der Reibungscoefficient ρ beſtimmen.

162. **Bewegung eines Körpers auf einer ſchiefen Ebene.** Steht der Bewegung eines auf einer ſchiefen Ebene befindlichen Körpers kein Hinderniß entgegen, und kann die Reibung als unbeträchtlich vernachläßigt werden, ſo gleitet der Körper in Folge der ihn ſtets mit derſelben Intenſität afficirenden relativen Schwere mit gleichförmig zunehmender Geſchwindigkeit längs der ſchiefen Ebene hinab, d. h. er nimmt eine gleichförmig beſchleunigte Bewegung an. Da die bewegende Kraft hiebei in dem Verhältniſſe des Sinus des Neigungswinkels der ſchiefen Ebene zur Einheit kleiner iſt als das Gewicht des Körpers, ſo iſt auch die Acceleration g' bei der Bewegung auf der ſchiefen Ebene in demſelben Verhältniſſe kleiner, als die Acceleration g bei dem freien Falle, d. i. es iſt $g' = g \sin\alpha$. Bezeichnet man daher mit t, v, s die Zeit,

die entſprechende Geſchwindigkeit und den zurückgelegten Weg im freien Falle, und mit t', v', s' die analogen Größen bezüglich der Bewegung auf der ſchiefen Ebene, ſo hat man, vorausgeſetzt, daß die Bewegung in beiden Fällen von der Ruhe an beginnt, mithin für $t = 0$ auch v, s, v', s' verſchwinden, nach 122. die Formeln:

$$v = gt = \sqrt{2gs}, \qquad s = \tfrac{1}{2}gt^2,$$
$$v' = gt' \sin\alpha = \sqrt{2gs' \sin\alpha}, \qquad s' = \tfrac{1}{2}gt'^2 \sin\alpha,$$

mittelſt welcher ſich die Bewegung auf der ſchiefen Ebene mit dem freien Falle leicht vergleichen läßt. Aus denſelben folgt:

1) für $t' = t$: $v' = v \sin\alpha$, $s' = s \sin\alpha$;
2) für $v' = v$: $s' \sin\alpha = s$, $t' \sin\alpha = t$;
3) für $s' = s$: $v' = v\sqrt{\sin\alpha}$, $t'\sqrt{\sin\alpha} = t$.

Zieht man (Fig. 41) am rechtwinkligen Dreiecke ABC, AD auf AB ſenkrecht, ſo iſt der Winkel $ADB = BAC = \alpha$, mithin

$$BA = BD \sin\alpha \quad \text{und} \quad BC = BA \sin\alpha.$$

Iſt alſo $t' = t$, und ſetzt man $BA = s'$, ſo zeigt ſich $BD = s$; iſt aber $v' = v$, und ſetzt man $BA = s'$, ſo zeigt ſich $BC = s$. Während alſo der vom Puncte B an ſeine Bewegung beginnende Körper auf der ſchiefen Ebene bis A kommt, erreicht er im freien Falle den Punct D, und die Geſchwindigkeit, die er auf der ſchiefen Ebene in A beſitzt, hat er im freien Falle ſchon im Puncte C. Das letztere Reſultat zeigt, daß die Geſchwindigkeit, welche die Schwere einem auf was immer für einer ſchiefen Ebene herabgleitenden Körper beibringt, lediglich von der Tiefe des erreichten Standpunctes unter dem Anfangspuncte der Bewegung abhängt.

Dieſer Satz läßt ſich auch auf die Bewegung eines Körpers auf jeder ſtetig krummen Bahn ausdehnen. Denn betrachtet man eine ſolche Bahn als eine Folge unendlich vieler ſchiefen Ebenen von unendlich kleiner Länge, deren je zwei benachbarte ſich an einander unter einem von zwei Rechten unendlich wenig verſchiedenen Winkel anſchließen, ſo erleidet die Geſchwindigkeit des Beweglichen durch den Uebergang von einem ſolchen Bahnſtückchen auf das nächſtfolgende keinen angebbaren Verluſt (127.); dieſe Geſchwindigkeit wird daher um den vollen Betrag derjenigen vermehrt, welche die Schwere während der Bewegung auf dem betreffenden ſchiefen Bahnſtückchen zu erzeugen vermag, d. i. um die Geſchwindigkeit, welche bei dem freien Falle durch die Höhe dieſes Stückchens erlangt worden wäre. Anders verhält ſich die Sache an einer Stelle, wo die Bahn ein ſcharfes Eck bildet, mithin eine plötzliche Aenderung in der Bewegungsrichtung eintreten muß; dort geht immer ein Stoß und in Folge deſſen ein Verluſt an Geſchwindigkeit vor ſich. »Es iſt alſo die Geſchwindigkeit eines auf was immer »für einer ſtetigen Bahn bloß durch die Schwere bewegten Körpers »in jedem Augenblicke diejenige, welche der zurückgelegten Fallhöhe »entſpricht.« Heißt die Fallhöhe h, die Geſchwindigkeit v, ſo iſt $v = \sqrt{2gh}$, wobei g die Acceleration bei dem freien Falle bedeutet.

168. **Einfaches Pendel.** Denkt man ſich einen ſchweren materiellen Punct A (Fig. 42) durch eine nicht ſchwere und auch nicht träge Linie von unveränderlicher Länge mit einem fixen Puncte C verbunden, um welchen ſich der Punct A bewegen kann, ſo hat man ein ſogenanntes *einfaches Pendel* vor ſich. Da der Punct A ſtets in derſelben Entfernung von C zu bleiben genöthiget iſt, ſo kann er ſich im Allgemeinen nur auf einer Kugelfläche bewegen, welche den Punct C zum Mittelpuncte hat, und deren Halbmeſſer = CA iſt. Die Linie CA wird als nicht träge gedacht, damit zu ihrer Bewegung keine Kraft nöthig ſey. Offenbar erreicht man dieſen Zweck auch, wenigſtens ſo lange der ſchwere Punct A nicht höher ſteigen ſoll, als C liegt, wenn man ſich denſelben auf die innere Fläche eines feſten Kugelabſchnittes BB' gelegt, und darauf ohne Reibung beweglich vorſtellt. Die Länge der Linie CA heißt die *Länge des einfachen Pendels*; kommt daſſelbe in eine Lage CM, welche mit der Verticalrichtung CAx einen Winkel MCA bildet, ſo heißt dieſer die *Elongation* des Pendels. Befindet ſich der ſchwere Punct in M, ſo kann man die ihn nach der Verticalrichtung Mu abwärts treibende Schwerkraft Q in zwei Componenten zerlegen, wovon die eine R nach der Richtung Mx tangentiell zum Kreisbogen MA, und die andere S nach der Verlängerung My der Linie CM wirkt. Die letztere Componente trägt nichts zur Bewegung des materiellen Punctes bei und wird durch den Widerſtand des Punctes C aufgehoben; die erſtere ſtrebt mit ihrer vollen Intenſität den Punct M gegen A hin zu bewegen. Stellt man die Schwerkraft Q durch die längs Mu angenommene Linie ME vor, und zieht EF parallel zu My, ſo zeigen MF und FE die Größen der Kräfte R und S an. Die Aehnlichkeit der Dreiecke MFE, MHC gibt

$$MF : FE : ME = MH : CH : CM,$$

mithin hat man

$$R : S : Q = MH : CH : CM;$$

die Kräfte R und S ändern ſich daher mit der Stellung des Punctes M gegen A, d. h. mit der Elongation. Die Kraft R iſt in der Stellung A des Pendelpunctes, in welcher ihn die Schwere mit voller Kraft nach Ax zieht, gleich Null. Nur in dieſer Stellung kann das Pendel ruhen. In jeder andern Lage iſt die Kraft R dem Abſtande des Beweglichen von der Linie CA, nämlich der MH proportional; wird der materielle Punct bis B gehoben, und dann ſich ſelbſt überlaſſen, ſo beſchreibt er, weil kein Grund vorhanden iſt, aus der Ebene BCA herauszugehen, den Kreisbogen BA mit *ungleichförmig beſchleunigter* Bewegung, in welcher die Acceleration fortwährend abnimmt und bei der Ankunft in A Null iſt. Dort hat das Bewegliche die größte Geſchwindigkeit und ſetzt daher ſeine Bewegung im Kreisbogen AB' fort, wobei ſeine Geſchwindigkeit durch die Gegenwirkung der nun immer ſtärker auftretenden Kraft R auf dieſelbe Weiſe vermindert wird, wie ſie bei dem Herabſinken von B bis A vergrößert wurde. Abgeſehen von Hinderniſſen der Bewegung ſteigt alſo das Bewegliche bis B' hinauf, ſo daß AB' = AB iſt; dort kehrt es um, und geht

auf dieſelbe Art, wie vorhin, wieder nach B, und ſo bewegt es ſich ohne Ende fort hin und her Man bezeichnet dieſe Bewegung mit dem Worte Pendelſchwingung. Sie läßt ſich nur mit Hilfe der höhern Analyſis vollſtändig berechnen; doch kann der für unſere Zwecke genügende Fall, wenn die Elongation des Pendels fortwährend ſehr klein bleibt, mit den hier zu Gebote ſtehenden Hilfsmitteln hinreichend genau behandelt werden.

Iſt nämlich der Winkel ACB, alſo um ſo mehr der Winkel ACM, ſehr klein, ſo kann man den Bogen AM an die Stelle des Perpendikels MH ſetzen, und dann gibt die obige Proportion:

$$R : Q = AM : CM.$$

Es ſey $AM = s$ und die Länge des Pendels $CA = CM = l$, ſo hat man $R : Q = s : l$, folglich $R = \frac{Qs}{l}$. Heißt die Maſſe des Pendelpunctes m, und die Acceleration der Schwere g, ſo iſt $Q = mg$, alſo $R = \frac{gms}{l}$. Da dieſe Kraft dem Abſtande s des Beweglichen von der Ruhelage A direct proportional iſt, ſo gehört die durch ſelbe erzeugte Bewegung zu jenen, deren allgemeines Geſetz in 125. betrachtet wurde, und es iſt die Größe, welche dort k genannt wurde, hier $= \frac{g}{l}$. Hieraus folgt ſogleich die Dauer einer ganzen Pendelſchwingung, an deren Kenntniß vorzüglich gelegen iſt, d. h. die zu einem Hin- und Hergange des Pendels nöthige Zeit

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

wobei $\pi = 3{,}14159\ldots$ das bekannte Kreisverhältniß vorſtellt. Nennt man aber, wie es gewöhnlich geſchieht, die zu einem Hin- oder Hergange allein nöthige Zeit »Schwingungsdauer des Pendels,« dann iſt dieſe Zeit t die Hälfte der vorgenannten, mithin

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Wir wollen, in ſo fern gerade nur von einem Pendel die Rede iſt, zur Vermeidung von Mißverſtändniſſen, dem allgemein herrſchenden Sprachgebrauche folgen, und uns daher an letztere Formel halten.

Bezeichnet man die Schwingungsdauer und Länge eines andern einfachen Pendels mit t' und l', und die Acceleration der auf daſſelbe wirkenden Schwere mit g', ſo hat man auch

$$t' = \pi\sqrt{\frac{l'}{g'}},$$

mithin $t : t' = \sqrt{\frac{l}{g}} : \sqrt{\frac{l'}{g'}}$ oder $t^2 : t'^2 = \frac{l}{g} : \frac{l'}{g'}$.

Iſt die Intenſität der Schwere an den Orten, wo ſich das eine und das andere Pendel befindet, gleich groß, d. h. $g = g'$, ſo wird

$$t : t' = \sqrt{l} : \sqrt{l'} \quad \text{oder} \quad t^2 : t'^2 = l : l'.$$

»Es verhalten ſich daher bei gleicher Intenſität der Schwere die Quadrate der Schwingungszeiten zweier einfachen Pendel gerade wie ihre

»Längen.« Bringt man ein und dasſelbe Pendel an zwei Orte, wo die Schwere mit verſchiedener Intenſität wirkt, ſo hat man $l = l'$, mithin

$$t^2 : t'^2 = \frac{1}{g} : \frac{1}{g'} = g' : g.$$

»Es verhalten ſich daher an verſchiedenen Orten die Quadrate der »Schwingungszeiten deſſelben Pendels oder gleichlanger Pendel verkehrt »wie die Intenſitäten der Schwerkraft.«

Ein einfaches Pendel iſt eine bloße Fiction, deren Nutzen aus dem folgenden Artikel erhellen wird, und läßt ſich in der Wirklichkeit nicht darſtellen, indeſſen kann man doch eine an einem feinen Faden aufgehangte kleine Metallkugel annäherungsweiſe für ein einfaches Pendel gelten laſſen, und daran die Richtigkeit des ſo eben aufgeſtellten Geſetzes in Verſuchen erproben. Der Widerſtand der Luft vermindert die Elongation eines ſolchen Pendels fortwährend, und bringt es endlich zur Ruhe. Iſt die anfängliche Elongation gering, beträgt ſie nämlich nicht mehr als 5 Grade, ſo hat dieſer Widerſtand auf die Schwingungsdauer des Pendels keinen merklichen Einfluß; die Zeit, welche es zur aufſteigenden Bewegung braucht, wird dadurch um eben ſo viel verkürzt, als die Dauer des Sinkens zunimmt.

Wirkt auf das Pendel bei dem Anfange ſeiner Bewegung eine Kraft, deren Richtung nicht in die Ebene des Elongationswinkels fällt, ſo bleibt daſſelbe nicht fortwährend in einerlei Ebene, ſondern die Pendellinie beſchreibt kegelförmige Flächen und der Endpunct derſelben krumme Linien auf der Kugelfläche, an die er gebunden iſt.

164. **Zuſammengeſetztes Pendel.** Ein feſter Körper, welcher bloß um eine durch ſeinen Schwerpunct gehende oder um eine andere jedoch verticale fixe Axe beweglich iſt, bleibt in jeder beliebigen Lage im Gleichgewichte, weil die Schwere kein Beſtreben äußert, ihn um ſeine Axe zu drehen. Geht aber die Axe nicht durch den Schwerpunct des Körpers und iſt ſie auch nicht vertical, ſo nimmt derſelbe im ſtabilen Gleichgewichte eine ſolche Lage an, daß die durch den Schwerpunct aufwärts geführte Verticallinie die Axe trifft. Wird der Körper aus dieſer Lage gebracht, ſo geräth er in eine ſchwingende Bewegung und ſtellt alſo gleichfalls ein Pendel dar; man nennt ein ſolches, im Gegenſatze mit dem oben betrachteten einfachen, ein *zuſammengeſetztes* Pendel, weil man es als einen Inbegriff unzähliger mit einander unveränderlich verbundenen einfachen Pendel betrachten kann, da jedes einzelne Theilchen des ſchwingenden Körpers in ſeinem Zuſammenhange mit der Axe für ſich genommen gleichſam als ein einfaches Pendel erſcheint. Iſt die Schwingungsaxe nicht am oberſten Ende des Körpers angebracht, befinden ſich alſo Körpertheilchen über derſelben, ſo ſind dieſe als die Endpuncte umgekehrter oder in *labiler* Lage ſtehender Pendel zu betrachten, während die unter der Axe liegenden Puncte zu *ſtabilen* Pendeln gehören. Sämmtliche einfache Pendel üben während der Schwingungen des Körpers auf einander eine Wechſelwirkung aus: von den ſtabilen beſchleunigen die kürzeren den Gang der längeren, letztere verzögern den Gang der erſteren; die im Sinken begriffenen und noch nicht in der tiefſten Lage angekommenen Theilchen ſtreben dieſe Lage zu erreichen, während andere, die den tiefſten Stand

bereits überschritten haben, die entgegengesetzte Bewegung anregen; die labilen Pendel wirken insgesammt auf den Gang der stabilen verzögernd ein, denn jene steigen, wenn diese sinken, und umgekehrt; aus diesem Complex von Bestrebungen geht, in Folge der durch die Verknüpfung sämmtlicher Pendeltheilchen gegebenen Nöthigung zu gleichzeitiger Schwingung, eine mittlere Bewegung hervor, welche lediglich durch die Art der Vertheilung der Pendelmasse um die Drehungsaxe herum bedingt wird. Es ist kein Grund vorhanden, der Axe eines Pendels eine andere als eine horizontale Lage zu geben, welche wir daher stets voraussetzen. Immer läßt sich ein einfaches Pendel angeben, dessen Schwingungen genau so erfolgen, wie die des zusammengesetzten; die Länge dieses einfachen Pendels heißt die reducirte Länge des zusammengesetzten. Jeder Punct unter der Axe in der durch den Schwerpunct des Pendels und durch die Axe gelegten Ebene, welcher von der Axe um den Betrag der reducirten Länge des Pendels entfernt ist, schwingt im Zusammenhange mit der übrigen Pendelmasse nicht anders als er bei gleichem Abstande von der Axe für sich allein schwingen würde, und heißt darum ein Schwingungspunct. Sämmtliche Schwingungspuncte liegen daher in einer zur Axe parallelen Geraden. Der Schwingungspunct, welcher sich in der durch den Schwerpunct senkrecht zur Axe gezogenen Geraden befindet, heißt der Schwingungsmittelpunct. Kennt man die reducirte Länge eines zusammengesetzten Pendels, so ist dessen Bewegung auf jene eines einfachen Pendels zurückgeführt.

Die Reduction eines zusammengesetzten Pendels auf ein einfaches beruht auf folgender Betrachtung: Bei der vorausgesetzten horizontalen Lage der Drehungsaxe bleibt der Schwerpunct des Pendels fortwährend in der Ebene, welche durch ihn senkrecht gegen die Axe geht; es sey C (Fig. 43) der Durchschnittspunct dieser verticalen Ebene mit der Axe, A der Ort des Schwerpunctes in der Ruhelage, G dessen Ort in einem bestimmten Augenblicke während der Bewegung; man setze $CG = CA = a$, die von G auf GA gefällte Senkrechte $GH = p$ und die Masse des Pendels $= M$, so ist Mg das nach der verticalen Richtung Gu wirkende Gewicht des Pendels, und Mgp das Drehungsmoment desselben in der ins Auge gefaßten Lage. Diesem Drehungsmomente verdankt das Pendel die Aenderung, welche an seiner Winkelgeschwindigkeit, die es bis zu dem vorhandenen Augenblicke erlangt hat, und seiner Trägheit gemäß beizubehalten sucht, während des nächstfolgenden Zeittheilchens vor sich geht. Es sey τ dieses Zeittheilchen, ω die entsprechende Aenderung der Winkelgeschwindigkeit des Pendels, so wird dadurch auf jedes Pendeltheilchen m, dessen Abstand von der Drehungsaxe r ist, nach einer gegen diese Axe und gegen r senkrechten Richtung die Geschwindigkeit $r\omega$, folglich die bewegende Kraft $\frac{mr\omega}{\tau}$ (124.), und daher das Drehungsmoment $\frac{mr^2\omega}{\tau}$ übertragen: nennt man das Trägheitsmoment des Pendels K, so geht daraus

für das ganze Pendel das Drehungsmoment $\frac{K\omega}{\tau}$ hervor (140.). Dieſes Drehungsmoment muß mit dem oben genannten Mgp nothwendig identiſch ſeyn, daher beſteht die Gleichung $\frac{K\omega}{\tau} = Mgp$, woraus $\omega = \frac{Mgp\tau}{K}$ folgt.

Betrachten wir nun ein einfaches Pendel, welches um denſelben Winkel von ſeiner Ruhelage abweicht, wie die Gerade CG von CA. Es ſey l die Länge dieſes Pendels, μ die Maſſe ſeines Endpunctes, q die Länge der von dieſem Puncte auf die durch den Aufhängepunct gehende Verticallinie gefällten Senkrechten, endlich ω' die Aenderung der Winkelgeſchwindigkeit der Pendellinie während des Zeittheilchens τ, ſo ergibt ſich durch Wiederholung der ſo eben angeſtellten Betrachtung $\omega' = \frac{g\mu q\tau}{\mu l^2}$, d. h. $\omega' = \frac{gq\tau}{l^2}$. Schneidet man längs der Richtung der Geraden CG das Stück $CE = l$ ab, und zieht EF ſenkrecht auf CA, ſo iſt offenbar $EF = q$, und es beſteht die Proportion $EF : GH = CE : CG$ oder $q : p = l : a$, woraus $q = \frac{pl}{a}$ folgt. Hiedurch wird $\omega' = \frac{gp\tau}{al}$. Nach den Werthen von ω und ω' zeigt ſich

$$\omega' : \omega = \frac{gp\tau}{al} : \frac{Mgp\tau}{K}, \text{ d. h. } \omega' : \omega = \frac{K}{Ma} : l.$$

Da hier die Länge l noch unbeſtimmt iſt, ſo können wir $l = \frac{K}{Ma}$ ſetzen. Unter dieſer Annahme erſcheint $\omega' = \omega$, d. h. die Winkelgeſchwindigkeit des einfachen Pendels wird während des Zeittheilchens τ um dieſelbe Größe geändert, wie die Winkelgeſchwindigkeit des zuſammengeſetzten Pendels. Hat alſo das einfache Pendel, deſſen Länge durch die Formel $l = \frac{K}{Ma}$ angezeigt wird, in irgend einem Augenblicke dieſelbe Elongation wie die Schwerpunctslinie CG des zuſammengeſetzten, und überdieß dieſelbe Winkelgeſchwindigkeit, ſo muß es fortwährend mit der Geraden CG in vollkommen übereinſtimmender Bewegung bleiben. Beide Bedingungen ſind erfüllt, wenn die zwei Pendel einerlei anfängliche Elongation, wo die Winkelgeſchwindigkeit $= 0$ iſt, erhalten. Wir gelangen ſomit zu folgendem wichtigen Lehrſatze: »Die reducirte Länge eines zuſammengeſetzten Pendels iſt »der Quotient ſeines Trägheitsmomentes bezüglich der Drehungsaxe, »getheilt durch das Product ſeiner Maſſe mit dem Abſtande ſeines »Schwerpunctes von der Axe.«

Iſt das zuſammengeſetzte Pendel eine dünne gleichartige Stange, und befindet ſich die Axe am Ende derſelben, ſo iſt, wenn L die Länge der Stange vorſtellt, $K = \frac{1}{3}ML^2$ (141.). Der Schwerpunct einer ſolchen Stange liegt offenbar in ihrer Mitte, daher iſt $a = \frac{1}{2}L$; man hat alſo in dieſem Falle $l = \frac{2}{3}L$. Eine dünne am Ende aufgehängte Stange

schwingt also wie ein einfaches Pendel, dessen Länge zwei Drittheile ihrer Länge beträgt.

Es ist leicht zu zeigen, daß l immer größer ist als a. Es sey nämlich U (Fig. 44) irgend ein mit der Masse m versehenes Theilchen des Pendels; man lege durch dasselbe eine Ebene senkrecht gegen die Pendelaxe und es sey C der Punct, in welchem diese Ebene die Axe, und G der Punct, in welchem sie eine durch den Schwerpunct parallel zur Axe gezogene Gerade trifft; man ziehe CU, GU, CG und von U die UJ auf CG senkrecht. Offenbar ist CG = a; man setze CU = r, GU = R und JG = ± ρ, je nachdem der Punct J in die Gerade fällt, welche von G gegen C hingeht, oder in die von G in entgegengesetztem Sinne ausgehende Verlängerung dieser Geraden, d. h. je nachdem der Winkel CGU spitz oder stumpf ist. In dem Dreiecke CUG ist $CU^2 = CG^2 + GU^2 \mp 2CG.JG$, d. h. $r^2 = a^2 + R^2 - 2a\rho$, folglich hat man $mr^2 = ma^2 + mR^2 - 2ma\rho$. Setzt man für jedes Pendeltheilchen eine solche Gleichung an, und addirt alle diese Gleichungen, so geben die durch mr^2 repräsentirten Glieder das Trägheitsmoment K des Pendels hinsichtlich seiner Axe zur Summe; die Glieder von der Form ma^2 geben das Product der Pendelmasse M mit a^2; die Glieder von der Form mR^2 geben das Trägheitsmoment K_1 des Pendels hinsichtlich der vorerwähnten durch den Schwerpunct parallel zur Pendelaxe gehenden Geraden, und alle Glieder von der Form $2ma\rho$, welche als das Product des gemeinschaftlichen Factors 2a mit der Summe aller Werthe von $m\rho$ erscheinen, tilgen einander in Folge der in 137. bewiesenen Eigenschaft des Schwerpunctes oder Mittelpunctes der Masse, weil ρ auch den Abstand des Theilchens U von einer durch den Schwerpunct senkrecht gegen CG geführten Ebene anzeigt. Sonach ist

$$K = K_1 + Ma^2, \text{ mithin gewiß } K > Ma^2.$$

Hieraus folgt $\frac{K}{Ma} > \frac{Ma^2}{Ma}$, d. h. $l > a$.

Die Schwingungspuncte liegen demnach stets unter dem Schwerpuncte.

165. Anwendungen des Pendels. Das Pendel gestattet zwei für die Naturforschung höchst wichtige Anwendungen; es dient als Zeitmesser, und es ist zugleich das schärfste Untersuchungsmittel der Intensität der Schwerkraft.

Eine Uhr ist ein Räderwerk, dessen durch den Zug eines Gewichtes oder einer zusammengerollten Feder hervorgerufene und mittelst der Zeiger am Zifferblatte ersichtlich gemachte Bewegung dadurch einen gleichförmigen Gang erhält, daß ein schwingender Körper (Regulator) in gleichmäßigen Zeitabschnitten in dasselbe eingreift, und es wieder frei läßt. Bei den Uhren, welche durch Gewichte getrieben werden, wozu die astronomischen und in der Regel die Wanduhren gehören, wie auch bei den durch Federkraft bewegten Stockuhren ist der Regulator ein Pendel; nur die als Taschenuhren allgemein bekannten tragbaren Federuhren haben zum Regulatur ein Schwungrad (Unruhe), welches gleichfalls durch eine Feder (Spiralfeder) in oscillirender Bewegung erhalten wird, und mittelst seiner Axe auf das Räderwerk einwirkt. Die genauesten Uhren sind unstreitig die Pendeluhren; nur aus den Händen der geringen Anzahl großer Meister in der Uhrmacherkunst sind bis jetzt Federuhren hervorgegangen, deren Gang die Regelmäßigkeit der Pendeluhren erreichte, und welche durch die Benennung »Chrono-

meter« ausgezeichnet zu werden verdienen. Beſteht die Pendelſtange einer Uhr aus einem Materiale, welches ſich bei dem Wechſel der Temperatur mehr ausdehnt und zuſammenzieht, und in Folge deſſen auf die Schwingungsdauer einen größern Einfluß ausübt, als es die in der Zeitmeſſung beabſichtigte Genauigkeit geſtattet, ſo kann jedem aus dieſer Quelle entſpringenden Fehler dadurch begegnet werden, daß man an dem Pendel Theile anbringt, welche durch die mit der Erwärmung verbundene Ausdehnung einen höhern, durch Zuſammenziehung in der Kälte aber einen niedrigeren Stand erhalten, und ſo regulirt ſind, daß die Entfernung des Schwingungspunctes von der Axe ungeändert bleibt. Eine ſolche Einrichtung des Pendels wird Compenſation genannt.

Iſt l die reducirte Länge eines Pendels, t die Schwingungsdauer und g die Acceleration der Schwere, ſo iſt für ſehr kleine Elongationen, wie ſelbe bei der Anwendung des Pendels ſtets vorkommen,

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \text{mithin} \quad g = \frac{\pi^2 l}{t^2}.$$

Dieſe Formel gibt die Acceleration der Schwere, ſobald man l und t genau kennt. Iſt λ die reducirte Länge desjenigen Pendels, deſſen Schwingungsdauer der Zeiteinheit gleich kommt, ſo hat man, wenn die Secunde als Einheit dient, $g = \pi^2 \lambda$, oder wegen $\pi = 3{,}14159265$, $g = 9{,}8696044\,\lambda$. Man fand aus Verſuchen in Wien die Länge des Secundenpendels $\lambda = \frac{1}{t^2} = 3{,}144021$ Fuß, mithin iſt da $g = 31{,}0302$ Fuß.

Die Zeit t einer Schwingung findet man ſehr genau, wenn man die Anzahl n der Schwingungen beobachtet, welche ein Pendel während einer langen Zeit Z vollbringt; es iſt nämlich $t = \frac{Z}{n}$. Die reducirte Pendellänge l findet man am genaueſten mittelſt des Satzes, daß die reducirte Länge eines Pendels ungeändert bleibt, wenn man die Gerade, in welcher die Schwingungspuncte liegen, zur Aufhängeaxe macht. Um dieß zu zeigen, ſey, mit Beibehaltung der frühern Bezeichnungen, E der in der Ebene CGU liegende Schwingungspunct, alſo $CE = l$, ferner l' die reducirte Länge des Pendels, wenn die Axe durch E geht, K' das entſprechende Trägheitsmoment und $Eu = r'$, $CJ = \pm q$, je nachdem der Winkel CEJ ſpitz oder ſtumpf iſt. Man hat hier die Gleichung

$$EU^2 = CU^2 + CE^2 \mp 2\,CE.CJ, \quad \text{d. h.} \quad r'^2 = r^2 + l^2 - 2lq,$$

folglich $m r'^2 = m r^2 + m l^2 - 2 l . m q$. Addirt man die analogen auf ſämmtliche Pendeltheilchen ſich beziehenden Gleichungen, ſo erhält man mit Rückſicht auf 137: $K' = K + M l^2 - 2 l . M a$, oder weil $K = M a l$ iſt, $K' = M a l + M l^2 - 2 M a l = M l^2 - M a l = M l (l - a)$, daher $l' = \frac{K'}{M(l-a)} = l$. Bringt man demnach an einer Stange zwei verſchiebbare Axen an, und richtet dieſelben ſo gegen einander, daß die Stange dieſelbe Schwingungszeit darbietet, man mag ſie um die eine oder die andere Axe ſchwingen laſſen, und ſtehen dieſe Axen nicht ſymmetriſch gegen die Enden der Stange, ſo iſt ſicher die eine von der andern um die reducirte Länge des Pendels entfernt. Man nennt ein ſo eingerichtetes Pendel ein Reverſionspendel.

Verſchiedenheit der Schwere an verſchiedenen Orten.

166. **Geſtalt der Erde.** Die dem flüchtigen Augenſcheine entnommene Meinung, daß die Erdfläche ihrer Hauptform nach eben, und die Erde ſelbſt eine unbewegliche feſte Maſſe von unermeßlicher Ausdehnung ſey, auf welche ſich das Himmelsgewölbe in dem Geſichtskreiſe (Horizont) ſtützt, konnte kaum in der Kindheit geiſtiger Entwickelung des Menſchengeſchlechtes Wurzel faſſen und mußte längſt einer aufmerkſameren Betrachtung der Erſcheinungen weichen. »Die Erde iſt ein im Weltraume freier, kugelähnlicher Körper.« Die nach allen Richtungen vielfach ausgeführten Reiſen um die Erde bieten den ſchlagendſten Beweis dar, daß die Erde ein im Weltraume freier Körper iſt. Die kugelähnliche Wölbung der Erdfläche erhellet deutlich aus der Art, wie die vom Meeresufer ſich entfernenden Schiffe dem Auge allmälig entſchwinden, die herankommenden ſichtbar werden, und aus dem ähnlichen Anblicke, welchen die Gegenſtände auf dem Lande dem Beobachter auf einem Schiffe gewähren. Entfernt ſich z. B. ein Schiff vom Geſtade, ſo verliert man zuerſt die untern Theile deſſelben aus dem Geſichte, während die oberen, zumal mit Hilfe eines Fernrohres, vollkommen deutlich ſichtbar ſind; je mehr ſich das Schiff entfernt, deſto weniger ſieht man von den oberſten Theilen, bis zuletzt auch die Spitzen der Maſten verſchwinden. Auf einem höhern Standpuncte dagegen kann ein Theil des Schiffes, ja ſogar das ganze Schiff auch dann noch geſehen werden, wenn am Ufer nichts davon wahrzunehmen iſt. Auf ähnliche Weiſe entſchwinden einem Beobachter auf dem Schiffe die Thürme, Berge ꝛc. am Geſtade, und kommen bei der Bewegung des Schiffes gegen das Land in verkehrter Ordnung zum Vorſchein. Alles zeigt ſich ſo, wie es bei einer gewölbten Form der Meeresfläche erſcheinen muß. Denn iſt A O (Fig. 45) die dem Puncte A der Erd- oder Meeresfläche entſprechende Verticalrichtung, O der Standpunct des Beobachters, B C ein verticaler Gegenſtand, welcher in die Lagen B′ C′, B″ C″ ꝛc. kommt, ſo fängt derſelbe an durch die Wölbung des Meeres verdeckt zu werden, ſo bald ſeine Entfernung vom Auge O über jene des Berührungspunctes D der von O zur Meeresfläche gelegten Tangente hinaus geht, und der Gegenſtand iſt unſichtbar, ſobald er ſich, wie in B″C″, ganz unter dieſer Tangente befindet. Die kugelähnliche Geſtalt der Erde zeigt ſich am augenſcheinlichſten an ihrem Schatten, der bei Gelegenheit einer Mondesfinſterniß auf dem Monde wahrgenommen wird. Es iſt nämlich der Mond ſo wie unſere Erde ein dunkler, ſein Licht bloß von der Sonne empfangender Körper. Hierüber läßt der von der Stellung des Mondes gegen die Sonne und die Erde abhängende Wechſel ſeiner Lichtgeſtalten, wobei er die beleuchtete Seite ſtets der Sonne zukehrt, nicht den mindeſten Zweifel. Kommt nun die Erde gerade zwiſchen die Sonne und den Mond zu ſtehen, was offenbar nur zur Zeit des Vollmondes geſchehen kann, ſo hält die Erde das Sonnenlicht vom Monde ab, d. h. ſie wirft ihren Schatten auf den Mond. Dieſer Schatten zeigt ſich ſtets kreisrund, was nur dann bei jeder Lage

des Erdkörpers eintreten muß, wenn die Erde wirklich eine kugelähnliche Geſtalt beſitzt.

167. **Tägliche Bewegung der Geſtirne.** Faſſen wir die Erſcheinungen, welche uns der geſtirnte Himmel darbietet, ſo auf, wie ſie ſich unſern Augen darſtellen, ſo ſind ſämmtliche Geſtirne fortwährend in einer gemeinſchaftlichen Bewegung begriffen, gerade ſo, als wären ſie an die innere Fläche einer die Erde umgebenden Hohlkugel, der ſogenannten Himmelsſphäre gebunden, und als drehte ſich dieſe Hohlkugel mit gleichförmiger Winkelgeſchwindigkeit täglich einmal um eine durch das Auge des Beobachters gehende Axe. Dieſe Axe heißt die Weltaxe; die Puncte, in welchen ſie der Himmelsſphäre begegnet, heißen die Weltpole; der in unſern Gegenden über dem Horizonte befindliche Pol wird der Nordpol, der andere für uns unſichtbare der Südpol genannt. Als Horizont gilt hier der größte Kreis, in welchem eine durch das Auge des Beobachters (als ſcheinbaren Mittelpunct der Himmelsſphäre) horizontal gelegte Ebene dieſe Sphäre trifft. Eine Verticallinie durch das Auge bezeichnet an der Himmelsſphäre einen Punct über und einen zweiten unter dem Horizonte; der erſtere heißt Zenith, der letztere Nadir: ſie ſind die Durchſchnittspuncte ſammtlicher dem Beobachtungsorte entſprechenden Verticalkreiſe. Derjenige Verticalkreis, welcher die Weltpole in ſich faßt, heißt der Meridian des Beobachtungsortes; er durchſchneidet den Horizont in zwei Puncten, wovon der dem Nordpole nähere Nordpunct und der entgegengeſetzte Südpunct heißt: die Verbindungslinie beider, d. i. die Durchſchnittslinie der Ebenen des Meridians und Horizontes, heißt Mittagslinie. Die Neigung der Weltaxe gegen die Ebene des Horizontes hängt von der Lage des Beobachtungsortes auf der Erdkugel ab; dieſe Neigung wird durch den Winkel der Weltaxe mit der Mittagslinie angegeben, deſſen Maß der Bogen des Meridians zwiſchen dem Nordpole und dem Nordpuncte des Horizontes iſt: dieſer Winkel oder Bogen heißt die Polhöhe. Jede gegen die Weltaxe ſenkrecht geführte Ebene ſchneidet die Himmelsſphäre in einem Kreiſe, deſſen Mittelpunct in der Weltaxe liegt; jeder ſolche Kreis wird ein Parallelkreis genannt, der größte Parallelkreis, nämlich der Kreis, in welchem eine durch den Mittelpunct der Himmelsſphäre ſenkrecht gegen die Weltaxe gelegte Ebene das Himmelsgewölbe ſchneidet, heißt der Aequator. Der Aequator theilt die Himmelsſphäre in die nördliche (den Nordpol enthaltende) und in die ſüdliche Hemiſphäre; er ſelbſt wird vom Horizonte halbirt: jener Durchſchnittspunct des Aequators und Horizontes, welcher einem gegen Nord gekehrten Beobachter zur Rechten liegt, heißt der Oſtpunct, der entgegengeſetzte der Weſtpunct des Horizontes. Den Aequator ausgenommen, wird in unſern Gegenden jeder Parallelkreis, deſſen Abſtand vom nächſten Weltpole längs dem Meridiane gemeſſen, die Polhöhe überſchreitet, vom Horizonte in ungleiche Theile getheilt, wovon das größere oder kleinere Stück über dem Horizonte liegt, je nachdem der in Rede ſtehende Parallelkreis der nördlichen oder der ſüd-

lichen Hemiſphäre angehört. Die übrigen (kleineren) Parallelkreiſe der nördlichen Hemiſphäre liegen ganz über, die der ſüdlichen Hemiſphäre ganz unter dem Horizonte. In Folge der täglichen Bewegung erheben ſich die Geſtirne an der Oſtgegend über den Horizont (ſie gehen auf), erreichen in dem Meridiane ihre größte Höhe (culminiren), und ſenken ſich gegen Weſt unter den Horizont hinab (gehen unter).

Die mehr oder weniger hell funkelnden, durch gute Fernröhre auch bei den ſtärkſten Vergrößerungen nur als Lichtpuncte erſcheinenden Sterne, welche in zahlloſer Menge über das Himmelsgewölbe ausgeſtreut ſind, behalten, wie die Vergleichung der älteſten Beobachtungen mit allen nachfolgenden lehrt (abgeſehen von geringen, nur durch die ſchärfſten Beobachtungen wahrnehmbaren, theils wirklichen, theils ſcheinbaren periodiſchen Verſchiebungen, von denen ſpäter die Rede ſeyn wird), fortwährend dieſelbe relative Anordnung; ſie ſind gleichſam an der rotirenden Himmelsſphäre feſt, und heißen deßhalb Fixſterne. Der leichtern Ueberſicht wegen hat man ſie ſeit Langem in Gruppen, Sternbilder genannt, zuſammengefaßt, und dieſe mit eigenen Namen belegt, dergleichen auch die auffallenderen Fixſterne führen, während andere bloß mit Buchſtaben bezeichnet werden, worüber die Sternkarten und Sternverzeichniſſe Auskunft geben. Die Fixſterne beſchreiben der täglichen Bewegung gemäß Parallelkreiſe; die dem Nordpole näheren Sterne, deren Bahnen ganz über dem Horizonte liegen, heißen Circumpolarſterne; jeder derſelben tritt während ſeines Umlaufes zweimal in den Meridian, und bietet ſonach zwei Culminationen dar, eine obere und eine untere. Das arithmetiſche Mittel der beiden Culminationshöhen eines Circumpolarſternes gibt offenbar die Polhöhe des Beobachtungsortes an; ſie beträgt für die Wiener Sternwarte 48° 12′ 36″. Die Bewegung der Fixſterne in ihren täglichen Bahnen erſcheint auch bei der ſchärfſten Unterſuchung als eine vollkommen gleichförmige, und es hat ſich die Dauer eines Umſchwunges der Himmelsſphäre, der ſogenannte Sterntag, ſeit den älteſten Erfahrungen um kein merkliches Zeittheilchen geändert. Die Vergleichung mit der Bewegung des geſtirnten Himmels iſt ſonach das ſchärfſte Mittel zur Prüfung des gleichförmigen Ganges der Uhren.

Anders als die Fixſterne verhalten ſich die Planeten (zu denen auch der Mond zu zählen iſt) und die Kometen. Die Planeten ſind nur in geringer Zahl vorhanden, zeigen ein veränderliches und meiſtens matteres Licht als die Fixſterne, und durch gehörig vergrößernde Fernröhre einen merklichen Durchmeſſer; die Kometen, deren es eine beträchtliche Menge gibt, treten nur von Zeit zu Zeit am Himmel auf, und ſind durch den ihnen eigenen Lichtſchweif ausgezeichnet; beide Arten von Geſtirnen ändern beſtändig ihre Poſitionen gegen die Fixſterne, und haben ſonach eine eigene Bewegung an der Himmelsſphäre: deſſen ungeachtet unterliegen ſie dem Geſetze der täglichen Bewegung, gleichſam als wären auch ſie an die Himmelsſphäre gebun-

den, von welcher ſie, ihrer eigenen Bewegung unbeſchadet, mit fortgeführt werden.

Die Sonne iſt ebenfalls hievon nicht ausgenommen; ihr Aufgang, ihre Culmination, ihr Untergang gehören ganz der täglichen Rotation der Himmelsſphäre an, nur verſchiebt ſich die Sonne mit den Fixſternen verglichen, fortwährend in einem der täglichen Bewegung entgegengeſetzten Sinne, weßwegen ein Sonnentag, d. i. die Zeit zwiſchen zwei auf einander folgenden Durchgängen der Sonne durch den Meridian (zwiſchen einem Mittag und dem nächſtfolgenden) länger ausfällt als der Sterntag, und die Stellung des geſtirnten Himmels in einerlei Stunden der Nacht ſich mit dem Fortſchreiten der Jahreszeit ändert. Die Sonnentage ſind nicht gleich lang; im Mittel iſt ein Sonnentag um 3 Minuten 56½ Secunden Sternzeit länger als ein Sterntag, oder ein Sterntag beträgt nur 23 Stunden 56 Minuten 4 Secunden mittlerer Sonnenzeit. Der mittlere Sonnentag liegt der gewöhnlichen Zeitrechnung zum Grunde.

168. **Axendrehung der Erde.** Die ſo eben beſchriebenen Erſcheinungen laſſen eine zweifache Erklärung zu: Es iſt die tägliche Umwälzung des geſtirnten Himmels entweder eine wirkliche Bewegung oder bloß eine ſcheinbare, d. h. eine Täuſchung hervorgerufen durch eine der Erde ſelbſt zukommende Axendrehung. Wollte man die erſte Annahme zugeben, die ſich, eben weil ſie mit dem Augenſcheine harmonirt, zunächſt aufdringt, ſo iſt zu bemerken, daß gar kein Grund vorliegt, die Geſtirne nicht für materielle Dinge, für Körper zu halten, die ſo wie unſere Erde frei im Weltraume exiſtiren. Man nennt die Geſtirne deßhalb auch ganz paſſend Himmelskörper. Die Entfernungen dieſer Körper von der Erde müſſen im Vergleiche mit den Abmeſſungen der Erde ſelbſt ungemein groß ſeyn, weil die Weltaxe, die doch nur Eine beſtimmte Linie ſeyn kann, an jedem Orte der Erde durch das Auge des Beobachters zu gehen ſcheint; ein klarer Beweis, daß die Erde gegen die Himmelsſphäre nur als ein Pünctchen zu betrachten iſt. Wenn es den Anſchein hat, als befänden ſich die Geſtirne insgeſammt an der Fläche einer Kugel, ſo rührt dieß nur von der Unmöglichkeit her, ſo große Diſtanzen mit bloßem Auge unter einander zu vergleichen, weßwegen wir alle Geſtirne in einerlei Entfernung hinaus verſetzen. Die Erfahrung, daß der Mond die übrigen Planeten, und dieſe die Fixſterne bedecken, beweiſet augenſcheinlich, daß uns erſtere Himmelskörper näher ſtehen als die letzteren; aber auch die Entfernungen der Fixſterne von der Erde ſind ohne Zweifel unter einander ſehr verſchieden. Als Körper unterliegen die Geſtirne dem Geſetze der Trägheit; ſollen ſie nun, der Vorausſetzung gemäß, ſich in krummlinigen Bahnen bewegen, ſo kann dieß nur durch unabläßige Ablenkung von der Richtung, der ſie ihrer Trägheit wegen zu folgen genöthigt wären, alſo nur durch continuirlich wirkende Kräfte geſchehen. Weil jeder Himmelskörper bei der täglichen Rotation der Himmelsſphäre die Peripherie eines Kreiſes, deſſen Mittelpunct in der Weltaxe liegt, mit conſtanter Geſchwindigkeit

durchläuft, oder falls er eine andere Bewegung hat, doch die tägliche Bewegung als Componente seiner Totalbewegung besitzt, so ist die tägliche Kreisbewegung eine Centralbewegung, und der Mittelpunct der Kreisbahn jedes Gestirnes der entsprechende Centralpunct (130.). Es bezeichne m die Masse eines Gestirnes, r den Halbmesser seines Parallelkreises, T seine Umlaufszeit, so wird die Größe der zur Erhaltung solcher Bewegung nöthigen Centralkraft durch die Formel $\frac{4\pi^2 m r}{T^2}$ ausgedrückt (132.), und da die Umlaufszeit, nämlich der Sterntag, für alle Gestirne gleich groß ist, so verhalten sich, der angeführten Formel gemäß, die Centralkräfte, welche verschiedene Himmelskörper von den ihren Parallelkreisen als Mittelpuncte zugehörenden Puncten der Weltaxe erfahren, wie die Producte aus den Massen dieser Himmelskörper mit ihren Abständen von der Weltaxe. Es ist aber gegen alle Analogie mit den Ergebnissen unserer Erfahrung, daß von nicht materiellen Puncten, wie jene der Weltaxe sind, bewegende Kräfte gegen materielle Dinge ausgeübt werden, und eben so wenig wahrscheinlich ist es, daß derlei Kräfte um so energischer wirken, je weiter die Körper, welche sie afficiren, von der Kraftquelle entfernt sind. Es erscheint sonach die Realität der täglichen Rotation der Himmelssphäre nicht zuläßig.

Ganz anders stellt sich die Sache dar, wenn man annimmt, die Erde selbst befinde sich in drehender Bewegung um eine freie Axe. Ist einmal eine solche Bewegung an einem sich selbst überlassenen Körper vorhanden, so muß sie in Folge der Trägheit fortbestehen, und der rotirende Körper muß die empfangene Winkelgeschwindigkeit unverändert beibehalten. Da ferner Ortsveränderung als solche (absolute Bewegung) kein Gegenstand unserer Wahrnehmung ist, sondern wir nur Veränderungen der gegenseitigen Stellung der Körper (relative Bewegung) wahrzunehmen vermögen, so schreiben wir, indem wir, und die uns umgebenden irdischen Körper mit uns, in Folge der Axendrehung der Erde, ohne daß wir uns dieses Herganges bewußt werden können, im Raume fortgeführt werden, den Gestirnen, gegen welche das Stück der Erdfläche, worauf wir uns befinden, seine Lage ändert, die entgegengesetzte Bewegung zu, gerade so, wie uns bei schneller Fahrt zu Lande oder zu Wasser die uns umgebenden relativ ruhenden Gegenstände sich im entgegengesetzten Sinne zu bewegen scheinen. Es ist somit wohl nicht daran zu zweifeln, daß die Erde sich im Sinne von West gegen Ost um eine freie, mithin durch ihren Mittelpunct der Masse gehende Axe gleichförmig drehe, und während eines Sterntages einen Umschwung vollbringe.

169. **Abplattung der Erde.** Die Gestalt der Erde weicht von der Kugelform ab, die Erde ist ein abgeplattetes Sphäroid, dessen kleinere Axe die Richtung der Weltaxe hat. Die Richtigkeit dieser Thatsache folgt aus den an verschiedenen Orten der Erdfläche angestellten Messungen ihrer Krümmung, wozu wieder der gestirnte Himmel behilflich ist. Vor allem muß bemerkt werden, daß bei der

Betrachtung der Geſtalt der Erde von den auf ihrer Oberfläche vorfindigen Erhöhungen und Vertiefungen abſtrahirt wird. Die Strecken, welche wir ſtets nach einerlei Richtung fortſchreitend auf der Erde zurücklegen können, verglichen mit den Höhen der höchſten Berge, zeigen uns ſchon, daß dieſe Höhen gegen die Dimenſionen des Erdkörpers ſehr klein ſind. Wir können daher, wenn es auf die Beſtimmung der Geſtalt der Erde im Ganzen ankommt, die Berge und Thäler eben ſo außer Acht laſſen, wie wir die aus der Poroſität entſpringenden Rauhigkeiten der Oberflächen kleinerer Körper, deren Geſtalt wir unterſuchen, bei Seite ſetzen.

Die Geſtalt der Erde tritt am deutlichſten an der Meeresfläche hervor, zumal da der größere Theil der Erdfläche (nahe zwei Drittheile derſelben) vom Meere bedeckt iſt. Der Erfahrung zu Folge hat die Oberfläche jedes ruhenden Gewäſſers eine ſolche Lage, daß die Richtungen der Schwere dagegen normal ſtehen, was von der leichten Verſchiebbarkeit der Waſſertheile herrührt, welcher gemäß jeder gegen die Waſſerfläche ſchiefe Zug eine Bewegung der Waſſertheilchen längs dieſer Fläche hervorbringen würde. Man kann dieſes Reſultat auf die ganze Erdfläche ausdehnen, und ſomit die Lage einer horizontalen Ebene an jedem Orte als die Lage der dieſem Orte entſprechenden Berührungsebene der Erdfläche, oder was dasſelbe heißt, die Verticalrichtung als eine Normallinie der Erdfläche betrachten.

Dieß vorausgeſetzt ſeyen A und B (Fig. 46) zwei Orte auf der Erde; A x und B y die zugehörenden Verticallinien. Sind dieſe Orte nicht ſo weit von einander entfernt, daß A x und B y einen beträchtlichen Winkel bilden, ſo werden dieſe Geraden, falls ſie ſich nicht ſchneiden, doch ſo nahe an einander vorbei gehen, daß man jeden Punct ihrer kürzeſten Diſtanz für ihren Durchſchnittspunct gelten laſſen kann, und man wird, wenn C ein ſolcher Punct iſt, die kürzeſte auf der Erdfläche von A nach B mögliche Linie als einen Kreisbogen, welcher C zum Mittelpuncte hat, betrachten dürfen. Die Krümmung dieſes Bogens, welche mit dem Halbmeſſer A C in verkehrtem Verhältniſſe ſteht, zeigt die Krümmung der Erde bei A nach der Richtung von A gegen B an. Es ſey α die Anzahl Grade des Winkels A C B, ſo hat man, weil $2\pi AC$ die Länge der Peripherie des mit dem Halbmeſſer A C beſchriebenen Kreiſes iſt, die Proportion

$$AB : 2\pi AC = \alpha : 360, \quad \text{woraus} \quad AC = \frac{180\,AB}{\pi\alpha}$$

folgt. Der Quotient $\frac{AB}{\alpha}$ drückt die Länge eines Grades in dem erwähnten Kreiſe aus; daher iſt die Krümmung der Erde an jedem Orte nach gegebener Richtung der Länge eines nach dieſer Richtung gemeſſenen Bogengrades verkehrt proportionirt. Die Länge des Bogens AB läßt ſich mit Hilfe geometriſcher Methoden finden; der Winkel α der zu A und B gehörenden Verticallinien iſt ein Ergebniß der Poſitionen dieſer Orte auf der Erde, und wird mit Zuziehung aſtronomiſcher Beobachtungen ausgemittelt.

Bei der Beurtheilung der Gestalt der Erde kommt es hauptsächlich auf die Vergleichung der Krümmungen eines und desselben Erdmeridians an verschiedenen Puncten an; in diesem Falle ist der Winkel α dem Unterschiede der Polhöhen an diesen Puncten gleich. Folgendes wird die Richtigkeit dieser Behauptung beweisen: Unter einem Erdmeridian hat man die Verbindungslinie aller Orte der Erdfläche zu verstehen, deren Verticallinien aufwärts verlängert das Himmelsgewölbe in der Peripherie eines und desselben die Weltaxe in sich fassenden Kreises treffen; also kurz gesprochen die Folge der Orte, welche sämmtlich unter einerlei Himmelsmeridian liegen. In gleichem Sinne heißen die Puncte der Erde, welche unter den Weltpolen liegen, in denen sich also sämmtliche Erdmeridiane durchschneiden, die Erdpole, und die Linie, deren Puncte sich sämmtlich unter dem Aequator der Himmelssphäre befinden, heißt der Erdäquator. Wäre die Erde eine mit der Himmelssphäre concentrische Kugel, so wären die Erdmeridiane und der Erdäquator die größten Kreise, in welchen die Ebenen der gleichnamigen Kreise der Himmelssphäre die Erdkugel schneiden. Hat aber die Erde, in größter Schärfe betrachtet, eine unregelmäßige Gestalt (was sich aus den hierüber geführten Untersuchungen zu erkennen gibt), so können die Erdmeridiane und der Erdäquator sogar Linien seyn, deren Theile nicht in einerlei Ebene liegen (Linien von doppelter Krümmung). Indessen darf man ohne merklichen Fehler ein kurzes Stück eines Erdmeridians für eine ebene krumme Linie gelten lassen. Ob zwei Orte auf der Erde zu demselben Meridiane gehören, oder nicht, wird entschieden, wenn man untersucht, ob die von der Culmination eines und desselben Punctes der Himmelssphäre gezählte Sternzeit an beiden Orten in demselben absoluten Augenblicke dieselbe ist, oder nicht. Ergibt sich ein Unterschied t in der relativen Zeitangabe an beiden Orten für einerlei absoluten Zeitpunct, d. h culminirt überhaupt jeder bestimmte Punct der Himmelssphäre an dem einen Orte um das absolute Zeitintervall t früher als an dem andern, so bilden die Ebenen der den beiden Orten angehörenden Himmelsmeridiane mit einander einen Winkel γ, den man, der Gleichförmigkeit der Rotation der Himmelssphäre wegen, mittelst der Proportion $\gamma : 360 = t : 24$ findet, und es liegt der Ort, für welchen die erwähnte Culmination früher eintritt, in Bezug auf den andern östlich. Der Winkel γ heißt der Längenunterschied beider Orte. Das Zeitintervall t ergibt sich durch Bestimmung der relativen Sternzeit, um welche ein in demselben Augenblicke an beiden Orten sichtbares irdisches oder himmlisches Phänomen wahrgenommen wird (Blickfeuer, Anfang und Ende einer Finsterniß unseres Mondes, wie auch der Monde des Jupiter, Sternbedeckungen durch den Mond, Distanzen bekannter Sterne vom Monde u. s. w.); am einfachsten aber, wenn man eine gute, d. i. gleichförmig gehende tragbare Uhr (Chronometer) ohne Störung ihres Ganges von dem einen Orte an den andern überträgt, die Culminationszeit eines und desselben Fixsternes an beiden Orten nach dieser Uhr bestimmt, und die gefundene Zeitdifferenz nach dem Resultate der Ver-

gleichung des Ganges der Uhr mit der Rotation der Himmelsſphäre in Sternzeit verwandelt. Zeigt ſich $t = 0$, ſo liegen die Beobachtungsorte in demſelben Meridiane.

Es ſeyen nun A und B (Fig. 47) zwei Orte in einerlei Erdmeridian, HAH', KBK' die entſprechenden Tangenten dieſes Meridians, oder die Mittagslinien beider Orte, AP, BQ die Richtung der Weltaxe, wie ſie in A und B erſcheint, ſo ſind die Winkel PAH, QBK die Polhöhen für dieſe Orte. Wegen der unermeßlichen Diſtanz des Himmelspoles von der Erde ſind die Geraden AP, BQ parallel; zieht man durch den Durchſchnittspunct C der zu A und B gehörenden Verticallinien die EE' rechtwinklig gegen AP und BQ, ſo hat man die Winkel

$$ACE = PAH, \quad BCE = QBK.$$

Aber es iſt

$$ACB = BCE - ACE,$$

folglich iſt auch

$$ACB = QBK - PAH.$$

Es gilt alſo der Satz: »Der Winkel der Verticallinien an zwei Orten »deſſelben Erdmeridians iſt dem Unterſchiede der Polhöhen dieſer Orte »gleich.« In ſo fern man ſich erlauben darf die Erde als eine Kugel zu betrachten, wäre C der Erdmittelpunct und EE' die Durchſchnittslinie des Erdäquators mit dem Meridiane der Orte A, B. Der Winkel ACE hat unter dieſer Vorausſetzung den Bogen AE des Meridianes zwiſchen dem Orte A und dem Aequator zum Maße; dieſer Winkel oder Bogen führt den Namen geographiſche Breite, und ſtimmt nach dem Obigen mit der Polhöhe überein. Wählt man einen beſtimmten Erdmeridian als erſten, ſo gibt der Winkel, den der Meridian eines Ortes mit dem erſten Meridiane bildet, die geographiſche Länge dieſes Ortes, und Länge und Breite, mit dem Beiſatze, ob die Länge öſtlich oder weſtlich vom erſten Meridian, die Breite nördlich oder ſüdlich vom Aequator anzunehmen ſey, endlich die Höhe über der Meeresfläche, poſitiv oder negativ genommen, beſtimmen die Poſition jedes Ortes auf der Erde vollkommen.

Nach der ſo eben erklärten Methode hat man gefunden, daß die Krümmung der Erdmeridiane von dem Aequator gegen die Pole hin fortwährend abnimmt, daß alſo die Erde ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid iſt. Die ſorgfältigſten Gradmeſſungen zeigen, daß dieſes Sphäroid kein regelmäßiges iſt; indeſſen nähert man ſich der Wahrheit mit einer für die meiſten Unterſuchungen hinreichenden Genauigkeit, wenn man der Erde die Geſtalt eines durch Umdrehung einer Ellipſe um ihre kleinere Axe entſtehenden Sphäroides zuſchreibt. Die kleinere Halbaxe dieſer Ellipſe ergibt ſich nach Beſſel's auf die beſten Gradmeſſungen ſich ſtützenden Rechnung = 3261139,33 Toiſen oder 856 5637 geographiſchen Meilen, und die größere Halbaxe (der Halbmeſſer des Aequators) = 3272077,14 Toiſen oder 859,4367 geographiſchen Meilen, wenn man nämlich einen Grad oder den 360ſten Theil des Umfanges des Aequators gleich 15 geographiſchen Meilen rechnet, wodurch eine geographiſche Meile = 3807,2846 Toiſen = 3913,4665

Wiener Klafter wird. Der Unterſchied des Durchmeſſers des Aequators und der Erdaxe (= 21875,62 Toiſen oder 5,7460 geographiſche Meilen) getheilt durch den Durchmeſſer des Aequators heißt kurzweg die Abplattung der Erde; ſie iſt nach dieſen Reſultaten = $\frac{1}{299}$. Es weicht daher die Erde im Ganzen nicht viel von der Kugelform ab. Die Länge des Erdmeridianquadranten ergibt ſich darnach = 5131179,81 Toiſen, d. i. 1347,7446 geographiſche Meilen oder 10000874,70 Meter. Bei der Einführung des Meters beabſichtigte man denſelben gleich dem zehnmillionſten Theile des Erdmeridianquadranten zu nehmen. Der Halbmeſſer des Kreiſes, deſſen Peripherie 40 Millionen Meter beträgt, iſt = 6366197,724 Meter.

170. Verſchiedenheit der Schwere auf der Erdfläche. Die Schwere auf der Erdfläche nimmt vom Aequator gegen die Pole hin zu. Dieſe Thatſache wird durch Pendelverſuche erwieſen; es zeigt ſich nämlich die aus ſolchen Verſuchen abgeleitete Länge des einfachen Secundenpendels für Orte, die vom Erdäquator weiter entfernt ſind, größer als für diejenigen, die dem Aequator näher liegen, und in demſelben Verhältniſſe iſt daher auch die Acceleration der Schwere an erſteren Orten größer als an letzteren (165). So hat man z. B. die Länge des Secundenpendels unter dem Aequator = 990,958 Millimeter, in Paris = 993,867, in Spitzbergen = 996,036 M. M. gefunden, und eine ähnliche Zunahme der Länge des Secundenpendels vom Aequator wegwärts zeigt ſich auch auf der ſüdlichen Erdhälfte.

Sämmtliche über dieſen Gegenſtand angeſtellte Beobachtungen führen zu dem Geſetze, daß der Zuwachs, den die Schwere über ihre am Aequator ſtatt findende Größe bei dem Fortſchreiten gegen die Pole hin erhält, der zweiten Potenz des Sinus der geographiſchen Breite proportionirt ſey. Man kann alſo aus den an zwei Orten von bekannter Lage an der Erdfläche beſtimmten Intenſitäten der Schwere die Intenſität dieſer Kraft für jeden andern Ort der Erdfläche ableiten. Die Zunahme der Schwere an den Polen ſelbſt, verglichen mit ihrer Größe am Aequator, iſt nahe = $\frac{1}{200}$; derſelbe Körper übt alſo an den Polen der Erde einen um den zweihundertſten Theil größeren Druck auf eine horizontale Unterlage aus, als am Aequator.

171. Einfluß der Axendrehung der Erde auf deren Abplattung und auf die Abnahme der Schwere vom Aequator gegen die Pole. Die Abplattung der Erde, wie auch die Verringerung der Schwere am Aequator im Vergleiche mit ihrer Stärke an den Polen iſt eine nothwendige Folge der Axendrehung der Erde. Es entwickelt ſich nämlich durch die Rotation der Erde eine Fliehkraft, welche an Orten, die dem Aequator näher liegen, ſtärker iſt, und der Schwere directer entgegenwirkt, als an den Polen. Ein Körper, welcher, wie das die Erde an den Polen und am Aequator bedeckende Waſſer, ſolchem Zuge leicht folgt, mußte ſich daher gegen den Aequator hindrängen, und ſo die abgeplattete Form der Erde bedingen. Aehnliches zeigen biegſame rotirende Körper, wie Verſuche an der Centralmaſchine vor Augen ſtellen.

Die Schwere der irdiſchen Körper erſcheint ſonach als das Ergebniß zweier einander entgegen wirkenden Kräfte, der Anziehung der Erde und der aus ihrer Rotation entſpringenden Fliehkraft. Da jedes Theilchen eines aus der Erde genommenen Körpers gegen die Erde zu fallen ſtrebt, die Erde ſelbſt aber nichts anderes iſt, als der Inbegriff der auf und in ihr befindlichen Körper, ſo muß offenbar die Kraft, welche jedes Körpertheilchen gegen die Erde treibt, als die Reſultirende aller Anziehungen betrachtet werden, welche genanntes Theilchen von allen Theilchen der Erde erfährt. Allein hiebei tritt nur in den Puncten, welche in der Rotationsaxe der Erde liegen, die reine Wirkung dieſer Anziehung auf; an allen übrigen Orten wird dieſelbe durch die Fliehkraft, welche eine Folge des Umſchwunges iſt, der Größe und Richtung nach abgeändert. Es ſey nämlich P Q (Fig. 48) die Rotationsaxe der Erde, M ein Punct der Erde außerhalb dieſer Axe, und M x die Richtung der Totalanziehung, welche die Erde auf ein Körpertheilchen in M ausübt, und die als Schwere erſcheinen würde, wenn die Erde in Ruhe wäre. Zieht man M H ſenkrecht auf P Q und verlängert dieſe Senkrechte in entgegengeſetztem Sinne von M gegen y, ſo iſt, weil der Punct M bei der Axendrehung der Erde einen Kreis beſchreibt, deſſen Mittelpunct in H liegt, M y die Richtung der durch die Axendrehung erzeugten Fliehkraft. Die Kraft, welche ſich uns als Schwere darſtellt, iſt ſonach die Reſultirende der beiden nach M x und M y wirkenden Kräfte, und die Geſtalt der Erdoberfläche bei M muß ſo beſchaffen ſeyn, daß ſie die zwiſchen M x und M y fallende Richtung M z jener Reſultirenden zur Normallinie hat.

Um den Einfluß der Fliehkraft auf die Intenſität der Schwere einiger Maßen zu beurtheilen, denken wir uns die Erde als eine homogene oder aus concentriſchen homogenen Schichten beſtehende ſolide Kugel, an deren Oberfläche daher, wenn die Kugel ruht, die Reſultirende der von allen Kugeltheilchen ausgeübten Schwerkräfte aller Orten die Richtung des Halbmeſſers hat und dieſelbe Intenſität G beſitzt. Es rotire dieſe Kugel, deren Halbmeſſer wir durch r vorſtellen, um die Axe P Q (Fig. 49), und es ſey t die Umlaufszeit, ſo iſt am Aequator bei E, die nach E u in der Verlängerung des Halbmeſſers C E wirkende Fliehkraft auf die Maſſe 1 bezogen $= \frac{4\pi^2 r}{t^2}$, mithin hat, weil dieſe Kraft, welche wir f nennen wollen, der Schwere gerade entgegengeſetzt iſt, die effective Schwere, die an den Polen P und Q die Intenſität G beſitzt, am Aequator nur die Intenſität $g = G - f$. Zwiſchen dem Aequator und den Polen, z. B. bei M, hat die Fliehkraft die Richtung M y, nach der Verlängerung der auf P Q ſenkrechten H M, und ihre Größe iſt $\frac{4\pi^2 . M H}{t^2}$. Es ſtelle die Linie M N dieſe Fliehkraft vor; man zerlege ſie in zwei Kräfte, wovon die eine M K nach der Verlängerung des Halbmeſſers C M, alſo der urſprünglichen Schwere gerade entgegen, die andere M L ſenkrecht gegen M C, oder tangentiell zur Kugel wirkt. Man kann M K, wenigſtens näherungsweiſe, als

die Verminderung betrachten, welche die Schwere bei M erfährt; nun ist $MK : MN = MH : MC$, also $MK = \frac{MN \cdot MH}{r}$, oder mit Rücksicht auf die Bedeutung von MN, $MK = \frac{4\pi^2 \cdot MH^2}{t^2 r}$. Der Winkel MCE gibt die geographische Breite des Ortes M an; bezeichnen wir dieselbe mit β, so haben wir, wegen der Gleichheit der Winkel HMC und MCE und wegen der Proportion

$$MH : MC = \cos HMC : 1, \quad MH = r\cos\beta.$$

Hiedurch wird

$$MK = \frac{4\pi^2 r\cos\beta^2}{t^2} = f\cos\beta^2,$$

und die effective Schwere an dem Orte M ist $g' = G - f\cos\beta^2$. Der Ueberschuß der effectiven Schwere bei M über jene am Aequator wird sonach durch $g' - g = f - f\cos\beta^2 = f\sin\beta^2$ ausgedrückt, was mit dem in der Erfahrung sich kundgebenden Gesetze, nach welchem die Schwere vom Erdäquator gegen die Pole hin dem Quadrate des Sinus der geographischen Breite proportional zunimmt, harmonirt. Bezeichnet λ die Länge des einfachen Secundenpendels am Aequator, so ist $g = \pi^2\lambda$ (165.), mithin $\frac{g}{f} = \frac{t^2\lambda}{4r}$. Nehmen wir $r = 6366200$ Meter, $\lambda = 991$ Millimeter, $t = 86164$ Secunden mittlerer Sonnenzeit, so zeigt sich der Quotient $\frac{g}{f} = 289 = 17^2$. Würde also die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde 17mal größer, so würde die Fliehkraft am Aequator der Schwerkraft gleich. Nach dem Ergebnisse der Pendelbeobachtungen ist $\frac{g}{f} = 200$. Diese Abweichung von dem Resultate der obigen Rechnung rührt vornehmlich von der sphäroidischen Gestalt der Erde her, während jene Rechnung eine genau sphärische Gestalt voraussetzt.

In so fern es gestattet ist von dem Vorhandenseyn der Folgen einer Ursache auf die Existenz der Ursache selbst zu schließen, beweiset die Abnahme der Schwere am Aequator und die Abplattung der Erde ihre Axendrehung. Man hat gesucht dieselbe noch durch eine andere Erscheinung zu bekräftigen. Dreht sich nämlich die Erde wirklich um eine Axe, so haben höher liegende Puncte in derselben Verticallinie eine größere Geschwindigkeit als tiefer liegende, weil erstere binnen derselben Zeit einen längern Weg durchlaufen als letztere. Da ein frei fallender Körper die horizontale Geschwindigkeit, die er in Folge der Rotation der Erde im ersten Augenblicke seines Falles hatte, ungeändert beibehält, so muß er an der Erde um so weiter ostwärts von der durch den Ausgangspunct gehenden Verticallinie ankommen, je größer die Höhe ist, von welcher er herabfiel. Genaue von mehreren Naturforschern angestellte Versuche haben diese östliche Abweichung wirklich nachgewiesen. Für die Axendrehung der Erde spricht auch noch die Analogie. An mehreren Planeten, auch an der Sonne, hat man eine Axendrehung mit Bestimmtheit wahrgenommen, und Jupiter, welcher Planet sich mehr wie noch einmal so schnell als die Erde um seine Axe dreht, zeigt eine deutliche Abplattung.

172. Abhängigkeit der Intenſität der Schwere von der Entfernung der Körper von der Erde. Das Beſtreben der Körper gegen die Erde zu fallen äußert ſich nicht nur in jeder uns zugänglichen Höhe über der Erdfläche, ſondern auch in Höhen, zu welchen wir nicht gelangen können, wenn nur Körper dort vorhanden ſind; ſo fallen zuweilen Meteormaſſen aus ungeheuren Höhen herab: man kann daher nicht bezweifeln, daß die Schwerkraft der Erde weit in den Raum hinausreicht. Es entſteht nun die Frage, welchen Einfluß die Diſtanz, in welcher dieſe Kraft ihre Wirkung ausübt, auf ihre Intenſität habe. Einen Anhaltspunct zur Beantwortung dieſer Frage bietet uns die Bewegung des Mondes um die Erde dar. Es ändert nämlich dieſer Himmelskörper von Tag zu Tag ſeine Stellung gegen die Fixſterne im Sinne von Weſt gegen Oſt; ſein Durchgang durch den Meridian erfolgt nahe 50 Minuten ſpäter als die Culmination der Fixſterne, welche den Tag vorher mit dem Monde gleichzeitig culminirten, ſo daß er binnen 24 Stunden nahe 13 Grade an der Himmelsſphäre zurücklegt. Das geſammte Verhalten des Mondes gibt zu erkennen, daß er fortwährend die Erde umkreiſet, und aus einer großen Anzahl von Beobachtungen hat man gefunden, daß er während 27 Tagen 7 Stunden 43 Minuten einen Umlauf vollbringt. Eine ſolche Bewegung läßt ſich aber nur aus dem Wirken einer Kraft erklären, welche den Mond continuirlich von ſeiner jedesmaligen Richtung ablenkt, und da man den Sitz dieſer Kraft nur in der Erde ſuchen kann, ſo liegt die Vermuthung ſehr nahe, daß die in Rede ſtehende Kraft keine andere als die Schwere ſey. Die Bewegung des Mondes um die Erde ſtellt ſich ſonach als eine Centralbewegung dar, und die Intenſität der Kraft, welche die Erde auf den Mond ausübt, wird durch die Größe der zu dieſer Bewegung erforderlichen Centralkraft beſtimmt. Die Entfernung des Mondes von der Erde verändert ſich innerhalb gewiſſer Grenzen, wie aus der Veränderung des Winkels zu entnehmen iſt, unter welchem ſein Durchmeſſer erſcheint; doch ſind dieſe Aenderungen nicht ſehr groß, und man kann, wenigſtens für den vorliegenden Zweck, die Bahn des Mondes näherungsweiſe als einen Kreis betrachten, deſſen Mittelpunct mit jenem der Erde zuſammenfällt. Bedeutet R den Halbmeſſer der Mondesbahn, T die Umlaufszeit des Mondes um die Erde, und F die Kraft, welche die Erde auf die Maſſeneinheit am Monde äußert, oder den Zahlwerth der Geſchwindigkeit, welche dieſe Kraft während der Zeiteinheit zu erzeugen vermag, ſo iſt $F = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$. Sobald alſo R gegeben iſt, läßt ſich F nach dieſer Formel berechnen, und mit der Acceleration g der Schwere an der Erdfläche vergleichen. Die wirkliche Rechnung lehrt, daß ſich die Intenſität der Schwerkraft der Erde am Monde zu der Intenſität der Schwere an der Oberfläche der Erde verhält wie das Quadrat des Erdhalbmeſſers zum Quadrate der Diſtanz des Mondes von der Erde. Dieſes Reſultat deutet an, daß die von der Erde ausgeübte Schwerkraft dem Quadrate der Diſtanz des Körpers, auf welchen ſie wirkt, vom Erdmittelpuncte verkehrt proporti-

l ſey; ein Geſetz, welches im Folgenden ſeine volle Beſtätigung er-lten wird.

Die Entfernung R des Mondes vom Erdmittelpuncte hat man durch gleichzeitige Beobachtungen der Zenithdiſtanzen des Mondes bei der Culmination an zwei weit von einander entfernten, unter demſelben Meridian liegenden Orten der Erde ausgemittelt. Sind nämlich A und B (Fig. 80) dieſe Orte, und iſt C der Mittelpunct der Erde, M jener des Mondes, ſo kennt man durch die Polhöhen von A und B den Winkel der beiden Verticallinien C A x und C B y, ferner aus den correſpondirenden Beobachtungen der Culminationshöhen des Mondes in A und B die Winkel M A x und M B y, wodurch die Geſtalt des Viereckes M A C B und daher auch das Verhältniß von C M = R zum Erdhalbmeſſer C A = r gegeben iſt. Auf dieſem Wege hat man die Entfernung des Mondes vom Erdmittelpuncte im Durchſchnitte = 60 Erdhalbmeſſern, d. i. R = 60 r gefunden.

Nimmt man nun r = 858 geogr. Meilen, deren jede 3912,5 W. Klafter beträgt (169), ferner g = 31 W. Fuß und T = 39343 Minuten, ſo findet man F : g = 1 : 3621, welches Verhältniß ſich ſo wenig von 1 : (60)² entfernt, daß man in dieſer, wenn gleich nur näherungsweiſe geführten Rechnung die Andeutung des oben ausgeſprochenen Geſetzes nicht verkennen kann.

173. Action einer homogenen Kugel auf einen Punct nach dem Newton'ſchen Gravitationsgeſetze. Das im Vorhergehenden hinſichtlich der Totalaction der Erde auf einen entfernten örper ausgeſprochene Geſetz iſt eine nothwendige Folge des von Newn aufgeſtellten allgemeineren Geſetzes, daß die Anziehungskraft, elche je zwei materielle Theilchen gegen einander äußern, ſich gerade rhält wie die Maſſen der Theilchen und verkehrt wie das Quadrat rer Entfernung. Dieſes vorausgeſetzt, und angenommen, daß die rde eine ſolide oder auch hohle, gleichförmig mit Materie erfüllte Kul ſey oder aus concentriſchen homogenen Schichten beſtehe, läßt ſich weiſen, daß die Totalaction aller Theile der Kugel auf einen äußeren unct ſo beſchaffen ſeyn müſſe, als ob bloß der Mittelpunct der Kul auf den genannten Punct anziehend wirkte, jedoch erſterer mit der nzen anziehenden Maſſe der Kugel verſehen wäre. Nach eben dieſem eſetze laſſen ſich auch für die Totalaction aller Kugeltheile auf einen neren Punct einfache Lehrſätze zu Stande bringen. Man gelangt ezu mittelſt folgender Betrachtungen:

1) Action einer gleichförmig mit Materie beſetzn Kugelfläche auf einen äußeren Punct. Es ſey (ig. 51) der Mittelpunct einer Kugelfläche, deren ſämmtliche Puncte ir uns materiell denken, aber ſo, daß gleiche Flächenſtückchen gleiche laſſen an ſich tragen. Jedes unendlich kleine Theilchen der Kugelche wirke auf den außerhalb derſelben liegenden Punct A anziehend, i geraden Verhältniſſe mit der Maſſe des Theilchens und im verkehrn des Quadrates ſeiner Diſtanz vom Puncte A. Die Reſultirende mmtlicher Actionen der Theilchen der Kugelfläche auf den Punct A it die Richtung A C, weil dieſe Linie ringsum ſymmetriſch, mit der

anziehenden Maſſe umgeben iſt; es handelt ſich nur noch um die Größe dieſer Reſultirenden, d. i. um den Betrag der Totalaction der Kugelfläche auf A. Zerlegen wir die Anziehung jedes Theilchens der Kugelfläche in zwei Componenten, deren eine ſenkrecht gegen AC, die andere längs AC gerichtet iſt, ſo wird die Summe ſämmtlicher Componenten letzterer Art nothwendig die verlangte Reſultirende ſeyn. Es ſey der Kreis MM'L der Durchſchnitt der Kugelfläche mit einer durch die Puncte A, C gelegten Ebene; man ziehe durch den Punct A eine Folge gerader Linien zu dieſem Kreiſe, deren je zwei benachbarte einen unendlich kleinen Winkel bilden, ſo wird dadurch die Peripherie des Kreiſes in unendlich viele unendlich kleine Stückchen zertheilt. Betrachten wir zwei auf einander folgende genannter Linien, z. B. AMM' und ANN', welche auf der Kreisperipherie die unendlich kleinen Bogen MN und M'N' begrenzen. Denkt man ſich den Kreis um die Axe AC herumgedreht, ſo beſchreibt ſeine Peripherie die gegebene Kugelfläche ſelbſt, und die Bogen MN, M'N' beſchreiben zwei von parallelen Kreislinien begrenzte Stücke oder Zonen dieſer Kugelfläche von unendlich geringer Breite. Da ſämmtliche Theilchen einer ſolchen Zone, z. B. der durch den Bogen MN erzeugten, von A gleich weit entfernt ſind, ſo verhält ſich die Action jedes Theilchens auf A gerade wie die Maſſe des Theilchens und verkehrt wie das Quadrat von AM, und wenn man MP ſenkrecht auf AC zieht, ſo verhält ſich die nach AC gerichtete Componente dieſer Action zur genannten Action ſelbſt wie AP zu AM. Es iſt ſonach die Action der geſammten von dem Kreistheilchen MN beſchriebenen Kugelzone gegen A dem Producte proportional, welches die Maſſe dieſer Zone, getheilt durch das Quadrat von AM, mit dem Bruche $\frac{AP}{AM}$ gibt. Die Fläche genannter Zone iſt $= 2\pi MP.MN$; bezeichnet man nun mit k die Maſſe, welche nach der Vertheilungsweiſe der Materie auf der Kugelfläche der Flächeneinheit entſpricht, und mit μ die Anziehung, welche die in einem Puncte concentrirte Maſſeneinheit in der Entfernung 1 auf A ausüben würde; endlich die Action der in Rede ſtehenden Kugelzone auf A mit z, ſo hat man

$$z = \mu k.\frac{2\pi MP.MN}{AM^2}.\frac{AP}{AM} \quad \text{oder} \quad z = 2\pi\mu k.\frac{MP.AP.MN}{AM^3}.$$

Man ziehe CE ſenkrecht auf AM', verbinde C mit M, und beſchreibe aus A mit den Halbmeſſern AM, AM' die Kreisbogen Mn, M'n'. Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke AMP und ACE iſt

$$MP : AM = CE : AC$$
$$\text{und} \quad AP : AM = AE : AC,$$

ferner wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke MNn und MCE iſt

$$MN : Nn = CM : CE,$$

folglich, durch Multiplication dieſer Proportionen,

$$MP.AP.MN : AM^2.Nn = AE.CM : AC^3,$$

woraus man $\frac{MP.AP.MN}{AM^3} = \frac{AE.CM.Nn}{AC^3}$, und wenn man $AC = a$ und den Halbmeſſer der Kugelfläche $CM = r$ ſetzt,

$$z = \frac{2\pi\mu k r}{a^2} \cdot \frac{AE \cdot Nn}{AM} \quad \text{erhält.}$$

Da die Dreiecke MNn, M'N'n' ähnlich sind, so ist Nn : N'n' = Mn : M'n' und weil die Bogen Mn, M'n' zu einerlei Winkel gehören, ist Mn : M'n' = AM : AM', mithin auch Nn : N'n' = AM : AM', woraus Nn : Nn + N'n' = AM : AM + AM', d. h.

$$\frac{Nn}{AM} = \frac{Nn + N'n'}{AM + AM'} \quad \text{folgt.}$$

Aus AM = AE — ME und AM' = AE + EM' = AE + ME ergibt sich durch Addition

$$AM + AM' = 2AE,$$

daher ist $\frac{Nn}{AM} = \frac{Nn + N'n'}{2AE}$ und $\frac{AE \cdot Nn}{AM} = \frac{Nn + N'n'}{2}$.

Hiedurch wird $z = \frac{\pi\mu k r}{a^2}(Nn + N'n')$. Auf gleiche Weise erhält man für die Action der dem Bogen M'n' entsprechenden Kugelzone auf A den Ausdruck $z' = \frac{\pi\mu k r}{a^2}(Nn + N'n')$; mithin ist die Summe beider Actionen $z + z' = \frac{2\pi\mu k r}{a^2}(Nn + N'n')$. Die Summe Nn + N'n' gibt an, um wie viel die Sehne MM' kürzer ist als NN'; denkt man sich nun auf ähnliche Weise die Actionen bestimmt, welche die auf jedes andere Paar der von A auslaufenden Linien sich beziehenden Kugelzonen gegen A äußern, und alle so erhaltenen Ausdrücke addirt, so ergibt sich, weil in sämmtlichen Ausdrücken der gemeinschaftliche Factor $\frac{2\pi\mu k r}{a^2}$ vorkommt, und die Summe der anderen Factoren die Summe der Unterschiede zwischen je zwei benachbarten gegen A hin gerichteten Sehnen des Halbkreises FMM'G ist, also dem Unterschiede zwischen der längsten und der kürzesten Sehne dieses Halbkreises gleichkommt, mithin den Werth 2r — 0 = 2r hat, für die Anziehung Z, welche der Punct A von der ganzen Kugelfläche erfährt, der Ausdruck

$$Z = \frac{4\pi\mu k r^2}{a^2}.$$

Aber $4\pi r^2$ ist der Inhalt der in Rede stehenden Kugelfläche, also $4\pi k r^2$ ihre Masse und $\frac{4\pi\mu k r^2}{a^2}$ die Größe der Anziehung, welche die in einen Punct vereinigt gedachte Masse $4k\pi r^2$ in der Entfernung a äußert; daher gilt der Satz: »eine gleichförmig mit Materie besetzte »Kugelfläche zieht einen außerhalb des von ihr begrenzten Raumes be»findlichen Punct gerade so an, als ob ihre gesammte Masse in ihrem »Mittelpuncte concentrirt wäre.«

2) Die Action einer gleichförmig mit Materie besetzten Kugelfläche auf jeden innerhalb derselben liegenden Punct bei dem hier vorausgesetzten Attractionsgesetze ist Null, d. h. die von allen Theilen der Kugel-

fläche ausgehenden, dem Quadrate der Diſtanz verkehrt proportionalen Kräfte halten einander in jedem Puncte des Raumes, den die Kugelfläche umſchließt, das Gleichgewicht. Beweis. Es ſey A (Fig. 52) ein materieller Punct innerhalb der Kugelfläche. Legt man durch denſelben eine Ebene D E, ſo zerfallt die Kugelfläche in zwei Partien, wovon die eine dießſeits, die andere jenſeits genannter Ebene liegt. Man theile eine dieſer Partien in unendlich kleine Stückchen, und laſſe eine durch A gehende gerade Linie ſich längs des Umfanges jedes ſolchen Flächenſtückchens bewegen, ſo beſchreibt dieſe auf der andern Kugelpartie eben ſo viele den vorgenannten ſtückweiſe gegenüberliegende Flächenſtückchen. Man kann je zwei einander correſpondirende Flächenſtückchen, wie M N, M′N′, als die Grundflächen zweier Kegel oder Pyramiden M A N, M′A N′ betrachten, welche, da ſie am Scheitel A einander gerade entgegenſtehen, und ihre Grundflächen gegen die einerlei Sehne der Kugel ausmachenden Seiten A M, A M′ oder A N, A N′ u. ſ. w. beziehungsweiſe gleiche Neigungen haben, einander ähnlich ſind. Es verhalten ſich demnach die Grundflächen dieſer Kegel oder Pyramiden wie die Quadrate der homologen Seiten, d. h. es iſt

$$MN : M'N' = AM^2 : AM'^2 \quad \text{oder} \quad \frac{MN}{AM^2} = \frac{M'N'}{AM'^2}.$$

Aber dieſe einander gleichen Quotienten ſind nach dem Newton'ſchen Anziehungsgeſetze den Actionen proportionirt, welche die Flächentheilchen M N und M′N′ auf A ausüben; mithin ſind auch dieſe Actionen einander gleich, und da ſie einander gerade entgegengeſetzt ſind, ſo heben ſie ſich auf. Da nun ſolchergeſtalt die Actionen der Theilchen der Kugelfläche auf A ſich paarweiſe tilgen, ſo iſt die Action der ganzen Kugelfläche auf A gleich Null.

3) Eine gleichförmig mit Maſſe erfüllte, oder aus homogenen concentriſchen Schichten beſtehende ſolide oder hohle Kugel wirkt auf jeden äußeren Punct gerade ſo, als ob ihre Maſſe in ihrem Mittelpuncte vereinigt wäre, und die Action einer hohlen Kugel dieſer Art auf jeden Punct innerhalb der Höhlung iſt Null. Die Richtigkeit dieſer Sätze wird ſogleich einleuchtend, wenn man die Kugel mittelſt concentriſcher Kugelflächen in unendlich dünne Kugelſchichten theilt, und bedenkt, daß dieſe Sätze nach dem ſo eben Bewieſenen von der Wirkung jeder einzelnen Schichte gegen den gewählten Punct gelten.

4) Die Action einer ſoliden Kugel von durchgehends gleichförmiger Dichte auf einen Punct im Inneren iſt dem Abſtande dieſes Punctes vom Centrum gerade proportionirt. Beweis. Es ſey A (Fig. 53) der Punct innerhalb der Kugel, und C der Mittelpunct. Eine mit dem Halbmeſſer C A beſchriebene Kugelfläche theilt die Kugel in zwei Stücke, in die Hohlkugel H und in die ſolide Kugel K. Rückſichtlich der erſteren iſt A als ein innerhalb der Höhlung befindlicher Punct zu betrachten; die Wirkung der Kugelpartie H auf A iſt ſomit Null. Es redu-

cirt ſich demnach die Kraft der ganzen Kugel gegen A auf diejenige, welche die kleinere Kugel K ausübt. Letztere iſt, weil A hinſichtlich der Kugel K als äußerer Punct erſcheint, gerade ſo groß, als wenn die Maſſe von K im Puncte C vereinigt wäre, folglich dieſer Maſſe direct und dem Quadrate der Diſtanz C A verkehrt proportional. Aber die Maſſe K verhält ſich direct wie der Cubus von C A, daher iſt die in Rede ſtehende Kraft der einfachen Diſtanz C A direct proportionirt. Die Action, welche die Kugel auf ihren Mittelpunct ausübt, iſt demnach = 0, was ſchon für ſich einleuchtet.

Es iſt klar, daß die hier bewieſenen Sätze ſich auch auf den Fall übertragen laſſen, wenn ſämmtliche Theilchen einer Kugel einen Punct ſo abſtoßen, daß die ins Spiel tretenden Kräfte den Maſſen der betreffenden Theilchen direct und den Quadraten ihrer Diſtanzen von dem genannten Puncte verkehrt proportionirt ſind.

Obgleich dieſe Sätze in aller Strenge nur für die Action einer homogenen Kugel auf einen äußeren oder inneren materiellen Punct Giltigkeit haben, ſo wird man ſie doch, wenigſtens näherungsweiſe, auch auf die Action von Körpern ausdehnen dürfen, deren Geſtalt von der Kugelform nicht bedeutend abweicht, und deren Maſſe in dem Volum nahe gleichförmig oder in gleichförmige concentriſche Schichten vertheilt iſt. Uebrigens iſt leicht einzuſehen, daß die Action eines abgeplatteten elliptiſchen homogenen Sphäroides auf einen äußeren Punct in der Ebene des Aequators etwas ſtärker, und in der Richtung durch die Pole etwas ſchwächer iſt, als wenn die ganze Maſſe des Sphäroids in ſeinem Mittelpuncte vereinigt wäre; in mittleren Richtungen wirkt alſo ein nur wenig abgeplattetes homogenes Sphäroid nahe nach demſelben Geſetze wie eine Kugel von gleicher Maſſe.

174. **Action zwiſchen zwei homogenen kugelförmigen Körpern nach dem Newton'ſchen Geſetze.** Man kann die Anziehung, welche zwiſchen zwei materiellen Theilchen herrſcht (und eben ſo die Abſtoßung, wenn eine ſolche vorhanden iſt), nicht anders als eine wechſelſeitige Kraftäußerung betrachten, ſo nämlich, daß das eine Theilchen von dem andern mit einer Kraft afficirt wird, welche derjenigen gleich und gerade entgegengeſetzt iſt, mit welcher es ſelbſt auf das andere wirkt, und umgekehrt. Ziehen ſich nun je zwei Theilchen zweier ſoliden oder hohlen homogenen oder aus concentriſchen homogenen Schichten beſtehenden kugelförmigen Körper mit einer dem Producte ihrer Maſſen direct, und dem Quadrate ihres Abſtandes verkehrt proportionalen Kraft an, ſo kann man nach dem vorhergehenden Lehrſatze die Action der einen Kugel gegen jedes beliebige Theilchen der andern durch die äquivalente Kraft erſetzen, welche der mit der geſammten Maſſe der erſteren Kugel begabte Mittelpunct derſelben im verkehrten Verhältniſſe des Quadrates der Diſtanz auf das ins Auge gefaßte Theilchen der zweiten Kugel ausüben würde. Man hat alſo nur noch die Wirkung der zweiten Kugel auf den Mittelpunct der erſten in die entſprechende Reſultirende zuſammenzufaſſen. Da nun hier wieder derſelbe Lehrſatz angewendet werden kann, ſo gelangt man zu der Schlußfolge, »daß nach dem von Newton aufgeſtellten Geſetze der »Action je zweier Körpertheilchen zwei Kugeln von der vorausgeſetzten

»Beschaffenheit auf einander so wirken, als ob die Masse jeder derselben in dem entsprechenden Mittelpuncte vereinigt wäre.«

175. **Schärfere Bestimmung der Gesetze der Schwere irdischer Körper.** Mit Hilfe der vorangehenden Lehren können die am Eingange dieses Hauptstückes (153.) aus den zunächst sich darbietenden Erfahrungen abgeleiteten Gesetze ergänzt und gewisser Maßen berichtiget werden. Da die Richtungen der Schwerkraft an verschiedenen Orten gegen den Mittelpunct der Erde convergiren, so sind die Verticallinien einander nicht parallel; auch ist die Intensität der Schwerkraft in derselben Verticallinie an Puncten, welche über der Erdfläche höher liegen, geringer als an tieferen: man kann daher strenge genommen die Theorie der Zusammensetzung paralleler Kräfte auf die Schwerkräfte nicht anwenden, daher nicht sagen, das Gewicht eines Körpers sey die Summe der Gewichte seiner Theile; eben so wenig kann man die Gewichte der Theile lediglich ihren Massen proportional annehmen, und daher auch nicht den Schwerpunct eines Körpers und den Mittelpunct seiner Masse für einen und denselben Punct erklären. Nur wegen der Geringfügigkeit der Dimensionen der Körper, auf welche sich unsere Versuche erstrecken, dürfen wir von der mathematischen Schärfe abgehen, indem aus der Vernachläßigung derselben kein merklicher Fehler entspringt. Berücksichtigen wir noch, daß an der Erdfläche die Schwere sich mit der geographischen Breite ändert, so zeigt es sich, daß das Gewicht eines und desselben Körpers eine sehr veränderliche Größe ist, und kein Bestimmungsmittel der Masse abgeben könnte, wenn nicht glücklicher Weise hier bloß Verhältnisse der Massen unter einander ins Spiel kämen, weil die Schwere der Gewichtseinsätze an unseren gewöhnlichen Wagen derselben Aenderung unterworfen ist, wie die der abzuwägenden Körper. An Kraftmessern, deren Judicationen von der Schwere unabhängig sind, z. B. an genauen Federwagen, müßte sich die Variation des Gewichtes eines Körpers in Folge geänderter Schwere allerdings offenbaren. Endlich ist der freie Fall eines Körpers selbst im luftleeren Raume keine gleichformig beschleunigte Bewegung, denn während ein Körper von einer gewissen Höhe über der Erdfläche herabfällt, nimmt die Beschleunigung continuirlich zu, und zwar steht sie im verkehrten Verhältnisse des Quadrates seiner Entfernung vom Erdmittelpuncte; dringt aber ein Körper in das Innere der Erde ein, z. B. fällt er in einem tiefen Schachte, so nimmt die Beschleunigung in demselben Verhältnisse ab, in welchem der Körper dem Erdmittelpuncte näher kommt.

Um zu beurtheilen, in welchem Maße sich die Verringerung der Schwere an höher liegenden Orten an dem empfindlichsten Prüfungsmittel ihrer Intensität, nämlich am Pendel kund gibt, sey r der Halbmesser der Erde, ρ die Höhe des Beobachtungsortes über der Erdfläche, n die Anzahl der Schwingungen eines und desselben Pendels an der Erdfläche während einer bestimmten Zeit, und g die Intensität der Schwere daselbst, ferner $n - \nu$ und $g - \gamma$ die gleichnamigen Größen an dem höhern Orte, so hat man

$$n^2 : (n-\nu)^2 = g : g - \gamma \quad \text{und} \quad g : g - \gamma = (r+\rho)^2 : r^2,$$

mithin $n^2 : (n-\nu)^2 = (r+\rho)^2 : r^2$,
also $n : n-\nu = r+\rho : r$,
woraus $n : \nu = r+\rho : \rho$ oder $\frac{\nu}{n} = \frac{\rho}{r+\rho}$

folgt, wofür man, wenn ρ gegen r nur klein ist, auch $\frac{\nu}{n} = \frac{\rho}{r}$ setzen kann. Wäre also ρ z. B. der 10000ste Theil von r, so würde auch ν der 10000ste Theil von n seyn. Eine Uhr, deren Pendel an der Meeresfläche Secunden schlägt, geht daher in einer Höhe von 336 Klafter über der Meeresfläche während 24 Stunden nahe um 9 Secunden zu spät.

Allgemeine Schwere.

176. Ableitung der Gravitation aus den Kepler'schen Gesetzen. Nicht bloß die Erde zieht alle in ihrem Bereiche befindlichen Körper an, sondern zwischen je zwei Himmelskörpern besteht eine Anziehung, welche den auf einander wirkenden Massen direct, und dem Quadrate ihrer Distanz verkehrt proportionirt ist, und zwar ist dieselbe an allen Himmelskörpern, deren Wechselwirkung bis jetzt Gegenstand unserer Wahrnehmung gewesen ist, von durchgehends gleicher Art, so daß Theilchen, welche gleiche Massen an sich tragen, in einerlei Entfernung von irgend einem Angriffspuncte ihrer Action auf denselben einerlei Kraft äußern, welches auch sonst ihre materielle Beschaffenheit seyn mag. Dieses von Newton (geb. 1664, gest. 1727) zuerst und in seiner Allgemeinheit ausgesprochene Gesetz, einer der schönsten und wichtigsten Funde auf dem Felde der Naturlehre, ist eine nothwendige Folge der durch die Erfahrung bewährten Bewegungsgesetze der Planeten und Kometen. Schon Copernicus (geb. 1472, gest. 1543) erkannte, daß die alte Lehre, die man dem Ptolemäus (140 J. n. Chr.) zuschreibt, welcher zufolge die Sonne und die Planeten sich um die Erde bewegen sollten, die Erscheinungen dieser Himmelskörper nur auf das Gezwungenste, mit unwahrscheinlichen Hilfshypothesen erkläre, während alle diese Phänomene sich auf das Einfachste begreifen lassen, wenn man die Sonne als den Centralkörper des ganzen Planetensystems betrachtet, um welchen nicht bloß die Planeten sich herumbewegen, sondern selbst die Erde circulirt. Kepler (geb. 1571, gest 1630) entdeckte die wahre Beschaffenheit der vordem für kreisförmig gehaltenen Planetenbahnen, und die Hauptgesetze, nach welchen die Bewegung in selben vor sich geht. Indem er die Methoden, welche die Geometrie zur Ausmittelung der Distanzen und anderer Positionsverhältnisse unzugänglicher Objecte an die Hand gibt, mit unübertrefflichem Scharfsinne auf die Erscheinungen der Planeten anwandte, erkannte er folgende Gesetze: 1) Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpuncte die Sonne steht. 2) Die Flächenräume, welche der von der Sonne zu einem Planeten gehende Radiusvector während beliebiger Zeiten durchstreicht, verhalten sich wie diese Zeiten. 3) Die Quadrate der Umlaufs-

zeiten je zweier Planeten um die Sonne verhalten ſich wie die Würfel ihrer mittleren Diſtanzen von der Sonne, d. i wie die Würfel der halben größeren Axen ihrer Bahnen. Newton, der Begründer der Lehre von der Centralbewegung und überhaupt der Mechanik des Himmels, leitete aus den Kepler'ſchen Geſetzen das Geſetz der Kraft ab, welche die Planeten ihren elliptiſchen Bahnen zu folgen nöthiget. Da nämlich das zweite der angeführten Geſetze das charakteriſtiſche Merkmal der Centralbewegung ausſpricht (vergl. 129. a. E.), ſo wird die krummlinige Bewegung der Planeten nothwendig durch eine Kraft bewirkt, welche dieſe Himmelskörper, die ſonſt vermöge der Trägheit in ihrer jedesmaligen ſeitwärts gehenden Richtung beharren würden, continuirlich gegen die Sonne hintreibt, eine Kraft, deren Grund nur in einer Beziehung zwiſchen der Sonne und den Planeten geſucht werden kann, die wir durch das Wort »Anziehung« bezeichnen. Aus dem erſten Kepler'ſchen Geſetze folgt ferner, daß die von der Sonne auf jeden Planeten ausgeübte Centralkraft F durch die Formel $F = \frac{4\pi^2 ma^3}{T^2 r^2}$ ausgedrückt werde, worin m die Maſſe der Planeten, a die halbe größere Axe ſeiner Bahn, T die Umlaufszeit und r die Länge des von der Sonne zum jedesmaligen Orte der Planeten gehenden Radiusvectors vorſtellt. Dieſe Kraft iſt ſonach der Maſſe m des Planeten direct und dem Quadrate ſeiner Diſtanz r vom Centralkörper verkehrt proportionirt. Setzt man $m = 1$ und $r = 1$, ſo geht obiger Ausdruck für F in $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ über; es zeigt alſo der Ausdruck $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ die Kraft an, welche jeder der Maſſeneinheit gleiche in einen Punct concentrirt gedachte Theil des Planeten in der Diſtanz $= 1$ von dem mit der Geſammtkraft der Sonnenmaſſe begabten Mittelpuncte der Sonne erfahren würde. Nach dem dritten Kepler'ſchen Geſetze endlich hat der Quotient $\frac{a^3}{T^2}$ für ſämmtliche Planeten einerlei Werth; es iſt alſo auch die ſo eben bezeichnete Kraft, welche man die ſpecifiſche Anziehung der Sonne gegen die Planeten nennen könnte, durchgehends dieſelbe.

Aber nicht bloß die um die Sonne ſich bewegenden Planeten, ſondern auch die um einige dieſer Planeten circulirenden Monde oder Satelliten, ferner die Kometen ſind dem oben ausgeſprochenen Anziehungsgeſetze unterworfen, welches eben die Bewegung dieſer Himmelskörper bedingt. Von mehreren Kometen weiß man mit Beſtimmtheit, daß ſie die Sonne in elliptiſchen Bahnen umkreiſen; von andern aber kennt man nur den der Sonne zunächſt liegenden Theil der Bahn: auf dieſen paßt die Vorausſetzung einer paraboliſchen Geſtalt, deren Brennpunct in die Sonne fällt, mit hinreichender Genauigkeit. Derlei Kometenbahnen ſind alſo entweder ſo lang geſtreckte Ellipſen, daß die Krümmung des uns bekannten, verhältnißmäßig ſehr kleinen Stückes am Scheitel der Bahn von einer Parabel nicht zu unterſcheiden iſt, oder es bewegen ſich einige Kometen wirklich in Parabeln; ja man vermu-

thet, daß es Kometen gebe, welche um die Sonne hyperboliſche Bahnen beſchreiben, mithin in dem einen wie in dem andern Falle, nachdem ſie uns einmal zu Geſichte gekommen ſind, ſich für immer von der Erde entfernen. Die Annahme einer paraboliſchen ſowohl, wie einer hyperboliſchen Bahn iſt mit der dem Quadrate der Diſtanz verkehrt proportionalen Anziehung der Sonne gegen die Kometenmaſſe verträglich, da ein Bewegliches, bei dieſem Geſetze der Centralkraft, jede Kegelſchnittslinie beſchreiben kann, und es nur von gewiſſen Größenverhältniſſen abhängt, ob der Bahn dieſe oder jene Form zu Theil wird. (Vergl. 132. Anm.) Es verdient ſomit die von Newton entdeckte Anziehung der Materie, zu welcher ſich die Schwere der Erdkörper nur als ſpecieller Fall verhält, mit Recht den Namen der allgemeinen Anziehung oder der Gravitation. Zur gründlichen Behandlung des wichtigen Gegenſtandes erübriget uns noch die empiriſche Nachweiſung der oben angegebenen Bewegungsweiſe der Planeten.

177. **Aenderung der Stellung der Sonne gegen die Erde während des Jahres.** Beobachtet man von Tag zu Tag die Mittagshöhe der Sonne, vergleicht man ihre Culminationszeit mit jener der Fixſterne, und mißt man ihren ſcheinbaren Durchmeſſer, ſo findet man, daß dieſe drei Stücke ſich fortwährend ändern.

1) Die Mittagshöhe der Sonne wächſt für unſere Gegenden bis zu einer gewiſſen Grenze, indem die Sonne von Tag zu Tag in einen dem Nordpole näheren Parallelkreis eintritt, womit zugleich die Orte ihres Auf- und Unterganges am Horizonte ſich gegen Norden verſchieben, und die gewöhnlich ſogenannte Tageslänge, d. i. die Zeit, während welcher die Sonne über dem Horizonte verweilt, zunimmt. Dieß geht ſo fort, bis die Sonne ſich um 23° 27′ vom Aequator entfernt, und ſomit den nördlichſten Parallelkreis erreicht hat, welcher der nördliche Wendekreis (Wendekreis des Krebſes) genannt wird. Nunmehr nimmt die Mittagshöhe wieder ab, der Aufgangs- und Untergangsort rückt gegen Süden, die Tageslänge wird kleiner. Im Verlaufe dieſer Aenderungen tritt die Sonne in den Aequator, wobei ſie genau in Oſt auf- und in Weſt untergeht, und Tag und Nacht einander gleich werden: hierauf entfernt ſie ſich ſüdlich vom Aequator, und erreicht bei abermaliger Abweichung von demſelben um 23° 27′, in den ſüdlichen Wendekreis (des Steinbocks) tretend, ihre geringſte Mittagshöhe, geht am meiſten ſüdwärts auf und unter, und der Tag iſt am kürzeſten, worauf ſie ſich wieder dem Aequator nähert, und wie früher bis zum andern Wendekreiſe fortſchreitet. Von der ſo eben beſprochenen hin- und hergehenden Bewegung der Sonne parallel dem Meridiane hängt die Verſchiedenheit der Jahreszeiten ab. Kommt nämlich die Sonne bei ihrer Bewegung nordwärts in den Aequator, ſo beginnt, aſtronomiſch geſprochen, der Frühling; der Eintritt in den nördlichen Wendekreis beſtimmt den Anfang des Sommers; bei der Rückkehr in den Aequator beginnt der Herbſt, und bei dem Eintritte in den ſüdlichen Wendekreis der Winter.

des Meridianes empfangen zu beiden Seiten desselben jedes Mal um den Winkel von $\frac{360}{24} = 15$ Graden weiter gedreht wird. Da sich nämlich die Sonne bei dem Eintritte jeder Stunde vor und nach ihrer Culmination in einer solchen Ebene befindet, so muß der Schatten des Zeigers die Lage der erwähnten Durchschnittslinien haben. Die Linien für die Unterabtheilungen der Stunde entsprechen den Zwischenlagen der vorerwähnten um die Weltaxe gleichmäßig gedrehten Ebene. Der einfachste Sonnenuhr ist die Aequatorialuhr; sie besteht aus einem Kreise oder Ringe, dessen Umfang in 24 gleiche Theile getheilt und in dessen Mittelpuncte der Zeiger senkrecht auf die Kreisebene aufgestellt ist. Das Zifferblatt wird bei dem Gebrauche der Uhr in eine dem Aequator parallele Lage gebracht, so daß der mit 12 bezeichnete Theilstrich in den Meridian und nordwärts zu liegen kommt. Im Herbste und Winter, wo die Sonne unter dem Aequator steht, functionirt die untere Fläche des Zifferblattes.

Aus dem oben Gesagten erhellet hinreichend, daß eine gute mechanische Uhr mit einer Sonnenuhr nicht fortwährend übereinstimmen kann, und es vergebliche Mühe ist, erstere durch Regulirung ihres Ganges mit letzterer in bleibenden Einklang bringen zu wollen. Der Unterschied zwischen der wahren und mittleren Zeit heißt die Zeitgleichung. Kennt man diese für die verschiedenen Tage des Jahres (man hat Tabellen für selbe), so kann man mittelst einer gut construirten Sonnenuhr, ja selbst mittelst einer richtig gezogenen Mittagslinie den Gang einer Uhr, die mittlere Zeit weisen soll, z. B einer Thurmuhr, mit einer für die gewöhnlichen Zwecke hinreichenden Näherung controlliren und in Ordnung erhalten. Die mittlere Zeit fällt viermal im Jahre mit der wahren zusammen, nämlich den 15. April, 15 Juni, 1. September und 25. December. Die größten Differenzen ergeben sich um die Mitte Februars, wo die mittlere Zeit der wahren bis 14½ Minuten voreilt, und zu Anfang Novembers, wo jene gegen diese um 16 Minuten zurückbleibt.

178. **Uebereinstimmung der relativen Bewegung zwischen der Sonne und der Erde mit den Kepler'schen Gesetzen.** Da uns nicht bloß die Stellung der Sonne am gestirnten Himmel in fortwährender Aenderung begriffen erscheint, sondern zugleich auch der Abstand der Sonne und Erde sich ändert, so unterliegt es keinem Zweifel, daß einem dieser Weltkörper oder beiden eine wirkliche Ortsveränderung im Raume zukommt, und zwar findet außer der vielleicht beiden gemeinschaftlichen Bewegung sicher eine Bewegung des einen um den andern statt. Die absolute Bewegung ist jedoch kein Gegenstand unserer sinnlichen Wahrnehmung, daher sind wir außer Stande nach dem bloßen Augenscheine zu entscheiden, welcher dieser Körper den anderen umkreise. Deßhalb setzen wir diese Frage vorerst bei Seite und untersuchen zunächst das Gesetz der vorhandenen relativen Bewegung auf Grundlage der Beobachtung.

Die Vergleichung der von der Sonne während einer kurzen Zeit, etwa während eines Tages an verschiedenen Stellen der Ekliptik zurückgelegten Bogen mit den gleichzeitig beobachteten Durchmessern der Sonne lehrt, daß sich jene Bogen wie die Quadrate der entsprechenden Durchmesser verhalten, mithin mit den zugehörenden Distanzen der Sonne von der Erde in verkehrtem Verhältnisse stehen. Hieraus folgt sogleich

daß die vorhandene Bewegung dem zweiten Kepler'ſchen Geſetze Genüge leiſtet. Um dieß nachzuweiſen, ſey O (Fig. 54) der Körper, um welchen ſich der andere bewegt; da es ſich hier lediglich um relative Bewegung handelt, ſo iſt es gleichgiltig, ob wir uns die Erde oder die Sonne in O denken: an der Erſcheinung, wie ſie ſich uns auf unſerem Standpuncte darſtellt, wird durch keine der beiden entgegengeſetzten Annahmen etwas geändert. Ferner ſeyen MN, M'N' zwei Stückchen der Bahn des andern Körpers, welche dieſer während gleicher ſehr kleinen Zeiten durchlauft. Offenbar verhalten ſich die Winkel MON, M'ON' der von O zu dem bewegten Körper gehenden Radienvectoren, mithin auch die dieſen Winkeln zugehörenden Bogen DE, D'E' des aus O mit dem Halbmeſſer = 1 beſchriebenen Kreiſes, wie die Bogen, welche die Sonne während dieſer Zeiten in der Ekliptik zu beſchreiben ſcheint, daher iſt obigem Erfahrungsſatze gemäß
DE : D'E' = OM² : OM'², alſo DE.OM² = D'E'.OM'².
Beſchreibt man aus O mit den Halbmeſſern OM, OM' die Bogen ML, M'L', ſo hat man ML : DE = OM : OD, mithin, wegen OD = 1, DE.OM = ML, und aus gleichem Grunde D'E'.OM' = M'L'. Hiedurch geht obige Gleichung in ML.OM = M'L'.OM' über. Aber die Producte ML.OM, M'L'.OM' drücken die doppelten Flächeninhalte der Sectoren MOL, M'OL' aus; daher ſind dieſe Sectoren gleich groß, d. h. es iſt MOL = M'OL'. Wegen der Kleinheit der Dreiecke NML, N'M'L' im Vergleiche mit MON, M'ON' (erſtere Dreiecke haben zwei ſehr kleine Abmeſſungen, während die letzteren nur eine ſehr kleine Abmeſſung enthalten) kann man die Flächenräume MON, M'ON' an die Stelle der Sectoren MOL, M'OL' ſetzen; daher ſind auch erſtere Flächenräume gleich, nämlich es iſt MON = M'ON', woraus, weil dieſe Flächenräume binnen gleichen Zeiten beſchrieben worden ſind, die Giltigkeit des zweiten Kepler'ſchen Geſetzes bei der vorhandenen Bewegung erhellet.

Conſtruirt man eine Ellipſe, in welcher die Abſtände der Endpuncte der großen Axe von einem Brennpuncte ſich wie die kleinſte und größte Entfernung der Sonne von der Erde verhalten, alſo gleichſam dieſe Entfernungen vorſtellen, welche Ellipſe nach den Daten der Beobachtung nur eine geringe Excentricität (nahe $\frac{1}{60}$ der halben großen Axe) hat, ſo verhalten ſich die Längen je zweier von einem Brennpuncte der Ellipſe ausgehenden Radienvectoren wie die Diſtanzen der Sonne von der Erde für die Orte der Ekliptik, deren Bogenabſtände von dem Perigeum mit den Winkeln übereinſtimmen, welche dieſe Radien mit der Poſition des kleinſten Radiusvectors der Ellipſe bilden. Dieſe Ellipſe repräſentirt alſo die relative Bahn vollkommen getreu, welche der eine der beiden Körper, Sonne und Erde um den andern beſchreibt, und der Brennpunct der Ellipſe iſt der Ort des letzteren Körpers. Die relative Bewegung zwiſchen der Sonne und Erde gehorcht alſo auch dem erſten Kepler'ſchen Geſetze.

179. **Nachweiſung der Bewegung der Erde um die Sonne.** Weil die relative Bewegung zwiſchen der Sonne und der

2) Nebſtdem zeigt die Sonne noch eine ſtets im Sinne von Weſt gegen Oſt fortſchreitende Bewegung parallel dem Aequator. Culminirt nämlich die Sonne an einem Tage zugleich mit einem Fixſterne, ſo culminirt ſie am nächſtfolgenden Tage ſchon ſpäter, und ſo nimmt das Zeitintervall zwiſchen der Culmination des Sternes und der Sonne fortwährend, jedoch um ungleiche Differenzen zu, bis endlich die Sonne dieſen Stern wieder erreicht, d. h. ſich mit ihm in einerlei durch die Weltpole gehendem (größten) Kreiſe, Abweichungskreis oder Stundenkreis genannt, befindet, und zwar in derſelben relativen Lage, wie früher. Die Zeit, welche zwiſchen dem Eintreten der Sonne in eine gewiſſe Stellung am Himmelsgewölbe und der nächſten Wiederkehr derſelben Stellung verfließt, heißt überhaupt ein Jahr; die Dauer deſſelben beträgt nahe 365¼ Tage; in der Folge wird dieſelbe, nach ſchärferer Beſtimmung des Begriffes »Jahr,« genauer angegeben. Von der Ungleichförmigkeit der Verſchiebung der Sonne, parallel dem Aequator, rührt die Ungleichheit der einzelnen Sonnentage (167.) her.

Verbindet man die Bewegung der Sonne parallel dem Meridiane und dem Aequator, nach dem Ergebniſſe der täglichen Erfahrung, zu einer Reſultirenden, ſo erhält man die Bahn der Sonne oder vielmehr des Sonnenmittelpunctes an der Himmelsſphäre. Man findet ſo, daß ſich dieſe Bahn daſelbſt als ein gegen den Aequator unter dem Winkel von 23° 27′ geneigter größter Kreis darſtellt, welcher die Ekliptik heißt; ihr Neigungswinkel gegen den Aequator wird die Schiefe der Ekliptik genannt. Die Durchſchnittspuncte der Ekliptik und des Aequators heißen Aequinoctial- oder Nachtgleichepuncte; derjenige, durch welchen die Sonne aus der ſüdlichen Hemiſphäre in die nördliche übergeht, heißt der Frühlingspunct, der andere der Herbſtpunct. Die Ekliptik wird von den Wendekreiſen bloß berührt; die Berührungspuncte heißen die Solſtitialpuncte. Nicht bloß die dem Aequator parallele Componente der Bewegung der Sonne, ſondern die Bewegung der Sonne in der Ekliptik ſelbſt iſt keine gleichförmige; ſie verweilt nahe 8 Tage länger auf dem Wege vom Frühlingspuncte zum Herbſtpuncte als bei dem umgekehrten Gange.

3) Die Größe des ſcheinbaren Sonnendurchmeſſers, d. h. der Winkel, welchen die vom Auge des Beobachters zu den Endpuncten eines Sonnendurchmeſſers gezogenen geraden Linien bilden, hängt offenbar von der Entfernung der Sonne von der Erde ab; die Sonne muß größer erſcheinen, wenn ſie der Erde näher ſteht, kleiner, wenn ſie von der Erde entfernter iſt. Da nun, wie genaue Beobachtungen lehren, der ſcheinbare Sonnendurchmeſſer ſich während des Jahres innerhalb gewiſſer Grenzen, von nahe 31′ 31″ bis 32′ 36″ fortwährend ändert, ſo iſt es gewiß, daß der Abſtand der Sonne von der Erde einer entſprechenden Aenderung unterliegt. Wegen der Kleinheit des Winkels, unter welchem die Sonne erſcheint, kann man die Diſtanz der Sonne von der Erde der ſcheinbaren Größe der Sonne verkehrt proportional ſetzen. Die geringſte Diſtanz der Sonne von der Erde (Erd-

nähe, Perigeum) tritt gegenwärtig nahe 12 Tage ſpäter als das Winterſolſtitium, die größte Diſtanz (Erdferne, Apogeum) nahe eben ſo viel ſpäter als das Sommerſolſtitium ein; dieſe Orte der Sonne begreift man unter der gemeinſchaftlichen Benennung der Apſiden.

Nach den obigen Andeutungen iſt es leicht einzuſehen, welches Schauſpiel der Wechſel der Jahreszeiten an verſchiedenen Orten auf der Erde darbietet. Für die Orte unter dem Aequator ſind das ganze Jahr hindurch Tag und Nacht gleich lang; die Unterſchiede zwiſchen beiden werden um ſo größer, je näher der Beobachtungsort einem Erdpole liegt. Für Orte von gleicher nördlicher und ſüdlicher Breite findet bezüglich der Tageslänge ein genauer Gegenſatz ſtatt; an dem einen verweilt die Sonne gerade ſo lange über dem Horizonte, als ſie an dem andern ſich unter dem Horizonte aufhält. Innerhalb der Parallelkreiſe, welche von dem nächſten Erdpole um 23° 27′ abſtehen (Polarkreiſe) kann die Sonne länger als 24 Stunden über oder unter dem Horizonte bleiben; an den Polen ſelbſt wechſelt ein halbjähriger Tag mit einer eben ſo langen Nacht. Nur an Orten innerhalb der beiden Wendekreiſe kann die Sonne am Mittage im Zenith ſtehen; man nennt dieſen Theil der Erdfläche die heiße Zone: die Stücke zwiſchen den Wende- und den Polarkreiſen werden die gemäßigten, die von den Polarkreiſen umſchloſſenen Stücke die kalten Zonen der Erde genannt.

Wegen der Ungleichheit der einzelnen Sonnentage (darunter das Zeitintervall zwiſchen zwei auf einander folgenden Eintritten der Sonne in den Meridian über dem Beobachtungsorte verſtanden) kann eine mechaniſche Uhr, welche um ſo beſſer iſt, je gleichförmiger ſie geht, unmöglich mit der Sonnenzeit in Harmonie bleiben. Aber ein Zeitmaß, welches den Anforderungen des gemeinen Lebens genügen ſoll, muß ſich auf die Bewegung der Sonne gründen, denn unſere tägliche Lebensordnung richtet ſich nach dem Sonnenſtande. Um nun ein ſolches und dennoch gleichförmiges Zeitmaß zu erhalten, denkt man ſich eine in der Ekliptik gleichförmig einherſchreitende Sonne, welche gleichzeitig mit der wahren Sonne in die Apſiden eintritt; ferner ſtellt man ſich vor, eine dritte Sonne bewege ſich gleichförmig längs dem Aequator, und gehe zugleich mit der vorgenannten zweiten Sonne durch die Nachtgleichepuncte. Da dieſe dritte Sonne, wenn ſie vorhanden wäre, in gleichen Zeitintervallen culminiren würde, ſo kann ihre ideale Bewegung zum Zeitmaße dienen. Hiernach ergibt ſich die Beſtimmung des mittleren Tages, von welchem bereits früher die Rede war, und der nicht bloß der bürgerlichen, ſondern in der Regel auch der aſtronomiſchen Zeitmeſſung zum Grunde gelegt wird. Der Augenblick der Culmination dieſer fingirten Sonne heißt der mittlere Mittag, zum Unterſchiede von dem wahren Mittage, als dem Zeitpuncte des wirklichen Eintrittes der Sonne in den Meridian des Beobachtungsortes.

Wahre Sonnenzeit wird durch eine Sonnenuhr angezeigt. Um eine ſolche Uhr zu conſtruiren, bringt man an einer wie immer geſtalten Fläche, welche eine fixe Lage hat (wie z. B. die Wand eines Hauſes), oder doch der Sonne jedes Mal in einer beſtimmten Lage gegen die Weltgegenden dargeboten wird (tragbare Sonnenuhren), einen Stab oder eine Kante eines geradlinigen Dreieckes (Zeiger), der Weltaxe parallel an, deſſen Schatten an dem auf dieſer Fläche als Zifferblatt verzeichneten Linienſyſteme die vorhandene Sonnenzeit angibt. Die Linien, in welche der Schatten am Ende jeder einzelnen Stunde fällt, erhält man, wenn man die Durchſchnittslinien des Zifferblattes mit einer durch den Zeiger gelegten Ebene beſtimmt, die von der Lage

anes angefangen zu beiden Seiten desselben jedes Mal um
l von $\frac{360}{24}$ = 15 Graden weiter gedreht wird. Da sich nämlich
Sonne bei dem Eintritte jeder Stunde vor und nach ihrer Cul-
in einer solchen Ebene befindet, so muß der Schatten des
die Lage der erwähnten Durchschnittslinien haben. Die Linien
Unterabtheilungen der Stunde entsprechen den Zwischenlagen der
zähnten um die Weltaxe gleichmäßig gedrehten Ebene. Die ein-
Sonnenuhr ist die Aequatorialuhr; sie besteht aus einem
oder Ringe, dessen Umfang in 24 gleiche Theile getheilt und in
n Mittelpuncte der Zeiger senkrecht auf die Kreisebene aufgesetzt
Das Zifferblatt wird bei dem Gebrauche der Uhr in eine dem Aequa-
parallele Lage gebracht, so daß der mit 12 bezeichnete Theilstrich
den Meridian und nordwärts zu liegen kommt. Im Herbste und
inter, wo die Sonne unter dem Aequator steht, functionirt die untere
fläche des Zifferblattes.

Aus dem oben Gesagten erhellet hinreichend, daß eine gute mecha-
nische Uhr mit einer Sonnenuhr nicht fortwährend übereinstimmen
kann, und es vergebliche Mühe ist, erstere durch Regulirung ihres Gan-
ges mit letzterer in bleibenden Einklang bringen zu wollen. Der Un-
terschied zwischen der wahren und mittleren Zeit heißt die Zeitgleichung. Kennt man diese für die verschiedenen Tage des Jahres (man hat Tabellen für selbe), so kann man mittelst einer gut construirten Sonnenuhr, ja selbst mittelst einer richtig gezogenen Mittagslinie den Gang einer Uhr, die mittlere Zeit weisen soll, z. B. einer Thurmuhr, mit einer für die gewöhnlichen Zwecke hinreichenden Näherung controlliren und in Ordnung erhalten. Die größten Differenzen ergeben sich Jahre mit der wahren zusammen, nämlich den 15. April, 15 Juni, 1. September und 25. December. Die größten Differenzen ergeben sich um die Mitte Februars, wo die mittlere Zeit der wahren um 14½ Minuten voreilt, und zu Anfang Novembers, wo jene gegen diese um 16 Minuten zurückbleibt.

178. Uebereinstimmung der relativen Bewegung zwischen der Sonne und der Erde mit den Kepler'schen Gesetzen. Da uns nicht bloß die Stellung der Sonne am gestirnten Himmel in fortwährender Aenderung begriffen erscheint, sondern zugleich auch der Abstand der Sonne und Erde sich andert, so unterliegt es keinem Zweifel, daß einem dieser Weltkörper oder beiden eine wirkliche Ortsveränderung im Raume zukommt, und zwar findet außer der vielleicht beiden gemeinschaftlichen Bewegung sicher eine Bewegung des einen um den andern statt. Die absolute Bewegung ist jedoch kein Gegenstand unserer sinnlichen Wahrnehmung, daher sind wir außer Stande nach dem bloßen Augenscheine zu entscheiden, welcher dieser Körper den anderen umkreise. Deßhalb setzen wir diese Frage vorerst bei Seite und untersuchen zunächst das Gesetz der vorhandenen relativen Bewegung auf Grundlage der Beobachtung.

Die Vergleichung der von der Sonne während einer kurzen Zeit etwa während eines Tages an verschiedenen Stellen der Ekliptik zurückgelegten Bogen mit den gleichzeitig beobachteten Durchmessern der Sonne lehrt, daß sich jene Bogen wie die Quadrate der entsprechenden Durchmesser verhalten, mithin mit den zugehörenden Distanzen der Sonne
der Erde in verkehrtem Verhältnisse stehen. Hieraus folgt sogleich,

daß die vorhandene Bewegung dem zweiten Kepler'ſchen Geſetze Genüge leiſtet. Um dieß nachzuweiſen, ſey O (Fig. 54) der Körper, um welchen ſich der andere bewegt; da es ſich hier lediglich um relative Bewegung handelt, ſo iſt es gleichgiltig, ob wir uns die Erde oder die Sonne in O denken: an der Erſcheinung, wie ſie ſich uns auf unſerem Standpuncte darſtellt, wird durch keine der beiden entgegengeſetzten Annahmen etwas geändert. Ferner ſeyen MN, M'N' zwei Stückchen der Bahn des andern Körpers, welche dieſer während gleicher ſehr kleinen Zeiten durchlauft. Offenbar verhalten ſich die Winkel MON, M'ON' der von O zu dem bewegten Körper gehenden Radienvectoren, mithin auch die dieſen Winkeln zugehörenden Bogen DE, D'E' des aus O mit dem Halbmeſſer = 1 beſchriebenen Kreiſes, wie die Bogen, welche die Sonne während dieſer Zeiten in der Ekliptik zu beſchreiben ſcheint, daher iſt obigem Erfahrungsſatze gemäß
$DE : D'E' = OM'^2 : OM^2$, alſo $DE.OM^2 = D'E'.OM'^2$. Beſchreibt man aus O mit den Halbmeſſern OM, OM' die Bogen ML, M'L', ſo hat man $ML : DE = OM : OD$, mithin, wegen $OD = 1$, $DE.OM = ML$, und aus gleichem Grunde $D'E'.OM' = M'L'$. Hiedurch geht obige Gleichung in $ML.OM = M'L'.OM'$ über. Aber die Producte ML.OM, M'L'.OM' drücken die doppelten Flächeninhalte der Sectoren MOL, M'OL' aus; daher ſind dieſe Sectoren gleich groß, d. h. es iſt MOL = M'OL'. Wegen der Kleinheit der Dreiecke NML, N'M'L' im Vergleiche mit MON, M'ON' (erſtere Dreiecke haben zwei ſehr kleine Abmeſſungen, während die letzteren nur eine ſehr kleine Abmeſſung enthalten) kann man die Flächenräume MON, M'ON' an die Stelle der Sectoren MOL, M'OL' ſetzen; daher ſind auch erſtere Flächenräume gleich, nämlich es iſt MON = M'ON', woraus, weil dieſe Flächenräume binnen gleichen Zeiten beſchrieben worden ſind, die Giltigkeit des zweiten Kepler'ſchen Geſetzes bei der vorhandenen Bewegung erhellet.

Conſtruirt man eine Ellipſe, in welcher die Abſtände der Endpuncte der großen Axe von einem Brennpuncte ſich wie die kleinſte und größte Entfernung der Sonne von der Erde verhalten, alſo gleichſam dieſe Entfernungen vorſtellen, welche Ellipſe nach den Daten der Beobachtung nur eine geringe Excentricität (nahe $\frac{1}{60}$ der halben großen Axe) hat, ſo verhalten ſich die Längen je zweier von einem Brennpuncte der Ellipſe ausgehenden Radienvectoren wie die Diſtanzen der Sonne von der Erde für die Orte der Ekliptik, deren Bogenabſtände von dem Perigeum mit den Winkeln übereinſtimmen, welche dieſe Radien mit der Poſition des kleinſten Radiusvectors der Ellipſe bilden. Dieſe Ellipſe repräſentirt alſo die relative Bahn vollkommen getreu, welche der eine der beiden Körper, Sonne und Erde um den andern beſchreibt, und der Brennpunct der Ellipſe iſt der Ort des letzteren Körpers. Die relative Bewegung zwiſchen der Sonne und Erde gehorcht alſo auch dem erſten Kepler'ſchen Geſetze.

179. **Nachweiſung der Bewegung der Erde um die Sonne.** Weil die relative Bewegung zwiſchen der Sonne und der

Erde dem zweiten Kepler'ſchen Geſetze entſpricht, ſo iſt dieſe Bewegung ſicher eine Centralbewegung, und weil der eine dieſer zwei Himmelskörper um den andern herum eine Ellipſe beſchreibt, in deren Brennpunct der letztere ſeinen Sitz hat, ſo iſt die Kraft, welche dieß bewirkt, nothwendig eine zwiſchen Sonne und Erde beſtehende, dem Quadrate der Diſtanz verkehrt proportionale Anziehung. Hiebei darf aber eine weſentliche Betrachtung nicht außer Acht gelaſſen werden. Die Sonne und die Erde ſind beide im Weltraume freie, alſo bewegliche Körper, und es kann einer derſelben den andern nicht anziehen, ohne daß dieſer auf jenen zurückwirkt. Daher wird im Grunde jeder der genannten zwei Körper um den andern bewegt. Nach dem in 144. und 145. bewieſenen allgemeinen Bewegungsgeſetze muß der Mittelpunct der Maſſe des Syſtemes beider Körper ſich dergeſtalt bewegen, als ob in ihm alle Maſſen der Sonne und der Erde vereiniget wären, und alle vorhandenen bewegenden Kräfte auf ihn wirkten. Aber die aus der Wechſelſeitigkeit der Anziehung zwiſchen Sonne und Erde hervorgehenden Kräfte, nämlich die Action und Reaction, heben einander an dieſem Mittelpuncte auf: es kann daher der gemeinſchaftliche Mittelpunct der Maſſen der Sonne und Erde, d. h. derjenige Punct in der Verbindungslinie der Mittelpuncte beider, deſſen Abſtände von letzteren Mittelpuncten ſich verkehrt verhalten wie die Maſſen der betreffenden Körper (136.) durch ihre bloße gegenſeitige Anziehung keine Verſchiebung im Raume erleiden; d. h. beide Körper, Sonne und Erde, bewegen ſich um den gemeinſchaftlichen Mittelpunct ihrer Maſſen herum.

Es iſt aber die Maſſe der Sonne gegen die Maſſe der Erde ſehr groß. Um beide Maſſen mit einander zu vergleichen, bemerke man, daß wenn μ die Größe der Anziehung zwiſchen zwei Puncten, deren jeder die Maſſe 1 an ſich trägt, in der Diſtanz 1, ferner M die Maſſe der Sonne, m die Maſſe der Erde und r den Abſtand dieſer Körper bezeichnet, die Größe der Anziehung zwiſchen Sonne und Erde durch $\frac{\mu M m}{r^2}$ ausgedrückt wird. Die Kraft, womit die Sonne auf jeden Theil der Erde, deſſen Maſſe $= 1$ iſt, in der Entfernung r wirkt, ergibt ſich ſonach $= \frac{\mu M}{r^2}$, und die Kraft, womit die Erde auf die Maſſeneinheit in der Sonne zurückwirkt, $= \frac{\mu m}{r^2}$. Wenn es ſich nur, wie es hier der Fall iſt, um relative Bewegung handelt, ſo kann man welchen der zwei Körper man will als fix betrachten, wofern man nur die dieſem Körper eigene Bewegung auf den andern überträgt, d. h. jeder Maſſeneinheit des letzteren noch die Kraft zutheilt, die auf eine Maſſeneinheit des erſteren kommt. Die relative Bewegung der Sonne um die Erde oder der Erde um die Sonne, ſey ſie nun eine wirkliche oder bloß ſcheinbare, geht alſo ſo vor ſich, als ob auf eine Maſſeneinheit des in Bewegung vorausgeſetzten Körpers in der Diſtanz r vom unbeweglich gedachten, in der Richtung gegen letzteren hin, ohne Unter-

laß die Kraft $\frac{\mu M}{r^2} + \frac{\mu m}{r^2} = \frac{\mu (M+m)}{r^2}$ wirkte. Aber dieſe Bewegung erſcheint als Centralbewegung in einer elliptiſchen Bahn, deren Brennpunct der als unbeweglich gedachte Körper einnimmt; jeder Maſſeneinheit des Beweglichen entſpricht daher nach 132. die Kraft $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2 r^2}$, wobei a die halbe Axe der Ellipſe und T die Umlaufszeit, d. i. das Jahr vorſtellt; es gilt ſonach die Gleichung:

$$\mu (M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}.$$

Es iſt kein Grund vorhanden die Kraft, welche die Erde auf die Sonne ausübt, von jener, womit ſie auf den Mond und die auf der Erdfläche befindlichen Körper wirkt, für ſpecifiſch verſchieden, alſo μ für eine veränderliche Größe zu halten. Die Kraft, welche die Erde gegen die Maſſe 1 an ihrer Oberfläche äußert, iſt alſo, wenn R den Erdhalbmeſſer bedeutet, $= \frac{\mu m}{R^2}$ (173.). Da dieſe Kraft durch die bekannte Acceleration g der Erdſchwere gemeſſen wird (wobei jedoch die Fliehkraft nicht in Rechnung kommt), ſo hat man

$$\frac{\mu m}{R^2} = g \quad \text{oder} \quad \mu m = g R^2.$$

Dividirt man die oben aufgeſtellte Gleichung durch dieſe letztere, ſo erhält man

$$\frac{M+m}{m} = \frac{M}{m} + 1 = \frac{4\pi^2 a^3}{g T^2 R^2},$$

alſo das Verhältniß der Maſſe der Sonne zu jener der Erde

$$\frac{M}{m} = \frac{4\pi^2 a^3}{g T^2 R^2} - 1.$$

Die Vergleichung correſpondirender, an weit von einander entfernten, unter einerlei Meridian liegenden Orten angeſtellten Beobachtungen der Poſition der Sonne hat gezeigt, daß die Entfernung der Sonne von der Erde gegen den Halbmeſſer der letzteren viel zu groß iſt, um dieſe Entfernung nach der in 172. erklärten, auf den Mond immerhin anwendbaren Methode mit Verläßlichkeit zu beſtimmen. Schon hieraus läßt ſich nach obiger Formel auf die bedeutende Größe des Quotienten $\frac{M}{m}$ ſchließen. Mit Hilfe ſcharfſinniger geometriſch-aſtronomiſcher Verfahrungsweiſen, welche von der Entſcheidung der Frage über die Realität der Bewegung der Sonne in der Ekliptik gänzlich unabhängig ſind, in deren Auseinanderſetzung hier jedoch nicht eingegangen werden kann, hat man gefunden, daß in einem rechtwinkeligen Dreiecke, deſſen Katheten der Erdhalbmeſſer R und die Diſtanz a der Sonne vom Erdmittelpuncte ſind, der der erſteren Kathete gegenüber liegende Winkel ſicher weniger als 9 Secunden, etwa 8,5 bis 8,6 Secunden beträgt. Es iſt dieß der Winkel, unter welchem der Erdhalbmeſſer von der Sonne aus geſehen würde, oder mit andern Worten, der Winkel, welcher die ſcheinbare Ortsdifferenz des Mittelpunctes der im Horizonte ſtehenden

Sonne angibt, wenn ſie nicht bloß von der Erdfläche, ſondern auch vom Erdmittelpuncte betrachtet werden könnte. Man nennt dieſen Winkel die (horizontale) Parallaxe der Sonne. Bezeichnen wir ihn, in Secunden ausgedrückt, mit ω, ſo iſt die Länge des ihm entſprechenden mit dem Halbmeſſer 1 beſchriebenen Bogens $= \frac{2\pi\omega}{360.60.60}$. Aber jenes rechtwinklige Dreieck gibt

$$a : R = 1 : \frac{2\pi\omega}{360.60.60},$$

mithin iſt

$$a = \frac{360.60.60.R}{2\pi\omega} = \frac{206265.R}{\omega}.$$

Für $\omega = 8{,}6$ wird $a = 23984\,R$. Mittelſt dieſes Werthes und der bekannten Größen von R, T, g erhält man in runder Zahl

$$\frac{M}{m} > 350000.$$

In Folge dieſer gewaltigen Ueberlegenheit der Sonnenmaſſe über die Erdmaſſe iſt der Abſtand des gemeinſchaftlichen Maſſenmittelpunctes beider Körper vom Mittelpuncte der Sonne kleiner, als der 350000ſte Theil der Diſtanz der Sonne und Erde; jener gemeinſchaftliche Mittelpunct ihrer Maſſen liegt alſo in der Sonne ſelbſt. Sonach bewegt ſich nothwendiger Weiſe die Erde um die Sonne, und nicht die Sonne um die Erde. Ein anderer nicht minder ſchlagender Beweis der Richtigkeit dieſes Satzes wird in der Lichtlehre vorkommen.

180. **Bewegung der Planeten um die Sonne.** Nebſt der Erde kennt man noch zehn um die Sonne ſich bewegende Planeten; ſie heißen, von dem der Sonne nächſten angefangen: Merkur, Venus, Mars, Veſta, Juno, Ceres, Pallas, Jupiter, Saturn und Uranus. Die Erde ſteht in dieſer Reihe zwiſchen Venus und Mars. Um Jupiter bewegen ſich vier Satelliten (Trabanten, Monde), um Saturn ſieben und um Uranus ſechs. Saturn iſt überdieß von einem freiſchwebenden, aus mehreren concentriſchen Theilen beſtehenden Ringe umgeben. Wir zählen daher in unſerem Sonnenſyſteme, die Erde und ihren Mond mitgerechnet, 11 Haupt- und 18 Nebenplaneten. Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn ſind mit bloßem Auge ſichtbar, und waren ſchon im Alterthume bekannt; die übrigen Hauptplaneten, ſo wie die Satelliten, konnten erſt nach Erfindung der Fernröhre entdeckt werden.

Faßt man die Bewegungen der Planeten an der Himmelsſphäre nur ſo auf, wie ſie ſich unſeren Augen darſtellen, ſo erſcheinen ſie äußerſt verwickelt. Jeder Planet ändert ſeine Stellung gegen die Fixſterne, bald wie die Sonne in der Richtung von Weſt gegen Oſt, bald in entgegengeſetztem Sinne, und zugleich ändert ſich ſein ſcheinbarer Durchmeſſer; vor dem Uebergange von dem einen Bewegungszuſtande in den andern verlangſamt ſich ſein Fortrücken, und der Planet ſcheint zuletzt ſtille zu ſtehen: im Ganzen erlangt aber doch die Bewegung von Weſt gegen Oſt das Uebergewicht. Jeder Planet macht auf dieſe

Weiſe einen Umlauf am Himmel, wobei er die Ekliptik zweimal durchſchneidet. Die meiſten Planeten, insbeſondere die längſt bekannten, bleiben dabei ſtets in der Nähe der Ekliptik, nur Juno, Ceres und Pallas weichen von derſelben mehr ab; dieß veranlaßte ſchon die Alten einen 20 Grade breiten Gürtel um die Himmelsſphäre, in deſſen Mitte die Ekliptik liegt, den ſogenannten Zodiakus (Thierkreis), als den Aufenthaltsort der Sonne und der Planeten zu betrachten. Er wird in zwölf Theile, deren jeder 30 Grade der Ekliptik enthält, eingetheilt; dieſe Theile heißen im Allgemeinen Himmelszeichen und erhalten ihre beſonderen Namen von den darin befindlichen Sternbildern (Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Scorpion, Schütz, Steinbock, Waſſermann, Fiſche): ſie werden häufig, zumal in den Kalendern, durch eigene Symbole vorgeſtellt.

Die Beziehung, in der die Planetenbewegung zur Ekliptik erſcheint, veranlaßte die Poſitionen dieſer Himmelskörper auf genannte Ebene zurückzuführen. Man nennt den von dem Orte eines Planeten oder auch irgend eines andern Geſtirnes an der Himmelsſphäre ſenkrecht zur Ekliptik gezogenen Bogen die Breite, und das zwiſchen dieſem Bogen und dem Frühlingspuncte enthaltene Stück der Ekliptik die Länge des Geſtirnes. Man unterſcheidet nördliche (poſitive) und ſüdliche (negative) Breite; die Länge wird vom Frühlingspuncte im Sinne von Weſt gegen Oſt (nach der Ordnung der Himmelszeichen) von 0 bis 360° gezählt. Dieſe Beſtimmungsſtücke der Poſition ſind kein Gegenſtand unmittelbarer Beobachtung, ſondern ſie werden aus andern durch Beobachtung dargebotenen Beſtimmungsſtücken, als: Höhe, d. i. Abſtand des Geſtirnes vom Horizonte, und Azimuth, d. i. Bogen des Horizontes vom Südpuncte weſtwärts bis zum Höhenkreiſe; oder auch: Declination, d. i. Abſtand vom Aequator, und Rectaſcenſion, d. i. Bogen des Aequators vom Frühlingspuncte oſtwärts bis zum Declinationskreiſe, erſt durch trigonometriſche Rechnung abgeleitet. Bewegt ſich ein Planet in Bezug auf die Fixſterne von Weſt gegen Oſt oder in der Ordnung der Zeichen, d. h. nimmt ſeine Länge zu, ſo heißt ſeine Bewegung direct (rechtläufig), im entgegengeſetzten Falle retrograd (rückläufig); bei dem Uebergange von dem einen Bewegungszuſtande zum andern erſcheint der Planet ſtationär (ſtillſtehend). Hat ein Planet oder ein anderer Himmelskörper mit der Sonne oder mit einem andern Geſtirne gleiche Länge, ſo findet Conjunction beider Himmelskörper ſtatt; ſind die Längen derſelben um 180° unterſchieden, ſo heißt die Stellung Oppoſition, und wenn der Unterſchied der Längen = 90° iſt, Quadratur. Die Zeit zwiſchen zwei unmittelbar auf einander folgenden Conjunctionen eines Planeten mit der Sonne (oder auch Oppoſitionen, wenn es ſolche gibt) beſtimmt die ſynodiſche Umlaufszeit des Planeten. Die eigentlich ſo zu nennende Umlaufszeit, die ſideriſche, iſt die kürzeſte Zeit, binnen welcher der Planet nach vollbrachtem Umlaufe wieder zu demſelben Puncte ſeiner Bahn gelangt. Die zwei in die Ebene der Ekliptik fallenden Puncte einer Planetenbahn heißen ihre Knoten,

und zwar heißt derjenige, durch welchen der Planet geht, wenn er ſich dem Nordpole nahert, der aufſteigende, der andere der abſteigende Knoten. Die Verbindungslinie der Knoten, welche, in ſo fern die Bahn ſich als eine ebene Curve darſtellt, die Durchſchnittslinie ihrer Ebene mit der Ebene der Ekliptik iſt, heißt die Knotenlinie.

Wie complicirt auch immer die Bewegungen der Planeten erſcheinen mögen, wenn man bloß die mannigfaltig verſchlungenen Linien im Auge hat, die ſie an der Himmelsſphäre beſchreiben, ſo bedarf es doch nur einer aufmerkſamen Erwägung aller einzelnen Umſtände ihrer Bewegungsphanomene, um einzuſehen, daß ſämmtliche Hauptplaneten ſich, wie die Erde, um die (relativ ruhende) Sonne bewegen, und ihre Bewegungen ſich uns nur deßhalb ſo verwickelt darſtellen, weil wir ſelbe von einem Standpuncte betrachten, deſſen eigene Bewegung wir unwillkürlich nach gerade entgegengeſetzter Richtung auf die Planeten und auf die Sonne übertragen. Wir verſetzen nämlich jeden Himmelskörper längs der geraden Linie, welche von unſerem Auge zu demſelben geht, an die als unendlich weit entfernt anzuſehende Himmelsſphäre. Die Diſtanzen der Fixſterne von der Erde ſind ſo groß, daß die von allen Puncten der Erdbahn zu einem Fixſterne geführten geraden Linien keinen an unſeren Meßwerkzeugen mit Sicherheit wahrnehmbaren Winkel bilden. Dieß erhellet daraus, daß die Fixſterne bei jeder Stellung der Erde in ihrer Bahn, abgeſehen von einer ſpäter zu beſprechenden bloß ſcheinbaren Verſchiebung, genau dieſelben relativen Stellungen beibehalten. Man kann alſo die Fixſterne, von der Erde angeſehen, als Puncte der Himmelsſphäre ſelbſt annehmen. Anders verhält ſich die Sache bezüglich der Sonne und der Planeten, deren Diſtanzen von der Erde mit jenen der Fixſterne nicht vergleichbar ſind. Hierauf gründet ſich eben die ſcheinbare jahrliche Bewegung der Sonne, und aus derſelben Urſache tragen auch die Bewegungen der Planeten, nebſt ihren eigenen Ortsveranderungen noch das Gepräge der Bewegung der Erde an ſich. Zerlegt man nämlich eine kleine während eines und deſſelben Zeittheiles vor ſich gehende Verſchiebung, ſowohl des Planeten als auch der Erde, ſenkrecht gegen die von der Erde durch den Planeten gezogene Gerade, und legt dem Planeten nebſt ſeiner eigenen noch die der Erde zukommende Componente in gerade entgegengeſetztem Sinne bei, ſo iſt die Reſultirende beider die an der Himmelsſphäre erſcheinende Bewegung des Planeten. Heben ſich beide Componenten auf (in welchem Falle die Bewegungen der Erde und des Planeten in einerlei Sinn vor ſich gehen), ſo zeigt ſich der Planet ſtationär; ſind dieſe Componenten zwar entgegengeſetzt, aber ungleich, ſo erſcheint ihre Differenz; ſtimmen ihre Richtungen überein (in welchem Falle die Bewegung der Erde jener des Planeten entgegengeſetzt iſt), ſo erſcheint ihre Summe an der Himmelsſphäre. Bei den mit verſchiedener Winkelgeſchwindigkeit ſtatt findenden Bewegungen der Erde und jedes Planeten in geſchloſſenen Bahnen um einen und denſelben Centralkörper combiniren ſich bald übereinſtimmende, bald entgegengeſetzte, zur Sehlinie von der Erde zum Planeten ſenkrechte Verſchiebungen,

was augenſcheinlich den oben erwähnten Wechſel der directen mit der retrograden Bewegung hervorbringt.

Da Merkur und Venus nie mit der Sonne in Oppoſition kommen (erſterer Planet entfernt ſich nie über 30°, letzterer nie über 48° von der Sonne), ſondern beide gleichſam die Sonne auf ihrer Wanderung längs der Ekliptik begleiten, ihr bald in directer Bewegung vorauseilend, bald ſtationär werdend und hierauf in Folge retrograder Bewegung hinter ihr zurückbleibend (Venus als Abend- und Morgenſtern), ſo läßt ſich ſchon daraus vermuthen, daß dieſe Planeten ſich um die Sonne bewegen, aber ihre Bahnen innerhalb der Erdbahn liegen. Man nennt deßhalb Merkur und Venus untere Planeten. Dieſe ſchon im Alterthume ausgeſprochene Vermuthung wurde durch die Erfindung der Fernröhre zur Gewißheit erhoben, ſobald man die großen Veränderungen des ſcheinbaren Durchmeſſers dieſer Planeten und die damit in genauer Verbindung ſtehenden Lichtwechſel (Phaſen) wahrnahm. So erſcheint Venus, wenn ſie eben als Abendſtern auftritt, klein und mit ganz beleuchteter Scheibe wie der Vollmond; in dem Maße als ſie ſich von der Sonne entfernt, und daher ſpäter untergeht, wächſt ihr Durchmeſſer und ſie zeigt die Lichtgeſtalt des abnehmenden Vollmondes; bei ihrer größten Elongation hat ſie das Ausſehen des Mondes im letzten Viertel, ihre beleuchtete Hälfte gegen die Sonne kehrend; hierauf nähert ſie ſich wieder der Sonne, ihr Durchmeſſer wächſt noch mehr und der beleuchtete Theil wird noch kleiner; während dieſes Vorganges erreicht Venus, da die größere Nähe an der Erde die durch die Verringerung des leuchtenden Theils ihrer Fläche herbeigeführte Abnahme ihrer Helligkeit reichlich compenſirt, ihren größten Glanz; endlich aber, wenn die Venus wieder bis zur Sonne heranrückt, verkleinert ſich ihr beleuchteter Theil bis zur feinſten Sichel, ihr ſcheinbarer Durchmeſſer aber erreicht ſein Maximum. Nun tritt Venus auf die andere Seite der Sonne, ſie wird Morgenſtern, und es zeigen ſich dieſelben Erſcheinungen in verkehrter Ordnung. Bei dieſem Gange auf die andere Seite der Sonne kann es geſchehen, daß Venus als dunkles Scheibchen vor der Sonnenſcheibe vorüberzieht (Durchgang der Venus), ein ſeltenes Phänomen, welches, da es an verſchiedenen Standpuncten auf der Erde ſich ſehr verſchieden zeigt, das vorzüglichſte Mittel zur Beſtimmung der Sonnenparallaxe abgibt. Merkur, welcher Planet wegen ſeiner Nähe an der Sonne mit bloßem Auge ſchwer zu ſehen iſt, verhält ſich in Allem wie Venus, nur iſt die Periode ſeiner Erſcheinungen kürzer; ſeine ſynodiſche Umlaufszeit beträgt nur höchſtens 130 Tage, während ſie bei Venus 584 Tage umfaßt. Alle übrigen Planeten kommen mit der Sonne in Oppoſition, zeigen aber keine Lichtwechſel und gehen nie zwiſchen Sonne und Erde hindurch; ihre Bahnen umſchließen jene der Erde und ſie heißen daher obere Planeten. Je langſamer der Gang eines ſolchen Planeten iſt, und je geringer die Veränderungen ſind, welche ſein ſcheinbarer Durchmeſſer zeigt, um ſo weiter iſt er von der Sonne entfernt; hiernach ergibt ſich von ſelbſt die von den Alten, und zwar nur aus dem erſteren Grunde

gemachte Schlußfolge, daß Mars der Sonne näher ſtehe als Jupiter, und dieſer näher als Saturn.

Völlig ſtrenge wird die Wirklichkeit der Bewegung eines Planeten um die Sonne nur durch geometriſche Vergleichung der relativen Poſitionen beider Himmelskörper bewieſen, welches auch der Weg iſt, zur Kenntniß der Geſetze dieſer Bewegung zu gelangen. Es läßt ſich die relative Bewegung jedes Planeten bezüglich der Sonne unabhängig von irgend einer Hypotheſe aus bloßen Daten der Beobachtung geometriſch ableiten, nämlich angeben, wie die Bewegung des Planeten erſcheinen würde, wenn ſie von der Sonne aus betrachtet werden könnte, und in welcher Diſtanz von der Sonne der Planet ſich in jeder einzelnen ſeiner Stellungen befindet. Um von dem hiezu dienenden Verfahren einiger Maßen einen Begriff zu geben, wollen wir von der Neigung der Bahn des Planeten gegen die Ekliptik abſtrahiren, oder ſeine Breite vernachläßigen, ſo daß die Projection des Planeten auf die Ebene der Ekliptik für den Planeten ſelbſt gilt. Dieß vorausgeſetzt, ſey (Fig. 55) E die Erde, S die Sonne, P der Planet. Von der Erde aus geſehen erſcheint derſelbe in der Verlängerung der Geraden EP; von der Sonne aus geſehen in der Verlängerung der SP am Himmelsgewölbe. Der Punct x, in welchem erſtere Gerade die Himmelsſphäre trifft, heißt der geocentriſche Ort des Planeten, und der Punct y, in welchem letztere Gerade mit der Himmelsſphäre zuſammenkommt, ſein heliocentriſcher Ort. Beide Orte ſind im Allgemeinen verſchieden; ſie fallen aber zuſammen, wenn der Planet mit der Sonne entweder in Conjunction oder in Oppoſition ſteht, d. h. ſich längs der Geraden ES, z. B. in P' oder in P'' befindet. Die Geraden EW, SW, welche von E und S zum Frühlingspuncte an der Himmelsſphäre gehen, bilden, wegen der unendlichen Größe des Halbmeſſers dieſer Sphäre, bei jeder Lage der Erde und Sonne, einen verſchwindend kleinen Winkel, daher iſt EW oder SW (abgeſehen von der ſehr geringen Verſchiebung des Frühlingspunctes ſelbſt, wovon ſpäter die Rede ſeyn wird und die übrigens in Rechnung gebracht werden kann) eine und dieſelbe im Raume fixe Richtung. Der Winkel PEW ſtellt die geocentriſche, und der Winkel PSW die heliocentriſche Länge des Planeten dar. In der Conjunction des Planeten mit der Sonne ſind beide Längen gleich, in der Oppoſition um 180° verſchieden, mithin iſt in dieſen Fällen die heliocentriſche Länge durch die geocentriſche gegeben. Angenommen, daß die Erde, die Sonne und der Planet ſich auf irgend eine uns unbekannte Weiſe bewegen, ſo wird bei den ſich im Laufe der Zeit ergebenden Conjunctionen und Oppoſitionen die Gerade P'SEP'' die verſchiedenſten Poſitionen im Raume annehmen, während die Richtungen EW, SW ungeändert bleiben; man wird alſo durch fortgeſetzte Beobachtungen nach und nach bei ſehr verſchiedenen Stellungen des Planeten gegen die Sonne ſeine heliocentriſche Länge und den Zeitpunct derſelben kennen lernen. Je mehr Beobachtungen der Conjunctionen und Oppoſitionen man zuſammen nimmt, deſto genauer wird die relative Bewegung des Pla-

neten hinsichtlich der Sonne bekannt seyn, denn diese Bewegung ist nichts anderes als die Reihenfolge seiner heliocentrischen Längen mit Beziehung auf die Zeit. Man findet auf diese Weise, daß die heliocentrische Länge jedes Planeten fortwährend in demselben Sinne zunimmt, mithin rücksichtlich des Standpunctes der Sonne kein Wechsel der directen Bewegung mit der retrograden obwaltet; ein klarer Beweis, daß die Planeten sich um die Sonne bewegen. Insbesondere wird durch solche Beobachtungen die Umlaufszeit des Planeten, d. h. die Rückkehr derselben Länge gegeben. Da man nun solchergestalt für jeden Zeitpunct, z. B. wenn sich der Planet in P befindet, im Besitze der Kenntniß seiner heliocentrischen Länge PSW ist, und aus unmittelbarer Beobachtung auch die geocentrische Länge PEW nebst der Länge der Sonne SEW kennt, so sind im Dreiecke ESP die Winkel PES und EPS gegeben, denn es ist PES = PEW — SEW und EPS = PDW — PEW = PSW — PEW, woraus sich auch das Verhältniß von PS (der Distanz des Planeten von der Sonne) zu ES (der Distanz der Erde von der Sonne) ergibt. Man wird sonach in den Stand gesetzt die Bahn des Planeten auf der Ebene der Ekliptik zu verzeichnen. Dieses Verfahren gibt bei Planeten, deren Bahn gegen die Ekliptik nur wenig geneigt ist, z. B. bei Mars, schon eine bedeutende Annäherung an die Wahrheit, und läßt sich auch ohne Schwierigkeit auf die Fälle ausdehnen, in welchen die Breite eines Planeten nicht vernachläßiget werden darf. Es handelt sich dabei zunächst um die Ausmittelung der Knoten (wobei man sich stets überzeugt, daß die Knotenlinie durch die Sonne geht) und um die Bestimmung des Neigungswinkels der Bahn gegen die Ekliptik, in welche Gegenstände wir jedoch hier nicht weiter eingehen können. In der Construction der Bahnen der Planeten, in ihrer Bewegungsweise in denselben und in ihren Umlaufszeiten finden die Kepler'schen Gesetze ihre empirische Begründung, auf welchen, wie in 166. gezeigt wurde, das Fundament des allgemeinen Gravitationsgesetzes beruht.

Aus den in 179 angestellten Betrachtungen ergibt sich, daß das dritte Gesetz Kepler's nur annäherungsweise, nämlich nur in so fern richtig seyn kann, als die Differenz der Massen zweier Planeten gegen die Masse der Sonne vernachläßiget werden darf. Denn nennen wir M die Masse der Sonne, m, m' die Massen zweier um dieselbe sich bewegenden Planeten, a, a' deren mittlere Entfernungen von der Sonne, T, T' ihre Umlaufszeiten, und μ die Intensität der Gravitation zwischen zwei Massen, deren jede = 1 ist, in der Entfernung 1, so bestehen die Gleichungen

$$\mu(M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}, \quad \mu(M+m') = \frac{4\pi^2 a'^3}{T'^2},$$

woraus $\frac{M+m}{M+m'} = \frac{a^3}{T^2} : \frac{a'^3}{T'^2}$ folgt. Nur wenn man $m - m'$ gegen M vernachläßigen, also $\frac{M+m}{M+m'} = 1$ setzen darf, erhält man

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2},$$

wie es das dritte Kepler'sche Gesetz fordert. Auf die genauere Glei-

chung läßt sich eine Methode gründen, die Massen der Planeten mit der Masse der Sonne zu vergleichen.

Diese schärfere Bestimmung des dritten Kepler'schen Gesetzes kann als Beleg des Vorzuges dienen, den die theoretische Ableitung eines Naturgesetzes aus seiner wahren Quelle vor einer bloß empirischen Nachweisung desselben voraus hat. Ist es gelungen, sich von empirisch bestimmten Gesetzen zu dem obersten Principe der Erscheinungen, hier zum Gravitationsgesetze zu erheben, so kann man von diesem ausgehend, jedem einzelnen Gesetze den Umfang seiner Giltigkeit und seine wahre Bedeutung anweisen. Das dritte Kepler'sche Gesetz ist also, so wie, was sich später herausstellen wird, die ganze elliptische Bewegung der Planeten, bloß eine erste Annäherung an die Wahrheit. Indessen kann man sich dieses Gesetzes doch mit großem Vortheile zur Vergleichung der Distanzen der Hauptplaneten von der Sonne oder der Nebenplaneten von ihrem Hauptplaneten bedienen. Die Entdeckung der neueren Planeten bot die seltene Gelegenheit dar, hievon zur Ausmittelung der ganz unbekannten Entfernungen derselben von der Sonne Gebrauch zu machen. Uranus hat seit seiner Entdeckung im Jahre 1781 durch Herschel bis jetzt (1845) noch keinen Umlauf um die Sonne vollbracht, denn hiezu sind 84 Jahre nöthig; aber schon der kurze Zeitraum von etwas mehr als einem Jahre reichte hin, aus zwei Oppositionen des Planeten mit der Sonne, welche die Größe eines von ihm an der Himmelssphäre heliocentrisch zurückgelegten Bogens und die dazu verwendete Zeit darboten, auf seine Umlaufszeit und aus dieser auf seine mittlere Entfernung von der Sonne zu schließen, und schon gegenwärtig kennt man diese Größen aus den fortgesetzten Beobachtungen seines Ganges und aus einigen in älteren Sternverzeichnissen, welche den Planeten unter den Fixsternen anführen, enthaltenen Daten, bereits mit größter Schärfe. Es ist immerhin ein bemerkenswerthes Resultat der Theorie der Centralbewegung nach dem Gravitationsgesetze, daß die Umlaufszeit bloß von der mittleren Entfernung des Beweglichen vom Centralpuncte abhängt, und bei gleicher Größe der halben Axe der Bahn dieselbe bleibt, die Gestalt der Ellipse mag welche immer seyn.

Nachstehende Tabelle enthält die wichtigsten Bestimmungsstücke der Bewegung und die Größen der Hauptplaneten unseres Sonnensystemes.

Name.	Siderische Umlaufszeit in Tagen.	Größere halbe Axe der Bahn.	Excentricität der Bahn.	Neigung der Bahn gegen die Ekliptik.	Durchmesser des Planeten.	Masse des Planeten.
Merkur	87,969	0,387	0,2055	7° 0′	0,39	0 16
Venus	224 701	0,723	0,0069	3° 23′	0 97	0,92
Erde	365,256	1,000	0,0168	0° 0′	1 00	1 00
Mars	686,980	1,524	0,0933	1° 51′	0,56	0,13
Vesta	1325,205	2 373	0,0891	7° 8′	—	—
Juno	1590,098	2,667	0 2578	13° 1′	—	—
Ceres	1681,539	2 767	0,0784	10° 37′	—	—
Pallas	1681.709	2 768	0,2416	34 35′	—	—
Jupiter	4332 596	5 203	0,0482	1 19	11,56	340
Saturn	10758 970	9,539	0,0562	2 30	9,61	98
Uranus	30689.713	19,183	0,0467	0 46	4,26	17

Wird der Durchmesser und die Masse der Erde = 1 gesetzt, so ist der Durchmesser der Sonne = 110, ihre Masse = 334936; der Durchmesser unseres Mondes aber = $\frac{3}{11}$ und seine Masse = $\frac{1}{70}$.

181. **Präceſſion der Nachtgleichen.** Die Polhöhe oder geographiſche Breite jedes Ortes auf der Erdfläche hat ſich bei den ſchärfſten darüber angeſtellten Unterſuchungen als eine ſich vollkommen gleichbleibende Größe erwieſen; es dreht ſich alſo unſere Erde fortwährend um einerlei Are. Aber die Stellung der Weltpole an der Himmelsſphäre iſt, wie ſchon den alten Aſtronomen bekannt war, veränderlich, und hängt mit einer Veränderung der Lage der Durchſchnittspuncte des Aequators und der Ekliptik zuſammen, welche darin beſteht, daß die Nachtgleichepuncte auf der Ekliptik allmälig im Sinne von Oſt gegen Weſt fortrücken, ſo daß die Länge jedes Fixſternes um einerlei Größe zunimmt, während ſeine Breite ungeändert bleibt. Dieſe Bewegung der Nachtgleichepuncte, welche die Präceſſion genannt wird, beträgt jährlich im Durchſchnitte nur 50 Secunden, oder in 72 Jahren einen Grad; es brauchen alſo die Aequinoctialpuncte zur Durchwanderung der ganzen Ekliptik beinahe 26000 Jahre. Da die Weltare, oder was daſſelbe heißt, die Erdare zur Ebene des Aequators ſenkrecht iſt, ſo beſchreibt dieſe Are in Folge der ſo eben angegebenen Aenderung der Stellung des Aequators eine Kegelfläche, deren Are auf der Ebene der Ekliptik ſenkrecht ſteht. Nennt man die Durchſchnittspuncte der auf die Ekliptik ſenkrechten Geraden mit der Himmelsſphäre die Pole der Ekliptik, ſo äußert ſich die Präceſſion der Nachtgleichen dadurch, daß die Weltpole um die Pole der Ekliptik einen Kreis beſchreiben, deſſen Halbmeſſer an der Himmelsſphäre betrachtet der Schiefe der Ekliptik gleich iſt. Dieſe Angabe iſt jedoch nur näherungsweiſe richtig. Bei erwähnter Bewegung der Erdare findet nämlich noch ein periodiſches Schwanken ſtatt; es durchlaufen die Weltpole binnen 19 Jahren, in retrogradem Sinne, den Umfang einer kleinen Ellipſe, deren Mittelpunct es eigentlich iſt, welcher den vorhin angegebenen Kreis um die Pole der Ekliptik beſchreibt. Die größere Are dieſer Ellipſe iſt ſtets gegen den Pol der Ekliptik gerichtet; ſie beträgt nur 19 Secunden, die kleinere Are 14 Secunden. Dieſes Schwanken der Erdare heißt die Nutation, und bringt eine kleine periodiſche Ungleichförmigkeit in dem Gange der Präceſſion und in der Schiefe der Ekliptik hervor.

Die Urſache der Präceſſion und Nutation liegt in der Anziehung der Sonne und des Mondes gegen die um ihre Are rotirende abgeplattete Erde. Vermöge der Trägheit ſtrebt die Drehungsare des Erdſphäroids ihrer urſprünglichen Lage parallel zu bleiben. Man kann ein ſolches abgeplattetes Sphäroid aus zwei Theilen beſtehend denken, aus einer demſelben eingeſchriebenen Kugel, welche das Sphäroid an den Endpuncten ſeiner kleineren Are, die in dem vorliegenden Falle die Pole der Rotation ſind, berührt, und aus einer dieſe Kugel umgebenden Hülle, deren Dicke von den Polen angefangen, wo ſie Null iſt, gegen den Aequator hin, wo ſie am größten iſt, fortwährend zunimmt. Die Action der Sonne auf den kugelförmigen Theil erzeugt eine durch den Mittelpunct ſeiner Geſtalt, der zugleich der Mittelpunct ſeiner Maſſe iſt, gehende Reſultirende, die daher bloß eine progreſſive,

Sonne angibt, wenn ſie nicht bloß von der Erdfläche, ſondern auch vom Erdmittelpuncte betrachtet werden könnte. Man nennt dieſen Winkel die (horizontale) Parallaxe der Sonne. Bezeichnen wir ihn, in Secunden ausgedrückt, mit ω, ſo iſt die Länge des ihm entſprechenden mit dem Halbmeſſer 1 beſchriebenen Bogens $= \frac{2\pi\omega}{360.60.60}$. Aber jenes rechtwinklige Dreieck gibt

$$a : R = 1 : \frac{2\pi\omega}{360.60.60},$$

mithin iſt

$$a = \frac{360.60.60.R}{2\pi\omega} = \frac{206265.R}{\omega}.$$

Für $\omega = 8{,}6$ wird $a = 23984\,R$. Mittelſt dieſes Werthes und der bekannten Größen von R, T, g erhält man in runder Zahl

$$\frac{M}{m} > 350000.$$

In Folge dieſer gewaltigen Ueberlegenheit der Sonnenmaſſe über die Erdmaſſe iſt der Abſtand des gemeinſchaftlichen Maſſenmittelpunctes beider Körper vom Mittelpuncte der Sonne kleiner, als der 350000ſte Theil der Diſtanz der Sonne und Erde; jener gemeinſchaftliche Mittelpunct ihrer Maſſen liegt alſo in der Sonne ſelbſt. Sonach bewegt ſich nothwendiger Weiſe die Erde um die Sonne, und nicht die Sonne um die Erde. Ein anderer nicht minder ſchlagender Beweis der Richtigkeit dieſes Satzes wird in der Lichtlehre vorkommen.

180. **Bewegung der Planeten um die Sonne.** Nebſt der Erde kennt man noch zehn um die Sonne ſich bewegende Planeten; ſie heißen, von dem der Sonne nächſten angefangen: Merkur, Venus, Mars, Veſta, Juno, Ceres, Pallas, Jupiter, Saturn und Uranus. Die Erde ſteht in dieſer Reihe zwiſchen Venus und Mars. Um Jupiter bewegen ſich vier Satelliten (Trabanten, Monde), um Saturn ſieben und um Uranus ſechs. Saturn iſt überdieß von einem freiſchwebenden, aus mehreren concentriſchen Theilen beſtehenden Ringe umgeben. Wir zählen daher in unſerem Sonnenſyſteme, die Erde und ihren Mond mitgerechnet, 11 Haupt- und 18 Nebenplaneten. Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn ſind mit bloßem Auge ſichtbar, und waren ſchon im Alterthume bekannt; die übrigen Hauptplaneten, ſo wie die Satelliten, konnten erſt nach Erfindung der Fernröhre entdeckt werden.

Faßt man die Bewegungen der Planeten an der Himmelsſphäre nur ſo auf, wie ſie ſich unſeren Augen darſtellen, ſo erſcheinen ſie äußerſt verwickelt. Jeder Planet ändert ſeine Stellung gegen die Fixſterne, bald wie die Sonne in der Richtung von Weſt gegen Oſt, bald in entgegengeſetztem Sinne, und zugleich ändert ſich ſein ſcheinbarer Durchmeſſer; vor dem Uebergange von dem einen Bewegungszuſtande in den andern verlangſamt ſich ſein Fortrücken, und der Planet ſcheint zuletzt ſtille zu ſtehen: im Ganzen erlangt aber doch die Bewegung von Weſt gegen Oſt das Uebergewicht. Jeder Planet macht auf dieſe

Weiſe einen Umlauf am Himmel, wobei er die Ekliptik zweimal durchſchneidet. Die meiſten Planeten, insbeſondere die längſt bekannten, bleiben dabei ſtets in der Nähe der Ekliptik, nur Juno, Ceres und Pallas weichen von derſelben mehr ab; dieß veranlaßte ſchon die Alten einen 20 Grade breiten Gürtel um die Himmelsſphäre, in deſſen Mitte die Ekliptik liegt, den ſogenannten Zodiakus (Thierkreis), als den Aufenthaltsort der Sonne und der Planeten zu betrachten. Er wird in zwölf Theile, deren jeder 30 Grade der Ekliptik enthält, eingetheilt; dieſe Theile heißen im Allgemeinen Himmelszeichen und erhalten ihre beſonderen Namen von den darin befindlichen Sternbildern (Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Scorpion, Schütz, Steinbock, Waſſermann, Fiſche): ſie werden häufig, zumal in den Kalendern, durch eigene Symbole vorgeſtellt.

Die Beziehung, in der die Planetenbewegung zur Ekliptik erſcheint, veranlaßte die Poſitionen dieſer Himmelskörper auf genannte Ebene zurückzuführen. Man nennt den von dem Orte eines Planeten oder auch irgend eines andern Geſtirnes an der Himmelsſphäre ſenkrecht zur Ekliptik gezogenen Bogen die Breite, und das zwiſchen dieſem Bogen und dem Frühlingspuncte enthaltene Stück der Ekliptik die Länge des Geſtirnes. Man unterſcheidet nördliche (poſitive) und ſüdliche (negative) Breite; die Länge wird vom Frühlingspuncte im Sinne von Weſt gegen Oſt (nach der Ordnung der Himmelszeichen) von 0 bis 360° gezählt. Dieſe Beſtimmungsſtücke der Poſition ſind kein Gegenſtand unmittelbarer Beobachtung, ſondern ſie werden aus andern durch Beobachtung dargebotenen Beſtimmungsſtücken, als: Höhe, d. i. Abſtand des Geſtirnes vom Horizonte, und Azimuth, d. i. Bogen des Horizontes vom Südpuncte weſtwärts bis zum Höhenkreiſe; oder auch: Declination, d. i. Abſtand vom Aequator, und Rectaſcenſion, d. i. Bogen des Aequators vom Frühlingspuncte oſtwärts bis zum Declinationskreiſe, erſt durch trigonometriſche Rechnung abgeleitet. Bewegt ſich ein Planet in Bezug auf die Fixſterne von Weſt gegen Oſt oder in der Ordnung der Zeichen, d. h. nimmt ſeine Länge zu, ſo heißt ſeine Bewegung direct (rechtläufig), im entgegengeſetzten Falle retrograd (rückläufig); bei dem Uebergange von dem einen Bewegungszuſtande zum andern erſcheint der Planet ſtationär (ſtillſtehend). Hat ein Planet oder ein anderer Himmelskörper mit der Sonne oder mit einem andern Geſtirne gleiche Länge, ſo findet Conjunction beider Himmelskörper ſtatt; ſind die Längen derſelben um 180° unterſchieden, ſo heißt die Stellung Oppoſition, und wenn der Unterſchied der Längen = 90° iſt, Quadratur. Die Zeit zwiſchen zwei unmittelbar auf einander folgenden Conjunctionen eines Planeten mit der Sonne (oder auch Oppoſitionen, wenn es ſolche gibt) beſtimmt die ſynodiſche Umlaufszeit des Planeten. Die eigentlich ſo zu nennende Umlaufszeit, die ſideriſche, iſt die kürzeſte Zeit, binnen welcher der Planet nach vollbrachtem Umlaufe wieder zu demſelben Puncte ſeiner Bahn gelangt. Die zwei in die Ebene der Ekliptik fallenden Puncte einer Planetenbahn heißen ihre Knoten,

und zwar heißt derjenige, durch welchen der Planet geht, wenn er ſich dem Nordpole nahert, der aufſteigende, der andere der abſteigende Knoten. Die Verbindungslinie der Knoten, welche, in ſo fern die Bahn ſich als eine ebene Curve darſtellt, die Durchſchnittslinie ihrer Ebene mit der Ebene der Ekliptik iſt, heißt die Knotenlinie.

Wie complicirt auch immer die Bewegungen der Planeten erſcheinen mögen, wenn man bloß die mannigfaltig verſchlungenen Linien im Auge hat, die ſie an der Himmelsſphäre beſchreiben, ſo bedarf es doch nur einer aufmerkſamen Erwägung aller einzelnen Umſtände ihrer Bewegungsphanomene, um einzuſehen, daß ſämmtliche Hauptplaneten ſich, wie die Erde, um die (relativ ruhende) Sonne bewegen, und ihre Bewegungen ſich uns nur deßhalb ſo verwickelt darſtellen, weil wir ſelbe von einem Standpuncte betrachten, deſſen eigene Bewegung wir unwillkürlich nach gerade entgegengeſetzter Richtung auf die Planeten und auf die Sonne übertragen. Wir verſetzen nämlich jeden Himmelskörper längs der geraden Linie, welche von unſerem Auge zu demſelben geht, an die als unendlich weit entfernt anzuſehende Himmelsſphäre. Die Diſtanzen der Fixſterne von der Erde ſind ſo groß, daß die von allen Puncten der Erdbahn zu einem Fixſterne geführten geraden Linien keinen an unſeren Meßwerkzeugen mit Sicherheit wahrnehmbaren Winkel bilden. Dieß erhellet daraus, daß die Fixſterne bei jeder Stellung der Erde in ihrer Bahn, abgeſehen von einer ſpäter zu beſprechenden bloß ſcheinbaren Verſchiebung, genau dieſelben relativen Stellungen beibehalten. Man kann alſo die Fixſterne, von der Erde angeſehen, als Puncte der Himmelsſphäre ſelbſt annehmen. Anders verhält ſich die Sache bezüglich der Sonne und der Planeten, deren Diſtanzen von der Erde mit jenen der Fixſterne nicht vergleichbar ſind. Hierauf gründet ſich eben die ſcheinbare jahrliche Bewegung der Sonne, und aus derſelben Urſache tragen auch die Bewegungen der Planeten, nebſt ihren eigenen Ortsveranderungen noch das Gepräge der Bewegung der Erde an ſich. Zerlegt man nämlich eine kleine während eines und deſſelben Zeittheiles vor ſich gehende Verſchiebung, ſowohl des Planeten als auch der Erde, ſenkrecht gegen die von der Erde durch den Planeten gezogene Gerade, und legt dem Planeten nebſt ſeiner eigenen noch die der Erde zukommende Componente in gerade entgegengeſetztem Sinne bei, ſo iſt die Reſultirende beider die an der Himmelsſphare erſcheinende Bewegung des Planeten. Heben ſich beide Componenten auf (in welchem Falle die Bewegungen der Erde und des Planeten in einerlei Sinn vor ſich gehen), ſo zeigt ſich der Planet ſtationär; ſind dieſe Componenten zwar entgegengeſetzt, aber ungleich, ſo erſcheint ihre Differenz; ſtimmen ihre Richtungen überein (in welchem Falle die Bewegung der Erde jener des Planeten entgegengeſetzt iſt), ſo erſcheint ihre Summe an der Himmelsſphäre. Bei den mit verſchiedener Winkelgeſchwindigkeit ſtatt findenden Bewegungen der Erde und jedes Planeten in geſchloſſenen Bahnen um einen und denſelben Centralkörper combiniren ſich bald übereinſtimmende, bald entgegengeſetzte, zur Sehlinie von der Erde zum Planeten ſenkrechte Verſchiebungen,

was augenſcheinlich den oben erwähnten Wechſel der directen mit der retrograden Bewegung hervorbringt.

Da Merkur und Venus nie mit der Sonne in Oppoſition kommen (erſterer Planet entfernt ſich nie über 30°, letzterer nie über 48° von der Sonne), ſondern beide gleichſam die Sonne auf ihrer Wanderung längs der Ekliptik begleiten, ihr bald in directer Bewegung vorauseilend, bald ſtationär werdend und hierauf in Folge retrograder Bewegung hinter ihr zurückbleibend (Venus als Abend- und Morgenſtern), ſo läßt ſich ſchon daraus vermuthen, daß dieſe Planeten ſich um die Sonne bewegen, aber ihre Bahnen innerhalb der Erdbahn liegen. Man nennt deßhalb Merkur und Venus untere Planeten. Dieſe ſchon im Alterthume ausgeſprochene Vermuthung wurde durch die Erfindung der Fernröhre zur Gewißheit erhoben, ſobald man die großen Veränderungen des ſcheinbaren Durchmeſſers dieſer Planeten und die damit in genauer Verbindung ſtehenden Lichtwechſel (Phaſen) wahrnahm. So erſcheint Venus, wenn ſie eben als Abendſtern auftritt, klein und mit ganz beleuchteter Scheibe wie der Vollmond; in dem Maße als ſie ſich von der Sonne entfernt, und daher ſpäter untergeht, wächſt ihr Durchmeſſer und ſie zeigt die Lichtgeſtalt des abnehmenden Vollmondes; bei ihrer größten Elongation hat ſie das Ausſehen des Mondes im letzten Viertel, ihre beleuchtete Hälfte gegen die Sonne kehrend; hierauf nähert ſie ſich wieder der Sonne, ihr Durchmeſſer wächſt noch mehr und der beleuchtete Theil wird noch kleiner; während dieſes Vorganges erreicht Venus, da die größere Nähe an der Erde die durch die Verringerung des leuchtenden Theils ihrer Fläche herbeigeführte Abnahme ihrer Helligkeit reichlich compenſirt, ihren größten Glanz; endlich aber, wenn die Venus wieder bis zur Sonne heranrückt, verkleinert ſich ihr beleuchteter Theil bis zur feinſten Sichel, ihr ſcheinbarer Durchmeſſer aber erreicht ſein Maximum. Nun tritt Venus auf die andere Seite der Sonne, ſie wird Morgenſtern, und es zeigen ſich dieſelben Erſcheinungen in verkehrter Ordnung. Bei dieſem Gange auf die andere Seite der Sonne kann es geſchehen, daß Venus als dunkles Scheibchen vor der Sonnenſcheibe vorüberzieht (Durchgang der Venus), ein ſeltenes Phänomen, welches, da es an verſchiedenen Standpuncten auf der Erde ſich ſehr verſchieden zeigt, das vorzüglichſte Mittel zur Beſtimmung der Sonnenparallaxe abgibt. Merkur, welcher Planet wegen ſeiner Nähe an der Sonne mit bloßem Auge ſchwer zu ſehen iſt, verhält ſich in Allem wie Venus, nur iſt die Periode ſeiner Erſcheinungen kürzer; ſeine ſynodiſche Umlaufszeit beträgt nur höchſtens 130 Tage, während ſie bei Venus 584 Tage umfaßt. Alle übrigen Planeten kommen mit der Sonne in Oppoſition, zeigen aber keine Lichtwechſel und gehen nie zwiſchen Sonne und Erde hindurch; ihre Bahnen umſchließen jene der Erde und ſie heißen daher obere Planeten. Je langſamer der Gang eines ſolchen Planeten iſt, und je geringer die Veränderungen ſind, welche ſein ſcheinbarer Durchmeſſer zeigt, um ſo weiter iſt er von der Sonne entfernt; hiernach ergibt ſich von ſelbſt die von den Alten, und zwar nur aus dem erſteren Grunde

gemachte Schlußfolge, daß Mars der Sonne näher ſtehe als Jupiter, und dieſer näher als Saturn.

Völlig ſtrenge wird die Wirklichkeit der Bewegung eines Planeten um die Sonne nur durch geometriſche Vergleichung der relativen Poſitionen beider Himmelskörper bewieſen, welches auch der Weg iſt, zur Kenntniß der Geſetze dieſer Bewegung zu gelangen. Es läßt ſich die relative Bewegung jedes Planeten bezüglich der Sonne unabhängig von irgend einer Hypotheſe aus bloßen Daten der Beobachtung geometriſch ableiten, nämlich angeben, wie die Bewegung des Planeten erſcheinen würde, wenn ſie von der Sonne aus betrachtet werden könnte, und in welcher Diſtanz von der Sonne der Planet ſich in jeder einzelnen ſeiner Stellungen befindet. Um von dem hiezu dienenden Verfahren einiger Maßen einen Begriff zu geben, wollen wir von der Neigung der Bahn des Planeten gegen die Ekliptik abſtrahiren, oder ſeine Breite vernachläßigen, ſo daß die Projection des Planeten auf die Ebene der Ekliptik für den Planeten ſelbſt gilt. Dieß vorausgeſetzt, ſey (Fig. 55) E die Erde, S die Sonne, P der Planet. Von der Erde aus geſehen erſcheint derſelbe in der Verlängerung der Geraden EP; von der Sonne aus geſehen in der Verlängerung der SP am Himmelsgewölbe. Der Punct x, in welchem erſtere Gerade die Himmelsſphäre trifft, heißt der geocentriſche Ort des Planeten, und der Punct y, in welchem letztere Gerade mit der Himmelsſphäre zuſammenkommt, ſein heliocentriſcher Ort. Beide Orte ſind im Allgemeinen verſchieden; ſie fallen aber zuſammen, wenn der Planet mit der Sonne entweder in Conjunction oder in Oppoſition ſteht, d. h. ſich längs der Geraden ES, z. B. in P' oder in P'' befindet. Die Geraden EW, SW, welche von E und S zum Frühlingspuncte an der Himmelsſphäre gehen, bilden, wegen der unendlichen Größe des Halbmeſſers dieſer Sphäre, bei jeder Lage der Erde und Sonne, einen verſchwindend kleinen Winkel, daher iſt EW oder SW (abgeſehen von der ſehr geringen Verſchiebung des Frühlingspunctes ſelbſt, wovon ſpäter die Rede ſeyn wird und die übrigens in Rechnung gebracht werden kann) eine und dieſelbe im Raume fixe Richtung. Der Winkel PEW ſtellt die geocentriſche, und der Winkel PSW die heliocentriſche Länge des Planeten dar. In der Conjunction des Planeten mit der Sonne ſind beide Längen gleich, in der Oppoſition um 180° verſchieden, mithin iſt in dieſen Fällen die heliocentriſche Länge durch die geocentriſche gegeben. Angenommen, daß die Erde, die Sonne und der Planet ſich auf irgend eine uns unbekannte Weiſe bewegen, ſo wird bei den ſich im Laufe der Zeit ergebenden Conjunctionen und Oppoſitionen die Gerade P'SEP'' die verſchiedenſten Poſitionen im Raume annehmen, während die Richtungen EW, SW ungeändert bleiben; man wird alſo durch fortgeſetzte Beobachtungen nach und nach bei ſehr verſchiedenen Stellungen des Planeten gegen die Sonne ſeine heliocentriſche Länge und den Zeitpunct derſelben kennen lernen. Je mehr Beobachtungen der Conjunctionen und Oppoſitionen man zuſammen nimmt, deſto genauer wird die relative Bewegung des Pla-

neten hinsichtlich der Sonne bekannt seyn, denn diese Bewegung ist nichts anderes als die Reihenfolge seiner heliocentrischen Längen mit Beziehung auf die Zeit. Man findet auf diese Weise, daß die heliocentrische Länge jedes Planeten fortwährend in demselben Sinne zunimmt, mithin rücksichtlich des Standpunctes der Sonne kein Wechsel der directen Bewegung mit der retrograden obwaltet; ein klarer Beweis, daß die Planeten sich um die Sonne bewegen. Insbesondere wird durch solche Beobachtungen die Umlaufszeit des Planeten, d. h. die Rückkehr derselben Länge gegeben. Da man nun solchergestalt für jeden Zeitpunct, z. B. wenn sich der Planet in P befindet, im Besitze der Kenntniß seiner heliocentrischen Länge PSW ist, und aus unmittelbarer Beobachtung auch die geocentrische Länge PEW nebst der Länge der Sonne SEW kennt, so sind im Dreiecke ESP die Winkel PES und EPS gegeben, denn es ist PES = PEW — SEW und EPS = PDW — PEW = PSW — PEW, woraus sich auch das Verhältniß von PS (der Distanz des Planeten von der Sonne) zu ES (der Distanz der Erde von der Sonne) ergibt. Man wird sonach in den Stand gesetzt die Bahn des Planeten auf der Ebene der Ekliptik zu verzeichnen. Dieses Verfahren gibt bei Planeten, deren Bahn gegen die Ekliptik nur wenig geneigt ist, z. B. bei Mars, schon eine bedeutende Annäherung an die Wahrheit, und läßt sich auch ohne Schwierigkeit auf die Fälle ausdehnen, in welchen die Breite eines Planeten nicht vernachläßiget werden darf. Es handelt sich dabei zunächst um die Ausmittelung der Knoten (wobei man sich stets überzeugt, daß die Knotenlinie durch die Sonne geht) und um die Bestimmung des Neigungswinkels der Bahn gegen die Ekliptik, in welche Gegenstände wir jedoch hier nicht weiter eingehen können. In der Construction der Bahnen der Planeten, in ihrer Bewegungsweise in denselben und in ihren Umlaufszeiten finden die Kepler'schen Gesetze ihre empirische Begründung, auf welchen, wie in 166. gezeigt wurde, das Fundament des allgemeinen Gravitationsgesetzes beruht.

Aus den in 179. angestellten Betrachtungen ergibt sich, daß das dritte Gesetz Kepler's nur annäherungsweise, nämlich nur in so fern richtig seyn kann, als die Differenz der Massen zweier Planeten gegen die Masse der Sonne vernachläßiget werden darf. Denn nennen wir M die Masse der Sonne, m, m' die Massen zweier um dieselbe sich bewegenden Planeten, a, a' deren mittlere Entfernungen von der Sonne, T, T' ihre Umlaufszeiten, und μ die Intensität der Gravitation zwischen zwei Massen, deren jede = 1 ist, in der Entfernung 1, so bestehen die Gleichungen

$$\mu(M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}, \quad \mu(M+m') = \frac{4\pi^2 a'^3}{T'^2},$$

woraus $\frac{M+m}{M+m'} = \frac{a^3}{T^2} : \frac{a'^3}{T'^2}$ folgt. Nur wenn man $m - m'$ gegen M vernachläßigen, also $\frac{M+m}{M+m'} = 1$ setzen darf, erhält man

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2},$$

wie es das dritte Kepler'sche Gesetz fordert. Auf die genauere Glei-

chung läßt sich eine Methode gründen, die Massen der Planeten mit der Masse der Sonne zu vergleichen.

Diese schärfere Bestimmung des dritten Kepler'schen Gesetzes kann als Beleg des Vorzuges dienen, den die theoretische Ableitung eines Naturgesetzes aus seiner wahren Quelle vor einer bloß empirischen Nachweisung desselben voraus hat. Ist es gelungen, sich von empirisch bestimmten Gesetzen zu dem obersten Principe der Erscheinungen, hier zum Gravitationsgesetze zu erheben, so kann man von diesem ausgehend, jedem einzelnen Gesetze den Umfang seiner Giltigkeit und seine wahre Bedeutung anweisen. Das dritte Kepler'sche Gesetz ist also, so wie, was sich später herausstellen wird, die ganze elliptische Bewegung der Planeten, bloß eine erste Annäherung an die Wahrheit. Indessen kann man sich dieses Gesetzes doch mit großem Vortheile zur Vergleichung der Distanzen der Hauptplaneten von der Sonne oder der Nebenplaneten von ihrem Hauptplaneten bedienen. Die Entdeckung der neueren Planeten bot die seltene Gelegenheit dar, hievon zur Ausmittelung der ganz unbekannten Entfernungen derselben von der Sonne Gebrauch zu machen. Uranus hat seit seiner Entdeckung im Jahre 1781 durch Herschel bis jetzt (1845) noch keinen Umlauf um die Sonne vollbracht, denn hiezu sind 84 Jahre nöthig; aber schon der kurze Zeitraum von etwas mehr als einem Jahre reichte hin, aus zwei Oppositionen des Planeten mit der Sonne, welche die Größe eines von ihm an der Himmelssphäre heliocentrisch zurückgelegten Bogens und die dazu verwendete Zeit darboten, auf seine Umlaufszeit und aus dieser auf seine mittlere Entfernung von der Sonne zu schließen, und schon gegenwärtig kennt man diese Größen aus den fortgesetzten Beobachtungen seines Ganges und aus einigen in älteren Sternverzeichnissen, welche den Planeten unter den Fixsternen anführen, enthaltenen Daten, bereits mit größter Schärfe. Es ist immerhin ein bemerkenswerthes Resultat der Theorie der Centralbewegung nach dem Gravitationsgesetze, daß die Umlaufszeit bloß von der mittleren Entfernung des Beweglichen vom Centralpuncte abhängt, und bei gleicher Größe der halben Axe der Bahn dieselbe bleibt, die Gestalt der Ellipse mag welche immer seyn.

Nachstehende Tabelle enthält die wichtigsten Bestimmungsstücke der Bewegung und die Größen der Hauptplaneten unseres Sonnensystemes.

Name.	Siderische Umlaufszeit in Tagen.	Größere halbe Axe der Bahn.	Excentricität der Bahn	Neigung der Bahn gegen die Ekliptik.	Durchmesser des Planeten.	Masse des Planeten.
Merkur	87,969	0,387	0,2055	7° 0′	0,39	0 16
Venus	224 701	0.723	0,0069	3° 23′	0 97	0,92
Erde	365,256	1,000	0,0168	0° 0′	1 00	1 00
Mars	686,980	1.524	0,0933	1° 51′	0,56	0.13
Vesta	1325,205	2 373	0,0891	7° 8′	—	—
Juno	1590,098	2,667	0 2578	13° 1′	—	—
Ceres	1681,539	2 767	0,0784	10° 37′	—	—
Pallas	1681,709	2 768	0,2416	34° 37′	—	—
Jupiter	4332 596	5 203	0,0482	1 19	11,56	340
Saturn	10758 970	9,539	0,0562	2 30	9,61	98
Uranus	30689,713	19,183	0,0467	0° 46	4,26	17

Wird der Durchmesser und die Masse der Erde = 1 gesetzt, so ist der Durchmesser der Sonne = 110, ihre Masse = 354936; der Durchmesser unseres Mondes aber = $\frac{3}{11}$ und seine Masse = $\frac{1}{70}$.

181. **Präceſſion der Nachtgleichen.** Die Polhöhe oder geographiſche Breite jedes Ortes auf der Erdfläche hat ſich bei den ſchärfſten darüber angeſtellten Unterſuchungen als eine ſich vollkommen gleichbleibende Größe erwieſen; es dreht ſich alſo unſere Erde fortwährend um einerlei Axe. Aber die Stellung der Weltpole an der Himmelsſphäre iſt, wie ſchon den alten Aſtronomen bekannt war, veränderlich, und hängt mit einer Veränderung der Lage der Durchſchnittspuncte des Aequators und der Ekliptik zuſammen, welche darin beſteht, daß die Nachtgleichepuncte auf der Ekliptik allmälig im Sinne von Oſt gegen Weſt fortrücken, ſo daß die Länge jedes Fixſternes um einerlei Größe zunimmt, während ſeine Breite ungeändert bleibt. Dieſe Bewegung der Nachtgleichepuncte, welche die Präceſſion genannt wird, beträgt jährlich im Durchſchnitte nur 50 Secunden, oder in 72 Jahren einen Grad; es brauchen alſo die Aequinoctialpuncte zur Durchwanderung der ganzen Ekliptik beinahe 26000 Jahre. Da die Weltaxe, oder was dasſelbe heißt, die Erdaxe zur Ebene des Aequators ſenkrecht iſt, ſo beſchreibt dieſe Axe in Folge der ſo eben angegebenen Aenderung der Stellung des Aequators eine Kegelfläche, deren Axe auf der Ebene der Ekliptik ſenkrecht ſteht. Nennt man die Durchſchnittspuncte der auf die Ekliptik ſenkrechten Geraden mit der Himmelsſphäre die Pole der Ekliptik, ſo äußert ſich die Präceſſion der Nachtgleichen dadurch, daß die Weltpole um die Pole der Ekliptik einen Kreis beſchreiben, deſſen Halbmeſſer an der Himmelsſphäre betrachtet der Schiefe der Ekliptik gleich iſt. Dieſe Angabe iſt jedoch nur näherungsweiſe richtig. Bei erwähnter Bewegung der Erdaxe findet nämlich noch ein periodiſches Schwanken ſtatt; es durchlaufen die Weltpole binnen 19 Jahren, in retrogradem Sinne, den Umfang einer kleinen Ellipſe, deren Mittelpunct es eigentlich iſt, welcher den vorhin angegebenen Kreis um die Pole der Ekliptik beſchreibt. Die größere Axe dieſer Ellipſe iſt ſtets gegen den Pol der Ekliptik gerichtet; ſie beträgt nur 19 Secunden, die kleinere Axe 14 Secunden. Dieſes Schwanken der Erdaxe heißt die Nutation, und bringt eine kleine periodiſche Ungleichförmigkeit in dem Gange der Präceſſion und in der Schiefe der Ekliptik hervor.

Die Urſache der Präceſſion und Nutation liegt in der Anziehung der Sonne und des Mondes gegen die um ihre Axe rotirende abgeplattete Erde. Vermöge der Trägheit ſtrebt die Drehungsaxe des Erdſphäroids ihrer urſprünglichen Lage parallel zu bleiben. Man kann ein ſolches abgeplattetes Sphäroid aus zwei Theilen beſtehend denken, aus einer demſelben eingeſchriebenen Kugel, welche das Sphäroid an den Endpuncten ſeiner kleineren Axe, die in dem vorliegenden Falle die Pole der Rotation ſind, berührt, und aus einer dieſe Kugel umgebenden Hülle, deren Dicke von den Polen angefangen, wo ſie Null iſt, gegen den Aequator hin, wo ſie am größten iſt, fortwährend zunimmt. Die Action der Sonne auf den kugelförmigen Theil erzeugt eine durch den Mittelpunct ſeiner Geſtalt, der zugleich der Mittelpunct ſeiner Maſſe iſt, gehende Reſultirende, die daher bloß eine progreſſive,

aber keine drehende Bewegung hervorzubringen vermag. Die Hülle der Kugel hat in der Nähe der Pole eine unbeträchtliche Maſſe; man kann ſie dem zu Folge der Hauptſache nach als einen um den Aequator der Kugel gelegten Gürtel betrachten. Die Sonne übt auf die ihr zugewendete Hälfte dieſes Gürtels, der geringeren Diſtanz wegen, eine größere Kraft aus, als auf die von ihr weggewendete Hälfte deſſelben, und ſtrebt demnach den Aequator des Sphäroids, welcher mit der Ebene der Ekliptik den bekannten Winkel bildet, in dieſe Ebene mit einer Kraft hineinzuziehen, die von der Stellung des Erdſphäroids in der Ekliptik abhängt. Sie iſt in den Solſtitialpuncten der Erdbahn am größten und nimmt von dieſen an gegen die Aequinoctialpuncte hin ab, wo ſie = 0 iſt. Wäre die Erde in keiner Axendrehung begriffen, ſo müßte ſie in Folge dieſer Action wie ein Pendel dießſeits und jenſeits der Ebene der Ekliptik hin und her ſchwingen. Weil ſich aber die Erde um ihre Axe dreht, ſo iſt der Erfolg ein ganz anderer. Es ſey F F' G F' (Fig. 56) der Durchſchnitt der Ebene der Ekliptik mit der Erdfläche, A F B F' der Erdäquator, F F' die Durchſchnittslinie deſſelben mit der Ekliptik, alſo die Linie, welche die Nachtgleichepuncte mit einander verbindet. Es rotire die Erde im Sinne F A F' B und es ſtehe die Sonne dem Theile F A F' gegenüber. Ein Theilchen des Aequators bei M, welches in Folge der Rotation ſich von der Ebene der Ekliptik weg bewegt, und ohne die Action der Sonne während einer unendlich kleinen Zeit den Weg M N beſchrieben hätte, wird jetzt nach M H herabgezogen, und ſtrebt daher den Weg M K, nämlich die Diagonale des Parallelogrammes M H K N zu durchlaufen. Wäre bloß der Theil M N des Aequators mit Maſſe verſehen, ſo müßte derſelbe dieſer Einwirkung gemäß die Lage K M f annehmen, mithin der Winkel A F E, d. i. die Schiefe der Ekliptik, kleiner werden und der Aequinoctialpunct F nach f zurückweichen. Betrachten wir nun ein ähnlich liegendes Theilchen an derſelben der Sonne zugewendeten Seite des Aequators, welches ſich in Folge der Rotation gegen die Ekliptik hin bewegt. Es ſey M' N' der Weg, den dieſes Theilchen während der vorhin genannten unendlich kleinen Zeit wegen der bloßen Rotation zu beſchreiben ſtrebt; da es durch die Action der Sonne auf den Gürtel am Aequator nach M' H' herabgezogen wird, ſo ſtrebt es den Weg M' K' zu nehmen, mithin den Winkel A F' E zu vergrößern und den Aequinoctialpunct F' nach f' vorzuſchieben. Die auf die Aenderung der Neigung der Ekliptik hinzielenden Actionen der Sonne auf die Theilchen M und M' ſind alſo einander gleich und entgegengeſetzt, und daher als nicht vorhanden zu betrachten; die auf die Bewegung der Aequinoctiallinie F f hinzielenden Actionen unterſtützen einander. Da ſich dasſelbe von je zwei Theilchen in den Partien A F und A F' des Aequators ſagen läßt, und die Betrachtung des Einfluſſes der den Aequator zur Ebene der Ekliptik heranziehenden Action der Sonne auf die Theilchen der Partien B F und B F' zu demſelben Reſultate führt, ſo ſieht man, daß die erwähnte Action der Sonne keine Aenderung in der Neigung des Aequators gegen die Ekliptik, aber eine Drehung der Aequi-

noctiallinie FF' in einem der Rotation entgegengesetzten Sinne zur Folge hat, worin eben die Präcession besteht. Die Nutation, in deren nähere Betrachtung wir uns hier nicht einlassen können, ist eine Folge einer ähnlichen Einwirkung des Mondes auf die rotirende und abgeplattete Erde.

Wegen der Präcession ist die Zeit, binnen welcher die Sonne in ihrer scheinbaren jährlichen Bewegung zu demselben Aequinoctialpuncte zurückkehrt, kürzer als diejenige, nach welcher sie in dieselbe Position gegen die Fixsterne zurücktritt. Erstere Zeit heißt das tropische, letztere das sidérische Jahr. Die Differenz zwischen beiden ist der Zeit gleich, während welcher die Sonne den während eines Jahres von den Aequinoctialpuncten gemachten Weg zurücklegt, d. i. 20,3 Minuten. Da aber die jährliche Präcession nicht constant ist, so denkt man sich dieselbe unter alle tropischen Jahre gleich vertheilt, und kommt so zu dem Begriffe des mittleren tropischen Jahres. Seine Dauer ist = 365,24225 mittleren Sonnentagen.

Das tropische Jahr liegt unserer Jahreszählung oder dem Kalender zum Grunde. Weil dasselbe nicht genau auf eine ganze Zahl von Tagen ausgeht, so müssen die mit der Zeit sich anhäufenden Differenzen, welche aus unserer Zählung des Jahres nach vollen Tagen entspringen, durch Schalttage ausgeglichen werden. Wollte man das Jahr durchgehends bloß zu 365 Tagen annehmen, so würde dieß jährlich einen Abgang von 0,24225 Tagen herbeiführen, und der Kalender den wirklichen Jahreszeiten in 100 Jahren um 24 Tage vorauseilen. Dieser große Fehler konnte selbst im Alterthume nicht geduldet werden; die Anordnung Julius Cäsar's, alle vier Jahre einen Tag einzuschieben, hat ihn bedeutend vermindert, denn es wird dabei das Jahr zu 365,25 Tagen gerechnet, und es ist daher nur mehr um 0,00775 Tag zu lang. Der Kalender bleibt aber hiebei in 100 Jahren doch noch um 7 Tage hinter der wahren Stellung der Jahreszeiten zurück, was Papst Gregor XIII., zu dessen Zeit (1582) der Fehler in dem von den Christen adoptirten Julianischen Kalender bereits auf 10 Tage angewachsen war, zur Einführung des nach ihm benannten Kalenders veranlaßte, worin am Ende von drei auf einander folgenden Jahrhunderten jedesmal der Schalttag wegbleibt, am Ende des vierten Jahrhundertes aber wieder gesetzt wird. Der Gregorianische Kalender nimmt also die Dauer des

$$\text{Jahres} = 365\,25 - \frac{3}{400} = 365\,25 - 0,0075 = 365,2425 \text{ Tagen}$$

an; das Jahr ist daher noch um 0,00025 Tag zu lang, welcher Fehler aber erst nach 4000 Jahren einen Tag ausmacht, den man dann nur wegzulassen haben wird, um wieder strenge Ordnung im Kalender herzustellen.

Wir haben im Vorhergehenden (167.) das Zeitintervall zwischen zwei unmittelbar auf einander folgenden Culminationen eines Fixsternes einen Sterntag genannt, und als die Dauer einer Umwälzung der Erde um ihre Axe betrachtet. Die Präcession nöthiget uns, wenn der Sterntag in mathematischer Schärfe die Rotationszeit der Erde angeben soll, denselben auf die Culmination eines Aequinoctialpunctes, z. B. des Frühlingspunctes zu beziehen. Solcher Culminationen finden während eines tropischen Jahres um eine mehr statt als Sonnenculminationen, weil die Sonne sich in der Ekliptik in dem der täglichen Bewegung des Frühlingspunctes entgegengesetzten Sinne verschiebt, und dadurch ihr Zu-

rückbleiben nach Ablauf des Jahres auf einen Tag anwächst. Es machen demnach 3 5 24225 mittlere Sonnentage 366 24225 Sterntage aus, wornach man leicht mittlere Sonnenzeit in Sternzeit und umgekehrt verwandeln kann.

182. **Störungen der Bewegungen der Planeten.** Würden die Hauptplaneten bloß von der Sonne, die Nebenplaneten bloß von ihren Hauptplaneten angezogen, ohne daß diese Planeten auf einander selbst einwirken könnten, so müßten die Gesetze der elliptischen Bewegung in aller Schärfe gelten. Aber die Gravitation ist eine allgemeine Eigenschaft der Materie, daher unterliegt jeder Himmelskörper dem Einflusse aller übrigen im geraden Verhältnisse der Massen und im verkehrten der Quadrate der Distanzen. Hieraus entspringen Aenderungen der elliptischen Bewegung, welche man **Störungen** (Perturbationen) nennt, deren Uebereinstimmung mit den aus dem Principe der Gravitation auf theoretischem Wege abgeleiteten Folgerungen die Allgemeingiltigkeit dieses Principes in das schönste Licht setzt. Diese Aenderungen gehen entweder nach einer gewissen Zeit in die entgegengesetzten über, und kehren dann wieder in dem früheren Sinne zurück, oder sie wachsen eine nicht bestimmbare oder doch sehr lange Zeit in einerlei Sinn an; erstere heißen **periodische**, letztere **seculäre** Störungen. Bemerkbare Störungen eines Planeten können nur von den Körpern bewirkt werden, welche ihm näher stehen, und deren Masse nicht zu gering ist; daher üben weder die Fixsterne noch die Kometen auf die Planeten einen merklichen Einfluß aus. Meistens ist es bloß Ein Körper, dessen störender Einfluß überwiegend hervortritt. So wird die Bewegung des Mondes um unsere Erde außer der abgeplatteten Form der Erde selbst vornehmlich durch die Einwirkung der Sonne gestört, erleidet aber dadurch eine bedeutende Complication, wodurch ihre Berechnung sehr schwierig wird. Es ist hier der Ort nicht in diesen Gegenstand näher einzugehen, welcher einem speciellen Studium der physischen Astronomie vorbehalten bleiben muß.

Unter den Störungen des Mondeslaufes ist besonders diejenige bemerkenswerth, welche man das **Rückwärtsgehen der Knoten** nennt, und auf ähnliche Weise, wie die Präcession der Nachtgleichen erklärt. Die Bewegung der Mondesknoten geht von Ost gegen West, aber nicht gleichförmig vor sich. Ihre tropische Umlaufszeit beträgt 6798 Tage 4 Stunden 15 Minuten, also etwas weniger als 19 Jahre; sie legen in ihrer mittleren Bewegung während 365 Tagen in Beziehung auf die Nachtgleichen einen Bogen von 19° 19′ 44·9″ zurück. Die Kenntniß dieser Bewegung ist für die Bestimmung der Sonnen- und Mondesfinsternisse wichtig, welche sich nur ereignen können, wenn der Mond zur Zeit seiner Conjunction oder Opposition mit der Sonne, d. h. zur Zeit eines Neu- oder Vollmondes einem Knoten seiner Bahn nahe genug steht. Man kann darnach beurtheilen, wann dieselben relativen Stellungen der Sonne und des Mondes gegen die Erde, also die Finsternisse nahe in derselben Ordnung wiederkehren. Man findet leicht, daß dieses nahe nach 18 Jahren geschieht, wei 223 innodische Monate (zu 29 Tagen 12 Stunden 44 Min.) nahe 19 Umlaufe der Sonne in Beziehung auf die Mondesknoten (zu 346 Tagen 14 Stunden 52 Min. 13 Sec.) ausmachen. Doch ist dieß wegen der übrigen Störung des

Mondeslaufes nur ein angenähertes Reſultat, welches man nicht auf einen zu langen Zeitraum ausdehnen darf. Man nennt in den Kalendern die Periode von 19 Jahren Mondescykel (Mondeszirkel) und die Zahl, welche die Stellung jedes einzelnen Jahres in Bezug auf den Mondescyklus anzeigt, die goldene Zahl; ſie wird von jenen Jahren an gezählt, in denen der Neumond am Neujahrstage eintritt.

183. **Ebbe und Fluth des Meeres.** Eine Wirkung der Gravitation, welche hier noch bemerkt zu werden verdient, iſt das täglich zweimal ſich wiederholende Sinken und Steigen des Meeres, welches man Ebbe und Fluth nennt. Es wird durch die Anziehung des Mondes und der Sonne gegen den feſten Kern der Erde und das ihn bedeckende Meer hervorgebracht, wobei der Mond den überwiegenden Antheil hat. Es tritt nämlich einige Zeit, nachdem der Mond über oder unter dem Horizonte durch den Meridian eines am Meere liegenden Ortes gegangen iſt, die höchſte Fluth, und eine eben ſolche Zeit nach dem Auf- oder Untergange des Mondes die tiefſte Ebbe ein, und der höchſte wie der tiefſte Stand des Meeres erfolgt täglich genau um die Zeit ſpäter, um welche der Mond täglich ſpäter culminirt, nämlich um 50 Minuten. Dieſe Erſcheinungen treten ſtärker auf, wenn der Mond der Erde näher, als wenn er von ihr entfernter iſt; deßgleichen werden ſie verſtärkt, wenn Sonne und Mond in Conjunction oder Oppoſition, und geſchwächt, wenn beide Himmelskörper in Quadratur ſtehen (Spring- und Nippfluthen). Nach dieſem Sachverhalte kann ein Zweifel über die Abhängigkeit der Ebbe und Fluth vom Mondes- und Sonnenſtande obwalten. Die Erklärung der Erſcheinung iſt folgende: Die Anziehung, welche der Mond gegen den ihm zugewendeten Theil der Meeresfläche äußert, iſt, wegen der geringeren Diſtanz, ſtärker als die Anziehung gegen den feſten Kern der Erde, und letztere iſt aus demſelben Grunde ſtärker als die Anziehung gegen die von ihm abgewendete Meeresfläche. Es rückt daher das dem Monde zugekehrte Meerwaſſer um ein größeres Wegſtück dem Monde entgegen, als der feſte Erdkörper, und das entgegengeſetzt liegende Meer bleibt gegen den feſten Erdkörper um ein gleiches Wegſtück zurück. Hiedurch häuft ſich das Waſſer in den Endpuncten des gegen den Mond hinzielenden Erddurchmeſſers an, und ſinkt an den 90° davon abliegenden Stellen. Dieß iſt die Urſache der Fluth bei der obern und untern Culmination des Mondes, und der Ebbe beim Auf- und Untergange deſſelben. Da jedoch die durch die Rotation der Erde dem Monde entgegengeführte Waſſermaſſe Zeit bedarf dem Zuge deſſelben zu folgen, ſo fallen die Zeitpuncte der größten Fluth nicht mit jenem der Culmination des Mondes zuſammen, ſondern ſie treten um ein von örtlichen Verhältniſſen abhängendes Zeitintervall ſpäter ein. Auf dieſelbe Weiſe erzeugt die Sonne ihre eigene ſchwächere Ebbe und Fluth, und dieſe verbindet ſich mit der vom Monde herrührenden, dieſelbe bald verſtärkend, bald ſchwächend, zu einer Reſultirenden.

Obgleich die Sonne eine viele Male ſtärkere Anziehung auf die Erde ausübt, als der Mond (die Anziehungen der Sonne und des Mondes ge-

gen die Erde verhalten ſich den Maſſen und Diſtanzen dieſer Himmelskörper gemäß nahe wie $\frac{350000}{(24000,)^2} : \frac{1}{70.(60)^2} = 153 : 1$), ſo bringt ſie dennoch eine ſchwächere Fluth hervor, weil der Effect hier nur von der Differenz der Anziehungen auf den Mittelpunct und die Oberfläche der Erde abhängt, welche Differenz für den Mond größer iſt, als für die Sonne. Es verhalten ſich nämlich die Differenzen der verkehrten Quadrate der Diſtanzen wie $\frac{1}{(24000)^2} - \frac{1}{(24001)^2} : \frac{1}{(60)^2} - \frac{1}{(61,)^2}$ d. i. nahe wie $\frac{1}{(24000)^3} : \frac{1}{(60)^3}$, mithin die Differenzen der Anziehungen wie $\frac{350000}{(24000)^3} : \frac{1}{70(60)^3} = \frac{153}{24000} : \frac{1}{60} = 9180 : 24000$ oder nahe wie 3 : 8 Die fortgeſetzte Beobachtung der Fluthhöhen bei verſchiedenen Stellungen des Mondes gegen die Sonne kann umgekehrt als Mittel dienen, die Maſſe des Mondes zu beſtimmen, wenn man Sorge trägt in den Reſultaten die Wirkung des einen Himmelskörpers auf die Fluth von jener des andern zu ſondern, was leicht geſchehen kann, da Summe und Differenz beider Wirkungen durch die Erfahrung gegeben iſt.

Siebentes Hauptſtück.

Statik tropfbarer Körper (Hydroſtatik).

184. Allgemeiner Geſichtspunct der Betrachtung flüſſiger Körper überhaupt, tropfbarer insbeſondere. Das Verhalten feſter Körper unter dem Einfluſſe der auf ſie wirkenden Kräfte wird durch die mehr oder weniger ſtarre Verbindungsweiſe ihrer Theilchen bedingt; die Theilchen flüſſiger Körper dagegen zeigen eine ſolche Verſchiebbarkeit, daß ſie den geringſten Kräften, welche für uns wahrnehmbar ſind, weichen, ſobald ſie nicht durch das Vorhandenſeyn einer feſten Wand oder durch den Widerſtand anderer Flüſſigkeitstheilchen, welche nicht ausweichen können, daran gehindert werden. Die nothwendige Folge dieſer Verſchiebbarkeit iſt die ſogenannte Fortpflanzung des Druckes nach allen Seiten, d. h. die unveränderte Uebertragung des Druckes, den ein Theilchen aus irgend welchem Grunde erfährt, an alle ringsum liegende Nachbartheilchen, welcher Druck weiterhin durch die beſonderen Kräfte, welche auf letztere Theilchen wirken, nach Umſtänden vermehrt oder verringert wird. Tropfbare Körper charakteriſiren ſich insbeſondere einerſeits durch den großen Widerſtand, den ſie bei vorhandenem Drucke jeder Volumsverminderung entgegenſetzen, vermöge deſſen man dieſelben in der Regel ſo behandeln darf, als wären ſie gar nicht zuſammendrückbar, obgleich ſich alle ſolche Flüſſigkeiten, wenn nur hinreichend ſtarke Kräfte vorhanden ſind, merklich zuſammendrücken laſſen und dabei vollkommene Elaſticität zeigen; andererſeits durch die Anziehung, welche benachbarte Flüſſigkeitstheilchen ſowohl unter einander ſelbſt kund geben (Cohäſion), als auch gegen die Theil-

chen fester Körper, mit denen sie in Berührung stehen (Adhäsion). Es sind sonach die tropfbaren Körper als unzusammendrückbare Aggregate äußerst beweglicher Theilchen zu betrachten, auf welche nebst der Schwerkraft und einem etwa vorhandenen äußeren Drucke noch ihre eigenthümliche und die von festen Körpern herrührende Molecularanziehung einwirkt. Die Auffindung der Bedingungen, unter welchen derlei Körper in den Verhältnissen, in welchen wir selbe gewöhnlich handzuhaben und zu beobachten pflegen, unter einander und in Wechselwirkung mit festen Körpern im Zustande des Gleichgewichtes erscheinen, ist der Gegenstand der nachfolgenden Untersuchungen.

185. **Voraussetzungen über die Wirkungsweise der zwischen den Molekeln eines tropfbaren Körpers bestehenden Kräfte.** Da die kleinsten Theile der Körper kein Gegenstand unserer Wahrnehmung sind, so können wir nur aus der Erfahrung auf die zwischen denselben bestehenden Beziehungen schließen, und sind daher genöthiget bei der Erklärung der Erscheinungen von gewissen Voraussetzungen auszugehen, deren Zulässigkeit in der Evidenz, mit welcher diese Erscheinungen sich daraus ergeben, ihre Rechtfertigung findet. Wir nehmen im Einklange mit den bereits früher (26.) gemachten Andeutungen folgende Voraussetzungen an: 1) Die Molekel tropfbarer Körper wirken, in so ferne sie uns die Cohäsions- und Adhäsionserscheinungen vor Augen stellen, auf einander, entweder anziehend oder abstoßend, jedoch mit merklichem Erfolge nur in Distanzen, welche ihrer Kleinheit wegen unseren Sinnen gänzlich entschwinden. 2) Diese Action hängt bei tropfbaren Körpern lediglich von der Distanz der Molekel, nicht aber von der Lage ihrer Verbindungslinie innerhalb der Begrenzung des Körpers ab. Die von jedem Molekel auf ein anderes ausgehende Kraft ist also ringsum nach allen Seiten in einerlei Distanz gleich groß. Man kann sonach den Raum, auf welchen sich die wahrnehmbare Wirksamkeit zwischen zwei Molekeln erstreckt, von dem entfernteren Raume, bezüglich dessen diese Wirksamkeit als Null zu betrachten ist, durch eine Kugelfläche abgesondert denken, deren Mittelpunct eines der beiden Molekel einnimmt; sie soll die *Wirkungssphäre* dieses Molekels heißen. Der Halbmesser dieser Sphäre zeigt also die größte Distanz an, in welcher Wechselwirkung zweier Molekel statt findet. 3) Zwischen den einzelnen Molekeln eines und desselben tropfbaren Körpers besteht kein Unterschied; es sind daher auch ihre Wirkungssphären sämmtlich einander gleich. 4) Obgleich der Halbmesser der Molecular-Wirkungssphäre nur eine für unsere Wahrnehmung verschwindende Größe hat, so ist doch der Rauminhalt dieser Sphäre im Vergleiche mit den Abmessungen der Molekel selbst und mit den Abständen, in welchen sie im Körper neben einander stehen, so groß, daß eine sehr große Anzahl Molekel darin Platz findet. 5) Die zwischen je zwei Molekeln waltende Kraft ist der Unterschied zweier primitiven Kräfte, nämlich der Anziehungs- und der Abstoßungskraft, und es hängt der Sinn der in der Erscheinung auftretenden Action der Molekel, von der allein im Folgenden die Rede ist, nur davon ab, welche

dieser zwei Componenten die andere übertrifft. 6) Bei den tropfbaren Körpern besteht zwischen zwei einander sehr nahen Molekeln Abstoßung; in großerer Entfernung waltet aber die Anziehung vor. Man kann daher die Wirkungssphare aus zwei concentrischen Theilen bestehend denken, so daß im Bereiche des inneren Theiles rücksichtlich der im Mittelpuncte befindlichen Molekels bloß Abstoßung; im äußeren Theile dagegen bloß Anziehung herrscht. 7) Die Abstoßung wächst bei Verringerung des Abstandes zweier nächsten Molekel in einem äußerst rapiden Verhaltnisse und übersteigt alle Kräfte, welche wir durch unsere mechanischen Mittel hervorzurufen im Stande sind.

186. **Wirkung eines tropfbaren Körpers auf sich selbst in Folge seiner Molecularkräfte.** Aus den obigen Voraussetzungen über die Beschaffenheit der Kräfte, welche die Molekel eines tropfbaren Körpers gegen einander äußern, fließen nachstehende Folgerungen: 1) Ist die Entfernung eines Theilchens des tropfbaren Körpers von seiner Begrenzung für uns meßbar, so sind die Actionen aller übrigen Theilchen auf ersteres im Gleichgewichte; dieses Theilchen erhält also dadurch gar keine Anregung zur Bewegung. In diesem Falle ist nämlich die kleinste Entfernung des Theilchens von der Begrenzung der Flüssigkeit größer als der Halbmesser seiner Wirkungssphäre; diese Sphäre liegt daher ganz innerhalb der Flüssigkeit und ist mit Theilchen derselben ausgefüllt. Denkt man sich nun von irgend einem innerhalb der genannten Sphäre befindlichen Molekel zu dem Centralmolekel eine gerade Linie gezogen, und um ein ihr gleiches Stück über das Centralmolekel hinaus verlängert, so bezeichnet der Endpunct der Verlängerung ein anderes Molekel, welches von dem Centralmolekel ebenso weit entfernt ist, wie das ursprünglich angenommene, mithin auf das Centralmolekel genau dieselbe Kraft, aber nur in entgegengesetzter Richtung ausübt, wie jenes, und ihm daher das Gleichgewicht halt. Es heben sich alle Krafte, welche von der Umgebung des Centralmolekels auf selbes ausgehen, paarweise auf; das Centralmolekel erfahrt daher dadurch keine Anregung zur Bewegung. 2) Ist die Entfernung eines Theilchens des tropfbaren Korpers von seiner Begrenzung kleiner als der Halbmesser der ganzen Wirkungssphäre, aber doch großer als der Halbmesser desjenigen Theiles dieser Sphäre, innerhalb dessen Abstoßung herrscht, so wird das genannte Molekel durch die Actionen der Umgebung einwärts gezogen, d. h. es erfährt eine Kraft, die es von der Grenzfläche weg gegen die innere Flüssigkeitsmasse drückt, und diese ist bei gleichem Abstande von der Grenzfläche diese Kraft, wenn die dem betrachteten Molekel zunächst liegende Partie der Begrenzung eine convere Gestalt hat, um so größer, je mehr die Grenzfläche gekrümmt ist; bei einer ebenen Begrenzung der Flüssigkeit ist genannte Kraft kleiner als bei einer convexen Form, aber großer als bei einer concaven, und bei letzterer fällt die Kraft um so kleiner aus, je concaver die Form ist. Es sei A (Fig. 57) das Molekel, dessen Anregung zur Bewegung wir betrachten, B C. D die demselben zunachst liegende convexe Begrenzung der Flussigkeit, A C. die kleinste Distanz des Theilchens

ſer Fläche, A J der Halbmeſſer der geſammten Wirkungsſphäre, A L der Halbmeſſer des repulſiven Theiles derſelben, und A J > A C, A L < A C. Zieht man von jedem Puncte x des die Wirkungsſphäre des Molekels A durchſchneidenden Theiles B C D der Grenzfläche der Flüſſigkeit durch A eine Gerade, verlängert ſie bis x', ſo daß x'A = xA wird, und legt durch alle ſo erhaltenen Puncte eine Fläche B'C'D, ſo wird dadurch eine Partie der Flüſſigkeit, nämlich BCDB'C'D' ausgeſchieden, deren Action auf A Null iſt, weil zu jedem in ihr vorhandenen Molekel, wie z. B. zu y oder z, ein Molekel y' oder z' angegeben werden kann, deſſen Action auf A der des erſteren gleich und entgegengeſetzt iſt. Allein den innerhalb des Stückes B'J'D' der Wirkungsſphäre von A befindlichen Molekeln entſprechen in B J D keine entgegenſtehenden Molekel, welche die Einwirkung der erſteren auf A aufheben könnten; die Geſammtwirkung der in B'J'D' enthaltenen Molekel zieht dem zu Folge das Theilchen A gegen J' hin, d. h. dieſes wird gegen die Flüſſigkeit einwärts gezogen. Auch iſt klar, daß das Stück B'J'D' der Wirkungsſphäre, welches die eigentlich activen Molekel umfaßt, größer ausfällt, wenn die durch C gehende Fläche BCD mehr convex iſt, dagegen kleiner, wenn ſtatt B C D die plane Fläche E C F oder gar die concave G C H geſetzt wird, denn dann ſind nur mehr die in E'C'F' oder gar nur die in G'C'H' enthaltenen Theilchen diejenigen, deren Einwirkung auf A nicht aufgehoben wird. 3) Ein Theilchen des tropfbaren Körpers, welches der Begrenzung deſſelben ſo nahe ſteht, daß ſein Abſtand von dieſer kleiner iſt, als der Halbmeſſer des repulſiven Theiles der Wirkungsſphäre, wird nach dem Verhältniſſe dieſes Theiles zur ganzen Sphäre, und nach der relativen Intenſität der Kräfte mehr oder weniger einwärts gezogen, und kann auch wohl eine Anregung zur Bewegung nach außen erhalten. Es ſey das Flüſſigkeitsmolekel A (Fig. 58) der Grenzfläche B E C F D des tropfbaren Körpers ſo nahe, daß A L, der Halbmeſſer des Theiles der Wirkungsſphäre, in welchem die Molekel liegen, welche auf A abſtoßend wirken, größer iſt als AC, ſo ſieht man, wenn man auf die oben angegebene Weiſe die Fläche B'E'C'F'D' auf der andern Seite von A in gleicher und entgegengeſetzter Lage mit B E C F D ſetzt, daß die Actionen der innerhalb des Stückes B D B'D' liegenden Molekel auf A einander aufheben, und noch die Theilchen in E'L'F' übrig bleiben, welche A gegen J wegtreiben, ferner die Theilchen in B'E'L'F'D'J', welche A gegen J' hinziehen. Es kommt nun darauf an, welche der beiden entgegengeſetzten Actionen das Uebergewicht behauptet. 4) Wendet man dieſe Sätze auf jeden Punct nächſt der Oberfläche eines tropfbaren Körpers an, ſo gelangt man zu folgendem Satze: »Die geſammte Action der Molecular»kräfte eines tropfbaren Körpers reducirt ſich auf einen Zug, den eine »an ſeiner Begrenzung liegende Schichte von verſchwindend kleiner Dicke »nach innen erleidet, und auf eine an der äußerſten Grenze dieſer »Schichte ſtatt findende Abſtoßung der Flüſſigkeitstheilchen nach außen.« Dieſer Satz erklärt ſowohl die Cohärenz, welche die tropfbaren Körper zeigen, als auch ihre Verdampfung an der Oberfläche, wovon im fol-

genden Hauptſtücke die Rede ſeyn wird. Die an jedem einzelnen Puncte der Begrenzung des tropfbaren Körpers ſtatt findende Intenſität der Anziehung hangt nach dem oben Bewieſenen von der Geſtalt der Grenzfläche ab, und iſt um ſo großer, je mehr dieſelbe convex oder je weniger ſie concav iſt. 5) Erſcheint die Begrenzung eines tropfbaren Körpers in der Nähe eines auf ihr ins Auge gefaßten Punctes als eine ſtetig fortſchreitende ebene oder gekrümmte Fläche, ſo kann man annehmen, daß die Reſultirende aller Actionen der auf dieſen Punct merklich einwirkenden Flüſſigkeitstheilchen eine zur Fläche normal geſtellte Richtung habe, denn man kann annehmen, daß dieſe Theilchen die Normallinie des genannten Flächenpunctes ſymmetriſch umgeben. Anders verhält ſich die Sache an einer Stelle, wo die Stetigkeit des Fortſchrittes der Oberfläche der Flüſſigkeit unterbrochen iſt, d. h wo in der Aufeinanderfolge ihrer tangirenden Ebenen eine plötzliche Wendung (Sprung) ſtatt findet, denn da fällt die obige Vorausſetzung weg.

187. **Geſtalt der freien Oberfläche eines tropfbaren Körpers im Gleichgewichtszuſtande.** Die Geſtalt jedes freien, d. h. nicht an einen unbeweglichen oder ſtarren Körper grenzenden Theiles der Oberfläche einer tropfbaren Flüſſigkeit iſt an folgendes für ſich evidente Geſetz gebunden: »Die Kräfte, welche auf die an einer freien »Fläche eines tropfbaren Körpers liegenden Theilchen wirken, müſſen »im Gleichgewichtszuſtande des Körpers gegen dieſe Fläche normal und »einwärts wirken.« Eine nicht normal gegen eine Flüſſigkeitsfläche wirkende Kraft laßt ſich nämlich in eine dagegen normale und in eine tangentielle Componente zerlegen; nur erſtere, und zwar nur dann, wenn ſie die Flüſſigkeitstheilchen einwärts treibt, kann durch den Widerſtand der inneren Theilchen aufgehoben werden; letztere Componente, wenn ſie vorhanden iſt, verſchiebt die Theilchen der Flüſſigkeit langs der Oberfläche, was der Vorausſetzung des Gleichgewichtszuſtandes widerſtreitet. Die Anwendung dieſes Princips auf die gewöhnlich vorkommenden Fälle führt zu nachſtehenden Folgerungen: 1) Die freie Oberfläche eines tropfbaren Korpers, welcher ſich in einem nicht zu engen Gefäße im Zuſtande der Ruhe befindet, erſcheint an allen den Gefäßwänden nicht zu nahen Stellen nothwendig als eine horizontale Ebene. Denn an Orten, welche einander nahe liegen, dürfen die Richtungen der Schwerkrafte, welche die Erde gegen die Korpertheilchen ausübt, als parallel angeſehen werden; ſie ſtehen daher im vorliegenden Falle auf der Oberfläche der Flüſſigkeit ſenkrecht, und ein Gleiches gilt auch von den Richtungen der aus den Molecularkraften hervorgehenden Actionen der Flüſſigkeit auf ihre oberſte Schichte. 2) In der Nahe der Gefäßwände kommt die Adhäſion des tropfbaren Korpers gegen dieſe Wände in Spiel und es wird daſelbſt nach Umſtänden die Flüſſigkeit entweder in die Höhe gezogen, und bildet da eine concave Flache, welche in einer gewiſſen Entfernung von den Wänden allmalig in eine horizontale Ebene übergeht, oder ſie bleibt durchaus eben, oder endlich ſie krümmt ſich in der Nahe der Gefaßwande auswarts und erſcheint alſo da convex. Die Erfahrung bietet uns jeden dieſer Falle dar, und lehrt

insbesondere, daß der erste nur dann eintritt, wenn die Gefäßwände von der Flüssigkeit benetzt werden, und die beiden andern, wenn keine Benetzung statt hat. Um die Bedingung kennen zu lernen, an welche jeder dieser Fälle gebunden ist, sey AB (Fig. 59) eine verticale und ebene Wand, CD die freie Oberfläche eines an sie grenzenden tropfbaren Körpers, von welcher für einen Augenblick vorausgesetzt wird, daß sie eben und horizontal sey. Offenbar hat die aus der Anziehung der Wand gegen die Flüssigkeit entspringende Kraft bei C die auf AB senkrechte Richtung CE, und die Resultirende der Molecularactionen der Flüssigkeitsmasse BCD auf das Theilchen C die den Winkel BCD, dessen Ebene senkrecht gegen die Ebene der Wand gedacht wird, halbirende Richtung CF; denn die Theile der Wand liegen symmetrisch um CE, und die Theile der genannten Flüssigkeitsmasse symmetrisch um CF herum. Es kommt nun darauf an, welche Richtung der Resultirenden der nach CE und CF wirkenden Kräfte dem zwischen denselben bestehenden Größenverhältnisse gemäß zu Theil wird, ob diese Resultirende die Richtung CB erhält, oder eine innerhalb des Winkels ECB liegende Richtung z. B. Cx, oder endlich eine innerhalb des Winkels DCB liegende Richtung wie Cy. Da die Oberfläche der Flüssigkeit bei C eine Lage anzunehmen sucht, zu welcher die Richtung der Resultirenden normal ist, so ist klar, daß diese Oberfläche im ersten Falle eben und horizontal bleiben, im zweiten Falle aber eine concave, im dritten Falle endlich eine convere Gestalt annehmen werde. Dasselbe, was hier von der Einwirkung einer verticalen ebenen Wand auf die angrenzende Flüssigkeit gesagt wurde, gilt auch, wenn die Wand zwar vertical, aber gekrümmt, also cylindrisch ist, denn man kann sich eine solche in schmale Verticalstreifen zerlegt denken, deren jeder für sich so wirkt, als ob er eben wäre. Dieselben Schlüsse lassen sich mit den gehörigen Modificationen auch auf nicht verticale oder wie immer gekrümmte Gefäßwände ausdehnen, in welchen Gegenstand wir hier nicht weiter eingehen. Endlich sieht man aus dem Vorhergehenden, daß in einem sehr engen Gefäße die Oberfläche einer Flüssigkeit, welche deren specieller Beschaffenheit zu Folge in Berührung mit den Gefäßwänden nicht eben bleiben kann, sondern eine convexe oder concave Form erhält, um so mehr gekrümmt wird, je enger das Gefäß ist. 8) In so fern die Richtungen der Schwerkräfte nicht als parallel angenommen werden dürfen, kann auch die Oberfläche eines im Gleichgewichte befindlichen tropfbaren Körpers für keine Ebene gelten. Die Oberfläche eines ausgedehnten ruhenden Gewässers nimmt deßhalb an der sphäroidischen Gestalt der Erde Theil, wie dieß bereits in vorhergehendem Hauptstücke auseinandergesetzt wurde.

188. **Druck im Innern einer tropfbaren Flüssigkeit und gegen die Gefäßwände.** Da jedes Theilchen eines tropfbaren Körpers in Folge seiner Schwere abwärts gezogen wird, so übt es schon aus diesem Grunde auf die unter ihm befindlichen Theilchen einen seinem Gewichte gleichen Druck aus, und da es eben so von den über ihm stehenden Theilchen gedrückt wird, so geht auch noch dieser Druck auf

die tieferen Theilchen über. Jedes gedrückte Theilchen ſucht ſeiner Verſchiebbarkeit gemäß nach allen Seiten auszuweichen, und pflanzt ſo den empfangenen Druck rings um ſich fort. Hieraus entſpringen eigenthümliche Erſcheinungen, durch welche ſich ein tropfbarer Körper von einem Aggregate ſehr kleiner feſten Partikel, z. B von ſeinem Sande, auffallend unterſcheidet. Sie ſollen im Folgenden in ihrer natürlichen Ordnung betrachtet werden. 1) Es ſey ABDC (Fig. 60) ein aufrecht ſtehendes prismatiſches oder cylindriſches Gefäß mit ebenem gegen die Wände ſenkrechten (alſo hier horizontalen) Boden, und bis AB mit einer tropfbaren Flüſſigkeit gefüllt. Man theile die Bodenfläche in unendlich viele einander gleiche Stückchen, ſo kann die ganze Flüſſigkeitsmaſſe in eben ſo viele verticale einander gleiche Säulen getheilt werden, deren jede, wie ux, über einem ſolchen Bodenſtückchen x ſteht, und dasſelbe mit ihrem Gewichte drückt. Es erleidet ſonach der ganze Boden einen Druck, welcher dem Gewichte der im Gefäße enthaltenen Flüſſigkeit gleich kommt, und der Druck auf jeden Theil des Bodens verhalt ſich zum geſammten Drucke auf den Boden, wie der Flächeninhalt dieſes Theiles zum Flächeninhalte des Bodens. 2) Nicht minder klar iſt es, daß alle Partikel der Flüſſigkeit, welche an gleich großen Flächenſtückchen einer über dem Boden angenommenen horizontalen Ebene MN liegen, einerlei Druck erleiden, und daß der Geſammtdruck auf die Flüſſigkeitsſchichte MN dem Gewichte der darüber befindlichen Flüſſigkeitsmaſſe AMNB gleichkommt, mithin in ſo fern man den tropfbaren Körper als unzuſammendrückbar betrachtet, d. h. ihm an höheren und tieferen Stellen einerlei Dichte beilegen darf, ſich zu dem Drucke auf den Boden CD verhalt, wie AM : AC. 3) Faſſen wir ein unendlich kleines Flachenſtückchen = ω an der Seitenwand, z. B. bei M in das Auge, ſo erfährt dieſes, weil die mit ihm in Berührung ſtehenden Flüſſigkeitstheilchen mit derſelben Kraft, mit welcher ſie von oben gedrückt werden, auch ſeitwärts auszuweichen ſtreben, einen Druck q nach der Richtung NM, der dem Gewichte einer Flüſſigkeitsſaule gleich iſt, welche ω zur Grundfläche und AM zur Höhe hat. Bezeichnen wir die Höhe AM mit h, ſo iſt hω das Volum, und nennen wir das ſpecifiſche Gewicht der Flüſſigkeit s, ſo iſt hωs (156.) das Gewicht dieſer Säule, alſo q = hωs. Der Druck auf die Wand AC (Seitendruck) nimmt alſo von der Oberfläche der Flüſſigkeit gegen den Boden hin im geraden Verhältniſſe mit der Tiefe zu. 4) Um einen ſolchen veranderlichen Druck auf ein ſicheres Maß zurückzuführen und darnach angeben zu können, wie groß er an jeder beſtimmten Stelle, z. B. am Puncte M der Seitenwand iſt, denke man ſich jeden unendlich kleinen Theil der Flächeneinheit gerade ſo ſtark gedrückt, wie ein gleich großes Stückchen der Seitenwand bei M wirklich gedrückt wird. Der ſolchergeſtalt ſich ergebende Totaldruck auf die Flacheneinheit iſt das Maß des Druckes bei M. Man nennt ihn den auf die Flächeneinheit reducirten Druck. Bezeichnet man ihn mit Q, ſo iſt der dem Flächenſtückchen ω zugehörende Druck q wegen Q : q = 1 : ω

offenbar $= Q\omega$ und $Q = \frac{q}{\omega} = hs$. 5) Was von der Seitenwand AC gesagt wurde, muß auch gelten, wenn irgendwo im Innern der Flüssigkeit eine verticale Wand, z. B. ux angenommen wird; der Seitendruck, den dieselbe an einer bestimmten Stelle, z. B. bei y, auszuhalten hat, ist, wenn man $uy = AM$ denkt, gerade so groß, wie der Druck bei M, und dieß ist daher auch der Seitendruck, den jede einzelne Flüssigkeitssäule ux auf die ihr zunächst stehenden Säulen ausübt, und von denselben zurück empfängt. Auf dieser Ausgleichung des Druckes nach allen Seiten beruht das hier vorausgesetzte Gleichgewicht eines tropfbaren Körpers in einem Gefäße mit verticalen Wänden und horizontalem Boden bei horizontaler Lage der freien Oberfläche der Flüssigkeit. 6) Nimmt man jetzt das für sich evidente Princip zu Hilfe, daß ein aus äußerst leicht verschiebbaren Theilchen bestehender Körper in seinem Innern nicht im Gleichgewichte seyn kann, wenn nicht jedes Stückchen einer auf was immer für eine Weise darin gedachten Fläche für sich von beiden Seiten gleich stark gedrückt wird, so sieht man leicht ein, daß der sicher vorhandene abwärts gehende Druck der Säule uy auf das Theilchen y nicht bestehen kann, ohne einen gleich großen Gegendruck des Theilchens y; es wird also dieses Theilchen nothwendig mit einer Kraft aufwärts getrieben, deren auf die Flächeneinheit reducirte Größe, mit Beibehaltung obiger Bezeichnungen $= hs$ ist. Dieser aufwärts gerichtete Druck des Theilchens y, wie auch der gleich große aller übrigen Theilchen nächst der Ebene MN, hat seinen Grund in dem Bestreben dieser Theilchen dem Seitendrucke auszuweichen, der auf selbe von den angrenzenden Flüssigkeitssäulen ausgeübt wird. 7) Man kann nun den Druck, den irgend ein Flächenstückchen x des Bodens CD von der darüber stehenden flüssigen Säule ux erleidet, auch auf das bloße Stück yx dieser Säule beziehen, indem man annimmt, daß dieses, von der benachbarten Flüssigkeit gepreßt, sich an y mit einer Kraft, die dem Gewichte des Stückes uy entspricht, anstemmt, und sowohl mit dieser Kraft als auch mit seinem eigenen Gewichte auf x abwärts wirkt. Hieraus geht nun deutlich hervor, daß an dem Drucke der Flüssigkeit ABDC auf den Boden CD nichts geändert wird, wenn man einen Theil EFHG (Fig. 61) von dieser Flüssigkeit hinwegnimmt und durch einen festen Körper ersetzt. Der Widerstand, welchen die Wand GH dem abwärts gehenden Drucke der an sie grenzenden Flüssigkeit entgegensetzt, vertritt hier genau die Stelle des abwärts wirkenden Druckes der Flüssigkeit, welche in dem Raume KFHG Platz fände. 8) Auf dieselbe Weise überzeugt man sich, daß der Druck auf den Boden CD des bisher betrachteteten Gefäßes ungeändert bleibt, wenn man von der bis AB reichenden Flüssigkeit die Theile ACJ, BDL (Fig. 62) wegnimmt und an deren Stelle die wie immer gestalteten Wände CJ, DL anbringt. Jedes Stückchen des Bodens z. B. x wird von der über ihm stehenden nunmehr kürzeren Flüssigkeitssäule yx gerade so gedrückt, als wenn dieselbe bis zur erweiterten Ebene JL, nämlich bis u reichte, denn die Säule yx wird von der über der Ebene

M N vorhandenen Flüſſigkeit J I. V U durch Vermittelung der zwiſchen V und y befindlichen Theilchen gerade ſo wie durch das Gewicht des Säulenſtückes u y gepreßt. Eben ſo erleidet der Druck auf den Boden C D keine Aenderung, wenn man zu der Flüſſigkeitsmaſſe A B D C die Theile A C J', B D K' (Fig. 62) hinzuſetzt, alſo das Gefaß oben erweitert, denn die Wirkung der hinzugekommenen Flüſſigkeitsſäulen erſtreckt ſich unmittelbar bloß auf die Wände C J', D L' und nicht auf die Bodenfläche C D, weil die Gegenwirkung der über dem Boden ſelbſt ſtehenden Säulen dieſe Wirkung aufhebt. Dagegen würde allerdings die ſeitwärts befindliche Flüſſigkeit den Druck auf den Boden vermitteln, wenn das Gefäß die Geſtalt Fig. 63 hätte und bis B L' mit Flüſſigkeit gefüllt wäre; ſobald der Boden C D die frühere Größe hat, die Flüſſigkeit dieſelbe iſt, und ihre Oberfläche B L' über C D ſo hoch liegt, wie früher, bleibt auch der Druck auf den Boden der vorige. 9) Man gelangt durch dieſe und ähnliche Beobachtungen zu folgendem merkwürdigen Satze: »Der von der Schwere herrührende Druck eines tropfbaren Körpers auf eine beſtimmte Stelle des wie immer geſtalteten Bodens oder der Seitenwand eines Gefäßes hängt nicht von der Menge der Flüſſigkeit in dem Gefäße, ſondern nur von der Höhe der Oberfläche der Flüſſigkeit über der ins Auge gefaßten Stelle und von dem ſpecifiſchen Gewichte der Flüſſigkeit ab, und der auf die Flächeneinheit reducirte Druck wird gefunden, wenn man die genannte Höhe der Flüſſigkeit mit ihrem ſpecifiſchen Gewichte multiplicirt.« Man pflegt dieſen Satz das hydroſtatiſche Paradoxon zu nennen. 10) Kommt zu der hier beſprochenen bloß von der Schwere der Flüſſigkeit abhängenden Wirkung noch ein äußerer Druck auf die Oberfläche A B (z. B. der in der Folge näher zu betrachtende Druck der atmoſphäriſchen Luft) hinzu, ſo wird der Druck an jeder Stelle im Innern der Flüſſigkeit und an der ganzen inneren Fläche des ſie begrenzenden Gefäßes um eine Kraft vermehrt, die ſich zu dem Drucke auf A B verhält, wie der Flächeninhalt der betrachteten Stelle zum Flächeninhalte von A B. Ein Gleiches gilt von der Wirkung einer Flüſſigkeit auf ſich ſelbſt in Folge der Molecularkräfte ihrer Theilchen, welche Wirkung einem auf die Oberfläche der Flüſſigkeit wirkenden Drucke vergleichbar iſt, doch zielt der Effect dieſer Kraft, da ſie ringsum an der ganzen Begrenzung der Flüſſigkeit vorhanden iſt, nur dahin, die Theilchen der Flüſſigkeit von allen Seiten an einander zu drücken, und kann daher in Bezug auf Boden- und Seitendruck in der Regel außer Acht gelaſſen werden.

Auf dem hydroſtatiſchen Paradoxon beruhen die Mittel, mit einer geringen Quantität Waſſer, wofern nur die durch ſelbes gedruckte Fläche und die Druckhöhe groß iſt, einen ſehr bedeutenden Druck zu erzielen. In einem mit Waſſer gefüllten Gefäße von der Form Fig. 64 a oder b, in deſſen engem Halſe das Waſſer bis A B reicht, wird die horizontale Fläche C D mit einer Kraft gedruckt, welche dem Gewichte der prismatiſchen oder cylindriſchen Waſſermaſſe A'B'D C gleichkommt, deren Baſis die Fläche C D und deren Höhe die verticale Entfernung der Fläche A B von C D iſt. Wird auf A B noch ein äußerer Druck = P angebracht, ſo wird der Druck auf C D um eine Größe Q vermehrt, welche in demſelben Verhältniſſe größer iſt als P, in welchem der Flä-

cheninhalt von CD jenen von AB übersteigt. In dieser Beziehung functionirt das Wasser in Folge der Verschiebbarkeit seiner Theilchen und der darauf sich gründenden Fortpflanzung des Druckes wie eine Maschine. Auch hiebei hat das in 113. ausgesprochene Gesetz und die auf selbes (vergl. Artikel 152) gegründete Folgerung der Unveränderlichkeit der dynamischen Wirkung volle Giltigkeit. Denkt man sich nämlich die Fläche AB um eine Strecke = a in dem cylindrischen Halse des Gefäßes, allenfalls mittelst eines aufgesetzten Stempels herabgedrückt, so wird die Fläche CD, welche wir uns ebenfalls beweglich vorstellen, nur um eine Strecke = b gehoben, welche sich zu a verhält wie AB : CD, weil das aus dem engen Halse verdrängte Wasser in dem weiteren Gefäße als ein Cylinder erscheint, dessen Höhe im Vergleiche mit a in dem Verhältnisse kleiner seyn muß, in welchem seine jetzige Grundfläche CD größer ist als die frühere Grundfläche AB. Was man also an Kraft gewinnt, verliert man an Zeit, oder das Product aus Kraft und Weg (die Leistung oder Arbeitsgröße) bleibt unverändert. Hiernach läßt sich die Wirkung der Bramah'schen Presse beurtheilen. Vom hydrostatischen Drucke als bewegende Kraft macht man bei den Wassersäulenmaschinen Anwendung.

Das Zunehmen des Seitendruckes an tieferen Stellen eines mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllten Gefäßes zeigt sich an der Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit aus einer an der Gefäßwand angebrachten Oeffnung heraustritt. Diese Geschwindigkeit ist größer, wenn der Abstand der Oeffnung von der Oberfläche der Flüssigkeit, welcher hier die Druckhöhe vorstellt, größer ist, und zwar ist die Ausflußgeschwindigkeit nicht der Druckhöhe selbst, sondern nur der Quadratwurzel der Druckhöhe proportional. Es wächst zwar die bewegende Kraft im Verhältnisse mit der Druckhöhe, aber die erzeugte Geschwindigkeit richtet sich nicht bloß nach der Intensität der Kraft, sondern auch nach der Dauer ihrer Einwirkung, und diese währt nur so lange als die Flüssigkeit sich durch die Oeffnung bewegt, und ist daher in dem Verhältnisse der erzeugten Geschwindigkeit kleiner. Sind sonach C, C' die Geschwindigkeiten für zwei verschiedene Druckhöhen H, H', und bezeichnet man die entsprechende Dauer der Einwirkung der Kraft mit τ, τ', so ist

$$C : C' = H.\tau : H'.\tau' \quad \text{und} \quad \tau : \tau' = \frac{1}{C} : \frac{1}{C'},$$

folglich

$$C : C' = \frac{H}{C} : \frac{H'}{C'}, \quad \text{d. h.} \quad C^2 : C'^2 = H : H' \quad \text{oder}$$

$$C : C' = \sqrt{H} : \sqrt{H'}.$$

Der Seitendruck auf die Gefäßwände kann keine Bewegung des Gefäßes erzeugen, weil jedem Drucke auf ein Wandtheilchen ein gleicher und entgegengesetzter Druck auf ein horizontal gegenüber liegendes Wandtheilchen entspricht, der den ersteren Druck aufhebt. Läßt man aber die Flüssigkeit durch eine am Gefäße seitwärts angebrachte Oeffnung heraustreten, so fällt der Druck auf den Wandtheil, dessen Stelle die Oeffnung einnimmt, weg, und es wird der Druck auf die gegenüber liegende Wand wirksam und sucht das Gefäß nach seiner Richtung, also der Richtung des Ausflusses gerade entgegen, fortzubewegen. Hierauf beruht die Einrichtung des Segner'schen Rades, eines um seine verticale Axe drehbaren cylindrischen, mit Wasser zu füllenden Gefäßes, welches unten mit seitwärts gebogenen Ausflußröhren versehen ist, und durch das nach der einen Seite herausfließende Wasser in entgegengesetztem Sinne gedreht wird.

Der aus der Molecularaction entspringende Druck der Flüssigkeiten auf sich selbst bedingt die sphärische Gestalt kleiner Mengen derselben (Tropfenbildung).

189. Gleichgewicht tropfbarer Flüſſigkeiten in Communicationsgefäßen. Man pflegt Gefäße, die dergeſtalt mit einander in Verbindung ſtehen, daß tropfbare Flüſſigkeiten aus einem in das andere gelangen können, communicirende Gefäße zu nennen. Eine ſolche Zuſammenſtellung läßt ſich immer als Ein Gefäß mit mehreren Abtheilungen (Armen) betrachten, und heißt ſonach auch geradezu ein Communicationsgefäß. Bei der Unterſuchung der Bedingungen des Gleichgewichtes tropfbarer Körper in derlei Gefäßen iſt zu unterſcheiden, ob bloß einerlei, oder ob verſchiedene Flüſſigkeiten darin enthalten ſind, und wenn einer der Arme des Gefäßes ſo eng ſeyn ſollte, daß die Oberfläche der in ihm befindlichen Flüſſigkeit nicht mehr für eine horizontale Ebene gelten kann, ſo erfordert dieſer Umſtand eine abgeſonderte Berückſichtigung. Die Erwägung der folgenden drei Fälle wird dieſen Gegenſtand in das gehörige Licht ſetzen.

Erſter Fall. In einem nicht zu engen Communicationsgefäße befinde ſich bloß einerlei Flüſſigkeit. Iſt kein äußerer Druck vorhanden, alſo lediglich die Schwere der Flüſſigkeitstheilchen in Betracht zu ziehen, ſo erfordert das Gleichgewicht, daß die Oberflächen der Flüſſigkeit in ſämmtlichen Armen in einer und derſelben Horizontalebene liegen, oder wie man ſich kurz ausdrückt, daß die Flüſſigkeit in ſämmtlichen Armen gleich hoch ſtehe. Um ſich hievon auf dem einfachſten Wege zu überzeugen, ſtelle man ſich vor, es ſey ein Gefäß ABCD (Fig. 65), in deſſen Höhlung das vorhandene Communicationsgefäß Platz findet, mit der Flüſſigkeit gefüllt, und dieſe im Gleichgewichte, wobei ſie eine horizontale Oberfläche AD haben wird. Man nehme nun in Gedanken von der Flüſſigkeit ſo viele Stücke E, F, G, H hinweg und erſetze ſelbe durch feſte Wände, daß die Geſtalt des in Rede ſtehenden Communicationsgefäßes zum Vorſchein kommt. Da hiedurch das Gleichgewicht der noch übrigen nunmehr bloß in dem Communicationsgefäße eingeſchloſſenen Flüſſigkeit nicht geſtört wird, und ihre Oberflächen JK, LM, NO in den einzelnen Armen die Lage der früher da geweſenen horizontalen Flüſſigkeitsfläche AD beibehalten, ſo beſteht bei gleich hohem Stande eines tropfbaren Körpers in den Armen eines Communicationsgefäßes wirklich Gleichgewicht. Da ferner durch Veränderung des Flüſſigkeitsſtandes in einem Arme der darin herrſchende Druck ſich ändert, und wenn die Stellung der Flüſſigkeit in den andern Armen keine entſprechende Aenderung erfährt, nicht aufgehoben werden kann, ſo ſieht man, daß das Gleichgewicht eines tropfbaren Körpers in einem Communicationsgefäße nur auf die ſo eben bezeichnete Weiſe möglich iſt. Denkt man ſich durch die Arme eines mit einer Flüſſigkeit gefüllten Communicationsgefäßes, während darin Gleichgewicht herrſcht, eine horizontale Ebene UV (Fig. 66) gelegt, ſo ſind alle unter dieſer Ebene liegenden Theile A, B, C der Flüſſigkeit für ſich im Gleichgewichte und die Druckkräfte der darüber liegenden Theile D, E, F halten einander durch Vermittelung der vorgenannten Theile A, B, C, durch welche hiedurch der Druck ſich von einem Arme zum andern fortpflanzt, das Gleichgewicht, was mit den in 188 erhal-

tenen Resultaten genau übereinstimmt. Auch ergibt sich daraus, daß der gleich hohe Stand einer Flüssigkeit in den Armen eines Communicationsgefäßes nicht gestört wird, wenn auf der Oberfläche des Flüssigen in jedem Arme ein äußerer Druck lastet, dessen Größe mit jener der gedrückten Oberfläche in geradem Verhältnisse steht. Sowohl die aus der Molecularanziehung entspringende Einwirkung der tropfbaren Körper auf ihre durchgehends als eben zu betrachtende Oberfläche, als auch, wie sich später zeigen wird, der Druck der atmosphärischen Luft genügt dieser Bedingung; es findet daher die hier besprochene Anordnung eines tropfbaren Körpers in einem Communicationsgefäße in der Luft eben so statt, wie sie im leeren Raume erfolgen würde.

Zweiter Fall. In einem nicht zu engen Communicationsgefäße befinden sich zwei oder mehrere ungleichartige Flüssigkeiten. Es enthalte ein solches Gefäß AEHD (Fig. 67) in dem einen Schenkel eine leichtere, in dem andern eine schwerere Flüssigkeit, welche sich nicht mischen; erstere stehe bis AB, letztere bis CD, und die Trennungsfläche beider sey EF. Erweitert man diese, welche bei der vorausgesetzten Weite des Gefäßes eine horizontale Ebene ist, bis GH, so ist die unter EF und GH befindliche Flüssigkeit J für sich im Gleichgewichte, und wird auf der einen Seite von der flüssigen Säule ABFE, auf der andern von der Säule CGHD gedrückt. Zum Gleichgewichte ist also nur nöthig, daß der mittelst der Flüssigkeit J bis zur Trennungsfläche EF fortgepflanzte Druck der Säule CGHD dem entgegengesetzten Drucke der Säule AEFB auf EF gleich sey, und dieses wird statt finden, wenn der auf die Flächeneinheit reducirte Druck beider Säulen dieselbe Größe hat. Nennt man nun die Höhe der einen Säule H und das specifische Gewicht der betreffenden Flüssigkeit S, und bezeichnet man diese Größe für die andere Säule mit h und s, so muß im Falle des Gleichgewichts die Gleichung $HS = hs$ bestehen, aus welcher die Proportion $H : h = s : S$ folgt. Daher die Regel: »Die Höhen ungleichartiger Flüssigkeiten, welche in einem Communicationsgefäße im Gleichgewichte sind, über ihrer Trennungsfläche verhalten sich verkehrt wie ihre specifischen Gewichte.«

Dritter Fall. Ein Arm des Communicationsgefäßes ist so eng, daß die Oberfläche der darin befindlichen Flüssigkeit eine concave oder convere Wölbung annimmt. In diesem Falle hat die aus den Molecularkräften hervorgehende Action der Flüssigkeitssäule auf die freie Oberfläche der Flüssigkeit (welche einem der Flächengröße proportionalen Drucke von außen nach innen vergleichbar ist), auf die Einheit der Flächen reducirt, in den verschiedenen Armen des Communicationsgefäßes nicht einerlei Intensität. Sie ist, wenn die Flüssigkeit in dem engen Arme eine concave Oberfläche zeigt, daselbst geringer als in den übrigen Armen, wo diese Oberfläche eben erscheint; die Flüssigkeit muß sich daher in dem engen Arm über den Stand in jedem weiteren so weit erheben, bis der von der Schwere herrührende Druck der gehobenen Flüssigkeitssäule die Differenz der erwähnten Molecularactionen ausgleicht. Aus demselben Grunde muß die Flüssigkeit bei einer convexen

Geſtalt ihrer Oberfläche in dem engen Arme tiefer ſtehen, als in den weiteren Armen des Communicationsgefäßes, denn nur ſo wird der größere Druck abwärts, den die Molecularaction im engeren Arme hervorruft, durch die Gegenwirkung der übrigen Flüſſigkeit aufgehoben. Die Differenz des Standes der Flüſſigkeit im engeren Arme gegen die Horizontalebene, welche die Oberfläche der übrigen Flüſſigkeit darſtellt, iſt der Erfahrung gemäß um ſo bedeutender, je enger dieſer Arm iſt, und zugleich findet man die Oberfläche der Flüſſigkeit darin in eben dem Maße mehr gekrümmt, wie es die bereits aus einander geſetzten Principien fordern. [Vergl. 187. 2).]

Ein Communicationsgefäß mit einem engen Arme ſtellt man am einfachſten dar, wenn man eine Röhre von geringem inneren Durchmeſſer (eine ſogenannte *Haarröhre*) in eine Flüſſigkeit taucht. Wird die innere Wand der Röhre von der Flüſſigkeit benetzt, was z. B. geſchieht, wenn man eine reine Glasröhre in Waſſer taucht, ſo ſteigt die Flüſſigkeit darin in die Höhe, und die Erfahrung lehrt, daß die Elevation einer und derſelben Flüſſigkeit in cylindriſchen vertical ſtehenden Haarröhren von einerlei Material (wie auch, wenn keine Benetzung ſtatt findet, z. B. bei Queckſilber in engen Glasröhren, die Depreſſion) ſich verkehrt verhält wie die Durchmeſſer der Röhren und in jeder Röhre genau doppelt ſo groß iſt als der analoge Flüſſigkeitsſtand zwiſchen zwei parallelen verticalen Wänden von demſelben Material, deren Abſtand dem Durchmeſſer der Röhre gleich kommt. Man erklärt dieſe Erſcheinung ſehr einfach durch die Bemerkung, daß die Geſtaltung der Oberfläche der Flüſſigkeit in einer engen Röhre oder zwiſchen einander ſehr nahen Wänden bloß von dem Erfolge des Kampfes der Action der Wände auf die daran grenzenden Flüſſigkeitstheilchen gegen die Action der benachbarten Flüſſigkeit auf dieſe Theilchen abhängt (187.). Weil die Kraft, welche dieſe Geſtaltung bewirkt, ſich nur auf eine unmeßbare Diſtanz von den Gefäßwänden erſtreckt, ſo iſt ſie unter übrigens gleichen Umſtänden, lediglich der Länge der Linie proportional, längs welcher die Wände mit der Flüſſigkeit in Berührung ſtehen. Aber dieſe Kraft muß ſich auch verhalten wie der Druck der gehobenen Flüſſigkeitsſäule, alſo wie deren Volum oder wie das Product aus der Querſchnittsfläche und Höhe dieſer Säule: nennen wir daher in zwei Fällen die Länge der Berührungslinie einer und derſelben Flüſſigkeit mit Wänden von einerlei Art L. und L', die Querſchnittsfläche der gehobenen Säule A und A' und die Höhe H und H', ſo beſteht die Proportion $L : L' = AH : A'H'$, woraus $H : H' = \frac{L}{A} : \frac{L'}{A'}$ folgt.

Bezeichnen wir nun den Durchmeſſer zweier cylindriſchen Röhren mit D und D', ſo iſt L. die Peripherie und A der Flächeninhalt eines Kreiſes, deſſen Durchmeſſer $= D$ iſt, mithin $L = \pi D$ und $A = \frac{1}{4}\pi D^2$, und eben ſo $L' = \pi D'$, $A' = \frac{1}{4}\pi D'^2$, folglich

$$H : H' = \frac{1}{D} : \frac{1}{D'}.$$

Läßt man aber L' die Länge der Berührungslinien zweier parallelen

Wände mit der Flüssigkeit, und D' den Abstand dieser Wände bedeuten, so hat man $A' = \frac{1}{2} L' D'$, mithin $H : H' = \frac{2}{D} : \frac{1}{D'}$, folglich, wenn $D' = D$ ist, $H = 2H'$, wodurch die oben angeführte Erscheinung erklärt ist.

Aus den Gesetzen des Gleichgewichtes tropfbarer Körper in communicirenden Gefäßen erklärt sich die Einrichtung der hydrostatischen Springbrunnen; das Aufsteigen des Wassers an Stellen des Erdreiches, die mit höher liegenden Wasserbehältern in Verbindung stehen (artesische Brunnen); die Einrichtung der Lampengefäße, der Gießkannen u. s. w. Auf der Wirkung der Haarröhren beruht das Aufsteigen oder Hineinziehen des Wassers in einen Schwamm, in Gewebe, in Papier, in Sand und andere locker geschichtete oder poröse Körper; die Wirkung der Kerzen und Lampendochte u. dgl.

Man pflegt alle Erscheinungen, welchen Adhäsion und Molecularanziehung tropfbarer Körper zum Grunde liegen, unter der gemeinsamen Benennung »Capillarphänomene« zusammenzufassen. Dahin gehört auch die auffallende Erscheinung, daß zwei nasse Glasplatten nicht bloß mit großer Kraft an einander haften, sondern in geringem Abstande von einander in Wasser gestellt, ungeachtet dasselbe zwischen den Platten in die Höhe steigt, gegen einander getrieben werden. Es ist nämlich die aus der Wirkung des Wassers auf sich selbst entspringende einwärts gerichtete Action an jeder Stelle, wo das gehobene Wasser an die ebenen Glasplatten grenzt, um so größer als der durch die Schwere und durch die Molecularaction an der freien concaven Fläche bewirkte Gegendruck des gehobenen Wassers, je höher die in das Auge gefaßte Stelle über dem äußeren Wasserstande liegt. Auf gleichem Grunde beruht das Aneinanderkleben nasser Papierblätter, Sandtheile u. s. w.

Den Zusammenhang der Gestalt der Flüssigkeitsfläche mit der Größe der Kraft, mit welcher dieselbe durch die Molecularaction der angrenzenden Theile einwärts gezogen wird, sieht man sehr deutlich, wenn man in ein gläsernes Communicationsrohr, dessen ein Arm eng und kürzer als der andere ist, durch letzteren allmälig Wasser gießt. Ist die Oberfläche des Wassers bereits bis zum Ende des engen Armes emporgestiegen, so läuft dasselbe nicht sogleich über, sondern hält dem durch Zugießen vermehrten Drucke im weiten Schenkel noch eine Weile das Gleichgewicht; aber dabei ändert sich die Gestalt der Wasserfläche an jenem Ende; sie erscheint eben, wenn der Wasserstand in beiden Armen gleich geworden ist, und nimmt zuletzt eine immer mehr und mehr sich wölbende convexe Form an. Dadurch eben wächst die einwärts ziehende Molecularaction an der Mündung des engen Rohres, und vermag so dem Ueberschusse des hydrostatischen Druckes im weiteren das Gleichgewicht zu halten.

190. Druck der Flüssigkeiten gegen darin befindliche Körper. Befindet sich in einer Flüssigkeit ein fester oder ein von derselben verschiedener flüssiger Körper, so wird er an allen Puncten, wo die Flüssigkeit mit ihm in Berührung steht, gedrückt; die Richtung des Druckes geht aller Orten gegen den Körper einwärts, steht auf seiner Begrenzung normal, und ist im Allgemeinen aus zwei Actionen zusammengesetzt, wovon die eine von dem auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastenden äußeren Drucke (in der Regel von dem Drucke der atmosphärischen Luft), die andere von der Schwere der Flüssigkeitstheilchen her-

rührt. Erſterer Theil des Druckes hat an allen Stellen der Begrenzung des in die Flüſſigkeit getauchten Körpers einerlei Größe; der letztere dagegen nimmt mit der Tiefe der gedrückten Stelle unter der Oberfläche der Flüſſigkeit in geradem Verhältniſſe zu. Zerlegt man den Druck auf jedes unendlich kleine Stückchen der Grenzfläche des eingetauchten Körpers, wo er eine ſchiefe Richtung hat, in eine horizontale und in eine verticale Componente, ſo heben ſich ſämmtliche horizontale Componenten auf; ſämmtliche verticale, theils abwärts, theils aufwärts wirkende Componenten aber ſetzen ſich zu einer aufwärts wirkenden Reſultirenden zuſammen, deren Größe dem Gewichte der Flüſſigkeitsmenge, die in dem Rauminhalte des Körpers Platz hätte, gleich kommt, und deren Richtung durch den Ort des Schwerpunctes eben dieſes Flüſſigkeitsquantums hindurch geht. Von der Richtigkeit dieſer Behauptungen überzeugt man ſich leicht, wenn man bedenkt, daß der Druck einer Flüſſigkeit auf einen in ihr befindlichen Körper an jedem Puncte ſeiner Begrenzung kein anderer ſeyn kann, als derjenige, welcher an eben dieſem Puncte ſtatt fände, wenn der Körper hinweggenommen und ſein Platz mit Flüſſigkeit von derſelben Art wie die umgebende ausgefüllt würde. Dieſes an die Stelle des Körpers geſetzte Flüſſigkeitsquantum ſchwebt in der umgebenden Flüſſigkeit im Gleichgewichte, während es außerhalb der Flüſſigkeit vermöge ſeiner Schwere abwärts fallen würde; hieraus folgt ſogleich, daß alle ringsum auf dasſelbe wirkenden horizontalen Druckkräfte einander tilgen, und die verticalen Kräfte der Reſultirenden der Schwerkräfte des in Rede ſtehenden Flüſſigkeitsquantum das Gleichgewicht halten, mithin ſich auf eine dieſer gleiche und gerade entgegengeſetzte Reſultirende reduciren. Eben dieſe Wirkung bringen die äußeren Druckkräfte an jedem andern in der Flüſſigkeit befindlichen Körper hervor; es verliert alſo derſelbe in Folge des Druckes der ihn umgebenden Flüſſigkeit gleichſam etwas von ſeinem Gewichte, und zwar ſo viel als die Flüſſigkeit wiegt, deren Platz er einnimmt.

191. **Gleichgewicht eines in einer Flüſſigkeit frei beweglichen Körpers.** Aus dem Vorhergehenden erhellet, daß die Kräfte, welche einen ganz oder zum Theile in eine Flüſſigkeit eingeſenkten und ſich ſelbſt überlaſſenen Körper afficiren, auf zwei in entgegengeſetztem Sinne wirkende Kräfte reducirt werden können. Die eine derſelben iſt dem Gewichte des Körpers gleich, wirkt vertical abwärts und hat den Schwerpunct des Körpers zum Angriffspuncte; die andere iſt dem Gewichte der von dem Körper verdrängten Flüſſigkeit gleich, wirkt vertical aufwärts, und ihr Angriffspunct iſt derjenige Punct des Körpers, in welchen der Schwerpunct des verdrängten Flüſſigkeitsquantums fallen würde, wenn dieſes der Anweſenheit des Körpers ungeachtet, ſeinen vorigen Platz einnehmen könnte. Dieſer letztere Punct mag der Kürze wegen der »Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit« genannt werden. Iſt der Körper ein feſter, und ganz in die Flüſſigkeit eingetaucht, ſo bleibt dieſer Punct, ſo wie die an ihn geknüpfte, den Körper zu heben ſtrebende Kraft bei jeder Stellung des Körpers

ungeändert; iſt aber der Körper nur zum Theile in die Flüſſigkeit eingeſenkt, ſo hängt die Größe der ſo eben genannten Kraft von dem Volum, und die Poſition ihres Angriffspunctes im Körper von der Geſtalt des in die Flüſſigkeit eingetauchten Körpertheiles ab. Soll der Körper ohne weitere Unterſtützung in der Flüſſigkeit in Ruhe bleiben, ſo müſſen die Intenſitäten der bezeichneten zwei Kräfte gleich und ihre Richtungen gerade entgegengeſetzt ſeyn. Die erſte Bedingung fordert, daß das Gewicht der vom Körper verdrängten Flüſſigkeit dem Gewichte des Körpers gleich ſey, und die letztere, daß der Schwerpunct des Körpers und jener der verdrängten Flüſſigkeit ſich in einerlei Verticallinie befinden. Der erſten Bedingung kann nur dann Genüge geleiſtet werden, wenn das Gewicht des Körpers nicht größer iſt als das Gewicht des Flüſſigkeitquantums, deſſen Volum jenem des Körpers gleichkommt, oder mit andern Worten, wenn das ſpecifiſche Gewicht (156.) des Körpers nicht größer iſt, als jenes der Flüſſigkeit. Hat der Körper ein größeres ſpecifiſches Gewicht als die Flüſſigkeit, ſo iſt die den Körper abwärts ziehende Kraft größer als der ihn aufwärts treibende Druck; der Körper wird daher ſich ſelbſt überlaſſen in der Flüſſigkeit *unterſinken*, jedoch iſt, um ihn daran zu hindern, bloß eine dem Unterſchiede des Gewichtes des Körpers und des Gewichtes der Flüſſigkeit unter dem Volum des Körpers gleiche Kraft nöthig. Heißt das Volum des Körpers V, ſein ſpecifiſches Gewicht S und jenes der Flüſſigkeit s, ſo iſt unter der Annahme $S > s$ die den Körper abwärts ziehende Kraft $= VS - Vs = V(S - s)$, und dieſe iſt zur Herſtellung des Gleichgewichtes aufzuheben. Iſt dagegen das ſpecifiſche Gewicht des Körpers entweder jenem der Flüſſigkeit gleich, oder kleiner als letzteres, ſo kann der Körper in der Flüſſigkeit ohne Unterſtützung im Gleichgewichte ſeyn, wofern nur die zweite Bedingung erfüllt iſt. Es iſt klar, daß es jederzeit Lagen des Körpers gibt, in welchen ſein Schwerpunct und der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit in eine und dieſelbe Verticallinie fallen, daher iſt unter der gemachten Vorausſetzung das verlangte Gleichgewicht immer möglich. Wenn der Körper dasſelbe ſpecifiſche Gewicht hat wie die Flüſſigkeit, ſo wird er dabei ganz in ſelbe eingetaucht ſeyn müſſen; iſt er aber ſpecifiſch leichter als die Flüſſigkeit, ſo wird er im Gleichgewichtszuſtande nur zum Theile in ſelbe eingetaucht ſeyn. Unter dieſen Umſtänden ſagt man von einem Körper er *ſchwimme*, und zwar im erſtern Falle *in* und im zweiten *auf* der Flüſſigkeit. Iſt das ſpecifiſche Gewicht S eines Körpers kleiner als das ſpecifiſche Gewicht s einer Flüſſigkeit, und bezeichnet v das Volum des bei dem Schwimmen in ſelbe eingetauchten Theiles des Körpers, wobei die Fortſetzung der Oberfläche der Flüſſigkeit als die obere Begrenzung dieſes Theiles gilt, heißt ferner das abſolute Gewicht des Körpers Q, ſo hat man zur Beſtimmung von v die Gleichung $Q = vs$, welche $v = \frac{Q}{s}$ gibt. Nennt man das Volum des Körpers V, ſo iſt $Q = VS$, alſo $v : V = S : s$.

192. **Bedingung der Stabilität des Gleichgewichtes eines Körpers in einer Flüſſigkeit.** Wird ein Körper, welcher ſich in einer Flüſſigkeit im Gleichgewichte befindet, ein wenig aus ſeiner Lage verſchoben, ſo daß ſein Schwerpunct und der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit nicht mehr in einerlei Verticallinie enthalten ſind, ſo üben die beiden entgegengeſetzten Kräfte, deren Angriffspuncte die genannten Schwerpuncte ſind, ein Beſtreben aus, die Verbindungslinie dieſer beiden Puncte zu drehen. Führt dieſe Drehung den Körper gegen ſeine frühere Gleichgewichtslage zurück, ſo iſt das Gleichgewicht ſtabil; entfernt ſich aber der Körper dadurch noch mehr von vorgenannter Poſition, ſo war das Gleichgewicht labil. Da, bei gänzlichem Eintauchen des Körpers in eine Flüſſigkeit, der Schwerpunct des verdrängten Theiles derſelben im Körper eine unveränderliche Lage hat, ſo iſt klar, daß die Verbindungslinie der beiden Schwerpuncte nur dann gegen ihre urſprüngliche Lage zurück getrieben wird, wenn der Punct, auf welchen die abwärts ziehende Kraft wirkt, nämlich der Schwerpunct des Körpers, einen tieferen Stand hat, als der andere, auf welchen die aufwärts ziehende Kraft ſich bezieht, nämlich der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit, und es wird gedachte Verbindungslinie ſicher von dieſer Lage noch mehr abgelenkt, wenn die entgegengeſetzte Stellung der Schwerpuncte ſtatt findet. Hiedurch iſt die Bedingung der Stabilität eines in einer Flüſſigkeit aufgehängten, oder von unten unterſtützten, wie auch eines in einer Flüſſigkeit ſchwimmenden Körpers ausgeſprochen. Anders verhält ſich die Sache bei einem auf einer Flüſſigkeit ſchwimmenden Körper. Hat der Schwerpunct des Körpers im Gleichgewichte einen tieferen Stand als der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit, ſo iſt die Stabilität des Gleichgewichtes allerdings gewiß, denn obſchon ſich die Stellung des Schwerpunctes der verdrängten Flüſſigkeit bezüglich des Körpers bei einer geringen Verrückung ändert, ſo wird der Körper doch immer gegen ſeine frühere Poſition zurückgedreht. Hat aber der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit den tieferen Stand, ſo läßt ſich daraus noch nicht unbedingt auf Labilität des Gleichgewichtes ſchließen. Es ſey nämlich G (Fig. 68) der Schwerpunct des ſchwimmenden Körpers, F der unter erſterem ſtehende Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit in der Gleichgewichtslage, alſo die Gerade G F vertical. Bei einer geringen Störung des Gleichgewichtes komme F bezüglich des Punctes G in die Lage H, ſo iſt dann H nicht nothwendig auch noch bei dieſer neuen Stellung des Körpers der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit, ſondern derſelbe kann nach Umſtänden entweder jenſeits der G F, z. B. in f', oder dießſeits der G F, z B. in f'' zu liegen kommen. Im erſten Falle wird die Gerade G H gegen ihre urſprüngliche Poſition zurückgedreht, das Gleichgewicht iſt ſonach ſtabil; im zweiten Falle dagegen wendet ſich die G H von der Lage G F noch mehr ab, mithin erſcheint das Gleichgewicht labil. Angenommen, daß der Schwerpunct f' oder f'' in der Ebene F G H bleibt, trifft die durch f' oder f'' aufwärts gezogene Verticallinie mit der H G in M' oder M'' zuſammen. Man nennt einen

ſolchen Durchſchnittspunct der Verticallinie des Schwerpunctes der verdrängten Flüſſigkeit in der geänderten Lage des Körpers mit der Verbindungslinie der Schwerpuncte des Körpers und der verdrängten Flüſſigkeit in der Gleichgewichtslage, das Metacentrum des ſchwimmenden Körpers. Hiernach kann man kurz ſagen: das Gleichgewicht eines auf einer Flüſſigkeit ſchwimmenden Körpers iſt ſtabil oder labil, je nachdem ſein Metacentrum über oder unter ſeinen Schwerpunct fällt.

Auf den hier vorgetragenen Lehren beruhen alle Erſcheinungen, welche ſich an ſchwimmenden Körpern zeigen; insbeſondere der Bau und die Einrichtung der Schiffe.

Es iſt klar, daß dieſelben Principien auch auf das Verhalten einer tropfbaren Flüſſigkeit in einer andern, mit der ſie ſich nicht miſcht, oder doch vor dem Eintreten der Miſchung, anwendbar ſind. Daher ſteigt Öl im Waſſer in die Höhe, eine Kochſalzlöſung oder Schwefelſäure ſinkt darin zu Boden; rother Wein vorſichtig auf Waſſer getröpfelt bildet eine darauf ſchwimmende Schichte. Setzt man ein in eine enge Mündung auslaufendes mit Waſſer gefülltes Gefäß mit abwärts gekehrter Mündung in rothen Wein, ſo ſteigt der Wein im Waſſer in die Höhe und das Waſſer ſinkt im Weine zu Boden; im oberen Gefäße erſcheint eine Schichte Wein, im unteren eine Schichte Waſſer.

Da ungleichförmige Temperaturänderungen die Gleichförmigkeit der Dichte der Theile einer tropfbaren Flüſſigkeit ſtören, ſo bringen ſie Bewegungen in der Flüſſigkeit hervor. So ſteigen, wenn Waſſer von unten erwärmt wird, die in Folge der Ausdehnung ſpecifiſch leichter gewordenen Waſſertheilchen in der kälteren Umgebung in die Höhe, während die kälteren Theilchen ſinken, was die Verbreitung der Wärme im Waſſer weſentlich fördert. Bei Erkältung einer Waſſermaſſe von oben ergibt ſich eine ähnliche Strömung, wenigſtens ſo lange die Temperatur des Waſſers nächſt der Oberfläche nicht unter + 3° R. geſunken iſt, unterhalb welcher es ſich bei fortſchreitender Erkältung wieder ausdehnt. Hieraus erklärt es ſich, warum tiefe Gewäſſer im Winter nicht leicht zufrieren, und warum ſich das Eis bei ruhendem Waſſer an deſſen Oberfläche bildet. Das Schwimmen des Eiſes auf dem Waſſer zeigt, wie bedeutend ſich das Waſſer bei dem Gefrieren ausdehnt.

193. **Hydroſtatiſche Beſtimmung der Volume, ſpecifiſchen Gewichte und Dichten der Körper.** Die hebende Kraft, welche eine tropfbare Flüſſigkeit gegen einen eingetauchten Körper ausübt, bewirkt einen ſcheinbaren Gewichtsverluſt deſſelben, welchen man mittelſt einer ſogenannten hydroſtatiſchen Wage findet. Als ſolche kann jede empfindliche und genaue gleicharmige Wage dienen, die an dem einen Arme eine weniger tief herabhängende, unten mit einem Haken verſehene Wagſchale trägt. Hängt man den Körper, deſſen Gewichtsverluſt in einer Flüſſigkeit zu unterſuchen iſt, mittelſt eines feinen Drahtes an dieſem Haken auf, ſetzt die Wage durch gehörig angebrachte Gewichte in das Gleichgewicht, und verſenkt ſodann den Körper in die Flüſſigkeit, ſo wird das Gleichgewicht geſtört; die Gewichte, die man zur Herſtellung deſſelben auf der Seite des Körpers in die oben erwähnte Wagſchale legen muß, geben den verlangten Gewichtsverluſt an. Man kann auch von der kürzeren Wagſchale ein Schälchen in die Flüſſigkeit hängen laſſen und in das Gleichgewicht ſetzen;

legt man den Körper zuerſt in die obere, und nachdem man die Wage in das Gleichgewicht geſetzt hat, in die untere Schale, ſo ergibt ſich auf die vorhin bezeichnete Weiſe ſein Gewichtsverluſt in der Flüſſigkeit. Man entgeht hiebei zugleich der bei dem vorigen Verfahren nöthigen Correction wegen des Gewichtsverluſtes des Drahtes, woran der Körper hängt. Der ſcheinbare Gewichtsverluſt eines Körpers in einer Flüſſigkeit iſt nach dem oben Bewieſenen genau dem Gewichte des Flüſſigkeitsquantums gleich, welches das Volum des Körpers auszufüllen vermag; dieſer Umſtand geſtattet folgende nützliche Anwendungen:

1) Kennt man das Volum V des in die Flüſſigkeit eingetauchten Körpers, was mit Genauigkeit möglich iſt, wenn derſelbe eine regelmäßige, z. B. eine cylindriſche Geſtalt beſitzt, ſo erfährt man durch ſeinen Gewichtsverluſt q in der Flüſſigkeit ſogleich das ſpecifiſche Gewicht s der letzteren. Es iſt nämlich $s = \frac{q}{V}$ (156.). Auf dieſem Wege hat man das ſpecifiſche Gewicht des Waſſers bei verſchiedenen Temperaturen mit großer Genauigkeit ausgemittelt. 2) Kennt man das ſpecifiſche Gewicht s der Flüſſigkeit, ſo hat man, um das Volum V eines Körpers zu erfahren, nur den Gewichtsverluſt q deſſelben in der Flüſſigkeit zu beſtimmen, denn es iſt $V = \frac{q}{s}$. 3) Man findet das Verhältniß der Dichte D eines Körpers zur Dichte d einer Flüſſigkeit, wenn man das abſolute Gewicht Q des Körpers durch ſeinen Gewichtsverluſt q in der Flüſſigkeit dividirt. Denn es verhalten ſich die Dichten zweier Körper bei gleichem Volum wie ihre Maſſen (138.) und ihre Maſſen bei gleicher Intenſität der Schwere wie ihre Gewichte, mithin iſt in dem vorliegenden Falle $D : d = Q : q$ oder $\frac{D}{d} = \frac{Q}{q}$. Kennt man die Dichte d, ſo erhält man hiedurch die Dichte des Körpers mittelſt der Formel $D = \frac{Q}{q} d$. Wäre die Flüſſigkeit diejenige, deren Dichte zur Einheit der Dichten gewählt worden iſt (Waſſer bei 3° R.), ſo hätte man $d = 1$, folglich $D = \frac{Q}{q}$. Hierauf gründet ſich die genaueſte Methode zur Beſtimmung der Dichten feſter Körper. 4) Man findet das Verhältniß der Dichten d, d' zweier tropfbaren Flüſſigkeiten, wenn man den Gewichtsverluſt q und q' eines und deſſelben feſten Körpers in beiden Flüſſigkeiten beſtimmt: es iſt nämlich $\frac{d}{d'} = \frac{q}{q'}$, weil q, q' die abſoluten Gewichte der Flüſſigkeiten unter einem und demſelben Volum (unter dem Volum des eingetauchten Körpers) ſind. Hierauf gründet ſich das genaueſte Verfahren zur Beſtimmung der Dichte einer tropfbaren Flüſſigkeit. Man ſenkt in dieſelbe einen feſten Körper, der von der Flüſſigkeit nicht angegriffen wird, mittelſt eines feinen Drahtes, in der Regel ein an einem Platindrahte hangendes Glasſtück (Glastropfen), und unterſucht deſſen Gewichtsverluſt q. Iſt der Ge-

wichtsverluſt q' deſſelben Glasſtückes bei gleicher Einſenkung des Drahtes in reinem Waſſer von 3° B. bekannt, ſo hat man wegen $d' = 1$, $d = \frac{q}{q'}$.

Wie man ſich zu benehmen hat, wenn der Körper, deſſen Dichte im Vergleiche mit jener des Waſſers zu erforſchen iſt, im Waſſer löslich ſeyn ſollte, oder ſpecifiſch leichter als das Waſſer, oder in Pulverform, bedarf keiner weitläufigen Erörterung. Lösliche Körper vergleicht man mit Flüſſigkeiten, in denen ſie nicht löslich ſind, und mittelſt der bekannten Dichte der letzteren mit dem Waſſer; leichte Körper bindet man an ſchwerere und zieht von dem Totalgewichtsverluſte den des Hilfskörpers ab; gepulverte oder in kleinen Stückchen vorhandene Körper wägt man in einem Schälchen, deſſen Gewichtsverluſt man in Rechnung bringt. Dasſelbe Mittel dient bei der Beſtimmung der Dichte des Queckſilbers. Bei hydroſtatiſchen Wägungen darf übrigens die Temperatur wegen ihres Einfluſſes auf Volum und Dichte nicht unbeachtet bleiben, wenn man genaue Reſultate erzielen will; auch der Umſtand, daß die Wägungen in der Luft geſchehen, iſt in Betrachtung zu ziehen.

194. **Aräometer.** Ein Körper, welcher auf einer tropfbaren Flüſſigkeit ſchwimmt, zeigt durch das eingetauchte Volum zugleich das Volum des Flüſſigkeitsquantums an, deſſen Gewicht dem Gewichte des Körpers gleich kommt. Schwimmende Körper ſind daher ein bequemes Hilfsmittel zur Vergleichung der Dichten tropfbarer Flüſſigkeiten, und liefern um ſo genauere Reſultate, je ſchärfer die Veränderung des Volums des eingetauchten Theiles ſich daran wahrnehmen läßt. Hierauf gründet ſich die Einrichtung und der Gebrauch der *Aräometer*; man verſteht darunter hohle, ringsum geſchloſſene, oben in einen dünnen Hals ausgehende Körper von Glas oder auch von Metall, welche am untern Theile ſo belaſtet ſind, daß ſie in Waſſer und andern tropfbaren Flüſſigkeiten mit Stabilität ſchwimmen; ſie dienen zur Vergleichung der Dichten tropfbarer, wohl auch feſter Körper, mit jener des Waſſers. Wir betrachten hier zunächſt nur den Gebrauch der Aräometer zur Beſtimmung der Dichten tropfbarer Körper. Man kann ſich eines ſchwimmenden Körpers auf eine zweifache Weiſe zur Beurtheilung der Dichten tropfbarer Flüſſigkeiten bedienen. Entweder man unterſucht wie das Gewicht des Körpers abgeändert werden muß, damit er ſich in verſchiedenen Flüſſigkeiten genau um dasſelbe Volum einſenkt: oder man läßt ſein Gewicht ungeändert, und vergleicht die Volume des bei ſeinem Schwimmen in verſchiedenen Flüſſigkeiten eingetauchten Theiles. Im erſten Falle erfährt man (eben weil das Gewicht des ſchwimmenden Körpers dem Gewichte der Flüſſigkeit unter dem Volum des eingetauchten Theiles gleich iſt) das Verhältniß der Gewichte gleicher Rauminhalte der Flüſſigkeiten und dadurch ſogleich das Verhältniß ihrer Dichten; im zweiten Falle dagegen erfährt man das Verhältniß der Volume gleicher Gewichtsmengen der Flüſſigkeiten, und hieraus durch Umkehrung das Verhältniß ihrer Dichten. Es zerfallen daher die Aräometer für Flüſſigkeiten in zwei Arten; in Aräometer, welche die Dichten durch Gewichte, und in ſolche, welche die

Geſtalt ihrer Oberfläche in dem engen Arme tiefer ſtehen, als in den weiteren Armen des Communicationsgefäßes, denn nur ſo wird der größere Druck abwärts, den die Molecularaction im engeren Arme hervorruft, durch die Gegenwirkung der übrigen Flüſſigkeit aufgehoben. Die Differenz des Standes der Flüſſigkeit im engeren Arme gegen die Horizontalebene, welche die Oberfläche der übrigen Flüſſigkeit darſtellt, iſt der Erfahrung gemäß um ſo bedeutender, je enger dieſer Arm iſt, und zugleich findet man die Oberfläche der Flüſſigkeit darin in eben dem Maße mehr gekrümmt, wie es die bereits aus einander geſetzten Principien fordern. [Vergl. 187. 2).]

Ein Communicationsgefäß mit einem engen Arme ſtellt man am einfachſten dar, wenn man eine Röhre von geringem inneren Durchmeſſer (eine ſogenannte Haarröhre) in eine Flüſſigkeit taucht. Wird die innere Wand der Röhre von der Flüſſigkeit benetzt, was z. B. geſchieht, wenn man eine reine Glasröhre in Waſſer taucht, ſo ſteigt die Flüſſigkeit darin in die Höhe, und die Erfahrung lehrt, daß die Elevation einer und derſelben Flüſſigkeit in cylindriſchen vertical ſtehenden Haarröhren von einerlei Material (wie auch, wenn keine Benetzung ſtatt findet, z. B. bei Queckſilber in engen Glasröhren, die Depreſſion) ſich verkehrt verhält wie die Durchmeſſer der Röhren und in jeder Röhre genau doppelt ſo groß iſt als der analoge Flüſſigkeitsſtand zwiſchen zwei parallelen verticalen Wänden von demſelben Material, deren Abſtand dem Durchmeſſer der Rohre gleich kommt. Man erklärt dieſe Erſcheinung ſehr einfach durch die Bemerkung, daß die Geſtaltung der Oberfläche der Flüſſigkeit in einer engen Rohre oder zwiſchen einander ſehr nahen Wanden bloß von dem Erfolge des Kampfes der Action der Wände auf die daran grenzenden Flüſſigkeitstheilchen gegen die Action der benachbarten Flüſſigkeit auf dieſe Theilchen abhängt (187.). Weil die Kraft, welche dieſe Geſtaltung bewirkt, ſich nur auf eine unmeßbare Diſtanz von den Gefäßwänden erſtreckt, ſo iſt ſie unter übrigens gleichen Umſtanden, lediglich der Länge der Linie proportional, längs welcher die Wände mit der Flüſſigkeit in Berührung ſtehen. Aber dieſe Kraft muß ſich auch verhalten wie der Druck der gehobenen Flüſſigkeitsſäule, alſo wie deren Volum oder wie das Product aus der Querſchnittsfläche und Höhe dieſer Säule: nennen wir daher in zwei Fällen die Länge der Berührungslinie einer und derſelben Flüſſigkeit mit Wänden von einerlei Art L und L', die Querſchnittsfläche der gehobenen Säule A und A' und die Höhe H und H', ſo beſteht die Proportion $L : L' = A H : A' H'$, woraus $H : H' = \frac{L}{A} : \frac{L'}{A'}$ folgt. Bezeichnen wir nun den Durchmeſſer zweier cylindriſchen Röhren mit D und D', ſo iſt L die Peripherie und A der Flächeninhalt eines Kreiſes, deſſen Durchmeſſer $= D$ iſt, mithin $L = \pi D$ und $A = \frac{1}{4}\pi D^2$, und eben ſo $L' = \pi D'$, $A' = \frac{1}{4}\pi D'^2$, folglich

$$H : H' = \frac{1}{D} : \frac{1}{D'}.$$

Läßt man aber L' die Länge der Berührungslinien zweier parallelen

Wände mit der Flüssigkeit, und D′ den Abstand dieser Wände bedeuten, so hat man $A' = \frac{1}{2} L' D'$, mithin $H : H' = \frac{2}{D} : \frac{1}{D'}$, folglich, wenn $D' = D$ ist, $H = 2H'$, wodurch die oben angeführte Erscheinung erklärt ist.

Aus den Gesetzen des Gleichgewichtes tropfbarer Körper in communicirenden Gefäßen erklärt sich die Einrichtung der hydrostatischen Springbrunnen; das Aufsteigen des Wassers an Stellen des Erdreiches, die mit höher liegenden Wasserbehältern in Verbindung stehen (artesische Brunnen); die Einrichtung der Lampengefäße, der Gießkannen u. s. w. Auf der Wirkung der Haarröhren beruht das Aufsteigen oder Hineinziehen des Wassers in einen Schwamm, in Gewebe, in Papier, in Sand und andere locker geschichtete oder poröse Körper; die Wirkung der Kerzen und Lampendochte u. dgl.

Man pflegt alle Erscheinungen, welchen Adhäsion und Molecularanziehung tropfbarer Körper zum Grunde liegen, unter der gemeinsamen Benennung »Capillarphänomene« zusammenzufassen. Dahin gehört auch die auffallende Erscheinung, daß zwei nasse Glasplatten nicht bloß mit großer Kraft an einander haften, sondern in geringem Abstande von einander in Wasser gestellt, ungeachtet dasselbe zwischen den Platten in die Höhe steigt, gegen einander getrieben werden. Es ist nämlich die aus der Wirkung des Wassers auf sich selbst entspringende einwärts gerichtete Action an jeder Stelle, wo das gehobene Wasser an die ebenen Glasplatten grenzt, um so größer als der durch die Schwere und durch die Molecularaction an der freien concaven Fläche bewirkte Gegendruck des gehobenen Wassers, je höher die in das Auge gefaßte Stelle über dem äußeren Wasserstande liegt. Auf gleichem Grunde beruht das Aneinanderkleben nasser Papierblätter, Sandtheile u. s. w.

Den Zusammenhang der Gestalt der Flüssigkeitsfläche mit der Größe der Kraft, mit welcher dieselbe durch die Molecularaction der angrenzenden Theile einwärts gezogen wird, sieht man sehr deutlich, wenn man in ein gläsernes Communicationsrohr, dessen ein Arm eng und kürzer als der andere ist, durch letzteren allmälig Wasser gießt. Ist die Oberfläche des Wassers bereits bis zum Ende des engen Armes emporgestiegen, so läuft dasselbe nicht sogleich über, sondern hält dem durch Zugießen vermehrten Drucke im weiten Schenkel noch eine Weile das Gleichgewicht; aber dabei ändert sich die Gestalt der Wasserfläche an jenem Ende; sie erscheint eben, wenn der Wasserstand in beiden Armen gleich geworden ist, und nimmt zuletzt eine immer mehr und mehr sich wölbende convexe Form an. Dadurch eben wächst die einwärts ziehende Molecularaction an der Mündung des engen Rohres, und vermag so dem Ueberschusse des hydrostatischen Druckes im weiteren das Gleichgewicht zu halten.

190. Druck der Flüssigkeiten gegen darin befindliche Körper. Befindet sich in einer Flüssigkeit ein fester oder ein von derselben verschiedener flüssiger Körper, so wird er an allen Puncten, wo die Flüssigkeit mit ihm in Berührung steht, gedrückt; die Richtung des Druckes geht aller Orten gegen den Körper einwärts, steht auf seiner Begrenzung normal, und ist im Allgemeinen aus zwei Actionen zusammengesetzt, wovon die eine von dem auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastenden äußeren Drucke (in der Regel von dem Drucke der atmosphärischen Luft), die andere von der Schwere der Flüssigkeitstheilchen her-

rührt. Erſterer Theil des Druckes hat an allen Stellen der Begrenzung des in die Flüſſigkeit getauchten Körpers einerlei Größe; der letztere dagegen nimmt mit der Tiefe der gedrückten Stelle unter der Oberfläche der Flüſſigkeit in geradem Verhältniſſe zu. Zerlegt man den Druck auf jedes unendlich kleine Stückchen der Grenzfläche des eingetauchten Körpers, wo er eine ſchiefe Richtung hat, in eine horizontale und in eine verticale Componente, ſo heben ſich ſämmtliche horizontale Componenten auf; ſämmtliche verticale, theils abwärts, theils aufwärts wirkende Componenten aber ſetzen ſich zu einer aufwärts wirkenden Reſultirenden zuſammen, deren Größe dem Gewichte der Flüſſigkeitsmenge, die in dem Rauminhalte des Körpers Platz hätte, gleich kommt, und deren Richtung durch den Ort des Schwerpunctes eben dieſes Flüſſigkeitsquantums hindurch geht. Von der Richtigkeit dieſer Behauptungen überzeugt man ſich leicht, wenn man bedenkt, daß der Druck einer Flüſſigkeit auf einen in ihr befindlichen Körper an jedem Puncte ſeiner Begrenzung kein anderer ſeyn kann, als derjenige, welcher an eben dieſem Puncte ſtatt fände, wenn der Körper hinweggenommen und ſein Platz mit Flüſſigkeit von derſelben Art wie die umgebende ausgefüllt würde. Dieſes an die Stelle des Körpers geſetzte Flüſſigkeitsquantum ſchwebt in der umgebenden Flüſſigkeit im Gleichgewichte, während es außerhalb der Flüſſigkeit vermöge ſeiner Schwere abwärts fallen würde; hieraus folgt ſogleich, daß alle ringsum auf dasſelbe wirkenden horizontalen Druckkräfte einander tilgen, und die verticalen Kräfte der Reſultirenden der Schwerkräfte des in Rede ſtehenden Flüſſigkeitsquantum das Gleichgewicht halten, mithin ſich auf eine dieſer gleiche und gerade entgegengeſetzte Reſultirende reduciren. Eben dieſe Wirkung bringen die äußeren Druckkräfte an jedem andern in der Flüſſigkeit befindlichen Körper hervor; es verliert alſo derſelbe in Folge des Druckes der ihn umgebenden Flüſſigkeit gleichſam etwas von ſeinem Gewichte, und zwar ſo viel als die Flüſſigkeit wiegt, deren Platz er einnimmt.

191. **Gleichgewicht eines in einer Flüſſigkeit frei beweglichen Körpers.** Aus dem Vorhergehenden erhellet, daß die Kräfte, welche einen ganz oder zum Theile in eine Flüſſigkeit eingeſenkten und ſich ſelbſt überlaſſenen Körper afficiren, auf zwei in entgegengeſetztem Sinne wirkende Kräfte reducirt werden können. Die eine derſelben iſt dem Gewichte des Körpers gleich, wirkt vertical abwärts und hat den Schwerpunct des Körpers zum Angriffspuncte; die andere iſt dem Gewichte der von dem Körper verdrängten Flüſſigkeit gleich, wirkt vertical aufwärts, und ihr Angriffspunct iſt derjenige Punct des Körpers, in welchen der Schwerpunct des verdrängten Flüſſigkeitsquantums fallen würde, wenn dieſes der Anweſenheit des Körpers ungeachtet, ſeinen vorigen Platz einnehmen könnte. Dieſer letztere Punct mag der Kürze wegen der »Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit« genannt werden. Iſt der Körper ein feſter, und ganz in die Flüſſigkeit eingetaucht, ſo bleibt dieſer Punct, ſo wie die an ihn geknüpfte, den Körper zu heben ſtrebende Kraft bei jeder Stellung des Körpers

ungeändert; iſt aber der Körper nur zum Theile in die Flüſſigkeit eingeſenkt, ſo hängt die Größe der ſo eben genannten Kraft von dem Volum, und die Poſition ihres Angriffspunctes im Körper von der Geſtalt des in die Flüſſigkeit eingetauchten Körpertheiles ab. Soll der Körper ohne weitere Unterſtützung in der Flüſſigkeit in Ruhe bleiben, ſo müſſen die Intenſitäten der bezeichneten zwei Kräfte gleich und ihre Richtungen gerade entgegengeſetzt ſeyn. Die erſte Bedingung fordert, daß das Gewicht der vom Körper verdrängten Flüſſigkeit dem Gewichte des Körpers gleich ſey, und die letztere, daß der Schwerpunct des Körpers und jener der verdrängten Flüſſigkeit ſich in einerlei Verticallinie befinden. Der erſten Bedingung kann nur dann Genüge geleiſtet werden, wenn das Gewicht des Körpers nicht größer iſt als das Gewicht des Flüſſigkeitquantums, deſſen Volum jenem des Körpers gleichkommt, oder mit andern Worten, wenn das ſpecifiſche Gewicht (156.) des Körpers nicht größer iſt, als jenes der Flüſſigkeit. Hat der Körper ein größeres ſpecifiſches Gewicht als die Flüſſigkeit, ſo iſt die den Körper abwärts ziehende Kraft größer als der ihn aufwärts treibende Druck; der Körper wird daher ſich ſelbſt überlaſſen in der Flüſſigkeit *unterſinken*, jedoch iſt, um ihn daran zu hindern, bloß eine dem Unterſchiede des Gewichtes des Körpers und des Gewichtes der Flüſſigkeit unter dem Volum des Körpers gleiche Kraft nöthig. Heißt das Volum des Körpers V, ſein ſpecifiſches Gewicht S und jenes der Flüſſigkeit s, ſo iſt unter der Annahme $S > s$ die den Körper abwärts ziehende Kraft $= VS - Vs = V(S - s)$, und dieſe iſt zur Herſtellung des Gleichgewichtes aufzuheben. Iſt dagegen das ſpecifiſche Gewicht des Körpers entweder jenem der Flüſſigkeit gleich, oder kleiner als letzteres, ſo kann der Körper in der Flüſſigkeit ohne Unterſtützung im Gleichgewichte ſeyn, wofern nur die zweite Bedingung erfüllt iſt. Es iſt klar, daß es jederzeit Lagen des Körpers gibt, in welchen ſein Schwerpunct und der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit in eine und dieſelbe Verticallinie fallen, daher iſt unter der gemachten Vorausſetzung das verlangte Gleichgewicht immer möglich. Wenn der Körper dasſelbe ſpecifiſche Gewicht hat wie die Flüſſigkeit, ſo wird er dabei ganz in ſelbe eingetaucht ſeyn müſſen; iſt er aber ſpecifiſch leichter als die Flüſſigkeit, ſo wird er im Gleichgewichtszuſtande nur zum Theile in ſelbe eingetaucht ſeyn. Unter dieſen Umſtänden ſagt man von einem Körper er *ſchwimme*, und zwar im erſtern Falle *in* und im zweiten *auf* der Flüſſigkeit. Iſt das ſpecifiſche Gewicht S eines Körpers kleiner als das ſpecifiſche Gewicht s einer Flüſſigkeit, und bezeichnet v das Volum des bei dem Schwimmen in ſelbe eingetauchten Theiles des Körpers, wobei die Fortſetzung der Oberfläche der Flüſſigkeit als die obere Begrenzung dieſes Theiles gilt, heißt ferner das abſolute Gewicht des Körpers Q, ſo hat man zur Beſtimmung von v die Gleichung $Q = vs$, welche $v = \frac{Q}{s}$ gibt. Nennt man das Volum des Körpers V, ſo iſt $Q = VS$, alſo $v : V = S : s$.

192. Bedingung der Stabilität des Gleichgewichtes des Körpers in einer Flüſſigkeit. Wird ein Körper, welcher h in einer Flüſſigkeit im Gleichgewichte befindet, ein wenig aus ſeiner Lage verſchoben, ſo daß ſein Schwerpunct und der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit nicht mehr in einerlei Verticallinie enthalten ind, ſo üben die beiden entgegengeſetzten Kräfte, deren Angriffspuncte die genannten Schwerpuncte ſind, ein Beſtreben aus, die Verbindungslinie dieſer beiden Puncte zu drehen. Führt dieſe Drehung den Körper gegen ſeine frühere Gleichgewichtslage zurück, ſo iſt das Gleichgewicht ſtabil; entfernt ſich aber der Körper dadurch noch mehr von vorgenannter Poſition, ſo war das Gleichgewicht labil. Da, bei gänzlichem Eintauchen des Körpers in eine Flüſſigkeit, der Schwerpunct des verdrängten Theiles derſelben im Körper eine unveränderliche Lage hat, ſo iſt klar, daß die Verbindungslinie der beiden Schwerpuncte nur dann gegen ihre urſprüngliche Lage zurück getrieben wird, wenn der Punct, auf welchen die abwärts ziehende Kraft wirkt, nämlich der Schwerpunct des Körpers, einen tieferen Stand hat, als der andere, auf welchen die aufwärts ziehende Kraft ſich bezieht, nämlich der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit, und es wird gedachte Verbindungslinie ſicher von dieſer Lage noch mehr abgelenkt, wenn die entgegengeſetzte Stellung der Schwerpuncte ſtatt findet. Hiedurch iſt die Bedingung der Stabilität eines in einer Flüſſigkeit aufgehängten, oder von unten unterſtützten, wie auch eines in einer Flüſſigkeit ſchwimmenden Körpers ausgeſprochen. Anders verhält ſich die Sache bei einem auf einer Flüſſigkeit ſchwimmenden Körper. Hat der Schwerpunct des Körpers im Gleichgewichte einen tieferen Stand als der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit, ſo iſt die Stabilität des Gleichgewichtes allerdings gewiß, denn obſchon ſich die Stellung des Schwerpunctes der verdrängten Flüſſigkeit bezüglich des Körpers bei einer geringen Verrückung ändert, ſo wird der Körper doch immer gegen ſeine frühere Poſition zurückgedreht. Hat aber der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit den tieferen Stand, ſo läßt ſich daraus noch nicht unbedingt auf Labilität des Gleichgewichtes ſchließen. Es ſey nämlich G (Fig. 68) der Schwerpunct des ſchwimmenden Körpers, F der unter erſterem ſtehende Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit in der Gleichgewichtslage, alſo die Gerade GF vertical. Bei einer geringen Störung des Gleichgewichtes komme F bezüglich des Punctes G in die Lage H, ſo iſt dann H nicht nothwendig auch noch bei dieſer neuen Stellung des Körpers der Schwerpunct der verdrängten Flüſſigkeit, ſondern derſelbe kann nach Umſtänden entweder jenſeits der GF, z. B. in f', oder dießſeits der GF, z. B. in f'' zu liegen kommen. Im erſten Falle wird die Gerade GH gegen ihre urſprüngliche Poſition zurückgedreht, das Gleichgewicht iſt ſonach ſtabil; im zweiten Falle dagegen wendet ſich die GH von der Lage GF noch mehr ab, mithin erſcheint das Gleichgewicht labil. Angenommen, daß der Schwerpunct f' oder f'' in der Ebene FGH bleibt, trifft die durch f' oder f'' aufwärts gezogene Verticallinie mit der HG in M' oder M'' zuſammen. Man nennt einen

solchen Durchschnittspunct der Verticallinie des Schwerpunctes der verdrängten Flüssigkeit in der geänderten Lage des Körpers mit der Verbindungslinie der Schwerpuncte des Körpers und der verdrängten Flüssigkeit in der Gleichgewichtslage, das Metacentrum des schwimmenden Körpers. Hiernach kann man kurz sagen: das Gleichgewicht eines auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körpers ist stabil oder labil, je nachdem sein Metacentrum über oder unter seinen Schwerpunct fällt.

Auf den hier vorgetragenen Lehren beruhen alle Erscheinungen, welche sich an schwimmenden Körpern zeigen; insbesondere der Bau und die Einrichtung der Schiffe.

Es ist klar, daß dieselben Principien auch auf das Verhalten einer tropfbaren Flüssigkeit in einer andern, mit der sie sich nicht mischt, oder doch vor dem Eintreten der Mischung, anwendbar sind. Daher steigt Öl im Wasser in die Höhe, eine Kochsalzlösung oder Schwefelsäure sinkt darin zu Boden; rother Wein vorsichtig auf Wasser getröpfelt bildet eine darauf schwimmende Schichte. Setzt man ein in eine enge Mündung auslaufendes mit Wasser gefülltes Gefäß mit abwärts gekehrter Mündung in rothen Wein, so steigt der Wein im Wasser in die Höhe und das Wasser sinkt im Weine zu Boden; im oberen Gefäße erscheint eine Schichte Wein, im unteren eine Schichte Wasser.

Da ungleichförmige Temperaturänderungen die Gleichförmigkeit der Dichte der Theile einer tropfbaren Flüssigkeit stören, so bringen sie Bewegungen in der Flüssigkeit hervor. So steigen, wenn Wasser von unten erwärmt wird, die in Folge der Ausdehnung specifisch leichter gewordenen Wassertheilchen in der kälteren Umgebung in die Höhe, während die kälteren Theilchen sinken, was die Verbreitung der Wärme im Wasser wesentlich fördert. Bei Erkältung einer Wassermasse von oben ergibt sich eine ähnliche Strömung, wenigstens so lange die Temperatur des Wassers nächst der Oberfläche nicht unter + 3° R. gesunken ist, unterhalb welcher es sich bei fortschreitender Erkältung wieder ausdehnt. Hieraus erklärt es sich, warum tiefe Gewässer im Winter nicht leicht zufrieren, und warum sich das Eis bei ruhendem Wasser an dessen Oberfläche bildet. Das Schwimmen des Eises auf dem Wasser zeigt, wie bedeutend sich das Wasser bei dem Gefrieren ausdehnt.

193. **Hydrostatische Bestimmung der Volume, specifischen Gewichte und Dichten der Körper.** Die hebende Kraft, welche eine tropfbare Flüssigkeit gegen einen eingetauchten Körper ausübt, bewirkt einen scheinbaren Gewichtsverlust desselben, welchen man mittelst einer sogenannten hydrostatischen Wage findet. Als solche kann jede empfindliche und genaue gleicharmige Wage dienen, die an dem einen Arme eine weniger tief herabhängende, unten mit einem Haken versehene Wagschale trägt. Hängt man den Körper, dessen Gewichtsverlust in einer Flüssigkeit zu untersuchen ist, mittelst eines feinen Drahtes an diesem Haken auf, setzt die Wage durch gehörig angebrachte Gewichte in das Gleichgewicht, und versenkt sodann den Körper in die Flüssigkeit, so wird das Gleichgewicht gestört; die Gewichte, die man zur Herstellung desselben auf der Seite des Körpers in die oben erwähnte Wagschale legen muß, geben den verlangten Gewichtsverlust an. Man kann auch von der kürzeren Wagschale ein Schälchen in die Flüssigkeit hängen lassen und in das Gleichgewicht setzen;

legt man den Körper zuerſt in die obere, und nachdem man die Wage in das Gleichgewicht geſetzt hat, in die untere Schale, ſo ergibt ſich auf die vorhin bezeichnete Weiſe ſein Gewichtsverluſt in der Flüſſigkeit. Man entgeht hiebei zugleich der bei dem vorigen Verfahren nöthigen Correction wegen des Gewichtsverluſtes des Drahtes, woran der Körper hängt. Der ſcheinbare Gewichtsverluſt eines Körpers in einer Flüſſigkeit iſt nach dem oben Bewieſenen genau dem Gewichte des Flüſſigkeitsquantums gleich, welches das Volum des Körpers auszufüllen vermag; dieſer Umſtand geſtattet folgende nützliche Anwendungen:

1) Kennt man das Volum V des in die Flüſſigkeit eingetauchten Körpers, was mit Genauigkeit möglich iſt, wenn derſelbe eine regelmäßige, z. B. eine cylindriſche Geſtalt beſitzt, ſo erfährt man durch ſeinen Gewichtsverluſt q in der Flüſſigkeit ſogleich das ſpecifiſche Gewicht s der letzteren. Es iſt nämlich $s = \frac{q}{V}$ (156.). Auf dieſem Wege hat man das ſpecifiſche Gewicht des Waſſers bei verſchiedenen Temperaturen mit großer Genauigkeit ausgemittelt. 2) Kennt man das ſpecifiſche Gewicht s der Flüſſigkeit, ſo hat man, um das Volum V eines Körpers zu erfahren, nur den Gewichtsverluſt q deſſelben in der Flüſſigkeit zu beſtimmen, denn es iſt $V = \frac{q}{s}$. 3) Man findet das Verhältniß der Dichte D eines Körpers zur Dichte d einer Flüſſigkeit, wenn man das abſolute Gewicht Q des Körpers durch ſeinen Gewichtsverluſt q in der Flüſſigkeit dividirt. Denn es verhalten ſich die Dichten zweier Körper bei gleichem Volum wie ihre Maſſen (138.) und ihre Maſſen bei gleicher Intenſität der Schwere wie ihre Gewichte, mithin iſt in dem vorliegenden Falle $D : d = Q : q$ oder $\frac{D}{d} = \frac{Q}{q}$. Kennt man die Dichte d, ſo erhält man hiedurch die Dichte des Körpers mittelſt der Formel $D = \frac{Q}{q} d$. Wäre die Flüſſigkeit diejenige, deren Dichte zur Einheit der Dichten gewählt worden iſt (Waſſer bei 3° R.), ſo hätte man $d = 1$, folglich $D = \frac{Q}{q}$. Hierauf gründet ſich die genaueſte Methode zur Beſtimmung der Dichten feſter Körper. 4) Man findet das Verhältniß der Dichten d, d' zweier tropfbaren Flüſſigkeiten, wenn man den Gewichtsverluſt q und q' eines und deſſelben feſten Körpers in beiden Flüſſigkeiten beſtimmt: es iſt nämlich $\frac{d}{d'} = \frac{q}{q'}$, weil q, q' die abſoluten Gewichte der Flüſſigkeiten unter einem und demſelben Volum (unter dem Volum des eingetauchten Körpers) ſind. Hierauf gründet ſich das genaueſte Verfahren zur Beſtimmung der Dichte einer tropfbaren Flüſſigkeit. Man ſenkt in dieſelbe einen feſten Körper, der von der Flüſſigkeit nicht angegriffen wird, mittelſt eines feinen Drahtes, in der Regel ein an einem Platindrahte hangendes Glasſtück (Glastropfen), und unterſucht deſſen Gewichtsverluſt q. Iſt der Ge-

wichtsverluſt q' deſſelben Glasſtückes bei gleicher Einſenkung des Drahtes in reinem Waſſer von 3° R. bekannt, ſo hat man wegen d' = 1, $d = \frac{q}{q'}$.

Wie man ſich zu benehmen hat, wenn der Körper, deſſen Dichte im Vergleiche mit jener des Waſſers zu erforſchen iſt, im Waſſer löslich ſeyn ſollte, oder ſpecifiſch leichter als das Waſſer, oder in Pulverform, bedarf keiner weitläufigen Erörterung. Lösliche Körper vergleicht man mit Flüſſigkeiten, in denen ſie nicht löslich ſind, und mittelſt der bekannten Dichte der letzteren mit dem Waſſer; leichte Körper bindet man an ſchwerere und zieht von dem Totalgewichtsverluſte den des Hilfskörpers ab; gepulverte oder in kleinen Stückchen vorhandene Körper wägt man in einem Schälchen, deſſen Gewichtsverluſt man in Rechnung bringt. Daſſelbe Mittel dient bei der Beſtimmung der Dichte des Queckſilbers. Bei hydroſtatiſchen Wägungen darf übrigens die Temperatur wegen ihres Einfluſſes auf Volum und Dichte nicht unbeachtet bleiben, wenn man genaue Reſultate erzielen will; auch der Umſtand, daß die Wägungen in der Luft geſchehen, iſt in Betrachtung zu ziehen.

194. **Aräometer.** Ein Körper, welcher auf einer tropfbaren Flüſſigkeit ſchwimmt, zeigt durch das eingetauchte Volum zugleich das Volum des Flüſſigkeitsquantums an, deſſen Gewicht dem Gewichte des Körpers gleich kommt. Schwimmende Körper ſind daher ein bequemes Hilfsmittel zur Vergleichung der Dichten tropfbarer Flüſſigkeiten, und liefern um ſo genauere Reſultate, je ſchärfer die Veränderung des Volums des eingetauchten Theiles ſich daran wahrnehmen läßt. Hierauf gründet ſich die Einrichtung und der Gebrauch der *Aräometer*; man verſteht darunter hohle, ringsum geſchloſſene, oben in einen dünnen Hals ausgehende Körper von Glas oder auch von Metall, welche am untern Theile ſo belaſtet ſind, daß ſie in Waſſer und andern tropfbaren Flüſſigkeiten mit Stabilität ſchwimmen; ſie dienen zur Vergleichung der Dichten tropfbarer, wohl auch feſter Körper, mit jener des Waſſers. Wir betrachten hier zunächſt nur den Gebrauch der Aräometer zur Beſtimmung der Dichten tropfbarer Körper. Man kann ſich eines ſchwimmenden Körpers auf eine zweifache Weiſe zur Beurtheilung der Dichten tropfbarer Flüſſigkeiten bedienen. Entweder man unterſucht wie das Gewicht des Körpers abgeändert werden muß, damit er ſich in verſchiedenen Flüſſigkeiten genau um daſſelbe Volum einſenkt; oder man läßt ſein Gewicht ungeändert, und vergleicht die Volume des bei ſeinem Schwimmen in verſchiedenen Flüſſigkeiten eingetauchten Theiles. Im erſten Falle erfährt man (eben weil das Gewicht des ſchwimmenden Körpers dem Gewichte der Flüſſigkeit unter dem Volum des eingetauchten Theiles gleich iſt) das Verhältniß der Gewichte gleicher Rauminhalte der Flüſſigkeiten und dadurch ſogleich das Verhältniß ihrer Dichten; im zweiten Falle dagegen erfährt man das Verhältniß der Volume gleicher Gewichtsmengen der Flüſſigkeiten, und hieraus durch Umkehrung das Verhältniß ihrer Dichten. Es zerfallen daher die Aräometer für Flüſſigkeiten in zwei Arten; in Aräometer, welche die Dichten durch Gewichte, und in ſolche, welche die

Dichten durch Volumtheile (mittelſt einer Scale) anzeigen: erſtere mögen Gewichtsaräometer, letztere Scalenaräometer heißen.

Ein Gewichtsaräometer trägt am oberen Ende ſeines zum Theil aus der Flüſſigkeit, in die es geſenkt wird, hervorragenden ſehr dünnen Halſes ein Schälchen zur Aufnahme von Gewichten; am Halſe ſelbſt aber einen Strich, bis zu welchem die Einſenkung zu geſchehen hat. Kennt man das Gewicht Q des unbelaſteten Inſtrumentes, das Gewicht q, welches auf das Schälchen gelegt werden muß, damit das Inſtrument in einer Flüſſigkeit, deren Dichte d iſt, bis zum Striche am Halſe einſinkt, ferner das Gewicht q', welches zu gleicher Einſenkung in eine Flüſſigkeit von der Dichte d' erforderlich iſt, ſo hat man offenbar $d : d' = Q + q : Q + q'$, mithin $\frac{d}{d'} = \frac{Q+q}{Q+q'}$. Iſt die zweite Flüſſigkeit Waſſer von 3° R., ſo hat man $d' = 1$, und daher $d = \frac{Q+q}{Q+q'}$. Die Empfindlichkeit des Inſtrumentes hängt vornehmlich von der Dünne ſeines Halſes ab, denn die Aenderung ſeines Standes in einer Flüſſigkeit bei einer geringen Aenderung des Zulagegewichtes entſpricht der Höhe eines aus dieſer Flüſſigkeit beſtehenden Cylinders, deſſen Gewicht jener Gewichtsänderung und deſſen Grundfläche dem Querſchnitte des Halſes gleich iſt. Ein Gewichtsaräometer mit dickerem Halſe gewährt daher keine präciſe Einſtellung, weil der Einfluß einer geringen Aenderung der Belaſtung daran ganz unmerklich bleibt.

Aräometer mit Scalen tragen im Innern ihres Halſes, welcher nicht ſo dünn iſt, wie bei einem Gewichtsaräometer, eine Scale, deren Theilſtriche mit Zahlen bezeichnet ſind, die entweder geradezu die Dichten der Flüſſigkeiten angeben, in denen die Einſenkung bis zu den betreffenden Theilſtrichen geſchieht (allgemeine Aräometer) oder den Gehalt der Flüſſigkeit an einem Gemengtheil anzeigen, von dem ihre Dichte abhängt (Procentaräometer). In manchen Fällen bezeichnen dieſe Zahlen beſondere nach einem ganz willkürlichen Principe angeordnete Aräometergrade (Beaumé'ſche Aräometer u. dgl.). Aus dem Obigen geht hervor, daß die Zahlen, welche die Dichten angeben, den Rauminhalten des Aräometers von ſeinem unteren Ende bis zu den zugehörigen Theilſtrichen verkehrt proportional ſeyn müſſen, wornach, wenn man dem Theilſtriche, bis zu welchem die Einſenkung im Waſſer erfolgt, die Zahl 1 oder 1000 beilegt, die Bezifferung der Scale einzurichten iſt. Das Verhältniß der Rauminhalte der verſchiedenen Theile des Aräometers kann man bei der Anfertigung des Inſtrumentes durch Aenderung ſeines Gewichtes und Beobachtung der entſprechenden Einſenkung in eine und dieſelbe Flüſſigkeit leicht ausmitteln, und mit Hilfe dieſes Kunſtgriffes auch die Richtigkeit der Scale eines jeden Inſtrumentes dieſer Art prüfen.

Zur Beſtimmung der Dichten feſter Körper dient das Gewichtsaräometer, wenn es nur noch am unteren Ende oder unter ſeinem Halſe mit einem Schälchen verſehen iſt. Man ſenkt das Inſtrument in Waſſer und legt

den zu untersuchenden Körper auf die obere Schale. Wäre dadurch das Aräometer zu sehr belastet, um sich nur bis zum Striche am Halse eintauchen zu können, so wäre der Körper für das Instrument zu gewichtig und seine Dichte könnte damit nicht gefunden werden. Erfolgt aber die Einsenkung noch nicht bis zum Striche, so lege man noch so viel Tara zu dem Körper, bis die gehörige Einsenkung geschieht. Nun nehme man den Körper von dem Schälchen weg, und lege zu der auf dem Schälchen bleibenden Tara Gewichte hin, bis das Instrument wieder den frühern Stand hat. Diese Gewichte geben das Gewicht Q des Körpers an. Nimmt man dieselben wieder weg, ohne jedoch die Tara zu ändern, und bringt den Körper in das Schälchen unter Wasser, so erfährt man durch die Gewichte, die jetzt auf das obere Schälchen gelegt werden müssen, um die Einsenkung des Instrumentes bis zum Zeichen am Halse zu bewirken, den Gewichtsverlust q des Körpers im Wasser. Die Dichte D des Körpers gegen jene des Wassers findet man mittelst der Formel $D = \frac{Q}{q}$.

Achtes Hauptstück.

Statik ausdehnsamer Körper (Aërostatik).

195. Allgemeiner Ueberblick der Eigenschaften ausdehnsamer Körper. Die Eigenschaften, welche allen ausdehnsamen Körpern zukommen, und den Erklärungsgrund ihrer Gleichgewichts- und Bewegungserscheinungen enthalten, sind: 1) Der flüssige Zustand, d. i. die absolut leichte Verschiebbarkeit der Theilchen; 2) die Ausdehnsamkeit oder das fortwährende Bestreben der Theilchen sich von einander zu entfernen, eine Folge der überwiegenden Abstoßungskraft derselben; 3) die Zusammendrückbarkeit oder die Fähigkeit der Theilchen einander näher gebracht werden zu können; 4) die Schwere; 5) die Adhäsion an andere Körper. Diejenigen unter den im vorhergehenden Hauptstücke aus einander gesetzten Erscheinungen tropfbarer Körper, welche lediglich auf der Flüssigkeit und Schwere beruhen, müssen sich demnach an den ausdehnsamen Körpern wiederfinden, als: die Fortpflanzung des Druckes von einem Theilchen zum andern; der scheinbare, dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeit gleiche Gewichtsverlust jedes von einem luftförmigen Stoffe umgebenen Körpers u. dgl. Doch verleiht die Ausdehnsamkeit den Erscheinungen der in Rede stehenden Flüssigkeiten einen eigenthümlichen Charakter. Während bei tropfbaren Körpern vornehmlich die Schwere das Streben nach Gleichgewicht hervorruft und die dabei statt findende Anordnung der Theile bedingt, tritt dieselbe an den ausdehnsamen Körpern, deren mechanische Erscheinungen in der Regel durch die Ausdehnsamkeit vermittelt werden, fast gänzlich in den Hintergrund. Vermöge der Ausdehnsamkeit üben luftförmige Körper auf jede unendlich dünne Schichte in ihrem Inneren, wie auch auf die Wände der Gefäße, in welchen sie eingeschlossen sind, einen Druck aus, gegen welchen der von der Schwere herrührende in den meisten Fällen

unmerklich iſt. Dieſer Druck iſt es gerade, wodurch ſich die Ausdehnſamkeit zu erkennen gibt, und aus dieſem Grunde bietet derſelbe, auf eine feſtgeſetzte Fläche, am ſchicklichſten auf die Flächeneinheit bezogen, das natürlichſte Maß für die Größe der an irgend einer ins Auge gefaßten Stelle eines luftförmigen Körpers herrſchenden Ausdehnſamkeit dar, welche Größe man Spannkraft oder Expanſivkraft nennt. Da die ausdehnſamen Körper nur durch Anwendung äußerer Gewalt auf ein kleineres Volum gebracht werden können, aber ſo lange der ausdehnſame Zuſtand fortbeſteht, zuletzt mit dem angewandten Drucke in das Gleichgewicht treten, ſo iſt mit der Verdichtung nothwendig eine Steigerung, mit der Verdünnung eine Schwächung der Expanſivkraft verbunden; allein es bedarf nur einer geringen Aufmerkſamkeit auf das Verhalten dieſer Körper bei Aenderung ihres Wärmezuſtandes, um einzuſehen, daß nebſt dem vorgenannten Umſtande, auch noch Erhöhung der Temperatur die Expanſivkraft vermehrt, Erniedrigung der Temperatur ſie vermindert. Die Angabe der Bedingungen des Gleichgewichtes wie auch die Beſtimmung des Erfolges einer Störung des Gleichgewichtes eines luftförmigen Körpers ſetzt ſonach die Kenntniß der Geſetze voraus, nach welchen ſeine Expanſivkraft von der Dichte und von der Temperatur abhängt. Die Nachweiſung dieſer Geſetze bildet daher einen Hauptpunct in der Lehre von den ausdehnſamen Körpern. Bei gehörig weit getriebener Vermehrung des Druckes, wie auch bei hinreichender Erniedrigung der Temperatur gehen ausdehnſame Körper in tropfbare, und unter den entgegengeſetzten Umſtänden letztere in erſtere über, was zu eigenthümlichen Gleichgewichtsphänomenen Veranlaſſung gibt. Wir theilen dem gemäß die nachſtehende Unterſuchung in zwei Partien, wovon die erſte ſich mit den Gaſen, d. i. mit denjenigen ausdehnſamen Körpern beſchäftiget, welche unter den gewöhnlichen Umſtänden von ihrem Condenſationspuncte entfernt ſtehen, worunter die atmoſphäriſche Luft eine vorzugsweiſe Beachtung in Anſpruch nimmt, die zweite aber Dämpfe zum Gegenſtande hat.

Statik der atmoſphäriſchen Luft mit Rückſicht auf Gaſe im Allgemeinen.

196. Meſſung der Expanſivkräfte. Das einfachſte Mittel zur Beſtimmung der Große des Druckes einer ausdehnſamen Flüſſigkeit iſt die Vergleichung deſſelben mit einem hydroſtatiſchen Drucke. Unterſucht man die Höhe einer Säule einer bekannten tropfbaren Flüſſigkeit, welche durch den in Frage ſtehenden Druck eines ausdehnſamen Körpers im Gleichgewichte erhalten wird, ſo erhält man letzteren Druck, und zwar auf die Einheit der Flachen reducirt, wenn man die Höhe der von ihm getragenen Flüſſigkeitsſaule mit dem ſpecifiſchen Gewichte der Flüſſigkeit multiplicirt [188. 4)]. Macht man hiebei ſtets von einem und demſelben tropfbaren Körper Gebrauch, ſo genügt die bloße Betrachtung des Verhältniſſes ſeiner Druckhöhen, um jenes der von ausdehnſamen Körpern an den Tag gelegten Expanſivkräfte zu erken-

nen. Zur practischen Messung stärkerer Drucke ist es zweckmäßig sich eines tropfbaren Körpers von größerem specifischen Gewichte zu bedienen, weil die Säule, welche einen bestimmten Druck hervorbringt, in demselben Verhältnisse niedriger ausfällt, als die Dichte des tropfbaren Körpers größer ist. Man wendet daher zu genanntem Zwecke in der Regel das Queckſilber an, und läßt zu größerer Bequemlichkeit die Höhe der durch den Druck eines Gases oder Dampfes getragenen Queckſilberſäule als das Maß ſeiner Expanſivkraft gelten. Da jedoch das ſpecifiſche Gewicht des Queckſilbers, wie jedes andern Körpers, von ſeiner Temperatur abhängt, ſo iſt es bei genauen Angaben dieſer Art unerläßlich, dieſelben auf Queckſilber von beſtimmter Temperatur zu beziehen. Dieſe Temperatur heißt die Normaltemperatur; als ſolche wird in der Regel der Eispunct angenommen. Auch darf bei Anwendung engerer Glasröhren die Depreſſion des Queckſilbers wegen der Capillarität nicht unbeachtet bleiben.

Man reducirt leicht eine bei t Graden des Thermometers gemeſſene Queckſilberhöhe H auf die Normaltemperatur 0°, wenn man das Erfahrungsdatum feſthält, daß die lineäre Ausdehnung des Queckſilbers während der Erhöhung ſeiner Temperatur vom Eis- bis zum Siedpuncte $\frac{2}{111}$ ſeiner anfänglichen Dimenſion beträgt. Bezeichnet man, je nachdem man die Temperatur nach der 80- oder 100theiligen Scale mißt, im erſten Falle den Bruch $\frac{2}{111.80} = \frac{1}{4440} = 0{,}000225$, im zweiten den Bruch $\frac{2}{111.100} = \frac{1}{5550} = 0{,}000180$ mit α, und die auf 0° reducirte Queckſilberhöhe mit h, ſo iſt offenbar $H = h + h\alpha t$, mithin $h = \frac{H}{1 + \alpha t}$.

Für die gewöhnlichen Temperaturen kann man wegen der Kleinheit des Werthes von α auch $h = H(1 - \alpha t)$ ſetzen.

197. Druck der atmoſphäriſchen Luft und deſſen Urſache. Die ſo eben angegebene Methode zur Beſtimmung der Expanſivkraft einer ausdehnſamen Flüſſigkeit wurde zuerſt von Torricelli (1643) in Ausübung gebracht, und zwar zur Meſſung des in der atmoſphäriſchen Luft in ihrem gewöhnlichen Zuſtande herrſchenden Druckes angewendet. Um Torricelli's Verſuch anzuſtellen, fülle man eine über 30 Zoll lange, einige Linien weite, an einem Ende geſchloſſene Glasröhre mit Queckſilber, verſchließe ſie mit dem Finger, wende ſie um, bringe das zugehaltene Ende unter Queckſilber und ziehe den Finger weg; es tritt etwas Queckſilber aus der Röhre, das übrige bleibt aber in einer Höhe von etwa 28 Zoll über dem unteren Queckſilber ſtehen.

Dieſes Queckſilber wird durch den Druck der atmoſphäriſchen Luft auf die untere Queckſilberfläche in der Höhe erhalten, wie folgende Gründe beweiſen: 1) Hat man bei dem Füllen der Röhre vor dem Verſuche Sorge getragen, die an der inneren Wand hängen bleibende Luft, welche ſich losmachen und in die Höhe ſteigen könnte, durch öfteres Umwenden der Röhre mittelſt einer größeren Luftblaſe, die man hin und her gehen läßt, zu ſammeln und wegzuſchaffen, ſo dringt das

Queckſilber bei dem Neigen der nach der vorhergehenden Anweiſung aufgeſtellten Rohre bis an das Ende derſelben vor und ſchlägt daran an, woraus man erkennt, daß ſich in dem oberen Theile der Röhre keine Luft befindet; iſt dieß der Fall, ſo bleibt ſich der verticale Abſtand der Oberfläche des Queckſilbers in der Röhre von der Fläche des unteren Queckſilbers, in welches die Röhre taucht, bei den verſchiedenen Neigungen, die man der Röhre, ehe ſie ſich ganz füllt, geben kann, wenigſtens innerhalb eines kurzen Zeitraumes, fortwährend gleich. Eine Röhre, deren Länge kleiner iſt als die bei dem Verſuche beobachtete Queckſilberhöhe, bleibt ganz gefüllt; dasſelbe geſchieht auch, wenn man die Rohre in das Queckſilber tief genug einſenken kann. 2) Oeffnet man die Röhre am oberen Ende, ſo fällt das Queckſilber ganz herab; läßt man Luftblaſen in die Röhre treten, ſo ſinkt es nur zum Theile, jedoch um ſo tiefer, je mehr Luft in die Röhre kommt. 3) Zieht man das untere Ende der Röhre aus dem Queckſilber, ſo fährt das Queckſilber bei dem Eintreten der äußeren Luft, ehe es aus der Röhre fließt, zuerſt in die Höhe; iſt die Röhre enge und cylindriſch, ſo füllt das hinauf getriebene Queckſilber dieſelbe ganz und bleibt darin hängen; lauft ſie nach oben koniſch zu, ſo ſtellt ſich die Queckſilberſäule in der vertical gehaltenen Röhre ſo, daß ihre Länge der bei dem Verſuche gewöhnlichen Höhe entſpricht. 4) Nimmt man zu dem Verſuche Waſſer ſtatt Queckſilber, ſo beibt eine gewöhnliche Röhre nach dem Umwenden ganz gefüllt; gibt man ihr aber eine ſolche Länge, daß das Waſſer in der Rohre eine freiſchwebende Säule bildet, ſo erſcheint die Waſſerſäule mit der Queckſilberſäule, bei dem vorbeſchriebenen Verſuche verglichen, in dem Verhältniſſe höher, in welchem das ſpecifiſche Gewicht des Waſſers kleiner iſt als das des Queckſilbers. Wenn die Höhe der Queckſilberſäule 28 Zoll beträgt, iſt die der Waſſerſäule 31 Fuß 9 Zoll oder 381 Zoll. Aber es iſt 381 : 28 = 13,6 und in eben dieſem Verhältniſſe iſt das Queckſilber ſpecifiſch ſchwerer als das Waſſer.

Nach dieſen Thatſachen kann es nur der Druck der Luft auf das äußere Queckſilber ſeyn, welcher das Queckſilber in der Torricelli'ſchen Rohre ſchwebend erhält. Dieſer Druck rührt zunächſt von der Expanſivkraft der Luft her. Denn unterbricht man die Communication der über dem äußeren Queckſilber liegenden Luft mit der übrigen Atmoſphäre, indem man über die Torricelli'ſche Röhre einen auf ſeine Unterlage luftdicht paſſenden Glasſturz ſetzt, oder was einfacher iſt, indem man das Gefäß, in welchem ſich das äußere Queckſilber befindet, abſchließt, ſo bleibt das Queckſilber in der Röhre bei ſeinem vorigen Stande; erwärmt man oder erkältet man aber jetzt die im unteren Gefäße befindliche Luft, wodurch deren Expanſivkraft zu- oder abnimmt, ſo ſteigt oder ſinkt ſogleich das Queckſilber in der Röhre.

Die Luft verdankt die Expanſivkraft, welche ſie äußert, dem Zuſtande der Verdichtung, in welchem ſie ſich in Folge des Druckes der über ihr liegenden, durch die Schwerkraft der Erde abwärts gezogenen Luft befindet. Dieſes beweiſet der Umſtand, daß die Queckſilberhöhe

bei dem Torricelli'schen Versuche geringer ausfällt, wenn man denselben an höher liegenden Orten anstellt. Es beweiset sonach der Torricelli'sche Versuch auch die Schwere der Luft.

Alles dieses vorausgesetzt, erklärt sich Torricelli's Versuch folgender Maßen: Die atmosphärische Luft umgibt unsere Erde von allen Seiten wie eine Hülle, und wird an ihr durch die Schwerkraft festgehalten. An der äußersten Grenze der Atmosphäre steht die abstoßende Kraft der Lufttheilchen mit der Schwere im Gleichgewichte; von da angefangen drückt jede Luftschichte abwärts auf die nächstfolgende, welche den empfangenen Druck weiter fortpflanzt und ihr eigenes Gewicht hinzufügt; in dem Maße als eine Luftschichte einen größeren Druck auszuhalten hat, wird sie auch mehr verdichtet; ihr Bestreben sich auszudehnen, welches sich als Expansivkraft darstellt, kommt offenbar stets dem empfangenen Drucke gleich. Diese Expansivkraft, auf die Einheit der Flächen bezogen, ist sonach an jedem Orte in der Atmosphäre dem Gewichte einer Luftsäule äquivalent, welche über der Flächeneinheit als Basis steht, und von dem genannten Orte an bis an das Ende der Atmosphäre reicht. Das Gleichgewicht des Queckſilbers in der Torricelli'schen Röhre mit der atmosphärischen Luft kann daher mit jenem zweier heterogenen tropfbaren Flüssigkeiten in einem Communicationsgefäße (189.) verglichen werden, und beruht ganz auf demselben Grunde, nämlich auf der Gleichheit des Druckes und Gegendruckes an der Trennungsfläche beider Flüssigkeiten.

Aus der Dichte des Queckſilbers = 13,6 und dem Gewichte eines Kubikzolles Wasser bei 0° = 250½ Gran folgt das Gewicht eines Kubikzolles Queckſilber = 3407 Gran = 14 Loth 47 Gran. Eine Queckſilbersäule von 28 Zoll Höhe wiegt daher 12 Pf. 13 Loth 116 Gran; diese Größe hat der Luftdruck auf 1 Quadratzoll, wenn der Queckſilberstand bei dem Torricelli'schen Versuche 28 Zoll beträgt. Man pflegt eine diesem Drucke gleiche Kraft »eine Atmosphäre« zu nennen.

Auf den Luftdruck gründet sich das Füllen der Recipienten der pneumatischen Wasser- oder Queckſilberwanne, die Wirkung des Stechhebers, des magischen Trichters, des Zauberbrunnens und ähnlicher Spielwerke.

198. **Barometer.** Beobachtet man den Queckſilberstand in einer Torricelli'schen Röhre während einiger Zeit, so findet man, daß der Luftdruck sich nicht gleich bleibt, sondern zwischen gewissen Grenzen (in Wien zwischen 27 und 29 Zoll) auf und nieder schwankt. Versieht man eine Torricelli'sche Röhre mit einer Scale zur Messung der verticalen Höhe der durch den Luftdruck getragenen Queckſilbersäule, so hat man ein Instrument zur Bestimmung und Vergleichung des zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten obwaltenden Luftdruckes, welches den Namen Barometer führt. Man hat ihm mannigfaltige Einrichtungen gegeben, theils um seinen Angaben Genauigkeit zu verleihen, theils um es tragbar zu machen.

Die Genauigkeit der Angaben des Instrumentes fordert, 1) daß der obere Theil der Röhre völlig luftleer sey. Denn befindet sich daselbst Luft, so drückt diese vermöge ihrer Expansivkraft auf das Queck-

ſilber, und der Barometerſtand erſcheint niedriger, als er wirklich iſt. Man beſeitiget dieſen Uebelſtand nur durch wiederholtes ſorgfältiges Auskochen des Queckſilbers in der Röhre, denn nur dadurch wird die anfänglich zwiſchen der Röhrenwand und dem Queckſilber haftende, wie auch die im Queckſilber ſelbſt enthaltene Luft, die ſpäter allmälig in den oberen Raum übergeht, weggeſchafft. 2) Soll der Anfangspunct der Scale mit der Oberfläche des Queckſilbers im unteren Gefäße zuſammenfallen. Da das Queckſilber, wenn es in der Barometerröhre fällt, im Gefäße ſteigen muß, und umgekehrt, ſo iſt der Anfangspunct der zu meſſenden Höhe der Queckſilberſäule veränderlich. Hieraus entſpringt bei der Ableſung dieſer Höhe, wenn die Lage des Anfangspunctes der Scale gegen die Queckſilberfläche im Gefäße unberückſichtiget bleibt, ein Fehler. Hat das Inſtrument bloß die Aenderungen des Barometerſtandes an einem und demſelben Beobachtungsorte anzuzeigen, ſo kann dieſer Fehler dadurch ſehr verringert oder gar unmerklich gemacht werden, daß man dem Gefäße im Vergleiche gegen die Röhre einen mehr oder weniger bedeutenden Durchmeſſer gibt (gemeines Gefäßbarometer). Iſt z. B. der Durchmeſſer des Gefäßes das 10fache des Durchmeſſers der Röhre, ſo iſt der Querſchnitt des Gefäßes 100mal größer als jener der Röhre, mithin iſt die Variation des Queckſilberſtandes im Gefäße der 100ſte Theil der Variation deſſelben in der Röhre. Dieß macht ſelbſt bei der Totaländerung von 2 Zoll nur eine Differenz von weniger als $^1/_4$ Linie. Allein wenn möglichſt genaue Barometerbeobachtungen gefordert werden, iſt ein ſolcher Fehler nicht zuläßig, und noch weniger dann, wenn durch Aenderung des Beobachtungsortes größere Aenderungen am Barometerſtande vorkommen. In dieſem Falle gibt man entweder dem Gefäße einen beweglichen Boden und bringt durch Heben und Senken deſſelben mittelſt einer Schraube die Queckſilberfläche im Gefäße mit einem dem Anfange der Scale entſprechenden Zeichen (meiſtens mit einer Spitze) in Uebereinſtimmung (genaues Gefäßbarometer), oder man läßt ein am untern Ende der Barometerröhre ſich aufwärts krümmendes Stück derſelben die Stelle des Gefäßes vertreten (Heberbarometer) und wendet dabei eines der folgenden drei Mittel an: Verſchiebung der Röhre bei ſirer Scale; oder Verſchiebung der Scale bei ſirer Röhre bis der Anfangspunct der Scale oder die Oberfläche des Queckſilbers im kürzern Schenkel coincidiren: oder endlich Ableſung des Standes beider Queckſilberoberflächen an der Scale und Addition oder Subtraction der Reſultate, je nachdem der Nullpunct der Scale ſich zwiſchen den beiden Queckſilberflächen oder außerhalb derſelben befindet. 3) Iſt die Depreſſion des Queckſilbers in der Röhre wegen der Capillarität in Anſchlag zu bringen. Man vermeidet den daraus zu befürchtenden Fehler bei ſtationären Gefäßbarometern, wenn man dem Rohre eine ſolche Weite gibt, daß keine Erniedrigung des Queckſilberſtandes daſelbſt ſtatt finden kann (Normalbarometer). Mit Hilfe eines ſolchen Inſtrumentes kann man für jedes Gefäßbarometer, deſſen Röhre da, wo die Variation des Queckſilberſtandes erfolgt, genau cylindriſch iſt, die Correction wegen der Capillarität durch eine einzige

Vergleichung der Anzeigen beider ausmitteln, oder durch eine ſolche Stellung des Nullpunctes der Scale, daß die Indication des Inſtrumentes mit jener des Normalbarometers harmonirt, den Fehler gänzlich eliminiren. Bedeutend verringert iſt er an einem Heberbarometer, deſſen Arme, da, wo die Queckſilberflächen ſich befinden, gleiche Durchmeſſer haben, weil ſo der Einfluß der Capillardepreſſionen in beiden Armen auf die Ableſung des wahren Barometerſtandes ein entgegengeſetzter iſt, und nahe dieſelbe Größe hat. 4) Muß die Temperatur des Queckſilbers im Barometer berückſichtiget werden (196), welche oft von der Temperatur der äußeren Luft verſchieden iſt. Man bringt zu dieſem Ende ein Thermometer mit dem Barometerrohre in nahe Berührung, umgibt wohl auch die Thermometerkugel mit einer Hülle von derſelben Weite, welche das Barometerrohr hat, und füllt den Zwiſchenraum mit Queckſilber aus; dadurch wird das Queckſilber im Thermometer bezüglich des Wärmeaustauſches gegen die Umgebung möglichſt nahe in dieſelben Umſtände verſetzt, unter welchen ſich das Queckſilber im Barometer befindet. 5) Auch die Veränderlichkeit der Länge der Scale bei dem Temperaturwechſel macht eine Correction nöthig; dieſelbe iſt geringer als die Correction wegen der Temperatur des Queckſilbers, hat das entgegengeſetzte Zeichen und überſteigt in der Regel nicht den zehnten Theil der letzteren. 6) Endlich iſt zur Vermeidung einer fehlerhaften Beziehung des Endes der Queckſilberſäule auf die Scale noch für vertikale Aufſtellung der Scale und für eine richtige Haltung des Auges bei dem Ableſen des Barometerſtandes Sorge zu tragen. Die aus dem unrichtigen Stande des Auges entſpringende Parallaxe wird durch die Viſirvorrichtungen (Abſehen) beſeitiget, denen man mannigfaltige Einrichtungen gegeben hat. Der ebene Rand eines um die Röhre gelegten verſchiebbaren Cylinders, wie auch zwei parallele Fäden oder Platten, eine vor, die andere hinter der Röhre, leiſten dabei die beſten Dienſte. Man pflegt mit denſelben einen ſogenannten Nonius zur Wahrnehmung kleiner Theile der Scale ($\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{20}$ einer Linie), manchmal auch ein Vergrößerungsglas (Lupe) zu verbinden.

Damit ein Barometer ohne Nachtheil für ſeine Brauchbarkeit in gefülltem Zuſtande von einem Orte zum andern übertragen werden könne, muß durch einen zweckmäßigen Verſchluß dem Auslaufen des Queckſilbers, dem Eindringen von Luft in die Röhre und dem Anſchlagen des Queckſilbers an das geſchloſſene Ende der Röhre, wodurch dieſelbe leicht zerbricht, vorgebeugt werden. Man neigt daher vor dem Transportiren die Röhre, damit das Queckſilber ganz bis an das obere Ende derſelben vordringe, und verſchließt hierauf die Röhre. Bei Gefäßbarometern geſchieht dieß durch Heben des beweglichen Bodens, ſo daß derſelbe zuletzt entweder an das Ende der Röhre drückt, oder, ehe er dieſes Ende erreicht, das untere Queckſilber an die Gefäßwände anpreßt, und ſolchergeſtalt auch das Queckſilber in der Röhre zurückhält. Bei Heberbarometern führt man in die kürzere Röhre einen gut paſſenden Stöpſel ein. Man transportirt die Barometer in horizontaler

oder auch umgekehrter Lage. Stets müſſen die Verſchließungsapparate Elaſticität beſitzen, um der Ausdehnung des Queckſilbers durch die Wärme nachgeben zu können, und auch noch bei deſſen Zuſammenziehung, falls die Temperatur niedriger wird, gehörig zu ſchließen. Allzu raſche Bewegungen des Queckſilbers werden durch Verengerung des Barometerrohres in der Nähe des obern und untern Endes der Röhre beſeitiget; man kann bei Gefäßbarometern letzteres Ende auch aufwärts krümmen, um das Eintreten der Luft bei umgekehrter Lage des Rohres zu verhüten.

199. **Beziehung zwiſchen Barometer und Thermometer.** Eine genaue Conſtruction des Thermometers ſetzt die Beobachtung des Luftdruckes bei der Beſtimmung des Siedpunctes der Thermometerſcale voraus, und zur genauen Angabe des Barometerſtandes iſt die Berückſichtigung der Temperatur des Queckſilbers in der Barometerröhre nöthig. Man ſieht hieraus, wie die Angaben beider Inſtrumente wechſelweiſe von einander abhängen. Indem man zuerſt den Barometerſtand nach der Temperaturangabe eines Thermometers, deſſen Scale ohne Rückſicht auf den Luftdruck verfertiget wurde, corrigirt, ſodann die Siedtemperatur des Waſſers nach dieſem Thermometer unterſucht, kann man die Scale deſſelben, und mittelſt dieſer wieder den Barometerſtand berichtigen; durch ſucceſſive Correctionen dieſer Art befreit man leicht die Anzeigen beider Inſtrumente von jedem merklichen Fehler. Um übereinſtimmende Thermometer zu gewinnen, wählt man zur Beſtimmung des Siedpunctes die Siedtemperatur des Waſſers bei einem feſtgeſetzten Barometerſtande, welcher der *Normalbarometerſtand* heißt. Man nimmt als ſolchen gewöhnlich die Queckſilberhöhe von 760 Millimeter oder 28,851 W Zoll = 28 W. Z. 10,22 Lin. bei der Temperatur 0° R. an.

200 **Geſetz der Abhängigkeit der Expanſivkraft der Luft von ihrer Dichte.** Befindet ſich eine Luftmaſſe unter einem äußeren Drucke im Gleichgewichte, ſo iſt ihre Expanſivkraft nothwendig dem auf die Flächeneinheit reducirten Drucke gleich. Unterſucht man die Dichte, welche die Luft bei verſchiedenem Drucke annimmt, ſo findet man, daß bei einer und derſelben Temperatur die Expanſivkräfte der Luft ſich ſtets verhalten wie ihre Dichten. Dieſes Geſetz, welches das *Mariotte*'ſche heißt, wird auf empiriſchem Wege folgender Maßen bewieſen:

Erſter Fall. Die Expanſivkraft der zu unterſuchenden Luft ſey größer als diejenige, welche in der umgebenden Atmoſphäre ſtatt findet. Man gieße in eine gebogene Röhre mit parallelen aufrechten Armen, wovon der kürzere an ſeinem Ende geſchloſſen und mit einer Volumſcale verſehen iſt, durch das offene Ende des längeren Armes Queckſilber, ſo wird dadurch in dem kürzeren Arme ein Luftquantum abgeſperrt, und in dem Maße als die auf ihm laſtende Queckſilberſäule zunimmt, auf ein kleineres Volum zuſammengedrückt. Der Druck, unter welchem dieſes Luftquantum ſteht, iſt die Summe des Druckes der äußeren Luft und der Queckſilberſäule. Es ſeyen bei einer Reihe mit

derſelben Luftmaſſe angeſtellter Verſuche, h, h′, h″ ꝛc. die Höhen der Queckſilberſäule, von der Trennungsfläche des Queckſilbers und der abgeſperrten Luft bis zur Oberfläche des Queckſilbers im offenen Arme gerechnet, und b, b′, b″ ꝛc. die gleichzeitig beobachteten Barometerſtände, ſo entſpricht der ganze Druck auf die Luft einer Queckſilberſäule, deren Höhen b + h, b′ + h′, b″ + h″ ꝛc. ſind. Nennen wir die Expanſivkräfte, welche die Luft in den correſpondirenden Graden der Zuſammendrückung äußert, E, E′, E″ ꝛc.; ferner d, d′, d″ ꝛc. ihre Dichten und v, v′, v″ ꝛc. ihre Rauminhalte, ſo iſt dem Begriffe der Expanſivkraft zu Folge

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = b + h : b' + h' : b'' + h'' : \text{ꝛc.},$$

und weil die Luftmaſſe bei allen Verſuchen ſich gleich blieb,

$$d : d' : d'' : \text{ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \text{ꝛc.}$$

Aus den Reſultaten der Verſuche ſelbſt ergibt ſich, wenn nur die Luft trocken war, und die Temperatur ſich nicht geändert hat, die Proportion

$$b + h : b' + h' : b'' + h'' \text{ ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \text{ꝛc.},$$

mithin iſt auch $E : E' : E''$ ꝛc. $= d : d' : d''$ ꝛc. wie behauptet wurde.

Zweiter Fall. Die Expanſivkraft der zu unterſuchenden Luft ſey kleiner als die atmoſphäriſche. Man bringe in den mit einer Volumſcale verſehenen oberen Raum eines mit Queckſilber gefüllten und in ein tiefes Gefäß mit Queckſilber tauchenden Barometerrohres ein Quantum trockene Luft und beobachte ihre Rauminhalte v, v′, v″ ꝛc., die Höhen h, h′, h″ ꝛc. der im Rohre befindlichen Queckſilberſäule und die gleichzeitigen Barometerſtände b, b′, b″ ꝛc während das Rohr immer tiefer in das Queckſilber eingeſenkt wird. Man hat nun

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = b - h : b' - h' : b'' - h'' : \text{ꝛc.},$$

und da die Verſuche die Proportion

$$b - h : b' - h' : b'' - h'' : \text{ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} \text{ ꝛc.}$$

geben, ſo iſt auch hier

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = d : d' : d'' : \text{ꝛc.}$$

Dasſelbe Geſetz zeigt ſich auch bei reinem trocknen Sauerſtoffgas, Stickgas, Waſſerſtoffgas oder einem beliebigen Gemenge derſelben und ſelbſt bei denjenigen Gaſen, welche durch Compreſſion tropfbar gemacht werden können, ſobald ſie ihrem Condenſationspuncte nicht zu nahe ſtehen. Bei leicht condenſirbaren Gaſen, z. B. bei ſchwefligſaurem Gas, Cyangas u. dgl. wachſen die Dichten bald in einem raſcheren Verhältniſſe als die Expanſivkräfte. Um ſo weniger gilt das Mariotte'ſche Geſetz für Waſſerdämpfe, weßwegen ſolche dem zu unterſuchenden Gaſe nicht beigemengt ſeyn dürfen.

201. Geſetz der Abhängigkeit der Expanſivkraft der Luft von ihrer Temperatur. In einem Gefäße, welches in eine horizontale und dann ſich abwärts krümmende enge Röhre ausläuft,

befinde ſich trockne Luft durch Queckſilber von der äußeren Atmoſphäre abgeſperrt. Das abwärts gebogene Ende der Röhre gehe luftdicht durch den oberen Deckel eines ganz mit Queckſilber gefüllten Behälters, und es ſey in dieſen noch eine verticale, oben offene Röhre luftdicht eingepaßt; der Boden des Behälters laſſe ſich mittelſt einer Schraube heben und ſenken, ſo daß das Queckſilber nach Gefallen in die verticale Röhre getrieben und dadurch auf die in erwähntem Gefäße enthaltene Luftmaſſe ein beliebiger Druck ausgeübt werden könne. Regulirt man nun, während man der Luft in dem Gefäße nach und nach verſchiedene genau gemeſſene Temperaturen ertheilt, den Stand des Queckſilbers in der verticalen Röhre dergeſtalt, daß dieſe Luft ſtets ein und dasſelbe Volum beibehält, wobei die Aenderung des Volums des Gefäßes ſelbſt wegen Aenderung ſeiner Temperatur gehörig berückſichtiget werden muß, ſo gibt die mittelſt einer angebrachten Scale gemeſſene Druckhöhe des Queckſilbers, um den Betrag des gleichzeitigen Barometerſtandes vermehrt, die jedesmalige Expanſivkraft der in dem Gefäße abgeſperrten Luftmaſſe an. Genaue Verſuche dieſer Art haben gelehrt, daß von der Temperatur des ſchmelzenden Eiſes angefangen bis zu jener des ſiedenden Waſſers die Zunahme der Expanſivkraft der Luft, in Theilen der bei dem Eispuncte ſtatt findenden Expanſivkraft ausgedrückt, mit ihrer nach einem Queckſilberthermometer gemeſſenen Temperatur in geradem Verhältniſſe ſtehe, und die bei dem Siedpuncte ſelbſt $\frac{11}{30} = \frac{100}{273} = 0{,}367$ der urſprünglichen Expanſivkraft (bei 0° R.) betrage. Bezeichnet man, je nachdem man bei Beſtimmung der Temperaturen von der Réaumur'ſchen oder von der Centeſimalſcale Gebrauch macht, den 80ſten oder den 100ſten Theil des ſo eben angegebenen Bruches mit β, und iſt e die Expanſivkraft der Luft bei 0°, E jene bei t Graden des Thermometers, ſo hat man nach dieſem Geſetze

$$E : e = 1 + \beta t : 1, \quad \text{mithin} \quad E = e(1 + \beta t).$$

Bezeichnet E' die Expanſivkraft bei der Temperatur t', ſo iſt eben ſo $E' = e(1 + \beta t')$; folglich

$$E : E' = 1 + \beta t : 1 + \beta t'.$$

So weit die bisherigen Erfahrungen reichen, gilt dieſes Geſetz mit großer Annäherung auch für andere Gaſe, ja der Werth von β iſt ſogar für verſchiedene Gaſe ſo geringen Aenderungen unterworfen, daß man demſelben bisher, ehe neueſtens angeſtellte Verſuche darüber Zweifel erregten, für alle Gaſe eine und dieſelbe Größe beilegte.

202. Luftthermometer. Nach der in 31. vorgetragenen Hypotheſe über den Einfluß der Wärme auf die gegenſeitige Abſtoßung der Körpertheilchen hat es den Anſchein, daß die Zunahme der Expanſivkraft eines von ſeinem Condenſationspuncte ſehr weit entfernten ausdehnſamen Körpers, z. B. der atmoſphäriſchen Luft, eine reine Wirkung des objectiven Grundes der Temperaturerhöhung ſey, mithin, bei ungeändertem Volum eines ſolchen Gaſes, jene Steigerung der Expanſivkraft als das natürlichſte Maß des Wachsthumes der Temperatur betrachtet werden könne. Dieß vorausgeſetzt, wäre die atmoſphäriſche Luft oder ein

anderes permanentes Gas die zweckmäßigſte thermometriſche Subſtanz, und ein Apparat, welcher die Aenderungen der Expanſivkraft eines und deſſelben Luftvolums anzeigt, das eigentliche Thermometer. Man nennt es das Luftthermometer. Es kann, wie bereits in 34 angedeutet wurde, mit Vortheil zur Meſſung ſehr hoher Temperaturgrade angewendet werden. Kennt man die Expanſivkraft e der unter einem feſtgeſetzten Volum enthaltenen Luft bei der Temperatur des ſchmelzenden Eiſes, ferner die Expanſivkraft E dieſer Luft bei der zu meſſenden Temperatur t, ſo gibt die in 201 aufgeſtellte Gleichung $E = e(1 + \beta t)$ die Formel $t = \frac{1}{\beta}\left(\frac{E}{e} - 1\right)$, wornach t berechnet werden kann.

Denkt man ſich die Scale des Luftthermometers ſo eingerichtet, daß deren Angaben ſich wie die den betreffenden Temperaturen zugehörenden Expanſivkräfte der atmoſphäriſchen Luft bei ungeänderter Dichte verhalten, und bezeichnet man die an ſolcher Scale dem Eispuncte und der nach dem gewöhnlichen Thermometer $= t$ beſtimmten Temperatur entſprechenden Zahlen mit T_0 und T, ſo hat man, weil nach der Vorausſetzung $T : T_0 = E : e$ iſt,

$$T = T_0(1 + \beta t) = T_0 + T_0\beta t.$$

Es iſt am bequemſten $T_0 = \frac{1}{\beta}$ anzunehmen, wodurch $T_0\beta = 1$ wird. Man hat dann zur Verwandlung der Angaben des gewöhnlichen Queckſilberthermometers in die des Luftthermometers, und umgekehrt, die einfache Gleichung $T = \frac{1}{\beta} + t$. Für die Réaumur'ſche Scale iſt $\beta = \frac{11}{30 \cdot 80} = \frac{11}{2400}$, mithin $\frac{1}{\beta} = 218$; für die Centeſimalſcale dagegen iſt $\beta = \frac{11}{3000}$, mithin $\frac{1}{\beta} = 273$. Will man daher die Scale des Luftthermometers ſo einrichten, daß ihre Angaben den correſpondirenden Expanſivkräften der Luft bei ungeänderter Dichte proportionirt ſind, und zugleich das Intervall zwiſchen dem Eis- und dem Siedpunete 80 Grade enthält, ſo muß man den Eispunct mit 218 bezeichnen, wodurch dem Siedpuncte die Zahl 298 zu Theil wird; ſoll aber das erwähnte Intervall 100 Grade enthalten, ſo muß man dem Eispuncte die Zahl 273, folglich dem Siedpuncte die Zahl 373 beilegen.

Bei Temperaturen, welche den Siedpunct des Waſſers überſchreiten, hält das Queckſilberthermometer mit dem Luftthermometer nicht gleichen Schritt, ſondern erſteres eilt letzterem immer mehr vor, je näher das Queckſilber ſeinem Siedpuncte entgegen rückt. So zeigt, wenn ein Queckſilberthermometer mit Centeſimalſcale 150°, 200°, 250°, 300° angibt, das Luftthermometer, vorausgeſetzt daß deſſen Angaben wegen der eigenen Ausdehnung des Luftbehälters corrigirt worden ſind, nur 149°, 197°, 245°, 294°.

203. Vergleichung der Expanſivkräfte eines und deſſelben Gaſes bei verſchiedenen Dichten und Temperaturen. Da nach dem früher Bewieſenen die Expanſivkräfte eines Gaſes bei einerlei

Queckſilber bei dem Neigen der nach der vorhergehenden Anweiſung aufgeſtellten Röhre bis an das Ende derſelben vor und ſchlägt daran an, woraus man erkennt, daß ſich in dem oberen Theile der Röhre keine Luft befindet; iſt dieß der Fall, ſo bleibt ſich der verticale Abſtand der Oberfläche des Queckſilbers in der Röhre von der Fläche des unteren Queckſilbers, in welches die Röhre taucht, bei den verſchiedenen Neigungen, die man der Röhre, ehe ſie ſich ganz füllt, geben kann, wenigſtens innerhalb eines kurzen Zeitraumes, fortwährend gleich. Eine Röhre, deren Länge kleiner iſt als die bei dem Verſuche beobachtete Queckſilberhöhe, bleibt ganz gefüllt; dasſelbe geſchieht auch, wenn man die Röhre in das Queckſilber tief genug einſenken kann. 2) Oeffnet man die Röhre am oberen Ende, ſo fällt das Queckſilber ganz herab; läßt man Luftblaſen in die Röhre treten, ſo ſinkt es nur zum Theile, jedoch um ſo tiefer, je mehr Luft in die Röhre kommt. 3) Zieht man das untere Ende der Röhre aus dem Queckſilber, ſo fährt das Queckſilber bei dem Eintreten der äußeren Luft, ehe es aus der Röhre fließt, zuerſt in die Höhe; iſt die Röhre enge und cylindriſch, ſo füllt das hinauf getriebene Queckſilber dieſelbe ganz und bleibt darin hängen; lauft ſie nach oben koniſch zu, ſo ſtellt ſich die Queckſilberſäule in der vertical gehaltenen Röhre ſo, daß ihre Länge der bei dem Verſuche gewöhnlichen Höhe entſpricht. 4) Nimmt man zu dem Verſuche Waſſer ſtatt Queckſilber, ſo beibt eine gewöhnliche Röhre nach dem Umwenden ganz gefüllt; gibt man ihr aber eine ſolche Länge, daß das Waſſer in der Rohre eine freiſchwebende Säule bildet, ſo erſcheint die Waſſerſäule mit der Queckſilberſäule, bei dem vorbeſchriebenen Verſuche verglichen, in dem Verhältniſſe höher, in welchem das ſpecifiſche Gewicht des Waſſers kleiner iſt als das des Queckſilbers. Wenn die Höhe der Queckſilberſäule 28 Zoll beträgt, iſt die der Waſſerſäule 31 Fuß 9 Zoll oder 381 Zoll. Aber es iſt 381 : 28 = 13,6 und in eben dieſem Verhältniſſe iſt das Queckſilber ſpecifiſch ſchwerer als das Waſſer.

Nach dieſen Thatſachen kann es nur der Druck der Luft auf das äußere Queckſilber ſeyn, welcher das Queckſilber in der Torricelli'ſchen Rohre ſchwebend erhält. Dieſer Druck rührt zunächſt von der Expanſivkraft der Luft her. Denn unterbricht man die Communication der über dem äußeren Queckſilber liegenden Luft mit der übrigen Atmoſphäre, indem man über die Torricelli'ſche Röhre einen auf ſeine Unterlage luftdicht paſſenden Glasſturz ſetzt, oder was einfacher iſt, indem man das Gefäß, in welchem ſich das äußere Queckſilber befindet, abſchließt, ſo bleibt das Queckſilber in der Röhre bei ſeinem vorigen Stande; erwärmt man oder erkältet man aber jetzt die im unteren Gefäße befindliche Luft, wodurch deren Expanſivkraft zu- oder abnimmt, ſo ſteigt oder ſinkt ſogleich das Queckſilber in der Röhre.

Die Luft verdankt die Expanſivkraft, welche ſie äußert, dem Zuſtande der Verdichtung, in welchem ſie ſich in Folge des Druckes der über ihr liegenden, durch die Schwerkraft der Erde abwärts gezogenen Luft befindet. Dieſes beweiſet der Umſtand, daß die Queckſilberhöhe

bei dem Torricelli'ſchen Verſuche geringer ausfällt, wenn man denſelben an höher liegenden Orten anſtellt. Es beweiſet ſonach der Torricelli'ſche Verſuch auch die Schwere der Luft.

Alles dieſes vorausgeſetzt, erklärt ſich Torricelli's Verſuch folgender Maßen: Die atmoſphäriſche Luft umgibt unſere Erde von allen Seiten wie eine Hülle, und wird an ihr durch die Schwerkraft feſtgehalten. An der äußerſten Grenze der Atmoſphäre ſteht die abſtoßende Kraft der Lufttheilchen mit der Schwere im Gleichgewichte; von da angefangen drückt jede Luftſchichte abwärts auf die nächſtfolgende, welche den empfangenen Druck weiter fortpflanzt und ihr eigenes Gewicht hinzufügt; in dem Maße als eine Luftſchichte einen größeren Druck auszuhalten hat, wird ſie auch mehr verdichtet; ihr Beſtreben ſich auszudehnen, welches ſich als Expanſivkraft darſtellt, kommt offenbar ſtets dem empfangenen Drucke gleich. Dieſe Expanſivkraft, auf die Einheit der Flächen bezogen, iſt ſonach an jedem Orte in der Atmoſphäre dem Gewichte einer Luftſäule äquivalent, welche über der Flächeneinheit als Baſis ſteht, und von dem genannten Orte an bis an das Ende der Atmoſphäre reicht. Das Gleichgewicht des Queckſilbers in der Torricelli'ſchen Röhre mit der atmoſphäriſchen Luft kann daher mit jenem zweier heterogenen tropfbaren Flüſſigkeiten in einem Communicationsgefäße (189.) verglichen werden, und beruht ganz auf demſelben Grunde, nämlich auf der Gleichheit des Druckes und Gegendruckes an der Trennungsfläche beider Flüſſigkeiten.

Aus der Dichte des Queckſilbers = 13,6 und dem Gewichte eines Kubikzolles Waſſer bei 0° = 250½ Gran folgt das Gewicht eines Kubikzolles Queckſilber = 3407 Gran = 14 Loth 47 Gran. Eine Queckſilberſäule von 28 Zoll Höhe wiegt daher 12 Pf. 13 Loth 116 Gran; dieſe Größe hat der Luftdruck auf 1 Quadratzoll, wenn der Queckſilberſtand bei dem Torricelli'ſchen Verſuche 28 Zoll beträgt. Man pflegt eine dieſem Drucke gleiche Kraft »eine Atmoſphäre« zu nennen.

Auf den Luftdruck gründet ſich das Füllen der Recipienten der pneumatiſchen Waſſer- oder Queckſilberwanne, die Wirkung des Stechhebers, des magiſchen Trichters, des Zauberbrunnens und ähnlicher Spielwerke.

198. **Barometer.** Beobachtet man den Queckſilberſtand in einer Torricelli'ſchen Röhre während einiger Zeit, ſo findet man, daß der Luftdruck ſich nicht gleich bleibt, ſondern zwiſchen gewiſſen Grenzen (in Wien zwiſchen 27 und 29 Zoll) auf und nieder ſchwankt. Verſieht man eine Torricelli'ſche Röhre mit einer Scale zur Meſſung der verticalen Höhe der durch den Luftdruck getragenen Queckſilberſäule, ſo hat man ein Inſtrument zur Beſtimmung und Vergleichung des zu verſchiedenen Zeiten und an verſchiedenen Orten obwaltenden Luftdruckes, welches den Namen Barometer führt. Man hat ihm mannigfaltige Einrichtungen gegeben, theils um ſeinen Angaben Genauigkeit zu verleihen, theils um es tragbar zu machen.

Die Genauigkeit der Angaben des Inſtrumentes fordert, 1) daß der obere Theil der Röhre völlig luftleer ſey. Denn befindet ſich daſelbſt Luft, ſo drückt dieſe vermöge ihrer Expanſivkraft auf das Queck-

ſilber, und der Barometerſtand erſcheint niedriger, als er wirklich iſt. Man beſeitiget dieſen Uebelſtand nur durch wiederholtes ſorgfältiges Auskochen des Queckſilbers in der Röhre, denn nur dadurch wird die anfänglich zwiſchen der Röhrenwand und dem Queckſilber haftende, wie auch die im Queckſilber ſelbſt enthaltene Luft, die ſpäter allmälig in den oberen Raum übergeht, weggeſchafft. 2) Soll der Anfangspunct der Scale mit der Oberfläche des Queckſilbers im unteren Gefäße zuſammenfallen. Da das Queckſilber, wenn es in der Barometerröhre fällt, im Gefäße ſteigen muß, und umgekehrt, ſo iſt der Anfangspunct der zu meſſenden Höhe der Queckſilberſäule veränderlich. Hieraus entſpringt bei der Ableſung dieſer Höhe, wenn die Lage des Anfangspunctes der Scale gegen die Queckſilberfläche im Gefäße unberückſichtiget bleibt, ein Fehler. Hat das Inſtrument bloß die Aenderungen des Barometerſtandes an einem und demſelben Beobachtungsorte anzuzeigen, ſo kann dieſer Fehler dadurch ſehr verringert oder gar unmerklich gemacht werden, daß man dem Gefäße im Vergleiche gegen die Röhre einen mehr oder weniger bedeutenden Durchmeſſer gibt (gemeines Gefäßbarometer). Iſt z. B. der Durchmeſſer des Gefäßes das 10fache des Durchmeſſers der Röhre, ſo iſt der Querſchnitt des Gefäßes 100mal größer als jener der Röhre, mithin iſt die Variation des Queckſilberſtandes im Gefäße der 100ſte Theil der Variation deſſelben in der Röhre. Dieß macht ſelbſt bei der Totaländerung von 2 Zoll nur eine Differenz von weniger als $^1/_4$ Linie. Allein wenn möglichſt genaue Barometerbeobachtungen gefordert werden, iſt ein ſolcher Fehler nicht zuläſſig, und noch weniger dann, wenn durch Aenderung des Beobachtungsortes größere Aenderungen am Barometerſtande vorkommen. In dieſem Falle gibt man entweder dem Gefäße einen beweglichen Boden und bringt durch Heben und Senken deſſelben mittelſt einer Schraube die Queckſilberfläche im Gefäße mit einem dem Anfange der Scale entſprechenden Zeichen (meiſtens mit einer Spitze) in Uebereinſtimmung (genaues Gefäßbarometer), oder man läßt ein am untern Ende der Barometerröhre ſich aufwärts krümmendes Stück derſelben die Stelle des Gefäßes vertreten (Heberbarometer) und wendet dabei eines der folgenden drei Mittel an: Verſchiebung der Röhre bei fixer Scale; oder Verſchiebung der Scale bei fixer Röhre bis der Anfangspunct der Scale oder die Oberfläche des Queckſilbers im kürzern Schenkel coincidiren: oder endlich Ableſung des Standes beider Queckſilberoberflächen an der Scale und Addition oder Subtraction der Reſultate, je nachdem der Nullpunct der Scale ſich zwiſchen den beiden Queckſilberflächen oder außerhalb derſelben befindet. 3) Iſt die Depreſſion des Queckſilbers in der Röhre wegen der Capillarität in Anſchlag zu bringen. Man vermeidet den daraus zu befürchtenden Fehler bei ſtationären Gefäßbarometern, wenn man dem Rohre eine ſolche Weite gibt, daß keine Erniedrigung des Queckſilberſtandes daſelbſt ſtatt finden kann (Normalbarometer). Mit Hilfe eines ſolchen Inſtrumentes kann man für jedes Gefäßbarometer, deſſen Röhre da, wo die Variation des Queckſilberſtandes erfolgt, genau cylindriſch iſt, die Correction wegen der Capillarität durch eine einzige

Vergleichung der Anzeigen beider ausmitteln, oder durch eine ſolche Stellung des Nullpunctes der Scale, daß die Indication des Inſtrumentes mit jener des Normalbarometers harmonirt, den Fehler gänzlich eliminiren. Bedeutend verringert iſt er an einem Heberbarometer, deſſen Arme, da, wo die Queckſilberflächen ſich befinden, gleiche Durchmeſſer haben, weil ſo der Einfluß der Capillardepreſſionen in beiden Armen auf die Ableſung des wahren Barometerſtandes ein entgegengeſetzter iſt, und nahe dieſelbe Größe hat. 4) Muß die Temperatur des Queckſilbers im Barometer berückſichtiget werden (196), welche oft von der Temperatur der äußeren Luft verſchieden iſt. Man bringt zu dieſem Ende ein Thermometer mit dem Barometerrohre in nahe Berührung, umgibt wohl auch die Thermometerkugel mit einer Hülle von derſelben Weite, welche das Barometerrohr hat, und füllt den Zwiſchenraum mit Queckſilber aus; dadurch wird das Queckſilber im Thermometer bezüglich des Wärmeaustauſches gegen die Umgebung möglichſt nahe in dieſelben Umſtände verſetzt, unter welchen ſich das Queckſilber im Barometer befindet. 5) Auch die Veränderlichkeit der Länge der Scale bei dem Temperaturwechſel macht eine Correction nöthig; dieſelbe iſt geringer als die Correction wegen der Temperatur des Queckſilbers, hat das entgegengeſetzte Zeichen und überſteigt in der Regel nicht den zehnten Theil der letzteren. 6) Endlich iſt zur Vermeidung einer fehlerhaften Beziehung des Endes der Queckſilberſäule auf die Scale noch für vertikale Aufſtellung der Scale und für eine richtige Haltung des Auges bei dem Ableſen des Barometerſtandes Sorge zu tragen. Die aus dem unrichtigen Stande des Auges entſpringende Parallaxe wird durch die Viſirvorrichtungen (Abſehen) beſeitiget, denen man mannigfaltige Einrichtungen gegeben hat. Der ebene Rand eines um die Röhre gelegten verſchiebbaren Cylinders, wie auch zwei parallele Fäden oder Platten, eine vor, die andere hinter der Röhre, leiſten dabei die beſten Dienſte. Man pflegt mit denſelben einen ſogenannten Nonius zur Wahrnehmung kleiner Theile der Scale ($\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{20}$ einer Linie), manchmal auch ein Vergrößerungsglas (Lupe) zu verbinden.

Damit ein Barometer ohne Nachtheil für ſeine Brauchbarkeit in gefülltem Zuſtande von einem Orte zum andern übertragen werden könne, muß durch einen zweckmäßigen Verſchluß dem Auslaufen des Queckſilbers, dem Eindringen von Luft in die Röhre und dem Anſchlagen des Queckſilbers an das geſchloſſene Ende der Röhre, wodurch dieſelbe leicht zerbricht, vorgebeugt werden. Man neigt daher vor dem Transportiren die Röhre, damit das Queckſilber ganz bis an das obere Ende derſelben vordringe, und verſchließt hierauf die Röhre. Bei Gefäßbarometern geſchieht dieß durch Heben des beweglichen Bodens, ſo daß derſelbe zuletzt entweder an das Ende der Röhre drückt, oder, ehe er dieſes Ende erreicht, das untere Queckſilber an die Gefäßwände anpreßt, und ſolchergeſtalt auch das Queckſilber in der Röhre zurückhält. Bei Heberbarometern führt man in die kürzere Röhre einen gut paſſenden Stöpſel ein. Man transportirt die Barometer in horizontaler

oder auch umgekehrter Lage. Stets müſſen die Verſchließungsapparate Elaſticität beſitzen, um der Ausdehnung des Queckſilbers durch die Wärme nachgeben zu können, und auch noch bei deſſen Zuſammenziehung, falls die Temperatur niedriger wird, gehörig zu ſchließen. Allzu raſche Bewegungen des Queckſilbers werden durch Verengerung des Barometerrohres in der Nähe des obern und untern Endes der Röhre beſeitiget; man kann bei Gefäßbarometern letzteres Ende auch aufwärts krümmen, um das Eintreten der Luft bei umgekehrter Lage des Rohres zu verhüten.

199. **Beziehung zwiſchen Barometer und Thermometer.** Eine genaue Conſtruction des Thermometers ſetzt die Beobachtung des Luftdruckes bei der Beſtimmung des Siedpunctes der Thermometerſcale voraus, und zur genauen Angabe des Barometerſtandes iſt die Berückſichtigung der Temperatur des Queckſilbers in der Barometerröhre nöthig. Man ſieht hieraus, wie die Angaben beider Inſtrumente wechſelweiſe von einander abhängen. Indem man zuerſt den Barometerſtand nach der Temperaturangabe eines Thermometers, deſſen Scale ohne Rückſicht auf den Luftdruck verfertiget wurde, corrigirt, ſodann die Siedtemperatur des Waſſers nach dieſem Thermometer unterſucht, kann man die Scale deſſelben, und mittelſt dieſer wieder den Barometerſtand berichtigen; durch ſucceſſive Correctionen dieſer Art befreit man leicht die Anzeigen beider Inſtrumente von jedem merklichen Fehler. Um übereinſtimmende Thermometer zu gewinnen, wählt man zur Beſtimmung des Siedpunctes die Siedtemperatur des Waſſers bei einem feſtgeſetzten Barometerſtande, welcher der Normalbarometerſtand heißt. Man nimmt als ſolchen gewöhnlich die Queckſilberhöhe von 760 Millimeter oder 28,851 W Zoll = 28 W. Z. 10,22 Lin. bei der Temperatur 0° R. an.

200 **Geſetz der Abhängigkeit der Expanſivkraft der Luft von ihrer Dichte.** Befindet ſich eine Luftmaſſe unter einem äußeren Drucke im Gleichgewichte, ſo iſt ihre Expanſivkraft nothwendig dem auf die Flächeneinheit reducirten Drucke gleich. Unterſucht man die Dichte, welche die Luft bei verſchiedenem Drucke annimmt, ſo findet man, daß bei einer und derſelben Temperatur die Expanſivkräfte der Luft ſich ſtets verhalten wie ihre Dichten. Dieſes Geſetz, welches das Mariotte'ſche heißt, wird auf empiriſchem Wege folgender Maßen bewieſen:

Erſter Fall. Die Expanſivkraft der zu unterſuchenden Luft ſey größer als diejenige, welche in der umgebenden Atmoſphäre ſtatt findet. Man gieße in eine gebogene Rohre mit parallelen aufrechten Armen, wovon der kürzere an ſeinem Ende geſchloſſen und mit einer Volumſcale verſehen iſt, durch das offene Ende des längeren Armes Queckſilber, ſo wird dadurch in dem kürzeren Arme ein Luftquantum abgeſperrt, und in dem Maße als die auf ihm laſtende Queckſilberſäule zunimmt, auf ein kleineres Volum zuſammengedrückt. Der Druck, unter welchem dieſes Luftquantum ſteht, iſt die Summe des Druckes der äußeren Luft und der Queckſilberſäule. Es ſeyen bei einer Reihe mit

derſelben Luftmaſſe angeſtellter Verſuche, h, h′, h″ ꝛc. die Höhen der Queckſilberſäule, von der Trennungsfläche des Queckſilbers und der abgeſperrten Luft bis zur Oberfläche des Queckſilbers im offenen Arme gerechnet, und b, b′, b″ ꝛc. die gleichzeitig beobachteten Barometerſtände, ſo entſpricht der ganze Druck auf die Luft einer Queckſilberſäule, deren Höhen $b + h$, $b' + h'$, $b'' + h''$ ꝛc. ſind. Nennen wir die Expanſivkräfte, welche die Luft in den correſpondirenden Graden der Zuſammendrückung äußert, E, E′, E″ ꝛc.; ferner d, d′, d″ ꝛc. ihre Dichten und v, v′, v″ ꝛc. ihre Rauminhalte, ſo iſt dem Begriffe der Expanſivkraft zu Folge

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = b + h : b' + h' : b'' + h'' : \text{ꝛc.},$$

und weil die Luftmaſſe bei allen Verſuchen ſich gleich blieb,

$$d : d' : d'' : \text{ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \text{ꝛc.}$$

Aus den Reſultaten der Verſuche ſelbſt ergibt ſich, wenn nur die Luft trocken war, und die Temperatur ſich nicht geändert hat, die Proportion

$$b + h : b' + h' : b'' + h'' \text{ ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \text{ꝛc.},$$

mithin iſt auch $E : E' : E''$ ꝛc. $= d : d' : d''$ ꝛc. wie behauptet wurde.

Zweiter Fall. Die Expanſivkraft der zu unterſuchenden Luft ſey kleiner als die atmoſphäriſche. Man bringe in den mit einer Volumſcale verſehenen oberen Raum eines mit Queckſilber gefüllten und in ein tiefes Gefäß mit Queckſilber tauchenden Barometerrohres ein Quantum trockene Luft und beobachte ihre Rauminhalte v, v′, v″ ꝛc., die Höhen h, h′, h″ ꝛc. der im Rohre befindlichen Queckſilberſäule und die gleichzeitigen Barometerſtände b, b′, b″ ꝛc während das Rohr immer tiefer in das Queckſilber eingeſenkt wird. Man hat nun

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = b - h : b' - h' : b'' - h'' : \text{ꝛc.},$$

und da die Verſuche die Proportion

$$b - h : b' - h' : b'' - h'' : \text{ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} \text{ ꝛc.}$$

geben, ſo iſt auch hier

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = d : d' : d'' : \text{ꝛc.}$$

Daſſelbe Geſetz zeigt ſich auch bei reinem trocknen Sauerſtoffgas, Stickgas, Waſſerſtoffgas oder einem beliebigen Gemenge derſelben und ſelbſt bei denjenigen Gaſen, welche durch Compreſſion tropfbar gemacht werden können, ſobald ſie ihrem Condenſationspuncte nicht zu nahe ſtehen. Bei leicht condenſirbaren Gaſen, z. B. bei ſchwefligſaurem Gas, Cyangas u. dgl. wachſen die Dichten bald in einem raſcheren Verhältniſſe als die Expanſivkräfte. Um ſo weniger gilt das Mariotte'ſche Geſetz für Waſſerdämpfe, weßwegen ſolche dem zu unterſuchenden Gaſe nicht beigemengt ſeyn dürfen.

201. Geſetz der Abhängigkeit der Expanſivkraft der Luft von ihrer Temperatur. In einem Gefäße, welches in eine horizontale und dann ſich abwärts krümmende enge Röhre ausläuft,

befinde ſich trockne Luft durch Queckſilber von der äußeren Atmoſphäre abgeſperrt. Das abwärts gebogene Ende der Röhre gehe luftdicht durch den oberen Deckel eines ganz mit Queckſilber gefüllten Behälters, und es ſey in dieſen noch eine verticale, oben offene Röhre luftdicht eingepaßt; der Boden des Behälters laſſe ſich mittelſt einer Schraube heben und ſenken, ſo daß das Queckſilber nach Gefallen in die verticale Röhre getrieben und dadurch auf die in erwähntem Gefäße enthaltene Luftmaſſe ein beliebiger Druck ausgeübt werden könne. Regulirt man nun, während man der Luft in dem Gefäße nach und nach verſchiedene genau gemeſſene Temperaturen ertheilt, den Stand des Queckſilbers in der verticalen Röhre dergeſtalt, daß dieſe Luft ſtets ein und dasſelbe Volum beibehält, wobei die Aenderung des Volums des Gefäßes ſelbſt wegen Aenderung ſeiner Temperatur gehörig berückſichtiget werden muß, ſo gibt die mittelſt einer angebrachten Scale gemeſſene Druckhöhe des Queckſilbers, um den Betrag des gleichzeitigen Barometerſtandes vermehrt, die jedesmalige Expanſivkraft der in dem Gefäße abgeſperrten Luftmaſſe an. Genaue Verſuche dieſer Art haben gelehrt, daß von der Temperatur des ſchmelzenden Eiſes angefangen bis zu jener des ſiedenden Waſſers die Zunahme der Expanſivkraft der Luft, in Theilen der bei dem Eispuncte ſtatt findenden Expanſivkraft ausgedrückt, mit ihrer nach einem Queckſilberthermometer gemeſſenen Temperatur in geradem Verhältniſſe ſtehe, und die bei dem Siedpuncte ſelbſt $\frac{11}{30} = \frac{100}{273} = 0{,}367$ der urſprünglichen Expanſivkraft (bei 0° R.) betrage. Bezeichnet man, je nachdem man bei Beſtimmung der Temperaturen von der Réaumur'ſchen oder von der Centeſimalſcale Gebrauch macht, den 80ſten oder den 100ſten Theil des ſo eben angegebenen Bruches mit β, und iſt e die Expanſivkraft der Luft bei 0°, E jene bei t Graden des Thermometers, ſo hat man nach dieſem Geſetze

$$E : e = 1 + \beta t : 1, \quad \text{mithin} \quad E = e\,(1 + \beta t).$$

Bezeichnet E' die Expanſivkraft bei der Temperatur t', ſo iſt eben ſo $E' = e\,(1 + \beta t')$; folglich

$$E : E' = 1 + \beta t : 1 + \beta t'.$$

So weit die bisherigen Erfahrungen reichen, gilt dieſes Geſetz mit großer Annäherung auch für andere Gaſe, ja der Werth von β iſt ſogar für verſchiedene Gaſe ſo geringen Aenderungen unterworfen, daß man demſelben bisher, ehe neueſtens angeſtellte Verſuche darüber Zweifel erregten, für alle Gaſe eine und dieſelbe Größe beilegte.

202. **Luftthermometer.** Nach der in 31. vorgetragenen Hypotheſe über den Einfluß der Wärme auf die gegenſeitige Abſtoßung der Körpertheilchen hat es den Anſchein, daß die Zunahme der Expanſivkraft eines von ſeinem Condenſationspuncte ſehr weit entfernten ausdehnſamen Körpers, z. B. der atmoſphäriſchen Luft, eine reine Wirkung des objectiven Grundes der Temperaturerhöhung ſey, mithin, bei ungeändertem Volum eines ſolchen Gaſes, jene Steigerung der Expanſivkraft als das natürlichſte Maß des Wachsthumes der Temperatur betrachtet werden könne. Dieß vorausgeſetzt, wäre die atmoſphäriſche Luft oder ein

anderes permanentes Gas die zweckmäßigſte thermometriſche Subſtanz, und ein Apparat, welcher die Aenderungen der Expanſivkraft eines und deſſelben Luftvolums anzeigt, das eigentliche Thermometer. Man nennt es das Luftthermometer. Es kann, wie bereits in 34 angedeutet wurde, mit Vortheil zur Meſſung ſehr hoher Temperaturgrade angewendet werden. Kennt man die Expanſivkraft e der unter einem feſtgeſetzten Volum enthaltenen Luft bei der Temperatur des ſchmelzenden Eiſes, ferner die Expanſivkraft E dieſer Luft bei der zu meſſenden Temperatur t, ſo gibt die in 201 aufgeſtellte Gleichung $E = e(1 + \beta t)$ die Formel $t = \frac{1}{\beta}\left(\frac{E}{e} - 1\right)$, wornach t berechnet werden kann.

Denkt man ſich die Scale des Luftthermometers ſo eingerichtet, daß deren Angaben ſich wie die den betreffenden Temperaturen zugehörenden Expanſivkräfte der atmoſphäriſchen Luft bei ungeänderter Dichte verhalten, und bezeichnet man die an ſolcher Scale dem Eispuncte und der nach dem gewöhnlichen Thermometer $= t$ beſtimmten Temperatur entſprechenden Zahlen mit T_0 und T, ſo hat man, weil nach der Vorausſetzung $T : T_0 = E : e$ iſt,

$$T = T_0(1 + \beta t) = T_0 + T_0\beta t.$$

Es iſt am bequemſten $T_0 = \frac{1}{\beta}$ anzunehmen, wodurch $T_0\beta = 1$ wird. Man hat dann zur Verwandlung der Angaben des gewöhnlichen Queckſilberthermometers in die des Luftthermometers, und umgekehrt, die einfache Gleichung $T = \frac{1}{\beta} + t$. Für die Réaumur'ſche Scale iſt $\beta = \frac{11}{30 \cdot 80} = \frac{11}{2400}$, mithin $\frac{1}{\beta} = 218$; für die Centeſimalſcale dagegen iſt $\beta = \frac{11}{3000}$, mithin $\frac{1}{\beta} = 273$. Will man daher die Scale des Luftthermometers ſo einrichten, daß ihre Angaben den correſpondirenden Expanſivkräften der Luft bei ungeänderter Dichte proportionirt ſind, und zugleich das Intervall zwiſchen dem Eis- und dem Siedpunete 80 Grade enthält, ſo muß man den Eispunct mit 218 bezeichnen, wodurch dem Siedpuncte die Zahl 298 zu Theil wird; ſoll aber das erwähnte Intervall 100 Grade enthalten, ſo muß man dem Eispuncte die Zahl 273, folglich dem Siedpuncte die Zahl 373 beilegen.

Bei Temperaturen, welche den Siedpunct des Waſſers überſchreiten, hält das Queckſilberthermometer mit dem Luftthermometer nicht gleichen Schritt, ſondern erſteres eilt letzterem immer mehr vor, je näher das Queckſilber ſeinem Siedpuncte entgegen rückt. So zeigt, wenn ein Queckſilberthermometer mit Centeſimalſcale 150°, 200°, 250°, 300° angibt, das Luftthermometer, vorausgeſetzt daß deſſen Angaben wegen der eigenen Ausdehnung des Luftbehälters corrigirt worden ſind, nur 149°, 197°, 245°, 294°.

203. Vergleichung der Expanſivkräfte eines und deſſelben Gaſes bei verſchiedenen Dichten und Temperaturen. Da nach dem früher Bewieſenen die Expanſivkräfte eines Gaſes bei einerlei

Temperatur ſich wie ſeine Dichten, und bei einerlei Dichte ſich wie ſeine Temperaturen, nach dem Luftthermometer gemeſſen, verhalten, ſo ſind bei verſchiedenen Dichten D, D′ und Temperaturen T, T′ die Expanſivkräfte E, E′ eines Gaſes den Producten aus den Dichten und Temperaturen proportionirt, d. h es iſt $E : E' = DT : DT'$. Zeigt ſich $E = E'$, ſo muß auch $DT = D'T'$ ſeyn, und man hat $T : T' = D' : D$. Nennt man nun die Rauminhalte einer und derſelben Luftmaſſe bei gleicher Expanſivkraft, aber verſchiedenen Temperaturen V, V′, ſo iſt $D' : D = V : V'$, folglich $T : T' = V : V'$. Dieſe Proportion findet in dem Falle Anwendung, wenn eine Luftmaſſe von der äußeren Atmoſphäre durch eine bewegliche Scheidewand, z. B. wenn die Luft in einem thermometerähnlichen Gefäße mittelſt eines in die Röhre gebrachten Queckſilbertropfens (Index) abgeſperrt iſt, wo im Gleichgewichte der Index in der horizontal gehaltenen Röhre eine ſolche Stellung annehmen muß, daß die Expanſivkraft der eingeſchloſſenen Luft jener der äußeren gleich kommt. Geht mit der Expanſivkraft der äußeren Luft keine Aenderung vor ſich, aber wird die Temperatur der abgeſperrten Luft geändert, ſo muß ſich das Volum derſelben obiger Proportion gemäß ändern. In dieſem Sinne kann man ſagen, die Ausdehnung der Luft entſpreche ihrer Temperatur. Erleidet jedoch zugleich die Expanſivkraft der äußeren Luft eine Aenderung, ſo gilt die Proportion $E : E' = \frac{T}{V} : \frac{T'}{V'}$, welche $T : T' = EV : E'V'$ gibt. Man kann hier ſtatt E und E′ die Barometerſtände ſetzen. Hierauf läßt ſich die Einrichtung eines Luftthermometers gründen (Gay-Luſſac's Luftthermometer).

Aus der angeführten Proportion folgt auch $V : V' = \frac{T}{E} : \frac{T'}{E'}$. Hievon kann Gebrauch gemacht werden, um aus dem Volum, welches ein Gas in einem mit Waſſer oder Queckſilber geſperrten Recipienten zeigt, wobei das Gas unter einem Drucke ſteht, der dem Unterſchiede des atmoſphäriſchen Druckes und der im Recipienten über die äußere Oberfläche der Sperrflüſſigkeit gehobenen Säule gleich iſt, dasjenige Volum zu berechnen, welches das Gas unter irgend einem andern Drucke oder einer andern Temperatur haben würde.

204 Vergleichung der Expanſivkräfte verſchiedener Gaſe. Verſchiedene Gaſe äußern bei gleichen Dichten und gleichen Temperaturen verſchiedene Spannkräfte. Hieraus entſpringt der Begriff der *ſpecifiſchen* Expanſivkraft im Gegenſatze mit der *abſoluten*, welche bei verſchiedenen Dichten und Temperaturen ſtatt findet. Wir ſchreiben nämlich einem Gaſe in Vergleichung mit einem andern eine in dem Verhältniſſe größere ſpecifiſche Expanſivkraft zu, in welchem ſeine Expanſivkraft die des andern Gaſes bei einerlei Dichte und Temperatur übertrifft. Befolgen die Spannkräfte beider Gaſe bei Aenderungen ihrer Dichte das *Mariotte*'ſche Geſetz, ſo hat man, wenn E, E′ in Hinſicht auf eine feſtgeſetzte Temperatur die abſoluten, e, e′ die ſpecifiſchen Expanſivkräfte und D, D′ die Dichten der Gaſe

vorstellen, die Proportion $E : E' = De : D'e'$. Aendern sich ferner die Expansivkräfte der Gase mit der Temperatur in geradem Verhältnisse, so bleibt das für irgend eine Temperatur gefundene Verhältniß $e : e'$ stets dasselbe, und sind β, β' die Ausdehnungscoefficienten der Gase (203.), d. h. die Exponenten der Verhältnisse, in welchen die Unterschiede der Expansivkräfte der Gase bei dem Nullpuncte der gewöhnlichen Thermometerscale und jeder andern Temperatur zur Temperatur selbst stehen, so hat man, wenn t und t' die Temperaturen der Gase anzeigen, $E : E' = D(1+\beta t)e : D'(1+\beta' t')e'$. Ist $\beta' = \beta$, so kann man der Messung der Temperaturen mit Vortheil das Luftthermometer zum Grunde legen, und nennt man die nach demselben bestimmten Temperaturen T und T', so wird

$$E : E' = DTe : D'T'e'.$$

Sind die Expansivkräfte und die Temperaturen zweier Gase gleich, so hat man $De = D'e'$, mithin $e : e' = D' : D$. Es verhalten sich also die specifischen Expansivkräfte verkehrt wie diejenigen Dichten, welche bei gleichen absoluten Expansivkräften und Temperaturen statt finden. Bezeichnet man die unter diesen besonderen Umständen obwaltenden Dichten, zur Unterscheidung von den allgemein statt findenden, mit d und d', so haben wir $e : e' = d' : d$. Hiedurch nimmt obige allgemeine Proportion die Gestalt $E : E' = \frac{DT}{d} : \frac{D'T'}{d'}$ an. Wählt man die Dichte und specifische Expansivkraft eines bestimmten Gases, z. B. der atmosphärischen Luft, als Einheiten der genannten Größen für die übrigen Gase, deren Expansivkräfte sich in geradem Verhältnisse mit der Dichte und Temperatur ändern, so wird in Bezug auf jedes andere solche Gas $e : 1 = 1 : d$, also $e = \frac{1}{d}$, d. h. die specifische Expansivkraft eines solchen Gases ist dem reciproken Werthe seiner auf die unter gleichen Umständen stehende atmosphärische Luft bezogenen Dichte gleich.

205. **Princip der Einrichtung und des Gebrauches der Luftpumpe.** Man hat Instrumente, mit deren Hilfe es möglich ist, nach Gefallen Luft aus einem abgeschlossenen Raume zu entfernen und zu der in einem solchen Raume bereits vorhandenen Luft ein neues Quantum hinzuzufügen, oder mit andern Worten, mit deren Hilfe man die Luft in einem gegebenen Raume verdünnen und verdichten kann. Derlei Instrumente heißen Luftpumpen und beruhen auf der Ausdehnsamkeit der Luft, welche Eigenschaft sie ihrerseits wieder in ein helleres Licht setzen. Das Princip, welches der Einrichtung einer Luftpumpe zum Grunde liegt, ist folgendes: Es sey 1) die Luft in dem Raume A (Fig. 69) zu verdünnen. Man denke sich diesen Raum mittelst des Kanales m mit einem hohlen Cylinder C verbunden, in welchem ein luftdicht an die Wände desselben passender Stempel oder Kolben B hin und her bewegt werden kann, und nehme an, der Stempel befinde sich am Boden E des Cylinders. Wird der Stempel von E weg bis an das Ende F des Cylinders, jedoch nicht aus demselben

herausgezogen, ſo wird der in A und m befindlichen Luft ein größerer Raum dargeboten, welchen ſie in Folge ihrer Ausdehnſamkeit ausfüllt, indem ſie ſich gleichförmig in dem Raume von A, m und C vertheilt. Nennen wir die Dichte, welche die Luft früher in A und in m hatte, D, und diejenige, welche ſie nach dem Hervorziehen des Stempels beſitzt, d', und bezeichnen wir die Raumінhalte von A, m und C mit den gleichnamigen Buchſtaben, ſo iſt, weil hier eine und dieſelbe Luftmaſſe früher das Volum $A+m$ und ſpäter das Volum $A+m+C$ hat, $d' : D = A+m : A+m+C$, mithin d' in dem ſo eben genannten Verhältniſſe kleiner als D. Setzen wir den Quotienten $A+m : A+m+C = q$, ſo wird $d' = qD$, wobei $q < 1$ iſt, und um ſo kleiner ausfällt, je größer der Raum C gegen $A+m$ iſt. Es ſey nun eine Vorrichtung vorhanden, mittelſt welcher die Verbindung zwiſchen C und m dicht an der Einmündung des Kanales m in den Cylinder C abgeſchloſſen, und eben ſo eine zweite Vorrichtung, mittelſt welcher an dem Boden E des Cylinders eine Communication zwiſchen dem Raume C und der äußeren Luft eröffnet werden kann. Wird der Stempel von F bis E vorgeſchoben, ſo treibt derſelbe die in C befindliche Luft aus dieſem Raume hinaus. Schließt man hierauf die Verbindung zwiſchen C und der äußern Luft wieder ab, und ſtellt die Verbindung zwiſchen C und dem Kanal m her, ſo kann man das vorige Verfahren wiederholen und ſolchergeſtalt die Dichte der Luft in A, welche nunmehr ſchon auf $d' = QD$ herabgebracht iſt, noch weiter auf $d'' = qd' = q^2 D$ verringern. Durch eine dritte Operation wird die Dichte der Luft in A auf $d''' = qd'' = q^3 D$ gebracht u. ſ. w. Auf dieſe Art wird die Luft in A immer mehr und mehr, und zwar in geometriſcher Progreſſion verdünnt. 2) Es ſey die Luft in A zu verdichten. Man denke ſich den Raum A und m bereits mit Luft von einer beliebigen Dichte δ gefüllt, und von C abgeſperrt, ferner die Communication zwiſchen C und der äußeren Luft, deren Dichte D ſey, geöffnet und den Stempel bis F hervorgezogen. Wird jetzt die Verbindung von C mit der äußeren Luft abgeſchloſſen, jene zwiſchen C und m geöffnet, und der Stempel bis E in den Cylinder geſchoben, ſo geht das den Raum C ausfüllende Luftquantum DC in $A+m$ über. Die Dichte der Luft in $A+m$ wird dadurch um den Betrag $\frac{DC}{A+m}$ vergrößert, oder wenn man $\frac{C}{A+m} = Q$ ſetzt, um QD. Es wird ſonach die Dichte der Luft in $A+m$ durch $D' = \delta + QD$ ausgedrückt. Schließt man jetzt die Verbindung zwiſchen m und C wieder ab, öffnet die Verbindung von C mit der äußern Luft, zieht den Stempel bis F zurück, wodurch ſich C abermal mit Luft von der Dichte der äußeren füllt, ſo kann man das vorige Verfahren wiederholen und es bekommt die Luft in $A+m$ nach und nach die Dichten $D'' = \delta + 2QD$, $D''' = \delta + 3QD$ u. ſ. w. Auf dieſe Art wird die Luft in A immer mehr und mehr, und zwar in arithmetiſcher Progreſſion verdichtet.

206. **Haupttheile und Arten der Luftpumpen.** Aus der so eben gegebenen Erklärung des Princips der Luftpumpe ergeben sich die wesentlichen Bestandtheile dieses Instrumentes und die Art seines Gebrauches von selbst. Die Haupttheile jeder Luftpumpe sind 1) der vorerwähnte hohle Cylinder, Stiefel genannt, welcher von Glas oder Metall verfertiget und an der inneren Fläche sehr glatt geschliffen ist, und in der Regel eine verticale Lage hat. 2) Der Stempel oder Kolben, ein aus stark an einander gepreßten Lederscheiben zusammengesetzter solider Cylinder, welcher sich luftdicht an die Wände des Stiefels anschließt und in demselben mittelst einer Stange auf und nieder bewegt werden kann, an welcher entweder eine Handhabe angebracht ist, oder sich Zähne befinden, in welche die Zähne eines durch eine Kurbel oder einen Hebel zu drehenden Rades eingreifen. Von dem Boden des Stiefels geht ein Luftkanal zu einer eben geschliffenen, gleichsam ein rundes Tischchen vorstellenden Glas- oder Metallplatte, welche der Teller heißt; das in der Mitte des Tellers befindliche Ende des Luftkanales ist mit einem Schraubengewinde versehen. Die Gefäße, in welchen die Luft verdünnt oder verdichtet wird, die sogenannten Recipienten, sind in der Regel aus Glas verfertiget; sie haben entweder die Gestalt von Glocken und werden auf den Teller gesetzt, auf den sie mit ihrem gleichfalls eben geschliffenen breiten Rande luftdicht passen; oder sie sind kugelförmig und werden mittelst einer am Halse angebrachten metallenen Fassung an das Ende des Luftkanals angeschraubt. 3) Die Vorrichtungen zur Abschließung und Herstellung der Communication zwischen dem Stiefel und Recipienten und zwischen dem Stiefel und der äußeren Luft. Diese sind entweder ein Hahn oder Ventile, wornach die Luftpumpen in Hahn- und in Ventilluftpumpen zerfallen. Zur rascheren Förderung, und wie sich weiter unten zeigen wird, zur Erhöhung der Leistung einer Luftpumpe versieht man dieselbe mit zwei Stiefeln, deren Stempel einen entgegengesetzten Gang haben; man unterscheidet sonach einstieflige und zweistieflige Luftpumpen.

Bei einer Hahnluftpumpe befindet sich der Hahn an dem Boden des Stiefels und geht durch den Luftkanal, welcher zum Recipienten führt, quer hindurch. Er hat zwei Bohrungen; eine derselben uv (Fig. 70 a und b) hat die Richtung eines Durchmessers der Rundung des Hahnkörpers; die andere xyz fängt in demselben Umkreise des Hahnes 90° weit von den Mündungen der ersteren an, geht etwas schief bis zur Längenaxe des Hahnes, und folgt dann dieser bis zum Ende desselben. Denkt man sich den Stiefel auf der Seite A und den Anfang des zum Recipienten führenden Kanales auf der Seite B, so ist a die Stellung, in welcher der Stiefel mit dem Recipienten, und b die Stellung, in welcher der Stiefel mit der äußeren Luft in Verbindung steht. Der Hahn wird bei jedem Kolbengange entweder mit der Hand in die gehörige Stellung gebracht, oder durch die Maschine selbst mittelst eines einfachen Mechanismus regiert. Daß eine Hahnluft-

pumpe ſowohl zum Verdünnen als zum Verdichten der Luft gebraucht werden kann, iſt für ſich klar.

Eine Ventilluftpumpe kann man bei ihrer gewöhnlichen Einrichtung nicht zugleich zum Verdünnen und Verdichten der Luft anwenden, ſondern ſie dient entweder bloß zu dem einen oder zu dem andern Zwecke. Der Hauptgebrauch, den man bei phyſikaliſchen Forſchungen von der Luftpumpe macht, bezieht ſich auf die Verdünnung der Luft. Die hiezu beſtimmten Ventilluftpumpen ſind mit zwei Ventilen (Klappen) verſehen; eines befindet ſich am Boden des Stiefels, es geſtattet der Luft den Austritt aus dem vom Recipienten zu dem Stiefel führenden Kanale, verſchließt aber den umgekehrten Weg; das andere iſt entweder an dem Boden des Stiefels, oder in dem Kolben angebracht, und öffnet ſich nach außen, ſo daß die Luft aus dem Stiefel durch das Einſchieben des Kolbens weggeſchafft wird. Das den Luftkanal öffnende und ſchließende Ventil kann ſehr zweckmäßig durch einen in die Bodenplatte des Stiefels gut paſſenden Stöpſel erſetzt werden, welcher am Ende einer durch den Körper des Stempels luftdicht gehenden Stange befeſtiget iſt; bei dem Heben des Kolbens geht dieſe Stange etwas mit, der Verſchluß des Luftkanales öffnet ſich, und der in die Höhe gezogene Kolben ſchiebt ſich an der Stange des Stöpſels aufwärts, während dieſe durch ein Hinderniß, woran ihr oberes Ende ſtoßt, feſtgehalten wird; bei dem Beginne des entgegengeſetzten Ganges des Kolbes ſchließt der Stöpſel ſogleich wieder die Verbindung zwiſchen dem Stiefel und Recipienten ab.

Eine ſehr einfache Einrichtung hat die zum Verdichten der Luft dienende Ventilpumpe, die ſogenannte Compreſſionspumpe. Sie beſteht bloß aus einem Rohre mit einem Stempel, welches an das Gefäß, worin die Luft verdichtet werden ſoll, z. B. an den Luftbehälter (Kolben) einer Windbüchſe, anzuſchrauben iſt. An dem Ende, gegen welches der Stempel bei dem Einſchieben ſich bewegt, befindet ſich im Rohre ein auswärts ſich öffnendes Ventil, und an dem entgegengeſetzten Ende hat das Rohr eine Seitenöffnung, an welcher der Stempel, wenn er am weiteſten aus dem Rohre gezogen iſt, vorbeigeht. Durch dieſe Oeffnung füllt ſich das Rohr bei jedem Herausziehen des Stempels mit Luft, welche bei dem Einſchieben des Stempels in Folge ihrer anwachſenden Spannkraft ſich das Ventil öffnet und in den Recipienten gelangt, jedoch durch eben dieſes Ventil gehindert wird, bei der entgegengeſetzten Bewegung des Stempels wieder in das Rohr zurückzukehren. Will man ein anderes Gas in einem Gefäße verdichten, ſo muß man die Seitenöffnung des Rohres mit einem Behälter, worin ſich das Gas befindet, in Verbindung ſetzen.

Ein, zwar nicht im Weſen der Luftpumpe begründeter, aber bei dem Gebrauche derſelben, zumal bei dem wiſſenſchaftlichen, unentbehrlicher Beſtandtheil dieſer Geräthſchaft iſt die Barometerprobe. Sie dient dazu, den im Recipienten erreichten Grad der Verdünnung zu erkennen, und beſteht aus einem abgekürzten, meiſtens heberförmigen Barometer mit 6 — 8 Zoll langen Armen, wovon der eine oben

geschlossen und ganz mit Quecksilber gefüllt ist, welches durch den gewöhnlichen Luftdruck darin erhalten wird; dieses Barometer befindet sich als eine gewöhnliche Beigabe zur Luftpumpe in einem engen Recipienten, welcher sich in den vom Stiefel zum Teller gehenden Kanal einmündet, und mittelst eines besonderen Hahnes abgesperrt werden kann. Ist dieser Hahn offen, und wird die Luft verdünnt, so sinkt das Quecksilber in dem einen und steigt in dem andern Arme der Barometerprobe, und man erkennt aus der Höhe a der Quecksilbersäule, welche durch die verdünnte Luft noch getragen wird, deren Spannkraft. Vergleicht man diese Spannkraft mit der durch den Barometerstand b gegebenen Spannkraft der äußeren Luft, so kann man daraus nach dem Mariotte'schen Gesetze auf das Verhältniß der Dichte der Luft im Recipienten zur Dichte der äußeren Luft schließen. Es ist nämlich die Luft im Recipienten gegen die äußere so viele Male dünner als a in b enthalten ist.

Da die Luftpumpe in der Regel nur zum Verdünnen der Luft gebraucht wird, so findet man daran keine bleibende Vorrichtung zum Messen der Verdichtung der Luft. Hiezu kann eine enge, mit Luft gefüllte und mit einer Volumscale versehene, starke Glasröhre dienen, welche mittelst einer kurzen Quecksilbersäule gesperrt ist. Beobachtet man das Volum des darin abgesperrten Luftquantums, wenn es bloß unter dem äußeren Luftdrucke steht, und wenn die verdichtete Luft darauf drückt, so gibt die Verkleinerung dieses Volums den verlangten Verdichtungsgrad an.

207. Grenze der Verdünnung und Verdichtung der Luft mittelst einer Luftpumpe. Nach der in 205 gegebenen theoretischen Erklärung des Principes der Einrichtung der Luftpumpe hat es den Anschein, daß die Luft mit einem solchen Apparate zu jedem beliebigen Grade verdünnt, und so weit verdichtet werden könne, als es die Festigkeit der Gefäße und die Undurchdringlichkeit der Lufttheile gestattet. Bei dieser Erklärung wurde jedoch stillschweigend vorausgesetzt, daß es möglich sey, die Abschließung des Stiefels vom Recipienten so nahe an der Einmündung des zum Recipienten führenden Luftkanales anzubringen, und den Kolben so genau in den unteren Teil des Stiefels einzupassen, daß bei dem gänzlichen Einschieben des Stempels in den Stiefel alle zwischen dem Stempel und der Absperrung des Stiefels befindliche Luft ausgetrieben wird. Dieß ist aber bei den Luftpumpen nie der Fall; immer bleibt zwischen dem Stempel und der Absperrung des Stiefels ein kleiner Raum übrig, welcher durch den Stempel nicht ausgefüllt wird; dieser Raum beschränkt den durch die Luftpumpe erreichbaren Grad der Verdünnung und Verdichtung der Luft um so mehr, je größer sein Volum im Vergleiche mit dem Rauminhalte des Stiefels ist: er heißt deßhalb der schädliche Raum.

Um den Einfluß des schädlichen Raumes auf den Fortgang der Verdünnung einzusehen, bedenke man, daß zur Fortschaffung der Luft, welche bei dem Aufziehen des Kolbens aus dem Recipienten in den Stiefel gekommen ist, während des Einschiebens des Kolbens in den Stie-

fel, dieser und folglich auch der schädliche Raum mit der äußeren Luft in Verbindung gesetzt werden muß; der schädliche Raum bleibt daher auch nach der Abschließung genannter Verbindung mit Luft von der Dichte der äußeren Atmosphäre (bei Ventilpumpen, deren Kolbenventile strenge gehen, mit noch dichterer) gefüllt. Bei dem Aufziehen des Kolbens breitet sich dieses Luftquantum in den Stiefel aus, und es ist klar, daß wenn die Luft im Recipienten bereits auf den Grad der Dünne gebracht wäre, welchen die Luft des schädlichen Raumes durch ihre Ausbreitung in den Stiefel erlangt, keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen könnte, mithin die Verdünnung ein Ende nähme. Heißt das Volum des schädlichen Raumes einer Luftpumpe (so groß gedacht, wie es werden müßte, wenn die in ihm befindliche Luft die Dichte der äußeren hätte) s, das Volum des Stiefels S, so wird die Luft des schädlichen Raumes durch ihre Ausbreitung in den Stiefel $\frac{S}{s}$mal dünner als die äußere Luft; es gibt daher der Bruch $\frac{s}{S}$ eine Grenze der Verdünnung an, welche mit dieser Luftpumpe nicht überschritten, ja nicht einmal erreicht werden kann, obgleich es möglich ist, sich ihr bis auf eine unmerkliche Differenz zu nähern.

Der schädliche Raum einer Compressionspumpe setzt ebenfalls der Verdichtung der Luft eine Grenze. Denn ist der Stempel aufgezogen, und der Stiefel mit atmosphärischer Luft gefüllt, so wird diese bei dem Einschieben des Stempels zunächst in den schädlichen Raum getrieben, und geht nur in so fern in den Recipienten über, als ihre Spannung jene der dort befindlichen Luft übertrifft. Hätte die Luft im Recipienten bereits die Dichte, welche die den Stiefel erfüllende Luft bekommt, wenn sie in dem schädlichen Raume zusammengedrängt ist, so fiele jeder Grund weg, aus welchem ein neues Luftquantum in den Recipienten gehen sollte. Hieraus folgt, daß wenn wieder S das Volum des Stiefels sammt schädlichem Raume, s das Volum des schädlichen Raumes selbst anzeigt, die Verdichtung der Luft im Recipienten nicht über das $\frac{S}{s}$fache der Dichte der äußeren Luft getrieben werden kann. Durch zweckmäßige Vergrößerung des schädlichen Raumes läßt sich also auch bewirken, daß die Verdichtung der Luft mittelst einer Compressionspumpe nicht über einen bestimmten Grad gehen kann, was in gewissen Fällen zur Verhüthung der Gefahr des Zerspringens der mit comprimirter Luft zu füllenden Gefäße erwünschlich seyn mag.

Theilt man, in so fern vom Verdünnen die Rede ist, die Luftmasse im Recipienten in Gedanken in zwei Partien, wovon die eine sich zur Gesammtmasse verhält wie s : S, so beziehen sich die in 205 angestellten Betrachtungen nur auf die andere Partie, und nur diese ist es, welche eigentlich durch die Operation der Luftpumpe in das Unendliche verdünnt wird. Die Leistung einer Luftpumpe wird sonach durch die Kleinheit des schädlichen Raumes bedingt, und es muß bei der Construction derselben Sorge getragen werden, diesen möglichst zu vermindern. Aus der so eben gegebenen Nachweisung der Beziehung des schädlichen Raumes zu dem erreichbaren Grade der Verdünnung der Luft erhellet, daß

die absolute Verdünnung in dem Maße bedeutender wird, in welchem die Dichte der Luft, die vor dem Aufziehen des Stempels sich im schädlichen Raume befindet, an sich geringer ist. Hierauf gründet sich der Kunstgriff, mit einer zweistiefligen Luftpumpe dadurch eine geringere Dichte in dem Recipienten zu erzielen, daß man vor dem Aufziehen des Stempels in dem einen Stiefel seinen mit atmosphärischer Luft gefüllten schädlichen Raum mit dem andern Stiefel, worin der Stempel schon aufgezogen, und daher verdünnte Luft enthalten ist, in Verbindung setzt (Graßmann'scher Hahn), oder daß man bloß den einen Stiefel aus dem Recipienten, den andern Stiefel aber aus dem schädlichen Raume des ersteren Luft schöpfen läßt (Babinet's Hahn bei Ventilluftpumpen).

Eine gute Luftpumpe soll, bei der gewöhnlichen Anordnung, wo der schädliche Raum mit der atmosphärischen Luft unmittelbar in Verbindung steht, wenigstens eine 300malige Verdünnung der Luft bewirken. Bei einer Ventilpumpe mit zwei Stiefeln und dem Babinet'schen Hahne kann aber die Verdünnung leicht viel weiter getrieben werden. Gestattet z. B. eine solche Pumpe ohne Mitwirkung des Babinet'schen Hahnes nur eine 100malige Verdünnung, so verdünnt sie mit Zuhilfenahme dieses Hahnes die Luft $(100)^2 = 10000$mal.

Zur Vergleichung der Hahnpumpen mit den Ventilpumpen bemerke man noch Folgendes: Bei der Hahnpumpe in ihrer gewöhnlichen Form wird die Communication des Stiefels mit der äußeren Luft durch Drehung des Hahnes jedesmal sogleich hergestellt, wenn der Stempel den höchsten Stand erreicht hat, wobei sich der Stiefel ganz mit Luft füllt; bei der Ventilpumpe tritt diese Verbindung erst dann ein, wenn die Luft im Stiefel durch das Einschieben des Stempels so weit verdichtet ist, daß ihre Spannung jene der äußeren Luft und überdieß den Widerstand des Kolbenventils zu überwinden vermag, und der schädliche Raum bleibt, wenn die Verdünnung so weit gediehen ist, daß diese Luft das Kolbenventil nicht mehr zu heben vermag, von der äußeren Luft abgesperrt; aus diesem Grunde leistet eine doppeltstiefligte Hahnpumpe nur so viel wie der schwächer wirkende Stiefel, eine doppeltstiefligte Ventilpumpe aber so viel wie der stärker wirkende Stiefel. Bei dem Aufziehen des Stempels im Stiefel ist ein um so größerer Theil des äußeren Luftdruckes zu überwinden, je weiter die Verdünnung im Recipienten gekommen ist; bei einer doppeltstiefligen Ventilpumpe compensirt der Druck auf den andern Stempel diese Last, welche bei der Hahnluftpumpe in vollem Maße auftritt.

208. **Nachweisung der Eigenschaften der Luft mittelst der Luftpumpe.** Mit Hilfe der Luftpumpe lassen sich die bereits im Vorhergehenden nachgewiesenen Eigenschaften der atmosphärischen Luft in ein helleres Licht setzen. Die Einrichtung der Luftpumpe an sich beweiset schon die Ausdehnsamkeit der Luft, in so fern die aus der Voraussetzung dieser Eigenschaft fließenden Phänomene der Verdünnung und Verdichtung wirklich statt finden. Das Bestreben der Luft sich, wenn kein äußerer Druck es hindert, in einen größeren Raum auszubreiten, zeigt sich an dem Anschwellen einer zugebundenen schlappen Blase, an dem Austreten der Luft aus einem Gefäße, dessen Mündung unter Wasser taucht, an dem Entweichen der Luft aus Holz, Wasser und anderen Körpern, wenn man diese Gegenstände unter den Recipienten bringt, und die Luft in demselben verdünnt. Der letztere Versuch beweiset zugleich die Porosität dieser

Der Druck der

Luft gibt ſich an dem Feſthalten des Recipienten an dem Teller bei Verdünnung der Luft, ſo wie auch an dem Zuſammenhängen der Magdeburg'ſchen Halbkugeln (Otto v. Guericke, der Erfinder der Luftpumpe (1650), lebte zu Magdeburg) zu erkennen. Die Richtigkeit der in 197 gegebenen Erklärung des Torricelli'ſchen Verſuches erhält durch die Luftpumpe eine neue Beſtätigung, denn das Queckſilber im Barometer fällt bei Verdünnung der Luft. Die Schwere der Luft erhellet aus der Abnahme des Gewichtes eines Glasballons, in welchem die Luft verdünnt worden iſt. Auch der Einfluß des Widerſtandes der Luft auf die Bewegung frei fallender Körper läßt ſich mittelſt der Luftpumpe deutlich darthun, denn leichte Körper, als: Papier, Federn u. dgl, welche in der Luft nur langſam herabſinken, fallen in ſehr verdünnter Luft eben ſo raſch herab wie die dichteſten Körper, als Platin, Gold, Blei u. dgl. Dieſer Verſuch beweiſet nebſtdem noch die Gleichheit der Schwere heterogener Körper.

209. **Beſtimmung des ſpecifiſchen Gewichtes und der Dichte der Luft und anderer Gaſe.** Mittelſt der Luftpumpe kann man auch das ſpecifiſche Gewicht der atmoſphäriſchen Luft finden und die Dichten der Gaſe bei gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur mit der Dichte der Luft vergleichen. Um das ſpecifiſche Gewicht der Luft zu erhalten, nimmt man einen geräumigen Ballon von Glas, welcher mittelſt eines Hahnes verſchloſſen werden kann, wägt ihn ab, ſowohl während er mit Luft in deren natürlichen Dichte gefüllt iſt, als nachdem man die Luft in ihm mit Hilfe einer guten Luftpumpe möglichſt verdünnt hat; die Differenz der erhaltenen Gewichte gibt das Gewicht der atmoſphäriſchen Luft unter dem Volum des Ballons bei der herrſchenden Spannkraft und Temperatur. Dividirt man dieſes Gewicht durch das innere Volum des Ballons, ſo hat man das ſpecifiſche Gewicht der Luft. Dieſes Volum erhält man, wenn man den Ballon mit Waſſer füllt und von ſeinem Gewichte in dieſem Zuſtande das Gewicht des leeren Ballons abzieht. Man kann dabei auf den nach dem Verdünnen in dem Ballon bleibenden Rückſtand der Luft dadurch Rückſicht nehmen, daß man das Waſſer in den leeren Ballon durch den äußeren Druck hinein treiben läßt, bis die geringe Menge der darin befindlichen Luft auf die Dichte der äußeren gebracht iſt, und nur das Gewicht dieſes Waſſers in Rechnung nimmt. Man reducirt nach der in 203 gegebenen Anweiſung leicht das bei irgend einem Barometerſtande und Temperatur erhaltene ſpecifiſche Gewicht der Luft auf den Normalbarometerſtand und auf die Normaltemperatur. Durch genaue Verſuche hat man gefunden, daß ein Wiener Kubikfuß atmoſphäriſche Luft bei dem Barometerſtande 760 Millimeter und bei der Temperatur 0° R. 564 Wiener Gran wiegt. Dieß gibt für das Gewicht eines Kubikzolles 0,326 Gran. Mit dem Waſſer verglichen iſt die Luft unter den genannten Umſtänden 770mal leichter.

Um das Verhältniß der Dichten d, d' zweier Gaſe bei gleicher Spannung und Temperatur zu finden, füllt man einen und denſelben Ballon, nachdem man ihn luftleer gemacht hat, einmal mit dem einen,

das andere Mal mit dem andern Gaſe, und beſtimmt die Gewichte Q, Q', die Spannkräfte E, E' und die Temperaturen T, T' des Inhaltes, letztere nach der Scale des Luftthermometers. Sind D, D' die Dichten der Gaſe, wie ſie bei den Wägungen ſelbſt ſtatt finden, ſo iſt $D : D' = Q : Q'$; aber nach 204 hat man

$$d : d' = \frac{D\,T}{E} : \frac{D'\,T'}{E'}, \text{ mithin iſt } d : d' = \frac{Q\,T}{E} : \frac{Q'\,T'}{E'}.$$

Auf dieſe Weiſe hat man durch directe Wägung, in Bezug auf die Dichte der atmoſphäriſchen Luft als Einheit, bei gleicher Spannung und Temperatur die Dichte des Sauerſtoffgaſes = 1,1057, des Stickgaſes = 0,972, des Waſſerſtoffgaſes = 0,0691, des Chlorgaſes = 2,440 gefunden.

210. **Berechnung der Dichten zuſammengeſetzter Gaſe aus den Dichten ihrer Beſtandtheile.** Es iſt nur nöthig die Dichten der einfachen und derjenigen zuſammengeſetzten Gaſe, deren Beſtandtheile nicht in Gasform erſcheinen, durch unmittelbare Wägung zu beſtimmen; die Dichten der zuſammengeſetzten Gaſe, welche aus der chemiſchen Verbindung einfacher Gaſe hervorgehen, laſſen ſich mit Rückſicht auf die Geſetze, nach welchen die chemiſche Verbindung gasförmiger Stoffe erfolgt, durch Rechnung finden, und es läßt ſich dieſe Methode ſelbſt auf Fälle anwenden, in welchen ein Beſtandtheil für ſich nicht gasförmig dargeſtellt werden kann, wofern es nur angeht ihm in der hypothetiſch vorausgeſetzten Gasform eine gewiſſe Dichte beizulegen. Es beſtehe nämlich ein Gas aus a und a' Raumtheilen zweier gasförmigen Stoffe, welche bei einer feſtgeſetzten Spannung und Temperatur die Dichten d und d' haben, und nach der Verbindung ein Product liefern, welches bei eben dieſer Spannung und Temperatur das Volum A hat, ſo wird deſſen Dichte D, weil ad und a'd' die Maſſen der Beſtandtheile ſind, mithin $ad + a'd'$ die Maſſe des Productes iſt, durch die Formel $D = \frac{ad + a'd'}{A}$ gegeben. Die Erfahrung lehrt, daß die Rauminhalte a und a' der Beſtandtheile zu einander ſelbſt und zu dem Volum des Productes ſtets in einem einfachen Verhältniſſe ſtehen [vergl. 49. 6)]. Man bedarf alſo nur der Kenntniß dieſer Verhältniſſe, um den Werth von D mittelſt obiger Formel zu erhalten. Kennt man die Dichten D, d des zuſammengeſetzten Gaſes und eines gasförmigen Beſtandtheiles, ſo findet man umgekehrt die Dichte d' des andern Beſtandtheiles (als Gas gedacht) mittelſt der Formel

$$d' = \frac{AD - ad}{a'}.$$

So ſind z. B. 2 Raumtheile Stickoxydgas aus 1 Vol. Sauerſtoffgas und aus 1 Vol. Stickgas, oder 2 Vol. Ammoniakgas aus 3 Vol. Waſſerſtoffgas und 1 Vol. Stickgas von gleicher Spannung und Temperatur zuſammengeſetzt. Darnach findet man die Dichte des Stickoxydgaſes (jene der atmoſphäriſchen Luft = 1 angenommen) = 1,039, des Ammoniakgaſes = 0,590, was mit den Reſultaten directer Wägungen gut harmonirt.

Unter der Vorausſetzung, daß 2 Vol Kohlenoxydgas aus 1 Volum Sauerſtoffgas und 1 Vol hypothetiſchen Kohlengaſes beſtehen, findet man aus der Dichte des Kohlenoxydgaſes = 0,9678 jene des Kohlengaſes = 0,8300. Hieraus folgt wieder die Dichte der gasförmigen Kohlenſäure, wovon 2 Vol. aus 1 Vol. Kohlengas und 2 Vol. Sauerſtoffgas beſtehen, = 1,521.

211. **Scheinbarer Gewichtsverluſt der Körper in der Luft.** Vergleicht man die Druck- oder Expanſivkräfte mit einander, welche ſich an zwei in derſelben Verticallinie liegenden Stellen einer Luftmaſſe äußern, ſey ſie nun in einem Gefäße abgeſperrt oder ein Theil der freien Atmoſphäre, ſo iſt der Druck, welcher der höheren Stelle entſpricht, kleiner als der an der tieferen Stelle ſtatt findende, und zwar um das Gewicht der zwiſchen beiden Stellen enthaltenen Luftſäule. Es übertrifft daher der aufwärts gerichtete Theil des Druckes, den ein Körper von der ihn umgebenden Luft erfährt, den abwärts wirkenden um das Gewicht der Luftmaſſe, deren Platz der Körper einnimmt, mithin erleidet derſelbe gleichſam einen dieſem Gewichte gleichen Gewichtsverluſt. Hieraus fließen nachſtehende Folgerungen: 1) Eine in der Luft vorgenommene Wägung gibt das wahre Gewicht eines Körpers um ſo weniger richtig, je größer das Volum dieſes Körpers und je dichter die ihn umgebende Luft iſt. Um vollkommen richtige und mit einander vergleichbare Reſultate zu erzielen, muß daher jede Wägung auf den leeren Raum reducirt, d. h. zu dem in der Luft gefundenen Gewichte das Gewicht der von dem Körper verdrängten Luftmaſſe addirt werden, welches ſich den vorhergehenden Principien gemäß aus dem beobachteten Barometer- und Thermometerſtande und dem Volum des Körpers leicht berechnen läßt. 2) Der Gleichgewichtsſtand zweier Körper von ungleichem Volum an einer Wage wird geändert, wenn ſich die Dichte der Luft ändert. Wird die Luft dichter, ſo erlangt der kleinere, wird ſie dünner, ſo erlangt der größere Körper das Uebergewicht, was ſich leicht durch einen Verſuch mit der Luftpumpe beſtätigen läßt. Hierauf gründet ſich die Einrichtung des Wagemanometers, eines zur Wahrnehmung der Aenderungen der Dichte der Luft dienenden Inſtrumentes. Es beſteht aus einer großen hohlen geſchloſſenen Glaskugel und aus einem dichten Metallkörper, welche an beiden Armen einer empfindlichen Wage aufgehängt, und deren Gewichte ſo abgeglichen ſind, daß der Wagbalken bei der mittleren Dichte der Luft die horizontale Lage einnimmt. Der jedesmalige Ausſchlag des Wagbalkens gibt die Abweichung der Dichte der Luft von ihrer Mittelgröße zu erkennen. 3) Ein Körper, deſſen Gewicht geringer iſt als das Gewicht der Luft, deren Platz er einnimmt, ſteigt in der Luft in die Höhe, bis er in eine Luftſchichte kommt, die ſo dünn iſt, daß das Gewicht der vom Körper verdrängten Luft jenes des Körpers nicht mehr übertrifft. Hierauf gründet ſich das Aufſteigen warmer Luft in kalter, des Hydrogengaſes in atmoſphäriſcher Luft u. dgl., wie auch die Einrichtung der Luftbälle (Luftballone, Luftſchiffe).

Ein Luftballon beſteht aus einer leichten luftdichten Hülle, die mit einer Luftart gefüllt iſt, welche bei derſelben Spannkraft, wie ſie die atmo-

sphärische Luft hat, dennoch eine so geringe Dichte besitzt, daß der Ballon sammt der daran gehängten Belastung ein kleineres specifisches Gewicht erhält, als jenes der umgebenden Luft ist. Dieß wird schon erreicht, wenn man den Ballon unten offen läßt und die atmosphärische Luft darin durch Erwärmung mittelst eines unter der Oeffnung angebrachten Feuers verdünnt (Montgolfier), jedoch besser, wenn man den wohl zu verschließenden Ballon mit Hydrogengas füllt (Charles) oder mit Leuchtgas (Green).

212. Gesetz der Abnahme der Expansivkraft und Dichte von unten nach oben in einer gleichmäßig warmen Luftsäule. Da auf tieferen Schichten einer Luftmasse ein größerer Druck lastet als auf höheren, so haben höhere Stellen einer verticalen Luftsäule, in welcher überall dieselbe Temperatur herrscht, nicht bloß eine geringere Expansivkraft als tiefer liegende, sondern auch eine in demselben Verhältnisse geringere Dichte. Unter der Voraussetzung, daß man die Abnahme der Intensität der Schwerkraft von unten nach oben vernachläßigen darf, gilt folgender Lehrsatz: »An Orten einer gleichmäßig warmen Luftsäule, deren Höhen in arithmetischer Progression zunehmen, nimmt die Expansivkraft in geometrischer Progression ab.« Beweis. Man denke sich eine Luftsäule durch horizontale Ebenen in gleich hohe Abschnitte oder Schichten von sehr kleiner Höhe getheilt, so kann die Dichte der Luft in jeder einzelnen Schichte als gleichförmig betrachtet werden. Es seyen in diesen Schichten, wie sie von unten nach oben auf einander folgen, die Dichten $d_1, d_2, d_3, \ldots$ die Expansivkräfte $E_1, E_2, E_3, \ldots$ und die Gewichte der darin enthaltenen Luftmassen $q_1, q_2, q_3 \ldots$. Vergleichen wir irgend eine solche Schichte, deren Stellenzeiger n ist, mit der ersten Schichte, so verhalten sich, weil die Rauminhalte der Schichten gleich sind, die Dichten der Luft in selben, wie die Massen; aber in so fern die Intensität der Schwere die nämliche ist, verhalten sich die Massen wie die Gewichte, mithin verhalten sich auch die Dichten wie die Gewichte. Dieß führt zu der Proportion $d_n : d_1 = q_n : q_1$. Nach dem Mariotte'schen Gesetze verhalten sich bei gleichen Temperaturen die Expansivkräfte einer und derselben Luftart wie die Dichten, daher ist

$$E_n : E_1 = d_n : d_1.$$

Aus beiden Proportionen folgt $E_n : E_1 = q_n : q_1$ und aus dieser $E_n + q_n : E_1 + q_1 = E_n : E_1$. Man kann die Expansivkraft der Luft in jeder Schichte durch den Druck messen, der auf dieser Schichte lastet. Unter dieser Voraussetzung erhält man die Expansivkraft für jede Schichte, wenn man zu der Expansivkraft der nächst höheren das Gewicht derselben addirt. Es ist sonach $E_n + q_n = q_{n-1}$ und, wenn man den Druck auf die Grundfläche der untersten Schichte E nennt, $E_1 + q_1 = E$. Darnach läßt sich die zuletzt erhaltene Proportion auch so schreiben: $E_{n-1} : E = E_n : E_1$, woraus die Gleichung $E_n = \frac{E_1}{E} E_{n-1}$ folgt. Setzen wir $\frac{E}{E_1} = k$, wobei wegen $E > E_1$ der Werth von $k > 1$ ist, so haben wir $E_n = \frac{E_{n-1}}{k}$.

Gibt man hier dem Stellenzeiger n nach und nach die Werthe 1, 2, 3 ꝛc., ſo zeigt ſich $E_1 = \frac{E}{k}$, $E_2 = \frac{E_1}{k} = \frac{E}{k^2}$, $E_3 = \frac{E_2}{k} = \frac{E}{k^3}$ ꝛc. und allgemein $E_n = \frac{E}{k^n}$. Da hier $E, E_1, E_2, E_3 \ldots$ offenbar eine abnehmende geometriſche Progreſſion bilden, und man, wenn man gleichweit von einander abſtehende Glieder aus derſelben heraushebt, wieder eine geometriſche Progreſſion erhält, ſo iſt der oben ausgeſprochene Lehrſatz bewieſen.

213. **Barometriſche Höhenmeſſung.** Die Expanſivkräfte der Luft verhalten ſich wie die Barometerſtände; kennt man das Geſetz, nach welchem ſich der Barometerſtand bei dem Uebergange von einem Beobachtungsorte zu einem höher liegenden ändert, ſo kann man daraus auf den Höhenunterſchied beider Orte ſchließen. Hierauf gründet ſich die Anwendung des Barometers zum Höhenmeſſen. Der vorhergehende Lehrſatz geſtattet uns die Höhe eines Ortes über einem andern aus den an beiden gleichzeitig beobachteten Barometerſtänden unter der Vorausſetzung zu berechnen, daß die Temperatur der Luft von dem einen bis zum andern hin conſtant ſey und eben ſo die Aenderung der Schwere vernachläßiget werden dürfe. Es ſey H die Höhe der einen Station über der andern, B der Barometerſtand an der niedrigeren, b der Barometerſtand an der höheren. Theilt man H in eine ſehr große Anzahl n gleiche Theile, deren jeder $= h$ ſey, ſo hat man nach dem vorhergehenden Lehrſatze, weil man ſtatt des Quotienten der Expanſivkräfte, den Quotienten der Barometerſtände ſetzen darf, wenn man durch B_1 den Barometerſtand für die Erhöhung h über der unteren Station vorſtellt, und $\frac{B}{B_1} = k$ ſetzt, die Gleichung $b = \frac{B}{k^n}$, woraus

$$k^n = \frac{B}{b},$$

und wenn man beiderſeits die Logarithmen nimmt,

$$n \log k = \log B - \log b$$

folgt. Multiplicirt man dieſe Gleichung mit h und bedenkt, daß $nh = H$ iſt, ſo hat man $H \log k = h(\log B - \log b)$, mithin, wenn man $\frac{h}{\log k} = A$ ſetzt, $H = A(\log B - \log b)$.

Da die auf ein und dasſelbe Höhenintervall h ſich beziehenden Barometerſtände in einer gleichmäßig erwärmten Luftſäule, in ſo fern man die Abnahme der Schwere von unten nach oben vernachläßigen darf, eine geometriſche Progreſſion bilden, ſo kann man in dem Werthe von k ſtatt der darin vorkommenden Barometerſtände B und B_1 je zwei andere um das Höhenintervall h auf einander folgende Barometerſtände ſetzen. Es iſt alſo A für die ganze Luftſäule eine beſtändige Größe, deren Werth man mittelſt des Ausdruckes $A = \frac{h}{\log k}$ um ſo genauer erhält, je kleiner man das Intervall h annimmt. Dem gemäß gilt folgender Lehrſatz: »Der Höhenunterſchied zweier Stationen, zwiſchen

»welchen die Luft überall einerlei Temperatur hat, und die Aenderung »der Intenſität der Schwere unmerklich iſt, wird durch das Product »eines beſtändigen Factors mit dem Unterſchiede der Logarithmen der »Barometerſtände an dieſen Stationen ausgedrückt.«

Der Factor A hängt von der Temperatur der Luftſäule und von der Intenſität der Schwere an der Erdfläche ab. Folgendes wird die Beſchaffenheit deſſelben näher beleuchten: Es ſey δ der Unterſchied der Barometerſtände B und B_1, d. h. $B_1 = B - \delta$. Das Gewicht einer Queckſilberſäule von der Höhe δ iſt offenbar dem Gewichte einer Luftſäule von der Höhe h über derſelben Grundfläche gleich; zeigt nun μ an, wie viele Male das Queckſilber an dem Orte, dem der Barometerſtand B zugehört, dichter iſt als die Luft, ſo iſt h nothwendig das μfache von δ, oder $h = \mu\delta$. Bei der Temperatur 0° und dem Barometerſtande 760 Millimeter iſt die Luft 770mal dünner als Waſſer, und das Queckſilber 13,6mal dichter als Waſſer, es iſt alſo das Queckſilber 10472mal dichter als die Luft, mithin δ viel kleiner als h. Setzen wir jetzt $log\, B = L$ und $log\,(B - \delta) = L - \lambda$, ſo iſt, nach dem Begriffe eines Logarithmus, $B = 10^L$ und $B - \delta = 10^{L-\lambda}$, mithin $\delta = 10^L - 10^{L-\lambda} = 10^{L-\lambda}(10^\lambda - 1) = (B - \delta)(10^\lambda - 1)$ und $h = \mu(B - \delta)(10^\lambda - 1)$. Wegen $k = \frac{B}{B_1} = \frac{B}{B-\delta}$ iſt $log\, k = log\, B - log\,(B - \delta) = L - (L - \lambda) = \lambda$; mit Hilfe dieſer Ausdrücke erhält man $A = \mu(B - \delta)\left(\frac{10^\lambda - 1}{\lambda}\right)$, eine Formel, mittelſt welcher der Werth von A um ſo genauer gefunden wird, je kleiner man δ und im Zuſammenhange damit auch λ annimmt. Um λ recht klein zu machen, ſetze man $\lambda = \frac{1}{u}$, wobei u eine ſehr große Zahl vorſtellt, ſo wird $\frac{10^\lambda - 1}{\lambda} = u(\sqrt[u]{10} - 1)$. Zieht man dieſem Ausdrucke gemäß aus 10 eine ſehr hohe Wurzel (was am leichteſten bewerkſtelliget wird, wenn man aus der Quadratwurzel von 10 die Quadratwurzel und ſo fort aus jedem Reſultate wieder die Quadratwurzel zieht, wodurch man nach einander die 2te, 4te, 8te, 16te, 32ſte ... Wurzel von 10 erhält), ſubtrahirt von jeder Wurzel die Einheit, und multiplicirt den Reſt mit dem zugehörigen Wurzelexponenten, ſo findet man, daß die ſo erhaltenen Producte ſich, je weiter man ſchreitet, um ſo mehr einer gewiſſen Grenze nähern, deren Werth = 2,30258509... iſt, welche Zahl wir zur Abkürzung des Ausdruckes mit dem Buchſtaben c bezeichnen. Wir haben alſo $A = \mu c(B - \delta)$ oder weil die Formel eigentlich nur für $\delta = 0$ richtig iſt, $A = \mu cB$. Reducirt man die Barometerſtände ſtets auf die Temperatur 0° R., ſo zeigt μ die Verhältnißzahl der Dichte des eiskalten Queckſilbers zur Dichte der Luft bei dem Barometerſtande B an. Es hängt alſo der Werth von μ von der Temperatur der Luft ab. Wir wollen aber von nun angefangen unter μ den Exponenten d[illegible]ſes der Dichte

fel, dieser und folglich auch der schädliche Raum mit der äußeren Luft in Verbindung gesetzt werden muß; der schädliche Raum bleibt daher auch nach der Abschließung genannter Verbindung mit Luft von der Dichte der äußeren Atmosphäre (bei Ventilpumpen, deren Kolbenventile Strenge gehen, mit noch dichterer) gefüllt. Bei dem Aufziehen des Kolbens breitet sich dieses Luftquantum in den Stiefel aus, und es ist klar, daß wenn die Luft im Recipienten bereits auf den Grad der Dünne gebracht wäre, welchen die Luft des schädlichen Raumes durch ihre Ausbreitung in den Stiefel erlangt, keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen könnte, mithin die Verdünnung ein Ende nähme. Heißt das Volum des schädlichen Raumes einer Luftpumpe (so groß gedacht, wie es werden müßte, wenn die in ihm befindliche Luft die Dichte der äußeren hätte) s, das Volum des Stiefels S, so wird die Luft des schädlichen Raumes durch ihre Ausbreitung in den Stiefel $\frac{S}{s}$-mal dünner als die äußere Luft; es gibt daher der Bruch $\frac{s}{S}$ eine Grenze der Verdünnung an, welche mit dieser Luftpumpe nicht überschritten, ja nicht einmal erreicht werden kann, obgleich es möglich ist, sich ihr bis auf eine unmerkliche Differenz zu nähern.

Der schädliche Raum einer Compressionspumpe setzt ebenfalls der Verdichtung der Luft eine Grenze. Denn ist der Stempel aufgezogen, und der Stiefel mit atmosphärischer Luft gefüllt, so wird diese bei dem Einschieben des Stempels zunächst in den schädlichen Raum getrieben, und geht nur in so fern in den Recipienten über, als ihre Spannung jene der dort befindlichen Luft übertrifft. Hätte die Luft im Recipienten bereits die Dichte, welche die den Stiefel erfüllende Luft bekommt, wenn sie in dem schädlichen Raume zusammengedrängt ist, so fiele jeder Grund weg, aus welchem ein neues Luftquantum in den Recipienten gehen sollte. Hieraus folgt, daß wenn wieder S das Volum des Stiefels sammt schädlichem Raume, s das Volum des schädlichen Raumes selbst anzeigt, die Verdichtung der Luft im Recipienten nicht über das $\frac{S}{s}$fache der Dichte der äußeren Luft getrieben werden kann. Durch zweckmäßige Vergrößerung des schädlichen Raumes läßt sich also auch bewirken, daß die Verdichtung der Luft mittelst einer Compressionspumpe nicht über einen bestimmten Grad gehen kann, was in gewissen Fällen zur Verhüthung der Gefahr des Zerspringens der mit comprimirter Luft zu füllenden Gefäße erwünschlich seyn mag.

Theilt man, in so fern vom Verdünnen die Rede ist, die Luftmasse im Recipienten in Gedanken in zwei Partien, wovon die eine sich zur Gesammtmasse verhält wie s : S, so beziehen sich die in 205 angestellten Betrachtungen nur auf die andere Partie, und nur diese ist es, welche eigentlich durch die Operation der Luftpumpe in das Unendliche verdünnt wird. Die Leistung einer Luftpumpe wird sonach durch die Kleinheit des schädlichen Raumes bedingt, und es muß bei der Construction derselben Sorge getragen werden, diesen möglichst zu vermindern. Aus der so eben gegebenen Nachweisung der Beziehung des schädlichen Raumes zu dem erreichbaren Grade der Verdünnung der Luft erhellet, daß

die absolute Verdünnung in dem Maße bedeutender wird, in welchem die Dichte der Luft, die vor dem Aufziehen des Stempels sich im schädlichen Raume befindet, an sich geringer ist. Hierauf gründet sich der Kunstgriff, mit einer zweistiefligen Luftpumpe dadurch eine geringere Dichte in dem Recipienten zu erzielen, daß man vor dem Aufziehen des Stempels in dem einen Stiefel seinen mit atmosphärischer Luft gefüllten schädlichen Raum mit dem andern Stiefel, worin der Stempel schon aufgezogen, und daher verdünnte Luft enthalten ist, in Verbindung setzt (Graßmann'scher Hahn), oder daß man bloß den einen Stiefel aus dem Recipienten, den andern Stiefel aber aus dem schädlichen Raume des ersteren Luft schöpfen läßt (Babinet's Hahn bei Ventilluftpumpen).

Eine gute Luftpumpe soll, bei der gewöhnlichen Anordnung, wo der schädliche Raum mit der atmosphärischen Luft unmittelbar in Verbindung steht, wenigstens eine 300malige Verdünnung der Luft bewirken. Bei einer Ventilpumpe mit zwei Stiefeln und dem Babinet'schen Hahne kann aber die Verdünnung leicht viel weiter getrieben werden. Gestattet z. B. eine solche Pumpe ohne Mitwirkung des Babinet'schen Hahnes nur eine 100malige Verdünnung, so verdünnt sie mit Zuhilfenahme dieses Hahnes die Luft $(100)^2 = 10000$mal.

Zur Vergleichung der Hahnpumpen mit den Ventilpumpen bemerke man noch Folgendes: Bei der Hahnpumpe in ihrer gewöhnlichen Form wird die Communication des Stiefels mit der äußeren Luft durch Drehung des Hahnes jedesmal sogleich hergestellt, wenn der Stempel den höchsten Stand erreicht hat, wobei sich der Stiefel ganz mit Luft füllt; bei der Ventilpumpe tritt diese Verbindung erst dann ein, wenn die Luft im Stiefel durch das Einschieben des Stempels so weit verdichtet ist, daß ihre Spannung jene der äußeren Luft und überdieß den Widerstand des Kolbenventils zu überwinden vermag, und der schädliche Raum bleibt, wenn die Verdünnung so weit gediehen ist, daß diese Luft das Kolbenventil nicht mehr zu heben vermag, von der äußeren Luft abgesperrt; aus diesem Grunde leistet eine doppeltstiefligе Hahnpumpe nur so viel wie der schwächer wirkende Stiefel, eine doppeltstiefligе Ventilpumpe aber so viel wie der stärker wirkende Stiefel. Bei dem Aufziehen des Stempels im Stiefel ist ein um so größerer Theil des äußeren Luftdruckes zu überwinden, je weiter die Verdünnung im Recipienten gekommen ist; bei einer doppeltstiefligen Ventilpumpe compensirt der Druck auf den andern Stempel diese Last, welche bei der Hahnluftpumpe in vollem Maße auftritt.

208. **Nachweisung der Eigenschaften der Luft mittelst der Luftpumpe.** Mit Hilfe der Luftpumpe lassen sich die bereits im Vorhergehenden nachgewiesenen Eigenschaften der atmosphärischen Luft in ein helleres Licht setzen. Die Einrichtung der Luftpumpe an sich beweiset schon die Ausdehnsamkeit der Luft, in so fern die aus der Voraussetzung dieser Eigenschaft fließenden Phänomene der Verdünnung und Verdichtung wirklich statt finden. Das Bestreben der Luft sich, wenn kein äußerer Druck es hindert, in einen größeren Raum auszubreiten, zeigt sich an dem Anschwellen einer zugebundenen schlappen Blase, an dem Austreten der Luft aus einem Gefäße, dessen Mündung unter Wasser taucht, an dem Entweichen der Luft aus Holz, Wasser und anderen Körpern, wenn man diese Gegenstände unter den Recipienten bringt, und die Luft in demselben verdünnt. Der letztere Versuch beweiset zugleich die Porosität dieser Körper. Der Druck der

Luft gibt ſich an dem Feſthalten des Recipienten an dem Teller bei Verdünnung der Luft, ſo wie auch an dem Zuſammenhängen der Magdeburg'ſchen Halbkugeln (Otto v. Guericke, der Erfinder der Luftpumpe (1650), lebte zu Magdeburg) zu erkennen. Die Richtigkeit der in 197 gegebenen Erklärung des Torricelli'ſchen Verſuches erhält durch die Luftpumpe eine neue Beſtätigung, denn das Queckſilber im Barometer fällt bei Verdünnung der Luft. Die Schwere der Luft erhellet aus der Abnahme des Gewichtes eines Glasballons, in welchem die Luft verdünnt worden iſt. Auch der Einfluß des Widerſtandes der Luft auf die Bewegung frei fallender Körper läßt ſich mittelſt der Luftpumpe deutlich darthun, denn leichte Körper, als: Papier, Federn u. dgl, welche in der Luft nur langſam herabſinken, fallen in ſehr verdünnter Luft eben ſo raſch herab wie die dichteſten Körper, als Platin, Gold, Blei u. dgl. Dieſer Verſuch beweiſet nebſtdem noch die Gleichheit der Schwere heterogener Körper.

209. Beſtimmung des ſpecifiſchen Gewichtes und der Dichte der Luft und anderer Gaſe. Mittelſt der Luftpumpe kann man auch das ſpecifiſche Gewicht der atmoſphäriſchen Luft finden und die Dichten der Gaſe bei gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur mit der Dichte der Luft vergleichen. Um das ſpecifiſche Gewicht der Luft zu erhalten, nimmt man einen geräumigen Ballon von Glas, welcher mittelſt eines Hahnes verſchloſſen werden kann, wägt ihn ab, ſowohl während er mit Luft in deren natürlichen Dichte gefüllt iſt, als nachdem man die Luft in ihm mit Hilfe einer guten Luftpumpe möglichſt verdünnt hat; die Differenz der erhaltenen Gewichte gibt das Gewicht der atmoſphäriſchen Luft unter dem Volum des Ballons bei der herrſchenden Spannkraft und Temperatur. Dividirt man dieſes Gewicht durch das innere Volum des Ballons, ſo hat man das ſpecifiſche Gewicht der Luft. Dieſes Volum erhält man, wenn man den Ballon mit Waſſer füllt und von ſeinem Gewichte in dieſem Zuſtande das Gewicht des leeren Ballons abzieht. Man kann dabei auf den nach dem Verdünnen in dem Ballon bleibenden Rückſtand der Luft dadurch Rückſicht nehmen, daß man das Waſſer in den leeren Ballon durch den äußeren Druck hinein treiben läßt, bis die geringe Menge der darin befindlichen Luft auf die Dichte der äußeren gebracht iſt, und nur das Gewicht dieſes Waſſers in Rechnung nimmt. Man reducirt nach der in 203 gegebenen Anweiſung leicht das bei irgend einem Barometerſtande und Temperatur erhaltene ſpecifiſche Gewicht der Luft auf den Normalbarometerſtand und auf die Normaltemperatur. Durch genaue Verſuche hat man gefunden, daß ein Wiener Kubikfuß atmoſphäriſche Luft bei dem Barometerſtande 760 Millimeter und bei der Temperatur 0° R. 564 Wiener Gran wiegt. Dieß gibt für das Gewicht eines Kubikzolles 0,326 Gran. Mit dem Waſſer verglichen iſt die Luft unter den genannten Umſtänden 770mal leichter.

Um das Verhältniß der Dichten d, d' zweier Gaſe bei gleicher Spannung und Temperatur zu finden, füllt man einen und denſelben Ballon, nachdem man ihn luftleer gemacht hat, einmal mit dem einen,

das andere Mal mit dem andern Gaſe, und beſtimmt die Gewichte Q, Q', die Spannkräfte E, E' und die Temperaturen T, T' des Inhaltes, letztere nach der Scale des Luftthermometers. Sind D, D' die Dichten der Gaſe, wie ſie bei den Wägungen ſelbſt ſtatt finden, ſo iſt $D : D' = Q : Q'$; aber nach 204 hat man

$$d : d' = \frac{D\,T}{E} : \frac{D'\,T'}{E'}, \text{ mithin iſt } d : d' = \frac{Q\,T}{E} : \frac{Q'\,T'}{E'}.$$

Auf dieſe Weiſe hat man durch directe Wägung, in Bezug auf die Dichte der atmoſphäriſchen Luft als Einheit, bei gleicher Spannung und Temperatur die Dichte des Sauerſtoffgaſes = 1,1057, des Stickgaſes = 0,972, des Waſſerſtoffgaſes = 0,0691, des Chlorgaſes = 2,440 gefunden.

210. **Berechnung der Dichten zuſammengeſetzter Gaſe aus den Dichten ihrer Beſtandtheile.** Es iſt nur nöthig die Dichten der einfachen und derjenigen zuſammengeſetzten Gaſe, deren Beſtandtheile nicht in Gasform erſcheinen, durch unmittelbare Wägung zu beſtimmen; die Dichten der zuſammengeſetzten Gaſe, welche aus der chemiſchen Verbindung einfacher Gaſe hervorgehen, laſſen ſich mit Rückſicht auf die Geſetze, nach welchen die chemiſche Verbindung gasförmiger Stoffe erfolgt, durch Rechnung finden, und es läßt ſich dieſe Methode ſelbſt auf Fälle anwenden, in welchen ein Beſtandtheil für ſich nicht gasförmig dargeſtellt werden kann, wofern es nur angeht ihm in der hypothetiſch vorausgeſetzten Gasform eine gewiſſe Dichte beizulegen. Es beſtehe nämlich ein Gas aus a und a' Raumtheilen zweier gasförmigen Stoffe, welche bei einer feſtgeſetzten Spannung und Temperatur die Dichten d und d' haben, und nach der Verbindung ein Product liefern, welches bei eben dieſer Spannung und Temperatur das Volum A hat, ſo wird deſſen Dichte D, weil ad und a'd' die Maſſen der Beſtandtheile ſind, mithin $ad + a'd'$ die Maſſe des Productes iſt, durch die Formel $D = \frac{ad + a'd'}{A}$ gegeben. Die Erfahrung lehrt, daß die Rauminhalte a und a' der Beſtandtheile zu einander ſelbſt und zu dem Volum des Productes ſtets in einem einfachen Verhältniſſe ſtehen [vergl. 49. 6)]. Man bedarf alſo nur der Kenntniß dieſer Verhältniſſe, um den Werth von D mittelſt obiger Formel zu erhalten. Kennt man die Dichten D, d des zuſammengeſetzten Gaſes und eines gasförmigen Beſtandtheiles, ſo findet man umgekehrt die Dichte d' des andern Beſtandtheiles (als Gas gedacht) mittelſt der Formel

$$d' = \frac{AD - ad}{a'}.$$

So ſind z. B. 2 Raumtheile Stickoxydgas aus 1 Vol. Sauerſtoffgas und aus 1 Vol. Stickgas, oder 2 Vol. Ammoniakgas aus 3 Vol. Waſſerſtoffgas und 1 Vol. Stickgas von gleicher Spannung und Temperatur zuſammengeſetzt. Darnach findet man die Dichte des Stickoxydgaſes (jene der atmoſphäriſchen Luft = 1 angenommen) = 1,039, des Ammoniakgaſes = 0,590, was mit den Reſultaten directer Wägungen gut harmonirt.

Unter der Vorausſetzung, daß 2 Vol Kohlenoxydgas aus 1 Volum Sauerſtoffgas und 1 Vol hyperbeliſchen Kohlengaſes beſtehen, findet man aus der Dichte des Kohlenoxydgaſes = 0,9678 jene des Kohlengaſes = 0,8300. Hieraus folgt wieder die Dichte der gasförmigen Kohlenſäure, wovon 2 Vol. aus 1 Vol. Kohlengas und 2 Vol. Sauerſtoffgas beſtehen, = 1,521

211. **Scheinbarer Gewichtsverluſt der Körper in der Luft.** Vergleicht man die Druck- oder Expanſivkräfte mit einander, welche ſich an zwei in derſelben Verticallinie liegenden Stellen einer Luftmaſſe äußern, ſey ſie nun in einem Gefäße abgeſperrt oder ein Theil der freien Atmoſphäre, ſo iſt der Druck, welcher der höheren Stelle entſpricht, kleiner als der an der tieferen Stelle ſtatt findende, und zwar um das Gewicht der zwiſchen beiden Stellen enthaltenen Luftſäule. Es übertrifft daher der aufwärts gerichtete Theil des Druckes, den ein Körper von der ihn umgebenden Luft erfahrt, den abwärts wirkenden um das Gewicht der Luftmaſſe, deren Platz der Körper einnimmt, mithin erleidet derſelbe gleichſam einen dieſem Gewichte gleichen Gewichtsverluſt. Hieraus fließen nachſtehende Folgerungen: 1) Eine in der Luft vorgenommene Wägung gibt das wahre Gewicht eines Körpers um ſo weniger richtig, je größer das Volum dieſes Körpers und je dichter die ihn umgebende Luft iſt. Um vollkommen richtige und mit einander vergleichbare Reſultate zu erzielen, muß daher jede Wägung auf den leeren Raum reducirt, d. h. zu dem in der Luft gefundenen Gewichte das Gewicht der von dem Körper verdrängten Luftmaſſe addirt werden, welches ſich den vorhergehenden Principien gemäß aus dem beobachteten Barometer- und Thermometerſtande und dem Volum des Körpers leicht berechnen läßt. 2) Der Gleichgewichtsſtand zweier Körper von ungleichem Volum an einer Wage wird geändert, wenn ſich die Dichte der Luft ändert Wird die Luft dichter, ſo erlangt der kleinere, wird ſie dünner, ſo erlangt der größere Körper das Uebergewicht, was ſich leicht durch einen Verſuch mit der Luftpumpe beſtätigen läßt. Hierauf gründet ſich die Einrichtung des Wagemanometers, eines zur Wahrnehmung der Aenderungen der Dichte der Luft dienenden Inſtrumentes. Es beſteht aus einer großen hohlen geſchloſſenen Glaskugel und aus einem dichten Metallkörper, welche an beiden Armen einer empfindlichen Wage aufgehängt, und deren Gewichte ſo abgeglichen ſind, daß der Wagbalken bei der mittleren Dichte der Luft die horizontale Lage einnimmt. Der jedesmalige Ausſchlag des Wagbalkens gibt die Abweichung der Dichte der Luft von ihrer Mittelgröße zu erkennen. 3) Ein Körper, deſſen Gewicht geringer iſt als das Gewicht der Luft, deren Platz er einnimmt, ſteigt in der Luft in die Höhe, bis er in eine Luftſchichte kommt, die ſo dünn iſt, daß das Gewicht der vom Körper verdrängten Luft jenes des Körpers nicht mehr übertrifft. Hierauf gründet ſich das Aufſteigen warmer Luft in kalter, des Hydrogengaſes in atmoſphäriſcher Luft u. dgl., wie auch die Einrichtung der Luftbälle (Luftballone, Luftſchiffe).

Ein Luftballon beſteht aus einer leichten luftdichten Hülle, die mit einer Luftart gefüllt iſt, welche bei derſelben Spannkraft, wie ſie die atmo-

sphärische Luft hat, dennoch eine so geringe Dichte besitzt, daß der Ballon sammt der daran gehängten Belastung ein kleineres specifisches Gewicht erhält, als jenes der umgebenden Luft ist. Dieß wird schon erreicht, wenn man den Ballon unten offen läßt und die atmosphärische Luft darin durch Erwärmung mittelst eines unter der Oeffnung angebrachten Feuers verdünnt (Montgolfier), jedoch besser, wenn man den wohl zu verschließenden Ballon mit Hydrogengas füllt (Charles) oder mit Leuchtgas (Green).

212. Gesetz der Abnahme der Expansivkraft und Dichte von unten nach oben in einer gleichmäßig warmen Luftsäule. Da auf tieferen Schichten einer Luftmasse ein größerer Druck lastet als auf höheren, so haben höhere Stellen einer verticalen Luftsäule, in welcher überall dieselbe Temperatur herrscht, nicht bloß eine geringere Expansivkraft als tiefer liegende, sondern auch eine in demselben Verhältnisse geringere Dichte. Unter der Voraussetzung, daß man die Abnahme der Intensität der Schwerkraft von unten nach oben vernachläßigen darf, gilt folgender Lehrsatz: »An Orten einer gleichmäßig warmen Luftsäule, deren Höhen in arithmetischer Progression zunehmen, nimmt die Expansivkraft in geometrischer Progression ab.« Beweis. Man denke sich eine Luftsäule durch horizontale Ebenen in gleich hohe Abschnitte oder Schichten von sehr kleiner Höhe getheilt, so kann die Dichte der Luft in jeder einzelnen Schichte als gleichförmig betrachtet werden. Es seyen in diesen Schichten, wie sie von unten nach oben auf einander folgen, die Dichten $d_1, d_2, d_3, \ldots$ die Expansivkräfte $E_1, E_2, E_3, \ldots$ und die Gewichte der darin enthaltenen Luftmassen $q_1, q_2, q_3 \ldots$. Vergleichen wir irgend eine solche Schichte, deren Stellenzeiger n ist, mit der ersten Schichte, so verhalten sich, weil die Rauminhalte der Schichten gleich sind, die Dichten der Luft in selben, wie die Massen; aber in so fern die Intensität der Schwere die nämliche ist, verhalten sich die Massen wie die Gewichte, mithin verhalten sich auch die Dichten wie die Gewichte. Dieß führt zu der Proportion $d_n : d_1 = q_n : q_1$. Nach dem Mariotte'schen Gesetze verhalten sich bei gleichen Temperaturen die Expansivkräfte einer und derselben Luftart wie die Dichten, daher ist

$$E_n : E_1 = d_n : d_1.$$

aus beiden Proportionen folgt $E_n : E_1 = q_n : q_1$ und aus dieser $E_n + q_n : E_1 + q_1 = E_n : E_1$. Man kann die Expansivkraft der Luft in jeder Schichte durch den Druck messen, der auf dieser Schichte lastet. Unter dieser Voraussetzung erhält man die Expansivkraft für jede Schichte, wenn man zu der Expansivkraft der nächst höheren das Gewicht derselben addirt. Es ist sonach $E_n + q_n = E_{n-1}$ und, wenn man den Druck auf die Grundfläche der untersten Schichte E nennt, $E_1 + q_1 = E$. Darnach läßt sich die zuletzt erhaltene Proportion auch so schreiben: $E_{n-1} : E = E_n : E_1$, woraus die Gleichung $E_n = \frac{E_1}{E} E_{n-1}$ folgt. Setzen wir $\frac{E}{E_1} = k$, wobei wegen $E > E_1$ der Werth von $k > 1$ ist, so haben wir $E_n = \frac{E_{n-1}}{k}$.

Gibt man hier dem Stellenzeiger n nach und nach die Werthe 1, 2, 3 ꝛc., ſo zeigt ſich $E_1 = \frac{E}{k}$, $E_2 = \frac{E_1}{k} = \frac{E}{k^2}$, $E_3 = \frac{E_2}{k} = \frac{E}{k^3}$ ꝛc. und allgemein $E_n = \frac{E}{k^n}$. Da hier $E, E_1, E_2, E_3 \ldots$ offenbar eine abnehmende geometriſche Progreſſion bilden, und man, wenn man gleichweit von einander abſtehende Glieder aus derſelben heraushebt, wieder eine geometriſche Progreſſion erhält, ſo iſt der oben ausgeſprochene Lehrſatz bewieſen.

213. **Barometriſche Höhenmeſſung.** Die Expanſivkräfte der Luft verhalten ſich wie die Barometerſtände; kennt man das Geſetz, nach welchem ſich der Barometerſtand bei dem Uebergange von einem Beobachtungsorte zu einem höher liegenden ändert, ſo kann man daraus auf den Höhenunterſchied beider Orte ſchließen. Hierauf gründet ſich die Anwendung des Barometers zum Höhenmeſſen. Der vorhergehende Lehrſatz geſtattet uns die Höhe eines Ortes über einem andern aus den an beiden gleichzeitig beobachteten Barometerſtänden unter der Vorausſetzung zu berechnen, daß die Temperatur der Luft von dem einen bis zum andern hin conſtant ſey und eben ſo die Aenderung der Schwere vernachläßiget werden dürfe. Es ſey H die Höhe der einen Station über der andern, B der Barometerſtand an der niedrigeren, b der Barometerſtand an der höheren. Theilt man H in eine ſehr große Anzahl n gleiche Theile, deren jeder $= h$ ſey, ſo hat man nach dem vorhergehenden Lehrſatze, weil man ſtatt des Quotienten der Expanſivkräfte, den Quotienten der Barometerſtände ſetzen darf, wenn man durch B_1 den Barometerſtand für die Erhöhung h über der unteren Station vorſtellt, und $\frac{B}{B_1} = k$ ſetzt, die Gleichung $b = \frac{B}{k^n}$, woraus

$$k^n = \frac{B}{b},$$

und wenn man beiderſeits die Logarithmen nimmt,

$$n \log k = \log B - \log b$$

folgt. Multiplicirt man dieſe Gleichung mit h und bedenkt, daß $nh = H$ iſt, ſo hat man $H \log k = h(\log B - \log b)$, mithin, wenn man $\frac{h}{\log k} = A$ ſetzt, $H = A(\log B - \log b)$.

Da die auf ein und dasſelbe Höhenintervall h ſich beziehenden Barometerſtände in einer gleichmäßig erwärmten Luftſäule, in ſo fern man die Abnahme der Schwere von unten nach oben vernachläßigen darf, eine geometriſche Progreſſion bilden, ſo kann man in dem Werthe von k ſtatt der darin vorkommenden Barometerſtände B und B_1 je zwei andere um das Höhenintervall h auf einander folgende Barometerſtände ſetzen. Es iſt alſo A für die ganze Luftſäule eine beſtändige Größe, deren Werth man mittelſt des Ausdruckes $A = \frac{h}{\log k}$ um ſo genauer erhält, je kleiner man das Intervall h annimmt. Dem gemäß gilt folgender Lehrſatz: »Der Höhenunterſchied zweier Stationen, zwiſchen

»welchen die Luft überall einerlei Temperatur hat, und die Aenderung »der Intenſität der Schwere unmerklich iſt, wird durch das Product »eines beſtändigen Factors mit dem Unterſchiede der Logarithmen der »Barometerſtände an dieſen Stationen ausgedrückt.«

Der Factor A hängt von der Temperatur der Luftſäule und von der Intenſität der Schwere an der Erdfläche ab. Folgendes wird die Beſchaffenheit deſſelben näher beleuchten: Es ſey δ der Unterſchied der Barometerſtände B und B_1, d. h. $B_1 = B - \delta$. Das Gewicht einer Queckſilberſäule von der Höhe δ iſt offenbar dem Gewichte einer Luftſäule von der Höhe h über derſelben Grundfläche gleich; zeigt nun μ an, wie viele Male das Queckſilber an dem Orte, dem der Barometerſtand B zugehört, dichter iſt als die Luft, ſo iſt h nothwendig das μfache von δ, oder $h = \mu\delta$. Bei der Temperatur 0° und dem Barometerſtande 760 Millimeter iſt die Luft 770mal dünner als Waſſer, und das Queckſilber 13,6mal dichter als Waſſer, es iſt alſo das Queckſilber 10472mal dichter als die Luft, mithin δ viel kleiner als h. Setzen wir jetzt $log\, B = L$ und $log\,(B - \delta) = L - \lambda$, ſo iſt, nach dem Begriffe eines Logarithmus, $B = 10^L$ und $B - \delta = 10^{L-\lambda}$, mithin $\delta = 10^L - 10^{L-\lambda} = 10^{L-\lambda}(10^\lambda - 1) = (B - \delta)(10^\lambda - 1)$ und $h = \mu(B - \delta)(10^\lambda - 1)$. Wegen $k = \frac{B}{B_1} = \frac{B}{B-\delta}$ iſt $log\, k = log\, B - log\,(B - \delta) = L - (L - \lambda) = \lambda$; mit Hilfe dieſer Ausdrücke erhält man $A = \mu(B - \delta)\left(\frac{10^\lambda - 1}{\lambda}\right)$, eine Formel, mittelſt welcher der Werth von A um ſo genauer gefunden wird, je kleiner man δ und im Zuſammenhange damit auch λ annimmt. Um λ recht klein zu machen, ſetze man $\lambda = \frac{1}{u}$, wobei u eine ſehr große Zahl vorſtellt, ſo wird $\frac{10^\lambda - 1}{\lambda} = u(\sqrt[u]{10} - 1)$. Zieht man dieſem Ausdrucke gemäß aus 10 eine ſehr hohe Wurzel (was am leichteſten bewerkſtelliget wird, wenn man aus der Quadratwurzel von 10 die Quadratwurzel und ſo fort aus jedem Reſultate wieder die Quadratwurzel zieht, wodurch man nach einander die 2te, 4te, 8te, 16te, 32ſte . . . Wurzel von 10 erhält), ſubtrahirt von jeder Wurzel die Einheit, und multiplicirt den Reſt mit dem zugehörigen Wurzelexponenten, ſo findet man, daß die ſo erhaltenen Producte ſich, je weiter man ſchreitet, um ſo mehr einer gewiſſen Grenze nähern, deren Werth = 2,30258509... iſt, welche Zahl wir zur Abkürzung des Ausdruckes mit dem Buchſtaben c bezeichnen. Wir haben alſo $A = \mu c(B - \delta)$ oder weil die Formel eigentlich nur für $\delta = 0$ richtig iſt, $A = \mu cB$. Reducirt man die Barometerſtände ſtets auf die Temperatur 0° R., ſo zeigt μ die Verhältnißzahl der Dichte des eiskalten Queckſilbers zur Dichte der Luft bei dem Barometerſtande B an. Es hängt alſo der Werth von μ von der Temperatur der Luft ab. Wir wollen aber von nun angefangen unter μ den Exponenten des Verhältniſſes der Dichte

des eiskalten Queckſilbers zur Dichte der eiskalten Luft bei dem Barometerſtande B verſtehen, daher müſſen wir, wenn die Luft die Temperatur τ hat, an die Stelle von μ ſetzen $(1 + \beta\tau)\mu$, wobei β den Ausdehnungscoefficienten der Luft für einen Thermometergrad bedeutet, alſo für die 80theilige Scale $\beta = \frac{11}{2400}$ iſt. Außerdem hängt das bei dem beſtimmten Barometerſtande B und der Temperatur 0° betrachtete Verhältniß der Dichte des Queckſilbers zur Dichte der Luft noch von der Intenſität der Schwere an der Erdfläche ab; denn bei größerer oder geringerer Schwere entſpricht eine Queckſilberſäule von der Höhe B einem größeren oder geringeren Drucke; es beſitzt alſo dabei die Luft des gleichen Barometerſtandes ungeachtet verſchiedene Expanſivkräfte und iſt bei der fixen Temperatur 0° dichter oder dünner, folglich μ in demſelben Verhältniſſe kleiner oder größer. Iſt daher μ an einem Orte von gewiſſer geographiſchen Breite beſtimmt worden, und ſteht die Schwere an einem andern Orte zu jener am erſteren in dem Verhältniſſe $1 : \gamma$, ſo muß ſtatt μ geſetzt werden $\gamma\mu$. Sonach haben wir endlich $A = \gamma(1 + \beta\tau)\mu c B$. Das Product $\mu c B$ mag der barometriſche Coefficient heißen; ſetzen wir ihn $= C$, ſo haben wir zur barometriſchen Höhenmeſſung die Formel

$$H = \gamma(1 + \beta\gamma)\, C\,(log\, B - log\, b).$$

Bei der Berechnung der Differenz $log\, B - log\, b$ kann man, weil dieſelbe den Logarithmus des Quotienten $\frac{B}{b}$ darſtellt, die Barometerſtände B und b nach einem beliebigen Maße nehmen, denn die Wahl der Einheit, nach welcher zwei Größen gemeſſen werden, hat auf ihr Verhältniß keinen Einfluß; dagegen richtet ſich die Einheit, in welcher der im Ausdrucke des barometriſchen Coefficienten vorkommende Barometerſtand B auszudrücken iſt, nach dem Maße, worin man die Angabe der Höhe H verlangt. Aus dem oben (170) angeführten Geſetze folgt, daß wenn g die Intenſität der Schwere am Aequator vorſtellt, $g(1 + \frac{1}{200} sin\,\phi^2)$ oder genauer $g(1 + 0{,}0052\, sin\,\phi^2)$ der Ausdruck dieſer Intenſität für die geographiſche Breite ϕ iſt; wegen $2\, sin\,\phi^2 = 1 - cos\, 2\phi$ kann man dieſem Ausdrucke die Geſtalt

$$g(1{,}0026 - 0{,}0026\, cos\, 2\phi)$$

geben. Sieht man die Intenſität der Schwere für $\phi = 45°$, wofür $cos\, 2\phi = 0$ wird, als die Einheit an, ſo hat man zum Behufe der obigen Formel $\gamma = 1 + 0{,}0026\, cos\, 2\phi$. Für die geographiſche Breite 45°, den Barometerſtand 760 Millimeter und die Temperatur 0° hat man das Verhältniß der Dichte des Queckſilbers zu jener der Luft oder $\mu = 10467$ ausgemittelt; mit Hilfe dieſes Werthes findet man mit Rückſicht auf $c = 2{,}30258509$ und $B = 0{,}76$ Meter den Coefficienten $C = 18316$ Meter oder 57942 Wiener Fuß. Dieſe Rechnung bezieht ſich jedoch auf völlig trockene Luft, während ihr in der Wirklichkeit ſtets Waſſerdunſt beigemengt iſt, welcher ihre Dichte abändert; nebſt dieſem Umſtande unterliegt die Anwendung der obigen Formel für

H noch der Schwierigkeit, daß der Wärmegrad der Luft sich mit der Höhe über der Erdfläche ändert, daher die Luft zwischen den beiden Stationen, deren Höhenunterschied gesucht wird, nicht als gleichmäßig erwärmt vorausgesetzt werden darf; ferner daß die Schwere in einerlei Verticallinie von unten nach oben abnimmt. In Betreff der ungleichförmigen Erwärmung der Luft erlaubt man sich, in Ermanglung einer strengen Theorie, die Rechnung so zu führen, als ob die Temperatur der Luft von der untern bis zur obern Station durchgehends das arithmetische Mittel der an diesen beiden Stationen beobachteten Temperaturen wäre; die Variation der Schwere, welche übrigens nur bei sehr großem Höhenunterschiede einen merklichen Einfluß auf die Richtigkeit des Resultates der Formel haben kann, läßt sich mittelst einer Correction in Rechnung nehmen, in deren Auseinandersetzung wir jedoch hier eben so wenig eingehen können, als in die Angabe der bis jetzt gemachten Versuche den Einfluß des mit Zuhilfenahme der später zu erklärenden Hygrometer beobachteten Feuchtigkeitszustandes der Luft auf die Dichte derselben in die barometrische Höhenmessungsformel einzuführen. Man vermindert den aus letzteren zwei Ursachen zu befürchtenden Fehler und verleiht der Formel einen befriedigenden Grad der Genauigkeit, wenn man den Coefficienten C auf practischem Wege bestimmt, d. h. dadurch, daß man die an Orten, deren Höhenunterschied man kennt, beobachteten Barometerstände statt B und b in die Formel setzt und C so annimmt, daß dieser Höhenunterschied zum Vorschein kommt. Es scheint, daß man zur besseren Uebereinstimmung der Formel mit der Erfahrung auch den Ausdehnungscoefficienten der feuchten Luft etwas größer ansetzen müsse, als er für völlig trockene Luft gefunden wird. Unter den mannigfaltigen Modificationen, die man an den numerischen Coefficienten der Formel angebracht hat, dürfte die von Gauß getroffene Wahl ihrer Werthe den Vorzug verdienen. Sind T und t die Temperaturen der Luft an der unteren und oberen Station, und setzt man $\tau = \frac{1}{2}(T+t)$, so wäre nach der obigen Angabe, in so fern man sich der Réaumur'schen Scale bedient,

$$1 + \beta\tau = 1 + \frac{11}{4800}(T+t) = 1 + \frac{1}{436}(T+t).$$

In der Gauß'schen Formel steht dafür $1 + \frac{1}{399}(T+t)$; ferner ist C = 18382 Meter = 58152 Wiener Fuß angenommen, so daß die Formel für Wiener Maß folgende Gestalt erhält:

$$H = 58152\,(1 + 0{,}0026\cos 2\varphi)\left[1 + \frac{1}{399}(T+t)\right](\log B - \log b).$$

Da bei dem Gebrauche dieser Formel die Anwendung einer Logarithmentafel unerläßlich ist, so kann man sich letzterer zur Erleichterung der ganzen Rechnung mit Vortheil bedienen, indem man zunächst den Logarithmus von H sucht; man erhält denselben durch Addition der Logarithmen der in der Formel vorkommenden Factoren. Es genügt zu diesem Zwecke eine fünfstellige Logarithmentafel vollkommen. Die Barometerstände B und b müssen auf die Normaltemperatur 0° R. re-

ducirt seyn; ist dieß noch nicht geschehen, so erhält man die Logarithmen der reducirten Barometerstände einfach dadurch, daß man von der als ganze Zahl gelesenen fünfstelligen Mantisse des Logarithmus jedes beobachteten Barometerstandes für jeden Grad der Temperatur des Queckſilbers über dem Eispuncte 10 Einheiten subtrahirt, oder bei Temperaturen unter 0° R. hinzu addirt. Denn ist T die Réaumur'sche Temperatur des Queckſilbers und B der beobachtete Barometerstand, so ist der auf 0° R. reducirte Barometerstand $B = B(1 - \frac{1}{4440} T)$,

mithin $\log B = \log B + \log(1 - \frac{1}{4440} T)$

$= \log B - [\log 4440 - \log(4440 - T)]$.

Betrachtet man aber eine fünfstellige Logaritmentafel in der Nähe der Zahl 4440, so sieht man, daß, so weit der für T zu erwartende Zahlwerth reicht, sämmtliche Differenzen je zweier auf einander folgenden Logarithmen = 10 sind, wornach $\log 4440 - \log(4440 - T) = 0{,}00010\,T$, mithin $\log B = \log B - 0{,}00010\,T$ wird. Der Factor $1 + 0{,}0026 = 2$ in der Formel ist hinreichend berücksichtiget, wenn man für jeden Breitengrad über oder unter 45° von der Summe der Logarithmen der übrigen Factoren 0,00004 abzieht oder dazu addirt. Dieſem nach hat man zur Bestimmung des Höhenunterschiedes H folgende Rechnung zu machen. Man nimmt zuerst die Logarithmen der auf 0° R. reducirten Barometerstände an beiden Stationen und zieht sie von einander ab. Nun addirt man folgende Zahlen: den Logarithmus der so eben gefundenen Differenz; den Logarithmus der um 399 vermehrten Summe der Temperaturen der Luft an beiden Stationen; die dekadische Ergänzung des Logarithmus von 399: sie ist 0,39903 — 3; endlich den Logarithmus von 18382 oder von 58152, je nachdem man den Höhenunterschied in Metern oder in Wiener Fußen erhalten will: der erstere Logarithmus ist 4,26439, der letztere 4,76456. An der Summe dieser vier Logarithmen bringt man noch die Correction wegen der geographischen Breite an, und hat so den Logarithmus des verlangten Höhenunterschiedes; die demselben in der Logarithmentafel entsprechende Zahl ist dieser Höhenunterschied selbst.

Beiſpiel. Aus sieben während drei Stunden angestellten gleichzeitigen Beobachtungen auf dem Leopoldsberge nächst Wien und auf der Sternwarte ergaben sich im Mittel die Barometerstände 26,84 und 27,58 Par. Zoll und die Temperaturen sowohl der Luft als des Queckſilbers 18° R. und 19,5 R. Hier ist nun, nach Lalande's kleiner Logaritmentafel,

$\log 27{,}58 = 1{,}44059$	195	19,5	$\log 0{,}01166 = 0{,}06670 - 2$	
$\log 26{,}84 = 1{,}42878$	180	18,0	$\log 436{,}5 = 2{,}63998$	
Differenz $= 0{,}01181$	15	399	$\text{compl}\log 399 = 0{,}39903 - 3$	
Reduction auf 0° R. $- 15$		436,5	$\log 58152 = 4{,}76456$	
Differenz $= 0{,}01166$			Summe $= 2{,}87027$	
			Correct. w. g. Br $= - 12$	
			$\log$ der Höhe $= 2{,}87015$	

Höhenunterschied zwischen dem Leopoldsberge und der Sternwarte
= 741,6 Wiener Fuß
= 123,6 28 Klafter.

Nehmen wir als mittlere auf 0° R. reducirte Barometerstände zu Wien (Sternwarte) und an der Meeresfläche (Triest) 339,8 Lin. und 347,5 Lin. an, bei einer mittleren Lufttemperatur von 8°,5 und 10° R., so haben wir

log 347,5 = 2,54095	8,5	*log* 0,00973 = 0,98811	— 3
log 339,8 = 2,53122	10	*log* 417,5 = 2,62066	
Differenz = 0,00973	399	*compl. log* 399 = 0,39903	— 3
	417,5	*log* 58152 = 4,76456	
		Summe = 2,77236	
		Correct. w. g. Br = — 6	
		Log der Höhe = 2,77230	

Höhenunterschied zwischen der Wiener Sternwarte und der Meeresfläche
= 592 Wiener Fuß,
= 98,7 W Klafter,
folglich ist die Höhe des Leopoldsberges über dem adriatischen Meer = 222,3 Klafter, was von dem Resultate geometrischer Messung um weniger als 1 Klafter abweicht.

214. **Einige Fälle des Gleichgewichtes zwischen der Expansivkraft luftförmiger und dem hydrostatischen Drucke tropfbarer Körper.** Wenn sich Gase und tropfbare Flüssigkeiten in communicirenden Gefäßen befinden, so richtet sich ihre gegenseitige Anordnung im Zustande des Gleichgewichtes nach der Bedingung, daß überall, wo bewegliche Theile an einander grenzen, Druck und Gegendruck gleich seyn muß. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so findet nach der Richtung des größeren Druckes Bewegung statt. Man kann, wo Gasmassen von geringer Höhe vorhanden sind, meistens ihr Gewicht im Vergleiche mit ihrer Expansivkraft vernachläßigen, und hat sonach bloß diese Kraft mit dem Drucke, gegen welchen sie kämpft, zu vergleichen. Nachstehende Beispiele werden zur Beurtheilung der in der Anwendung am häufigsten vorkommenden Fälle dieser Art hinreichende Anleitung geben. 1) Es sey A B C D (Fig. 71) ein ringsum geschlossenes Gefäß, welches bis E F eine tropfbare Flüssigkeit, z. B. Wasser, und über derselben in L Luft enthalte. Durch die obere Wand dieses Gefäßes gehe eine beiderseits offene verticale Röhre G H, deren unteres Ende H in die Flüssigkeit reicht. Es hängt nun von der Expansivkraft der Luftmasse L ab, welchen Stand die Flüssigkeit im Rohre G H haben wird. Ist diese Expansivkraft größer als der Druck, den die äußere Luft auf die tropfbare Flüssigkeit ausübt, so muß diese in der Röhre höher stehen als im Gefäße, so daß der äußere Druck mit jenem der gehobenen Flüssigkeitssäule K G verbunden der Expansivkraft der Luft L gleich kommt; und umgekehrt, erscheint im Rohre eine gehobene Flüssigkeitssäule, so ist die Expansivkraft der Luft im Gefäße um den Druck dieser Säule größer als der Druck der äußeren Luft. Ist die Röhre H G zu kurz, so wird die tropfbare Flüssigkeit aus ihrer Mündung herausgetrieben (Heronsball, Windkessel). Hat die Luft L mit der äußeren Luft einerlei Expansivkraft, so steht die Flüssigkeit im Rohre bei K; ist endlich die Expansivkraft der Luft in L geringer als der äußere Druck, so steht die Flüssigkeit im Rohre innerhalb E F, z. B. bei J, so daß der Druck der Flüssigkeitssäule K J die Differenz beider Kräfte ausgleicht. Beträgt diese Differenz mehr als der Druck einer Flüssigkeitssäule von der Höhe K H, so tritt äußere Luft durch das Rohr in das Gefäß. (Heronsball unter dem Recipienten der Luftpumpe in

verdünnter Luft bei dem Einlaſſen äußerer Luft in den Recipienten.) 2) Sind in einer Zuſammenſtellung zweier ſolchen Gefäße (Heronsbälle) die darin enthaltenen Luftmaſſen L, L' (Fig 72) mittelſt eines in die oberen Wände eingefügten, bloß Luft enthaltenden Kanales a b c in Verbindung, ſo muß, wenn die Flüſſigkeit in dem Rohre H G des Gefäßes A über K hinauf bis G ſteht, im Gleichgewichtszuſtande auch in dem Rohre H' G' des Gefaßes B die Flüſſigkeit über K' bis G' gehoben erſcheinen, ſo zwar, daß, in ſo fern man den Unterſchied des atmoſphäriſchen Druckes bei G und G' bei Seite ſetzen darf, die Höhen K G, K' G' ſich verkehrt verhalten wie die ſpecifiſchen Gewichte oder Dichten der betreffenden Flüſſigkeiten. Dasſelbe muß ſtatt finden, wenn im Gleichgewichte die Flüſſigkeiten in den Röhren H G, H' G' unter K, K' bei J, J' ſtehen. Ob der eine oder der andere Fall eintritt, hängt von der Expanſivkraft der in L, L' befindlichen Luft im Vergleiche gegen den äußeren Luftdruck ab. Wird der Druck auf L durch Zugießen von Flüſſigkeit in eine der Röhren G H, G' H' geſteigert, ſo erhebt ſich die Flüſſigkeit in der andern Röhre auf eine entſprechende Höhe. Die Luftmaſſe L L' wirkt hier wie eine elaſtiſche Feder, welche den empfangenen Druck nach allen Richtungen fortpflanzt. Iſt eine der Röhren kürzer als es der Flüſſigkeitsſtand fordert, welcher dem Drucke in der andern Rohre das Gleichgewicht zu halten vermag, ſo wird die Flüſſigkeit aus erſterer herausgetrieben (Heronsbrunn, Heſſ's Luftſäulenmaſchine). 3) Taucht die Röhre b c (Fig. 72) in die Flüſſigkeit des Gefäßes B, ſtatt ſich wie vorhin über derſelben in der Luft zu endigen, ſo kommt auch noch der in der Rohre b c ſtatt findende hydroſtatiſche Druck in Anſchlag. Iſt Flüſſigkeit in derſelben gehoben, ſo muß, wenn ſich in A und B bloß einerlei Flüſſigkeit, z. B. Waſſer, befindet, die Druckhöhe G' K' der Summe der Druckhöhen in den Rohren b c und G K gleich kommen. Ein tieferer Stand als die Oberfläche der Flüſſigkeit im Gefäße A oder B zählt für eine negative Druckhohe. Auf ähnliche Weiſe iſt das Gleichgewicht in einer Zuſammenſtellung von mehr als zwei Heronsbällen zu beurtheilen. 4) Dieſelben Betrachtungen entſcheiden über die Gleichgewichtsfälle bezüglich eines zum Theile mit einer tropfbaren Flüſſigkeit, zum Theile mit Luft gefüllten, ringsum geſchloſſenen Gefäßes von der Form Fig. 73 mit einem beiderſeits offenen durch die obere Wand gehenden und in die Flüſſigkeit reichenden Rohre G H und einem unter der Mündung des Rohres H an der Seitenwand des Gefäßes beginnenden und dann vertical aufſteigenden Rohre N' G'. Nach Maßgabe der Compreſſion der Luft L ſteht die Flüſſigkeit in den beiden Röhren ſtets gleich hoch bei G und G', oder bei K und K', oder bei J und J', oder endlich bei H und H'. Iſt die Luft in L ſo dünn, daß der Unterſchied zwiſchen ihrer Spannung und dem Drucke der äußeren Luft mehr beträgt als der der Höhe K H entſprechende Druck der Flüſſigkeit, ſo dringt Luft durch das Rohr G H ein. Dieß iſt der Fall, wenn das von der Seite des Gefäßes ausgehende Rohr nur bis N' reicht, oder gar ſeine Mündung abwärts kehrt. Dann tritt die Flüſſigkeit bei N' aus, während bei H fortwährend Luft einſtrömt,

und zwar entſpricht die Geſchwindigkeit des Ausfluſſes der Druckhöhe HN, welcher auch immer der Stand der Flüſſigkeitsfläche im Gefäße ſeyn mag, wofern nur die Mündung H des Rohres GH noch in die Flüſſigkeit taucht. Dieß gibt uns ein Mittel an die Hand, die Ausflußgeſchwindigkeit eines tropfbaren Körpers aus einem Gefäße gleichförmig zu erhalten. Statt des Seitenrohres genügt zur Demonſtration der ſo eben angegebenen Gleichgewichtsfälle eine kleine Oeffnung x an der Seitenwand einer Flaſche (Fig. 74), durch deren Hals das Rohr GH mittelſt eines Korkes luftdicht geht und nach Gefallen auf und nieder geſchoben werden kann (Mariotte'ſche Flaſche). Die Flüſſigkeit ſtellt ſich ſtets ſo, daß ſie im Rohre bei J mit x gleich hoch ſteht, und fließt aus der Flaſche durch x aus, wenn das Ende H des Rohres höher ſteht als x. 5) Hieher gehört auch die Wirkung des gekrümmten Hebers, eines gebogenen, beiderſeits offenen Rohres mit abwärts gekehrten Armen, deſſen man ſich bedient, um eine tropfbare Flüſſigkeit aus einem Gefäße in ein anderes zu leitem Es ſey ABC ein ſolches Rohr, mit Flüſſigkeit gefüllt und ſo geſtellt, daß die Mündung C des eines Armes tiefer ſteht als die Mündung A des andern. Iſt der verticale Abſtand BH des höchſten Punctes der Biegung B des Rohres von der durch A gelegten Horizontalebene AD größer als die Höhe der Flüſſigkeitsſäule, welche dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht hält, ſo muß die Flüſſigkeit beiderſeits ſinken, und wenn die Enden A und C in die Flüſſigkeit tauchen, ein doppeltes Barometer darſtellen. Iſt aber BH niedriger als die dem Luftdrucke entſprechende Flüſſigkeitshöhe b, ſo findet auf die Flüſſigkeit im Rohre bei A ein Druck aufwärts ſtatt, welcher der Druckhöhe b — BH, bei C aber ein Gegendruck, welcher nur der Druckhöhe b — BK zugehört, in ſo fern man nämlich den Druck der Luftſäule HK vernachläßiget. Es muß daher die Flüſſigkeit bei C mit einer Geſchwindigkeit austreten, welche der Druckhöhe HK (oder vielmehr dem Unterſchiede des Druckes einer Flüſſigkeits- und Luftſäule von der Höhe HK) entſpricht. Stehen A und C gleich hoch, ſo findet Gleichgewicht ſtatt; es erſcheint ſtabil, wenn die Enden des Hebers aufwärts gekrümmt ſind (würtembergiſcher Heber, Fig. 76) oder in Flüſſigkeit tauchen. In letzterem Falle gilt als Druckhöhe der in einem Arme des Hebers befindlichen Flüſſigkeit nur der Abſtand des höchſten Punctes der oberen Krümmung der Röhre von der Oberfläche der dieſen Arm umgebenden Flüſſigkeit.

Aus dem Geſagten ergibt ſich von ſelbſt die Anwendung, die man von dem gekrümmten Heber machen kann, um Flüſſigkeit aus einem oben offenen Gefäße abfließen zu laſſen, ohne das Gefäß zu neigen, oder es an der Seite zu öffnen. Es iſt dieß beſonders in dem Falle nützlich, wenn eine obere Schichte der Flüſſigkeit von der tieferen unvermengt mit dieſer abgezogen werden ſoll. Man ſenkt zu dieſem Zwecke ein Ende des aufrecht geſtellten Hebers in die abzulaſſende Flüſſigkeit, entweder nachdem man den Heber bereits mit Flüſſigkeit angefüllt hat, oder man füllt ihn erſt nach der Einſenkung, etwa durch Saugen an dem andern außerhalb dieſer Flüſſigkeit befindlichen Ende. Steht letzteres Ende niedriger als die Oberfläche der wegzuſchaffenden Flüſſigkeit, und

ist der Heber selbst nicht zu hoch, d. h. ist die Druckſäule in dem Arme, welcher in dieſe Flüſſigkeit taucht, niedriger als die Flüſſigkeitsſäule, die dem Drucke der äußeren Luft das Gleichgewicht hält; ſo muß die Flüſſigkeit durch den Heber ſo lange abfließen, bis ihre Oberfläche entweder zu dem eingetauchten Ende der Heberröhre oder zu der dem andern Ende entſprechenden Horizontalebene herabgeſunken iſt, oder falls auch letzteres Ende von Flüſſigkeit umgeben iſt, bis die Oberflächen der Flüſſigkeiten, welche beide Arme des Hebers umgeben, einerlei Stand haben. Zur Erleichterung des Füllens des Hebers oder zur Beſeitigung der Gefahr bei dem Anſaugen ſcharfer Flüſſigkeiten hat man dem Heber verſchiedene Formen gegeben. (Giftheber.)

Von dem Heronsballe als Windkeſſel macht man bei Pumpwerken, z. B. bei der Feuerſpritze und bei andern Waſſerhebmaſchinen, Gebrauch, um dem herausgetriebenen Waſſerſtrahle eine größere Steigkraft zu verleihen und ihn andauernd zu machen, d. h. die abſatzweiſe Wirkung der Maſchine auszugleichen. Man treibt zu dieſem Zwecke das Waſſer vorerſt in den Windkeſſel, verdichtet dadurch die in dieſem vorhandene Luft, welche ſodann nach Maßgabe ihrer geſteigerten Expanſivkraft auf das Waſſer drückt, und ſelbes durch das Steigrohr hinaustreibt. Die Einrichtung einer Druck- wie auch einer Saugpumpe zum Waſſerheben und ihre Wirkung hat eine große Aehnlichkeit mit jener einer Ventilluftpumpe. Eine Waſſerpumpe beſteht gleichfalls aus einem mit einem Kolben verſehenen verticalen Stiefel, an deſſen Boden ein ſich einwärts öffnendes Ventil angebracht iſt; ein zweites nach außen ſich öffnendes Ventil befindet ſich bei der Druckpumpe ſeitwärts am Boden des Stiefels, bei den Hebepumpen im Kolben. Iſt der Stiefel nicht unmittelbar mit dem zu hebenden Waſſer umgeben, ſo lauft er unter dem einwärts ſich öffnenden Ventil in eine Röhre aus (Saugrohr), welche in das Waſſer hinabreicht; damit jedoch das Waſſer in dem Saugrohr durch das Auf- und Niedergehen des Kolbens bis über das erwähnte Ventil gehoben werden und in den Stiefel gelangen könne, muß der Abſtand der Waſſerfläche von dieſem Ventil kleiner ſeyn als die Höhe der Waſſerſäule, deren Druck dem atmoſphäriſchen Drucke gleich kommt. Den Heronsbrunn hat man unter andern zur Einrichtung von Oellampen benutzt, und dabei zur Erzielung eines conſtanten Druckes das Princip einer Mariotte'ſchen Flaſche in Anwendung gebracht.

215. **Gleichgewicht gemengter Gaſe.** Wenn ſich heterogene Gaſe, welche auf einander nicht chemiſch einwirken, zugleich in einem Raume befinden, ſo mengen ſie ſich gleichförmig mit einander, und jedes Gas behauptet dabei die Spannkraft, welche es haben würde, wenn es allein in dieſem Raume vorhanden wäre; die Spannkraft des Gemenges iſt nämlich, wie die Erfahrung lehrt, die Summe der ſo betrachteten Spannkräfte der Gemengtheile, und läßt ſich aus ihren Quantitäten, ſpecifiſchen Expanſivkraften, aus der Temperatur und der Größe des Raumes nach dem Mariotte'ſchen Geſetze berechnen. Dieſer Erfahrungsſatz ſelbſt (das Dalton'ſche Geſetz) kann gewiſſer Maßen auf das Mariotte'ſche Geſetz zurückgeführt werden. Es ſeyen E, F die Spannkrafte zweier Gaſe, wenn jedes derſelben für ſich allein in dem Raume V enthalten wäre. Man denke ſich nun beide Gaſe zugleich in dieſen Raum gebracht und durch eine vollkommen bewegliche Scheidewand von einander getrennt, ſo werden ſie ſich ſo anordnen, daß dieſe Wand von beiden Seiten einerlei Druck erfahrt. Es ſey K die in ſolchergeſtalt eintretendem Gleichgewichte der Gaſe ſtatt findende

gemeinschaftliche Spannkraft, und U, W seyen die Rauminhalte der Gase, so ist, wenn die Gewichte der Gase außer Acht gelassen werden dürfen, nach dem Mariotte'schen Gesetze

$$E : K = U : V \quad \text{und} \quad F : K = W : V,$$

folglich $E = \frac{KU}{V}$ und $F = \frac{KW}{V}$, mithin $E + F = \frac{K(U+W)}{V}$.

Aber es ist $U + W = V$, folglich ist auch $E + F = K$. Dieselbe Folgerung bleibt, wenn man sich vorstellt, jedes der beiden Gase sey in mehrere durch vollkommen bewegliche Scheidewände getrennte Theile des Volums V in beliebiger Ordnung vertheilt, und es kann diese Folgerung sogar auf den Fall ausgedehnt werden, wenn die Theile der Gase äußerst klein und zwischen denselben keine Scheidewände vorhanden, d. h. wenn die Gase mit einander gemengt sind, wofern nur die heterogenen Gastheilchen sich indifferent gegen einander verhalten. Da nun der Erfahrung zu Folge, wenn heterogene Gase einen Raum gemeinschaftlich erfüllen, ihre auf diesen Raum bezogenen Spannkräfte sich eben so addiren, wie die Spannkräfte homogener Gasmengen, vorausgesetzt, daß die Verdichtung letzterer bei dem Zusammenbringen derselben in einerlei Raum die Grenze der Giltigkeit des Mariotte'schen Gesetzes nicht überschreitet; da ferner diese Addition der Spannkräfte selbst dann statt findet, wenn Gase mit einander gemengt sind, zwischen deren Theilchen eine energische chemische Verwandtschaft besteht (z. B. Sauerstoff und Wasserstoff, welche sich durch eine geringfügige Veranlassung wirklich verbinden und sogar ein nicht permanentes Product liefern): so ist man zu dem Schlusse berechtiget, daß die chemische Verwandtschaft der Gastheilchen nicht mit merklicher Stärke in jene Entfernung reicht, welche den Intervallen zwischen diesen Theilchen bei der bloßen Nebeneinanderlagerung der Gase entspricht, weßwegen ihre Repulsivkräfte sich unabhängig von der materiellen Beziehung der Theilchen zu einander äußern können. Dieses Ergebniß stimmt sehr gut mit der in 81 ausgesprochenen Hypothese, daß die Molecularabstoßung der materiellen Partikel eine bloße Folge der Repulsion der an denselben haftenden Wärmeatmosphären sey, sobald man noch die offenbar zulässige Annahme hinzufügt, daß in der Gasform die Molecularanziehung der Partikel im Vergleiche mit der aus so eben genannter Quelle entspringenden bei weitem größeren Abstoßung ganz in den Hintergrund trete. Sonach würde die Aeußerung der Expansivkraft eines Gases oder Gasgemenges sich bloß nach dem Grade der Anhäufung der Wärmeatmosphären in einem gegebenen Raume richten, welches auch sonst die materielle Beschaffenheit der Theilchen des Gases seyn mag. Anders aber muß sich die Sache verhalten, wenn diese Theilchen einander so nahe rücken, daß die Anziehung derselben merklich zu werden beginnt, oder wenn die Anordnung der Atome, aus welchen diese Theilchen gebildet sind, geändert wird, d. h. wenn das Mariotte'sche Gesetz nicht mehr zulässig ist, oder gar mit der chemischen Beschaffenheit der Gase eine Aenderung vor sich geht.

Stehen zwei Gaſe mit einander in Berührung, ſo iſt jedes derſelben gegen das andere als ein mechaniſches Hinderniß zu betrachten, welches den Eintritt der Theilchen des einen in die Zwiſchenräume der Theilchen des andern erſchwert. So lange die gleichartigen Gastheile beiſammen ſind, verhält ſich das umgebende Gas gegen den Inbegriff derſelben wie gegen jeden andern Körper; daher ſteigt eine Gasmaſſe in einem ſpecifiſch ſchwereren Gaſe in die Höhe und ſinkt in einem leichtern Gaſe zu Boden (Hydrogengas und Kohlenſäure in atmoſphäriſcher Luft). Alsbald aber dringen die Theilchen des einen Gaſes in Folge der Expanſivkraft zwiſchen die Theilchen des andern ein, da die Intervalle zwiſchen den Theilchen eines Gaſes rückſichtlich der Theilchen des andern als leere Räume zu betrachten ſind, und die Gaſe mengen ſich gleichmäßig. Dieß geſchieht ſelbſt wenn ein leichteres Gas über einem ſchwerern liegt und beide nur durch einen engen Kanal mit einander in Verbindung ſtehen (Hydrogengas über Kohlenſäure). Aus demſelben Grunde erſetzt ſich, wenn der Sauerſtoffgehalt eines Theiles der atmoſphäriſchen Luft durch Athmen oder Verbrennen verringert, alſo das Mengungsverhältniß des Sauerſtoffes und Stickſtoffes geſtört wird, ſogleich wieder das conſumirte Sauerſtoffgas aus der umgebenden Luft.

216. **Gleichgewicht abſorbirter Gaſe.** Wenn ein Gas mit einem tropfbaren oder poröſen feſten Körper in Berührung ſteht, ſo dringt nicht bloß eine gewiſſe Menge des Gaſes in die Zwiſchenräume des genannten Körpers ein, ſondern es äußert ſich eine von der materiellen Beſchaffenheit beider Stoffe abhängende Anziehung zwiſchen ihren Theilchen, in Folge deren das Gas von dem tropfbaren oder feſten Körper *eingeſogen* oder *abſorbirt* wird. Es verhält ſich nämlich das Gas unter dem Einfluſſe des abſorbirenden Körpers gerade ſo, als wäre es auf eine geringere ſpecifiſche Expanſivkraft herabgeſetzt; deßhalb kann es bei ſeiner früheren Dichte dem Drucke des außerhalb dieſes Körpers befindlichen Gaſes nicht mehr das Gleichgewicht halten, ſondern es muß ſich in den Zwiſchenräumen des Körpers ſo lange verdichten, bis ſeine Expanſivkraft der Expanſivkraft des äußeren Gaſes gleich geworden iſt. Mit dieſer beſonderen Rückſicht ſind die Geſetze des Gleichgewichtes des abſorbirten Gaſes mit dem freien genau dieſelben, nach welchen ſich das Gleichgewicht der Theile eines freien Gaſes richtet. Wird alſo die Dichte des freien Gaſes und damit zugleich ſein Druck vermehrt, ſo wird ein proportionaler Theil dieſes Gaſes abſorbirt. Man kann daher ſagen, unter übrigens gleichen Umſtänden bleibe das Volum des abſorbirten Gaſes, auf die Dichte des freien reducirt, bei allen Abſtufungen dieſer Dichte ſtets dasſelbe. Befindet ſich ein Körper, welcher abſorbirtes Gas enthält, in einem engen geſchloſſenen Raume, ſo enthält der Theil des Raumes außerhalb des Körpers Gas von gleicher Spannkraft mit dem abſorbirten. Wird nun die Temperatur des ganzen Raumes erhöht oder erniedriget, ſo geht mit der Anordnung des Gaſes keine Aenderung vor ſich, denn die Spannkräfte des äußeren und inneren Gaſes nehmen in einerlei Verhältniß zu oder ab. Wird aber die Temperatur des abſorbirenden Körpers allein er

höht, ſo muß Gas aus demſelben entweichen, deßgleichen wenn der äußere Druck vermindert wird; unter den entgegengeſetzten Umſtänden nimmt die Fähigkeit zu abſorbiren zu. Gemengte Gaſe werden ſo abſorbirt, als ob jeder Gemengtheil mit der Dichte, die er im Gemenge hat, für ſich allein vorhanden wäre. Um die Abſorptionsfähigkeit eines beſtimmten Körpers für ein beſtimmtes Gas auf eine ſichere und faßliche Weiſe auszudrücken, gibt man das Verhältniß der abſorbirten Gasmenge zu der Menge des freien Gaſes an, welche bei ungeſtörter Dichte in dem Volum des abſorbirenden Körpers Platz findet. Heißt erſtere Menge q, letztere Q, ſo iſt $x = \frac{q}{Q}$ der Abſorptionscoefficient. Es ſey V das Volum des abſorbirenden Körpers, D die Dichte des freien Gaſes, d die Dichte des abſorbirten, in ſo fern dieſes für ſich allein unter dem Volum V gedacht wird, ſo iſt $Q = VD$, $q = Vd$, mithin $x = \frac{d}{D}$. Beziehen ſich D', d', x' auf ein anderes Gas, ſo iſt $x' = \frac{d'}{D'}$. Von dem Gemenge beider Gaſe, deſſen Dichte $= D + D'$ iſt, wird das Quantum $Vd + Vd'$ abſorbirt. Nennen wir den Abſorptionscoefficienten für dieſes Gemenge X, ſo iſt

$$X = \frac{d + d'}{D + D'} = \frac{Dx + D'x'}{D + D'},$$

wornach ſich derſelbe aus den Dichten und Abſorptionscoefficienten der Gemengtheile berechnen läßt.

Unter den feſten Körpern iſt lockere Kohle, vornehmlich Buchsbaumkohle, durch ihr Abſorptionsvermögen ausgezeichnet, zumal, wenn ſie in trocknem und luftleerem Zuſtande angewendet wird, in welchen man ſie durch Ausglühen verſetzt. Der Abſorptionscoefficient dieſer Kohle iſt für Kohlenſäure = 35, für Sauerſtoffgas = 9,25, für Stickgas = 7,5. Der Abſorptionscoefficient des Waſſers iſt für Kohlenſäure = 1,06, für Sauerſtoffgas = 0,065, für Stickgas = 0,042, mithin für atmoſphäriſche Luft = 0,0474. Auf den Geſetzen des Gleichgewichtes abſorbirter Gaſe beruht das Erſcheinen von Luftblaſen in Waſſer, wenn man es erwärmt oder die Luft über ſelben verdünnt; das Mouſſiren der Weine, des Bieres in Folge der bei dem Gährungsprozeſſe abſorbirten Kohlenſäure, beſonders wenn man die Gährung in verſchloſſenen Gefäßen vor ſich gehen läßt; das Schäumen der kohlenſäurehältigen Mineralwäſſer u. dgl. Durch Compreſſion und Kälte läßt ſich Waſſer mit einer bedeutenden Menge Kohlenſäure imprägniren (künſtliche Mineralwäſſer). Die Abſorption der Luft durch das Queckſilber iſt es, wodurch ſelbſt gut ausgekochte Barometer nach längerer Zeit doch Spuren von Luft im oberen Raume zeigen. Auf die Geſetze der Abſorption gründet ſich auch die merkwürdige Erſcheinung des Ueberführens von Kohlenſäure in eine geſchloſſene, ſchlappe, etwas atmoſphäriſche Luft enthaltende Blaſe, wenn ſie im feuchten Zuſtande von Kohlenſäure umgeben iſt. Die äußere Waſſerſchichte abſorbirt nämlich die Kohlenſäure und läßt ſie im Innern der Blaſe wieder frei, wodurch dieſe nach etwa 12 Stunden ganz mit kohlenſaurem Gas gefüllt erſcheint. Gaſe, welche durch eine poröſe Wand von einander getrennt ſind, beobachten bezüglich ihres gegenſeitigen Durchſtrömens (Diffuſion) eigene Geſetze, in deren Auseinanderſetzung wir uns jedoch hier nicht einlaſſen können.

217. **Luftſtrömungen.** Wenn Druck und Gegendruck an irgend einer Stelle einer Luftmaſſe ungleich ſind, ſo entſteht eine Bewegung der Lufttheile gegen die Seite des ſchwächeren Druckes hin. Wirkt die das Gleichgewicht ſtörende Urſache eine gewiſſe Zeit hindurch in demſelben Sinne, ſo entſteht eine progreſſive Bewegung der Luft oder eine ſogenannte Luftſtrömung. Solche Urſachen ſind Bewegung eines Körpers in der Luft, der eine Luftmaſſe vor ſich hertreibt und hinter ſich einen leeren Raum erzeugt, oder Zuſammendrückung der Luft, meiſtens aber iſt es die Aenderung der Temperatur einzelner Theile einer Luftmaſſe, welche Luftſtrömungen erzeugt. Es wird nämlich dadurch die Expanſivkraft des betreffenden Theiles der Luft geändert, was zunächſt eine Aenderung der Dichte oder des ſpecifiſchen Gewichtes der Luft zur Folge hat, indem wärmer gewordene Luft ihres ſtärkeren Druckes wegen im Kampfe mit der umgebenden Luft ſich ausdehnt, kälter gewordene von der umgebenden auf ein kleineres Volum zuſammengedrückt wird. Die ſpecifiſch leichtere Luft wird in die Höhe getrieben, die kältere ſinkt, und die benachbarte Luft ſtrömt in den Raum ein, den erſtere verlaſſen hat. So entſteht der Luftzug in den Schornſteinen, über jedem Feuer, in Zimmern bei dem Oeffnen der Fenſter und Thüren; und denſelben Grund haben die Luftſtrömungen im Großen, die Winde, ſowohl die unregelmäßigen, als auch diejenigen, welche in Hinſicht auf Richtung und Dauer ein Geſetz befolgen

Der Einfluß der ungleichen Erwärmung der Luft auf deren Bewegung zeigt ſich am deutlichſten in dem periodiſchen Wechſel der Windesrichtung an den Meeresküſten, und überhaupt an den Ufern ausgebreiteter Gewäſſer (Land- und Seewinde). Da das feſte Land ſich im Sonnenlichte täglich raſcher erwärmt als das Waſſer, und des Nachts auch raſcher abkühlt, ſo iſt bei Tage die Luft über dem Lande, bei Nacht jene über dem Waſſer die warmere und ſteigt in die Höhe, während die kältere Luft ſeitwärts zuſtromt. Es weht daher in der Regel am Tage der Wind von dem Waſſer gegen das Land und erhält in der Nacht die umgekehrte Richtung.

Durchläuft eine Luftſtrömung eine größere Strecke in einem Sinne ſenkrecht gegen den Erdäquator, ſo gelangt ſie in Parallelkreiſe, in welchen die Erdfläche in Folge der Axendrehung der Erde eine andere Geſchwindigkeit hat. Da nun die Luft ihrer Trägheit gemäß die frühere Geſchwindigkeit beizubehalten ſucht, ſo wird ſie nicht ſogleich die veränderte Geſchwindigkeit der Erdfläche annehmen, ſondern, je nachdem ſie ſich gegen den Aequator hin, oder von demſelben hinweg bewegt, im erſten Falle gegen die Erdfläche, über welche ſie gelangt, zurückbleiben, im letzteren derſelben voraneilen. Das Zurückbleiben der Luft in Bezug auf die im Sinne von Weſt gegen Oſt rotirende Erdfläche gilt einer Strömung der Luft von Oſt gegen Weſt gleich, denn es handelt ſich hier lediglich um die relative Bewegung; daher die Regel: Winde, welche auf der nördlichen Halbkugel der Erde als Nordwinde entſtehen (man benennt die Winde nach der Gegend, von wel-

cher ſie herkommen), nehmen bei ihrem Vordringen gegen Süden immer mehr die Richtung von Oſt gegen Weſt an. Schiebt ſich alſo eine große Luftmaſſe auf der nördlichen Halbkugel von Norden gegen Süden, ſo wird in jedem von der Luftſtrömung getroffenen Parallelkreiſe der Wind als Nordwind beginnen, und ſodann immer mehr als Oſtwind auftreten. Ein Gleiches gilt für die ſüdliche Erdhälfte rückſichtlich der Luftſtrömungen gegen Norden. Wechſelt aber die vorausgeſetzte Polarſtrömung mit einer vom Aequator kommenden, ſo geht dieſelbe allmälig in eine weſtliche über. Die Erwärmung der Erdfläche zwiſchen den Wendekreiſen (in der heißen Zone) durch die daſelbſt mehr ſenkrecht auffallenden Sonnenſtrahlen erzeugt ein Aufſteigen der erwärmten Luft in dem Parallelkreiſe, über welchem ſich gerade die Sonne befindet und ein Zuſtrömen der Luft von beiden Seiten dieſes Parallelkreiſes. Hiernach erklärt ſich die beſtändige öſtliche Windesrichtung zwiſchen den Wendekreiſen und der Wechſel des Nordoſt- mit dem Südoſtwinde nach dem Stande der Sonne gegen den Parallelkreis des Beobachtungsortes (Paſſatwinde). Die Region des Nordoſt- und Südoſtpaſſates ſind von einander durch die Region der Windſtille (Calmen) geſchieden. Der aufſteigende Strom der erwärmten Luft muß oben ſeitwärts abfließen, daher bedingt eine polare Luftſtrömung an der Erdfläche nothwendig eine äquatoriale in der Höhe, welche, indem ſie gegen die Pole fortſchreitet, ſich abwärts ſenkt. Die gemäßigte Zone, in welcher wir uns befinden, iſt ſonach der Schauplatz des Kampfes zweier entgegengeſetzten einander abwechſelnd verdrängenden Luftſtröme. Aus dem Einfluſſe der Rotation der Erde auf die ſcheinbare Richtung einer wirklichen Luftſtrömung von Nord gegen Süd und umgekehrt folgt, daß ſich die Windesrichtung in der Regel im Sinne Oſt, Süd, Weſt, Nord ändern müſſe, und dieſe Aenderung daher auch häufiger eintrete, als die entgegengeſetzte, was durch die Erfahrung beſtätiget wird. Es iſt dieß das von Dove erkannte Drehungsgeſetz des Windes, als deſſen einfachſter Fall der Wechſel der Paſſatwinde erſcheint.

Wird die Luftmaſſe in der Atmoſphäre über einem Orte vermehrt, ſo ſteigt, wird ſie vermindert, ſo ſinkt das Queckſilber im Barometer. Hiernach läßt ſich der Einfluß der Temperatur und Strömung der Luft auf die Schwankungen des Barometerſtandes ermeſſen. Erwärmt ſich die Luftſäule über einem Orte, wodurch ſie ſich ausdehnt und genöthiget wird oben ſeitwärts abzufließen, ſo zeigt das Barometer an dieſem Orte einen niedrigeren, an den benachbarten Orten einen höheren Stand; bei Abnahme der Temperatur der Luft findet das Entgegengeſetzte ſtatt. Wird der kältere nördliche Luftſtrom durch den wärmeren ſüdlichen verdrängt, ſo ſinkt das Barometer; im umgekehrten Falle hebt es ſich. Daher die tägliche und jährliche Periode in den Variationen des Barometerſtandes und ihr inniger Zuſammenhang mit dem periodiſchen Gange der Wärme auf der Erdfläche, welchen mit Rückſicht auf örtliche Verhältniſſe und Störungen zu entwickeln einer der wichtigſten Gegenſtände der Meteorologie iſt.

Statik der Dämpfe.

218. Verdampfung und deren Urſache. Es iſt Thatſache, daß alle tropfbare Körper, viele bei jeder Temperatur, in welcher ſie ihren flüſſigen Zuſtand noch beibehalten können, andere bei nicht zu niedriger Temperatur, ja ſelbſt manche feſte Stoffe, an ihrer Oberfläche, ſobald kein äußeres Hinderniß dagegen obwaltet, in den ausdehnſamen Zuſtand übergehen. Man ſagt dann ſie *verdampfen* und nennt den ſo entſtandenen ausdehnſamen Körper *Dampf*. Der Grund der Dampfbildung liegt in der überwiegenden Abſtoßung zwiſchen den einander nächſten Partikeln des verdampfenden Körpers, welche wohl im Innern des Körpers durch die von der Umgebung jedes einzelnen Theilchens ausgehenden Gegenkräfte bekämpft werden kann, an der Oberfläche aber entſchieden hervortritt. Die äußerſte Schichte der Theilchen des Körpers wird ſonach von den tieferen Schichten abgeſtoßen (186), und entweicht, wenn kein Hinderniß entgegen ſteht, als Dampf. Ein ſolches Hinderniß iſt vornehmlich der Druck bereits gebildeter Dämpfe, daher die Verdampfung in verſchloſſenen Gefäßen aufhört, ſobald der Raum über dem verdampfenden Körper bis zu einem gewiſſen Grade mit Dampf angefüllt iſt. Selbſt die Anweſenheit eines fremdartigen Körpers, z. B. der atmoſphäriſchen Luft, erſchwert die Verdampfung, weßwegen dieſelbe in dünnerer Luft leichter vor ſich geht, als in dichterer. Man ſagt von tropfbaren oder feſten Stoffen, welche eine beſondere Neigung zur Verdampfung zeigen, ſie ſeyen *flüchtig*; bei denſelben iſt alſo die Repulſion ihrer Theilchen im Vergleiche mit der Anziehung ſehr ſtark. Die Abſtoßung der Partikel der Körper wird durch Steigerung des Wärmegrades erhöht, daher befördert Erwärmung die Verdampfung und Kälte ſchwächt ſie. Steigt die Temperatur einer tropfbaren Flüſſigkeit bis zu einem gewiſſen Grade, ſo wächſt die Abſtoßung der Partikel dergeſtalt, daß die Umwandlung des tropfbaren Körpers in einen ausdehnſamen nicht bloß an ſeiner Oberfläche, ſondern auch im Innern erfolgt, was ſich durch eine wallende Bewegung der tropfbaren Flüſſigkeit kund gibt; in dieſem Falle ſagt man der tropfbare Körper *ſiede*. Das Eintreten des Siedens hängt lediglich von dem Verhältniſſe der Temperatur zum äußeren Drucke ab. Wird der Luftdruck verringert, ſo kann eine tropfbare Flüſſigkeit ſchon dadurch in das Sieden gerathen. Es trägt alſo der äußere Luftdruck zur Bekämpfung der Repulſion der Partikel des Körpers und zur Erhaltung ſeiner tropfbaren Form weſentlich bei. Die Wärme iſt nicht bloß ein Förderungsmittel, ſondern eine nothwendige Bedingung der Dampfbildung, denn durch den Uebergang eines Theiles eines tropfbaren Körpers in die ausdehnſame Form wird dem andern Theile Wärme entzogen und dieſe gebunden (35): es kann dieſe Entziehung der Wärme die Temperatur des tropfbaren Theiles ſo herabſetzen, daß nicht nur die Verdampfung bedeutend geſchwächt wird, ſondern es kann dadurch ſogar ein Feſtwerden (Gefrieren) deſſelben zu Stande kommen.

Zur Erläuterung der hier ausgesprochenen Sätze mögen folgende Erscheinungen dienen: Wasser in offenen Gefäßen sich selbst überlassen vermindert sich; nasse Gegenstände trocknen in freier Luft. Hier findet Verdampfung statt, und diese wird durch das Entweichen oder Wegführen der bereits gebildeten Dämpfe befördert. Auch Quecksilber verdampfet; in dem leeren Raume eines Barometers sammelt sich an der inneren Wand des Rohres Quecksilber in feinen daran hängenden Tröpfchen, welche offenbar durch Verdichten des aus dem Quecksilber entwickelten Dampfes entstanden sind. Ein Goldstreifen über Quecksilber in einer Flasche aufgehängt, ohne dieses selbst zu berühren, wird bald von dem Quecksilber angegriffen, zum Beweise der vor sich gegangenen Verdampfung: doch findet dieß bei niedriger Temperatur (etwa 6° R. oder mehr unter dem Eispuncte) auch nach langer Zeit nicht statt; bei dieser ist also das Quecksilber fix. In starken wohl verschlossenen Gefäßen, z. B. in dem Papin'schen Topfe oder Digestor, kann Wasser bedeutend über 80° R. erhitzt werden, was in offenen Gefäßen nicht möglich ist, weil in diesen alle dem Wasser zugeführte Wärme zur Dampfbildung verwendet wird, während in geschlossenen der Druck des bereits gebildeten Dampfes auf das Wasser dasselbe nöthiget seine tropfbare Form beizubehalten. Die Beförderung des Siedens durch Verminderung des Luftdruckes zeigen Versuche unter dem Recipienten der Luftpumpe; warmes, jedoch nicht siedend heißes Wasser geräth bei Verdünnung der Luft bald in lebhaftes Sieden, ja selbst Wasser von gewöhnlicher Luftwärme thut dieses, wenn nur die Verdünnung der Luft rasch vor sich geht In dem sogenannten Wasserhammer, einem theilweise mit Wasser gefüllten luftleeren Glasrohre (das Luftleermachen geschieht, indem man das Wasser zum Sieden bringt und, nachdem die Dämpfe die Luft vertrieben haben, das Rohr verschließt) kann das Wasser durch die bloße Wärme der Hand zum Sieden gebracht werden. Ob das Rohr gehörig luftleer sey, erkennt man an dem Schlage des Wassers gegen den Boden des Rohres bei dem Schütteln, weil hier das Wasser durch den Luftwiderstand nicht getheilt wird, sondern in Masse im Rohre abwärts fällt; daher die Benennung dieses Geräthes Läßt man Wasser in einer Phiole sieden, verschließt dieselbe sobald die Luft daraus vertrieben worden ist, mit einem in den Hals gut passenden, mit Siegellack überzogenen Korke, wendet die Phiole um und kühlt den leeren Theil des Gefäßes mit Wasser ab, so geräth dieses wegen Verminderung des darauf lastenden Druckes in Folge der Verdichtung der darüber befindlichen Wasserdämpfe bald in die wallende Bewegung des Siedens. Die Abkühlung verdampfender Flüssigkeiten in Folge der bei der Dampfbildung gebundenen Wärme zeigt sich an der Kühlung, die man empfindet, wenn man die Hand benetzt und einem Luftzuge aussetzt; daher auch die bedeutende Kälte nach dem Herausgehen aus dem Wasser bei dem Baden im Freien, weil hier der ganzen Oberfläche des Körpers durch die Verdampfung des Wassers Wärme entzogen wird. Hieher gehört auch die Abkühlung der Luft nach einem Regen, die Wirkung des Besprengens des Bodens mit Wasser an heißen Tagen, der Nutzen der Gefäße aus porösem Thon zur Abkühlung des Getränkes u. dgl. Man sieht hieraus auch, daß die Transspiration die Wirkung der Wärme auf unseren Organismus mäßiget, und wie es dadurch möglich wird, eine selbst große Hitze zu ertragen. Am auffallendsten ist die Abkühlung in Folge der Verdampfung an flüchtigen tropfbaren Körpern, als Schwefeläther, schwefelige Säure u. dgl. Benetzt man die mit einem dünnen Zeuge umwickelte Kugel eines Thermometers mit Schwefeläther, so fällt die Temperatur rasch unter 0°; bedient man sich hiezu der schwefligen

Säure, so kann man sehr bedeutende Kältegrade hervorbringen. Unter dem Recipienten der Luftpumpe bringt man durch das rasche Verdampfen des Schwefeläthers in verdünnter Luft leicht Wasser zum Gefrieren, mit schwefliger Säure gelingt es auf diesem Wege sogar Quecksilber gefrieren zu machen. Da tropfbare schweflige Säure bei — 8° R. schon siedet, so ist es nur der bei dem Verdampfen entstehenden Abkühlung zuzuschreiben, daß sie sich in einem offenen Gefäße bei der gewöhnlichen Lufttemperatur nicht augenblicklich verflüchtiget. In dem Kryophor bringt man leicht Wasser durch sein eigenes Verdampfen zum Gefrieren. Es besteht diese Vorrichtung aus einer langen Glasröhre, an deren Enden Kugeln angeblasen sind; das Ganze ist geschlossen und luftleer, und enthält so viel Wasser, daß eine der Kugeln damit zur Hälfte gefüllt ist. Bringt man die leere Kugel in eine erkältende Mischung (Schnee oder zerkleinertes Eis mit einem gleichen Gewichte Kochsalz bestreut gibt — 14° R.), so gefriert das Wasser in der andern in freier Luft befindlichen Kugel, denn die Dämpfe werden in der kalt gehaltenen Kugel rasch condensirt, und das Wasser kann sonach, weil nun kein merklicher Luft- und Dampfdruck auf demselben lastet, sehr schnell verdampfen, wobei es sich bis zum Gefrieren abkühlt. Setzt man eine flache Schale mit Wasser und eine zweite etwas größere mit concentrirter Schwefelsäure unter den Recipienten einer guten Luftpumpe, und verdünnt die Luft, so geräth das Wasser anfänglich in das Sieden, endlich aber gefriert es. Hier saugt die Schwefelsäure ihrer großen Verwandtschaft zum Wasser gemäß die gebildeten Wasserdämpfe rasch ein und unterstützt so die Wirkung der Luftpumpe in Wegschaffung der Dämpfe mächtig; das Wasser kann daher sehr rasch verdampfen, was aber auf Kosten seiner eigenen Wärme geschieht, und es zum Gefrieren bringt.

219. **Spannkraft der Dämpfe.** Die Dämpfe, welche sich aus einem tropfbaren Körper entwickeln, besitzen bei ihrem Entstehen eine gewisse von ihrer Temperatur und materiellen Beschaffenheit abhängende Expansivkraft, die sich durch das Vermögen äußert, einer Quecksilbersäule von gewisser Höhe das Gleichgewicht zu halten, und einerlei Größe besitzt, die Dämpfe mögen sich im leeren oder mit irgend einem Gase erfüllten Raume bilden. Zur Kenntniß dieser Eigenschaft der Dämpfe führen folgende Beobachtungen: 1) Man lasse in eine mit wohl ausgekochtem Quecksilber gefüllte Torricelli'sche Röhre einige Tropfen Wasser aufsteigen. Sobald diese in dem oberen luftleeren Raume ankommen, entstehen Wasserdämpfe, und zugleich zeigt sich, wenn man nicht zu wenig Wasser genommen hat, über dem Quecksilber eine geringe Schichte dieser Flüssigkeit. In Folge des Druckes der Dämpfe sinkt das Quecksilber in der Röhre um einen gewissen Betrag, den man durch Vergleichung des Quecksilberstandes mit jenem in einem guten Barometer erfährt, wobei man auf die geringe Wasserschichte über dem Quecksilber die gehörige Rücksicht zu nehmen hat. Die Differenz zwischen der Quecksilberhöhe in der mit dem Wasserdampfe versehenen Torricelli'schen Rohre und dem Barometerstande ist das Maß der Spannkraft des Dampfes. Senkt man, um den Raum, den der Wasserdampf einnimmt, zu beschranken, die Röhre tiefer in das zur Absperrung angewendete Quecksilber, so wird die Spannung des Dampfes dadurch nicht vergrößert, sondern es geht eine gewisse Menge Dampf in Wasser

über; zieht man die Röhre weiter aus dem Queckſilber heraus, ſo wird mehr Waſſer in Dampf verwandelt, aber die Spankraft des Dampfes bleibt, ſo lange ſich die Temperatur nicht ändert und nicht alles Waſſer in Dampf übergegangen iſt, ſtets dieſelbe. Steigt aber die Temperatur, ſo wächſt die Spannkraft des Dampfes, und ſinkt ſie, ſo nimmt dieſe Spannkraft ab. Man bringt dem Dampfe verſchiedene Temperaturen leicht dadurch bei, daß man die Torricelli'ſche Röhre mit einem weiteren Gefäße umgibt, durch deſſen Boden dieſe Röhre luftdicht geht; das Gefäß wird mit Waſſer von dem verlangten Wärmegrade gefüllt. So findet man, daß die Spannkraft des Waſſerdampfes bei 0° R. dem Drucke einer Queckſilberſäule von 2,3 Wiener Linien Höhe, bei 10° R. von 5 Lin., bei 20° von $10^1/_2$ Lin., bei 40° R. von $40^1/_2$ Linien äquivalent iſt u. ſ. w. Nimmt man Weingeiſt ſtatt Waſſer, ſo zeigt ſich die Spannkraft des Dampfes ſtets größer; nimmt man Schwefeläther, ſo erſcheint ſie bei weitem größer. So iſt z. B. bei 20° R. die Spannkraft des Alkoholdampfes = 2 W Zoll 2 Lin.; jene des Aetherdampfes = 16 W. Zoll. Sehr gering iſt dagegen die Expanſivkraft des Queckſilberdampfes; ſie iſt bei den gewöhnlichen Lufttemperaturen ganz unmerklich: wäre ſie es nicht, ſo gäbe die Queckſilberſäule im Barometer den Luftdruck zu gering an, und es müßte deßhalb bei der Beobachtung des Barometerſtandes eine Correction angebracht werden. Selbſt bei der Temperatur von 80° R. ſteht die Expanſivkraft des Queckſilberdampfes noch unter $^2/_{10}$ einer Wiener Linie. 2) Wenn eine tropfbare Flüſſigkeit zum Sieden gebracht wird, ſo beginnt die Spannkraft ihres Dampfes eben den auf der Flüſſigkeit laſtenden Druck zu überwinden, und kann dieſem Drucke gleich geſetzt werden. Dieß gibt ein leichtes Mittel an die Hand, die Temperatur zu finden, bei welcher die Spannkraft des Dampfes einer Flüſſigkeit die Größe des atmoſphäriſchen Druckes hat; es iſt zu dieſem Behufe nur die Temperatur der Oberfläche der in einem offenen Gefäße ſiedenden Flüſſigkeit zu meſſen, und es kann dieſes Mittel, wenn man die Luftpumpe zu Hilfe nimmt, deren Queckſilberprobe den unter dem Recipienten herrſchenden Druck anzeigt, auch auf niedrigere Temperaturen ausgedehnt werden. Je niedriger der Siedepunct einer Flüſſigkeit ſteht, deſto flüchtiger iſt ſie, und deſto größer iſt bei gleicher Temperatur die Expanſivkraft ihres Dampfes. 3) Zur Beſtimmung der Expanſivkraft des Dampfes für Temperaturen, welche den Siedepunct einer Flüſſigkeit überſchreiten, iſt aus dem ſo eben ausgeſprochenen Grunde die Torricelli'ſche Röhre nicht anwendbar. In ſolchen Fällen läßt man entweder von dem Gefäße, in welchem ſich die verdampfende Flüſſigkeit befindet, ein dem Heberbarometer ähnliches, jedoch oben offenes Rohr ausgehen, und mißt die Höhe der Queckſilberſäule, den Barometerſtand mit hinzu gerechnet, welche in dieſem Rohre durch den Druck des Dampfes getragen wird, oder man beſtimmt das Gewicht, deſſen Druck auf ein am Gefäße befindliches Ventil dem Drucke des Dampfes äquivalent iſt, und berechnet darnach den Druck, welcher der Flächeneinheit entſpricht. So hat man die Spannkraft des Waſſerdampfes [illegible] Temperatu-

Stehen zwei Gase mit einander in Berührung, so ist jedes derselben gegen das andere als ein mechanisches Hinderniß zu betrachten, welches den Eintritt der Theilchen des einen in die Zwischenräume der Theilchen des andern erschwert. So lange die gleichartigen Gastheile beisammen sind, verhält sich das umgebende Gas gegen den Inbegriff derselben wie gegen jeden andern Körper; daher steigt eine Gasmasse in einem specifisch schwereren Gase in die Höhe und sinkt in einem leichtern Gase zu Boden (Hydrogengas und Kohlensäure in atmosphärischer Luft). Alsbald aber dringen die Theilchen des einen Gases in Folge der Expansivkraft zwischen die Theilchen des andern ein, da die Intervalle zwischen den Theilchen eines Gases rücksichtlich der Theilchen des andern als leere Räume zu betrachten sind, und die Gase mengen sich gleichmäßig. Dieß geschieht selbst wenn ein leichteres Gas über einem schwerern liegt und beide nur durch einen engen Kanal mit einander in Verbindung stehen (Hydrogengas über Kohlensäure). Aus demselben Grunde ersetzt sich, wenn der Sauerstoffgehalt eines Theiles der atmosphärischen Luft durch Athmen oder Verbrennen verringert, also das Mengungsverhältniß des Sauerstoffes und Stickstoffes gestört wird, sogleich wieder das consumirte Sauerstoffgas aus der umgebenden Luft.

216. **Gleichgewicht absorbirter Gase.** Wenn ein Gas mit einem tropfbaren oder porösen festen Körper in Berührung steht, so dringt nicht bloß eine gewisse Menge des Gases in die Zwischenräume des genannten Körpers ein, sondern es äußert sich eine von der materiellen Beschaffenheit beider Stoffe abhängende Anziehung zwischen ihren Theilchen, in Folge deren das Gas von dem tropfbaren oder festen Körper *eingesogen* oder *absorbirt* wird. Es verhält sich nämlich das Gas unter dem Einflusse des absorbirenden Körpers gerade so, als wäre es auf eine geringere specifische Expansivkraft herabgesetzt; deßhalb kann es bei seiner früheren Dichte dem Drucke des außerhalb dieses Körpers befindlichen Gases nicht mehr das Gleichgewicht halten, sondern es muß sich in den Zwischenräumen des Körpers so lange verdichten, bis seine Expansivkraft der Expansivkraft des äußeren Gases gleich geworden ist. Mit dieser besonderen Rücksicht sind die Gesetze des Gleichgewichtes des absorbirten Gases mit dem freien genau dieselben, nach welchen sich das Gleichgewicht der Theile eines freien Gases richtet. Wird also die Dichte des freien Gases und damit zugleich sein Druck vermehrt, so wird ein proportionaler Theil dieses Gases absorbirt. Man kann daher sagen, unter übrigens gleichen Umständen bleibe das Volum des absorbirten Gases, auf die Dichte des freien reducirt, bei allen Abstufungen dieser Dichte stets dasselbe. Befindet sich ein Körper, welcher absorbirtes Gas enthält, in einem engen geschlossenen Raume, so enthält der Theil des Raumes außerhalb des Körpers Gas von gleicher Spannkraft mit dem absorbirten. Wird nun die Temperatur des ganzen Raumes erhöht oder erniedriget, so geht mit der Anordnung des Gases keine Aenderung vor sich, denn die Spannkräfte des äußeren und inneren Gases nehmen in einerlei Verhältniß zu oder ab. Wird aber die Temperatur des absorbirenden Körpers allein er

höht, ſo muß Gas aus demſelben entweichen, deßgleichen wenn der äußere Druck vermindert wird; unter den entgegengeſetzten Umſtänden nimmt die Fähigkeit zu abſorbiren zu. Gemengte Gaſe werden ſo abſorbirt, als ob jeder Gemengtheil mit der Dichte, die er im Gemenge hat, für ſich allein vorhanden wäre. Um die Abſorptionsfähigkeit eines beſtimmten Körpers für ein beſtimmtes Gas auf eine ſichere und faßliche Weiſe auszudrücken, gibt man das Verhältniß der abſorbirten Gasmenge zu der Menge des freien Gaſes an, welche bei ungeſtörter Dichte in dem Volum des abſorbirenden Körpers Platz findet. Heißt erſtere Menge q, letztere Q, ſo iſt $x = \frac{q}{Q}$ der Abſorptionscoefficient. Es ſey V das Volum des abſorbirenden Körpers, D die Dichte des freien Gaſes, d die Dichte des abſorbirten, in ſo fern dieſes für ſich allein unter dem Volum V gedacht wird, ſo iſt $Q = VD$, $q = Vd$, mithin $x = \frac{d}{D}$. Beziehen ſich D', d', x' auf ein anderes Gas, ſo iſt $x' = \frac{d'}{D'}$. Von dem Gemenge beider Gaſe, deſſen Dichte $= D + D'$ iſt, wird das Quantum $Vd + Vd'$ abſorbirt. Nennen wir den Abſorptionscoefficienten für dieſes Gemenge X, ſo iſt

$$X = \frac{d + d'}{D + D'} = \frac{Dx + D'x'}{D + D'},$$

wornach ſich derſelbe aus den Dichten und Abſorptionscoefficienten der Gemengtheile berechnen läßt.

Unter den feſten Körpern iſt lockere Kohle, vornehmlich Buchsbaumkohle, durch ihr Abſorptionsvermögen ausgezeichnet, zumal, wenn ſie in trocknem und luftleerem Zuſtande angewendet wird, in welchen man ſie durch Ausglühen verſetzt. Der Abſorptionscoefficient dieſer Kohle iſt für Kohlenſäure = 35, für Sauerſtoffgas = 9,25, für Stickgas = 7,5. Der Abſorptionscoefficient des Waſſers iſt für Kohlenſäure = 1,06, für Sauerſtoffgas = 0,065, für Stickgas = 0,042, mithin für atmoſphäriſche Luft = 0,0474. Auf den Geſetzen des Gleichgewichtes abſorbirter Gaſe beruht das Erſcheinen von Luftblaſen in Waſſer, wenn man es erwärmt oder die Luft über ſelben verdünnt; das Mouſſiren der Weine, des Bieres in Folge der bei dem Gährungsprozeſſe abſorbirten Kohlenſäure, beſonders wenn man die Gährung in verſchloſſenen Gefäßen vor ſich gehen läßt; das Schäumen der kohlenſäurehältigen Mineralwäſſer u. dgl. Durch Compreſſion und Kälte läßt ſich Waſſer mit einer bedeutenden Menge Kohlenſäure imprägniren (künſtliche Mineralwäſſer). Die Abſorption der Luft durch das Queckſilber iſt es, wodurch ſelbſt gut ausgekochte Barometer nach längerer Zeit doch Spuren von Luft im oberen Raume zeigen. Auf die Geſetze der Abſorption gründet ſich auch die merkwürdige Erſcheinung des Ueberführens von Kohlenſäure in eine geſchloſſene, ſchlappe, etwas atmoſphäriſche Luft enthaltende Blaſe, wenn ſie im feuchten Zuſtande von Kohlenſäure umgeben iſt. Die äußere Waſſerſchichte abſorbirt nämlich die Kohlenſäure und läßt ſie im Innern der Blaſe wieder frei, wodurch dieſe nach etwa 12 Stunden ganz mit kohlenſaurem Gas gefüllt erſcheint. Gaſe, welche durch eine poröſe Wand von einander getrennt ſind, beobachten bezüglich ihres gegenſeitigen Durchſtrömens (Diffuſion) eigene Geſetze, in deren Auseinanderſetzung wir uns jedoch hier nicht einlaſſen können.

217. Luftströmungen. Wenn Druck und Gegendruck an irgend einer Stelle einer Luftmasse ungleich sind, so entsteht eine Bewegung der Lufttheile gegen die Seite des schwächeren Druckes hin. Wirkt die das Gleichgewicht störende Ursache eine gewisse Zeit hindurch in demselben Sinne, so entsteht eine progressive Bewegung der Luft oder eine sogenannte Luftströmung. Solche Ursachen sind Bewegung eines Körpers in der Luft, der eine Luftmasse vor sich hertreibt und hinter sich einen leeren Raum erzeugt, oder Zusammendrückung der Luft, meistens aber ist es die Aenderung der Temperatur einzelner Theile einer Luftmasse, welche Luftströmungen erzeugt. Es wird nämlich dadurch die Expansivkraft des betreffenden Theiles der Luft geändert, was zunächst eine Aenderung der Dichte oder des specifischen Gewichtes der Luft zur Folge hat, indem wärmer gewordene Luft ihres stärkeren Druckes wegen im Kampfe mit der umgebenden Luft sich ausdehnt, kälter gewordene von der umgebenden auf ein kleineres Volum zusammengedrückt wird. Die specifisch leichtere Luft wird in die Höhe getrieben, die kältere sinkt, und die benachbarte Luft strömt in den Raum ein, den erstere verlassen hat. So entsteht der Luftzug in den Schornsteinen, über jedem Feuer, in Zimmern bei dem Oeffnen der Fenster und Thüren; und denselben Grund haben die Luftströmungen im Großen, die Winde, sowohl die unregelmäßigen, als auch diejenigen, welche in Hinsicht auf Richtung und Dauer ein Gesetz befolgen

Der Einfluß der ungleichen Erwärmung der Luft auf deren Bewegung zeigt sich am deutlichsten in dem periodischen Wechsel der Windesrichtung an den Meeresküsten, und überhaupt an den Ufern ausgebreiteter Gewässer (Land- und Seewinde). Da das feste Land sich im Sonnenlichte täglich rascher erwärmt als das Wasser, und des Nachts auch rascher abkühlt, so ist bei Tage die Luft über dem Lande, bei Nacht jene über dem Wasser die wärmere und steigt in die Höhe, während die kältere Luft seitwärts zuströmt. Es weht daher in der Regel am Tage der Wind von dem Wasser gegen das Land und erhält in der Nacht die umgekehrte Richtung.

Durchläuft eine Luftströmung eine größere Strecke in einem Sinne senkrecht gegen den Erdäquator, so gelangt sie in Parallelkreise, in welchen die Erdfläche in Folge der Axendrehung der Erde eine andere Geschwindigkeit hat. Da nun die Luft ihrer Trägheit gemäß die frühere Geschwindigkeit beizubehalten sucht, so wird sie nicht sogleich die veränderte Geschwindigkeit der Erdfläche annehmen, sondern, je nachdem sie sich gegen den Aequator hin, oder von demselben hinweg bewegt, im ersten Falle gegen die Erdfläche, über welche sie gelangt, zurückbleiben, im letzteren derselben voraneilen. Das Zurückbleiben der Luft in Bezug auf die im Sinne von West gegen Ost rotirende Erdfläche gilt einer Strömung der Luft von Ost gegen West gleich, denn es handelt sich hier lediglich um die relative Bewegung; daher die Regel: Winde, welche auf der nordlichen Halbkugel der Erde als Nordwinde entstehen (man benennt die Winde nach der Gegend, von wel-

cher ſie herkommen), nehmen bei ihrem Vordringen gegen Süden immer mehr die Richtung von Oſt gegen Weſt an. Schiebt ſich alſo eine große Luftmaſſe auf der nördlichen Halbkugel von Norden gegen Süden, ſo wird in jedem von der Luftſtrömung getroffenen Parallelkreiſe der Wind als Nordwind beginnen, und ſodann immer mehr als Oſtwind auftreten. Ein Gleiches gilt für die ſüdliche Erdhälfte rückſichtlich der Luftſtrömungen gegen Norden. Wechſelt aber die vorausgeſetzte Polarſtrömung mit einer vom Aequator kommenden, ſo geht dieſelbe allmälig in eine weſtliche über. Die Erwärmung der Erdfläche zwiſchen den Wendekreiſen (in der heißen Zone) durch die daſelbſt mehr ſenkrecht auffallenden Sonnenſtrahlen erzeugt ein Aufſteigen der erwärmten Luft in dem Parallelkreiſe, über welchem ſich gerade die Sonne befindet und ein Zuſtrömen der Luft von beiden Seiten dieſes Parallelkreiſes. Hiernach erklärt ſich die beſtändige öſtliche Windesrichtung zwiſchen den Wendekreiſen und der Wechſel des Nordoſt- mit dem Südoſtwinde nach dem Stande der Sonne gegen den Parallelkreis des Beobachtungsortes (Paſſatwinde). Die Region des Nordoſt- und Südoſtpaſſates ſind von einander durch die Region der Windſtille (Calmen) geſchieden. Der aufſteigende Strom der erwärmten Luft muß oben ſeitwärts abfließen, daher bedingt eine polare Luftſtrömung an der Erdfläche nothwendig eine äquatoriale in der Höhe, welche, indem ſie gegen die Pole fortſchreitet, ſich abwärts ſenkt. Die gemäßigte Zone, in welcher wir uns befinden, iſt ſonach der Schauplatz des Kampfes zweier entgegengeſetzten einander abwechſelnd verdrängenden Luftſtröme. Aus dem Einfluſſe der Rotation der Erde auf die ſcheinbare Richtung einer wirklichen Luftſtrömung von Nord gegen Süd und umgekehrt folgt, daß ſich die Windesrichtung in der Regel im Sinne Oſt, Süd, Weſt, Nord ändern müſſe, und dieſe Aenderung daher auch häufiger eintrete, als die entgegengeſetzte, was durch die Erfahrung beſtätiget wird. Es iſt dieß das von Dove erkannte Drehungsgeſetz des Windes, als deſſen einfachſter Fall der Wechſel der Paſſatwinde erſcheint.

Wird die Luftmaſſe in der Atmoſphäre über einem Orte vermehrt, ſo ſteigt, wird ſie vermindert, ſo ſinkt das Queckſilber im Barometer. Hiernach läßt ſich der Einfluß der Temperatur und Strömung der Luft auf die Schwankungen des Barometerſtandes ermeſſen. Erwärmt ſich die Luftſäule über einem Orte, wodurch ſie ſich ausdehnt und genöthiget wird oben ſeitwärts abzufließen, ſo zeigt das Barometer an dieſem Orte einen niedrigeren, an den benachbarten Orten einen höheren Stand; bei Abnahme der Temperatur der Luft findet das Entgegengeſetzte ſtatt. Wird der kältere nördliche Luftſtrom durch den wärmeren ſüdlichen verdrängt, ſo ſinkt das Barometer; im umgekehrten Falle hebt es ſich. Daher die tägliche und jährliche Periode in den Variationen des Barometerſtandes und ihr inniger Zuſammenhang mit dem periodiſchen Gange der Wärme auf der Erdfläche, welchen mit Rückſicht auf örtliche Verhältniſſe und Störungen zu entwickeln einer der wichtigſten Gegenſtände der Meteorologie iſt.

Statik der Dämpfe.

218. **Verdampfung und deren Urſache.** Es iſt Thatſache, daß alle tropfbare Körper, viele bei jeder Temperatur, in welcher ſie ihren flüſſigen Zuſtand noch beibehalten können, andere bei nicht zu niedriger Temperatur, ja ſelbſt manche feſte Stoffe, an ihrer Oberfläche, ſobald kein äußeres Hinderniß dagegen obwaltet, in den ausdehnſamen Zuſtand übergehen. Man ſagt dann ſie *verdampfen* und nennt den ſo entſtandenen ausdehnſamen Körper *Dampf*. Der Grund der Dampfbildung liegt in der überwiegenden Abſtoßung zwiſchen den einander nächſten Partikeln des verdampfenden Körpers, welche wohl im Innern des Körpers durch die von der Umgebung jedes einzelnen Theilchens ausgehenden Gegenkräfte bekämpft werden kann, an der Oberfläche aber entſchieden hervortritt. Die äußerſte Schichte der Theilchen des Körpers wird ſonach von den tieferen Schichten abgeſtoßen (186), und entweicht, wenn kein Hinderniß entgegen ſteht, als Dampf. Ein ſolches Hinderniß iſt vornehmlich der Druck bereits gebildeter Dämpfe, daher die Verdampfung in verſchloſſenen Gefäßen aufhört, ſobald der Raum über dem verdampfenden Körper bis zu einem gewiſſen Grade mit Dampf angefüllt iſt. Selbſt die Anweſenheit eines fremdartigen Körpers, z. B. der atmoſphäriſchen Luft, erſchwert die Verdampfung, weßwegen dieſelbe in dünnerer Luft leichter vor ſich geht, als in dichterer. Man ſagt von tropfbaren oder feſten Stoffen, welche eine beſondere Neigung zur Verdampfung zeigen, ſie ſeyen *flüchtig*; bei denſelben iſt alſo die Repulſion ihrer Theilchen im Vergleiche mit der Anziehung ſehr ſtark. Die Abſtoßung der Partikel der Körper wird durch Steigerung des Wärmegrades erhöht, daher befördert Erwärmung die Verdampfung und Kälte ſchwächt ſie. Steigt die Temperatur einer tropfbaren Flüſſigkeit bis zu einem gewiſſen Grade, ſo wächſt die Abſtoßung der Partikel dergeſtalt, daß die Umwandlung des tropfbaren Körpers in einen ausdehnſamen nicht bloß an ſeiner Oberfläche, ſondern auch im Innern erfolgt, was ſich durch eine wallende Bewegung der tropfbaren Flüſſigkeit kund gibt; in dieſem Falle ſagt man der tropfbare Körper *ſiede*. Das Eintreten des Siedens hängt lediglich von dem Verhältniſſe der Temperatur zum äußeren Drucke ab. Wird der Luftdruck verringert, ſo kann eine tropfbare Flüſſigkeit ſchon dadurch in das Sieden gerathen. Es trägt alſo der äußere Luftdruck zur Bekämpfung der Repulſion der Partikel des Körpers und zur Erhaltung ſeiner tropfbaren Form weſentlich bei. Die Wärme iſt nicht bloß ein Förderungsmittel, ſondern eine nothwendige Bedingung der Dampfbildung, denn durch den Uebergang eines Theiles eines tropfbaren Körpers in die ausdehnſame Form wird dem andern Theile Wärme entzogen und dieſe gebunden (35); es kann dieſe Entziehung der Wärme die Temperatur des tropfbaren Theiles ſo herabſetzen, daß nicht nur die Verdampfung bedeutend geſchwächt wird, ſondern es kann dadurch ſogar ein Feſtwerden (Gefrieren) deſſelben zu Stande kommen.

Zur Erläuterung der hier ausgesprochenen Sätze mögen folgende Erscheinungen dienen: Wasser in offenen Gefäßen sich selbst überlassen vermindert sich; nasse Gegenstände trocknen in freier Luft. Hier findet Verdampfung statt, und diese wird durch das Entweichen oder Wegführen der bereits gebildeten Dämpfe befördert. Auch Quecksilber verdampfet; in dem leeren Raume eines Barometers sammelt sich an der inneren Wand des Rohres Quecksilber in feinen daran hängenden Tröpfchen, welche offenbar durch Verdichten des aus dem Quecksilber entwickelten Dampfes entstanden sind. Ein Goldstreifen über Quecksilber in einer Flasche aufgehängt, ohne dieses selbst zu berühren, wird bald von dem Quecksilber angegriffen, zum Beweise der vor sich gegangenen Verdampfung: doch findet dieß bei niedriger Temperatur (etwa 6° R. oder mehr unter dem Eispuncte) auch nach langer Zeit nicht statt; bei dieser ist also das Quecksilber fix. In starken wohl verschlossenen Gefäßen, z. B. in dem Papin'schen Topfe oder Digestor, kann Wasser bedeutend über 80° R. erhitzt werden, was in offenen Gefäßen nicht möglich ist, weil in diesen alle dem Wasser zugeführte Wärme zur Dampfbildung verwendet wird, während in geschlossenen der Druck des bereits gebildeten Dampfes auf das Wasser dasselbe nöthiget seine tropfbare Form beizubehalten. Die Beförderung des Siedens durch Verminderung des Luftdruckes zeigen Versuche unter dem Recipienten der Luftpumpe; warmes, jedoch nicht siedend heißes Wasser geräth bei Verdünnung der Luft bald in lebhaftes Sieden, ja selbst Wasser von gewöhnlicher Luftwärme thut dieses, wenn nur die Verdünnung der Luft rasch vor sich geht In dem sogenannten Wasserhammer, einem theilweise mit Wasser gefüllten luftleeren Glasrohre (das Luftleermachen geschieht, indem man das Wasser zum Sieden bringt und, nachdem die Dämpfe die Luft vertrieben haben, das Rohr verschließt) kann das Wasser durch die bloße Wärme der Hand zum Sieden gebracht werden. Ob das Rohr gehörig luftleer sey, erkennt man an dem Schlage des Wassers gegen den Boden des Rohres bei dem Schütteln, weil hier das Wasser durch den Luftwiderstand nicht getheilt wird, sondern in Masse im Rohre abwärts fällt; daher die Benennung dieses Geräthes Läßt man Wasser in einer Phiole sieden, verschließt dieselbe sobald die Luft daraus vertrieben worden ist, mit einem in den Hals gut passenden, mit Siegellack überzogenen Korke, wendet die Phiole um und kühlt den leeren Theil des Gefäßes mit Wasser ab, so geräth dieses wegen Verminderung des darauf lastenden Druckes in Folge der Verdichtung der darüber befindlichen Wasserdämpfe bald in die wallende Bewegung des Siedens. Die Abkühlung verdampfender Flüssigkeiten in Folge der bei der Dampfbildung gebundenen Wärme zeigt sich an der Kühlung, die man empfindet, wenn man die Hand benetzt und einem Luftzuge aussetzt; daher auch die bedeutende Kälte nach dem Herausgehen aus dem Wasser bei dem Baden im Freien, weil hier der ganzen Oberfläche des Körpers durch die Verdampfung des Wassers Wärme entzogen wird. Hieher gehört auch die Abkühlung der Luft nach einem Regen, die Wirkung des Besprengens des Bodens mit Wasser an heißen Tagen, der Nutzen der Gefäße aus porösem Thon zur Abkühlung des Getränkes u. dgl. Man sieht hieraus auch, daß die Transspiration die Wirkung der Wärme auf unseren Organismus mäßiget, und wie es dadurch möglich wird, eine selbst große Hitze zu ertragen. Am auffallendsten ist die Abkühlung in Folge der Verdampfung an flüchtigen tropfbaren Körpern, als Schwefeläther, schwefelige Säure u. dgl. Benetzt man die mit einem dünnen Zeuge umwickelte Kugel eines Thermometers mit Schwefeläther, so fällt die Temperatur rasch unter 0°; bedient man sich hiezu der schwefligen

Säure, so kann man sehr bedeutende Kältegrade hervorbringen. Unter dem Recipienten der Luftpumpe bringt man durch das rasche Verdampfen des Schwefeläthers in verdünnter Luft leicht Wasser zum Gefrieren, mit schwefliger Säure gelingt es auf diesem Wege sogar Quecksilber gefrieren zu machen. Da tropfbare schweflige Säure bei — 8° R. schon siedet, so ist es nur der bei dem Verdampfen entstehenden Abkühlung zuzuschreiben, daß sie sich in einem offenen Gefäße bei der gewöhnlichen Lufttemperatur nicht augenblicklich verflüchtiget. In dem Kryophor bringt man leicht Wasser durch sein eigenes Verdampfen zum Gefrieren. Es besteht diese Vorrichtung aus einer langen Glasröhre, an deren Enden Kugeln angeblasen sind; das Ganze ist geschlossen und luftleer, und enthält so viel Wasser, daß eine der Kugeln damit zur Hälfte gefüllt ist. Bringt man die leere Kugel in eine erkältende Mischung (Schnee oder verkleinertes Eis mit einem gleichen Gewichte Kochsalz bestreut gibt — 14° R.), so gefriert das Wasser in der andern in freier Luft befindlichen Kugel, denn die Dämpfe werden in der kalt gehaltenen Kugel rasch condensirt, und das Wasser kann sonach, weil nun kein merklicher Luft- und Dampfdruck auf demselben lastet, sehr schnell verdampfen, wobei es sich bis zum Gefrieren abkühlt. Setzt man eine flache Schale mit Wasser und eine zweite etwas größere mit concentrirter Schwefelsäure unter den Recipienten einer guten Luftpumpe, und verdünnt die Luft, so geräth das Wasser anfänglich in das Sieden, endlich aber gefriert es. Hier saugt die Schwefelsäure ihrer großen Verwandtschaft zum Wasser gemäß die gebildeten Wasserdämpfe rasch ein und unterstützt so die Wirkung der Luftpumpe in Wegschaffung der Dämpfe mächtig; das Wasser kann daher sehr rasch verdampfen, was aber auf Kosten seiner eigenen Wärme geschieht, und es zum Gefrieren bringt.

219. **Spannkraft der Dämpfe.** Die Dämpfe, welche sich aus einem tropfbaren Körper entwickeln, besitzen bei ihrem Entstehen eine gewisse von ihrer Temperatur und materiellen Beschaffenheit abhängende Expansivkraft, die sich durch das Vermögen äußert, einer Quecksilbersäule von gewisser Höhe das Gleichgewicht zu halten, und einerlei Größe besitzt, die Dämpfe mögen sich im leeren oder mit irgend einem Gase erfüllten Raume bilden. Zur Kenntniß dieser Eigenschaft der Dämpfe führen folgende Beobachtungen: 1) Man lasse in eine mit wohl ausgekochtem Quecksilber gefüllte Torricelli'sche Röhre einige Tropfen Wasser aufsteigen. Sobald diese in dem oberen luftleeren Raume ankommen, entstehen Wasserdämpfe, und zugleich zeigt sich, wenn man nicht zu wenig Wasser genommen hat, über dem Quecksilber eine geringe Schichte dieser Flüssigkeit. In Folge des Druckes der Dämpfe sinkt das Quecksilber in der Röhre um einen gewissen Betrag, den man durch Vergleichung des Quecksilberstandes mit jenem in einem guten Barometer erfährt, wobei man auf die geringe Wasserschichte über dem Quecksilber die gehörige Rücksicht zu nehmen hat. Die Differenz zwischen der Quecksilberhöhe in der mit dem Wasserdampfe versehenen Torricelli'schen Röhre und dem Barometerstande ist das Maß der Spannkraft des Dampfes. Senkt man, um den Raum, den der Wasserdampf einnimmt, zu beschränken, die Röhre tiefer in das zur Absperrung angewendete Quecksilber, so wird die Spannung des Dampfes dadurch nicht vergrößert, sondern es geht eine gewisse Menge Dampf in Wasser

über; zieht man die Röhre weiter aus dem Queckſilber heraus, ſo wird mehr Waſſer in Dampf verwandelt, aber die Spankraft des Dampfes bleibt, ſo lange ſich die Temperatur nicht ändert und nicht alles Waſſer in Dampf übergegangen iſt, ſtets dieſelbe. Steigt aber die Temperatur, ſo wächſt die Spannkraft des Dampfes, und ſinkt ſie, ſo nimmt dieſe Spannkraft ab. Man bringt dem Dampfe verſchiedene Temperaturen leicht dadurch bei, daß man die Torricelli'ſche Röhre mit einem weiteren Gefäße umgibt, durch deſſen Boden dieſe Röhre luftdicht geht; das Gefäß wird mit Waſſer von dem verlangten Wärmegrade gefüllt. So findet man, daß die Spannkraft des Waſſerdampfes bei 0° R. dem Drucke einer Queckſilberſäule von 2,3 Wiener Linien Höhe, bei 10° R. von 5 Lin., bei 20° von $10^1/_2$ Lin., bei 40° R. von $40^1/_2$ Linien äquivalent iſt u. ſ. w. Nimmt man Weingeiſt ſtatt Waſſer, ſo zeigt ſich die Spannkraft des Dampfes ſtets größer; nimmt man Schwefeläther, ſo erſcheint ſie bei weitem größer. So iſt z. B. bei 20° R. die Spannkraft des Alkoholdampfes = 2 W Zoll 2 Lin.; jene des Aetherdampfes = 16 W. Zoll. Sehr gering iſt dagegen die Expanſivkraft des Queckſilberdampfes; ſie iſt bei den gewöhnlichen Lufttemperaturen ganz unmerklich: wäre ſie es nicht, ſo gäbe die Queckſilberſäule im Barometer den Luftdruck zu gering an, und es müßte deßhalb bei der Beobachtung des Barometerſtandes eine Correction angebracht werden. Selbſt bei der Temperatur von 80° R. ſteht die Expanſivkraft des Queckſilberdampfes noch unter $^2/_{10}$ einer Wiener Linie. 2) Wenn eine tropfbare Flüſſigkeit zum Sieden gebracht wird, ſo beginnt die Spannkraft ihres Dampfes eben den auf der Flüſſigkeit laſtenden Druck zu überwinden, und kann dieſem Drucke gleich geſetzt werden. Dieß gibt ein leichtes Mittel an die Hand, die Temperatur zu finden, bei welcher die Spannkraft des Dampfes einer Flüſſigkeit die Größe des atmoſphäriſchen Druckes hat; es iſt zu dieſem Behufe nur die Temperatur der Oberfläche der in einem offenen Gefäße ſiedenden Flüſſigkeit zu meſſen, und es kann dieſes Mittel, wenn man die Luftpumpe zu Hilfe nimmt, deren Queckſilberprobe den unter dem Recipienten herrſchenden Druck anzeigt, auch auf niedrigere Temperaturen ausgedehnt werden. Je niedriger der Siedepunct einer Flüſſigkeit ſteht, deſto flüchtiger iſt ſie, und deſto größer iſt bei gleicher Temperatur die Expanſivkraft ihres Dampfes. 3) Zur Beſtimmung der Expanſivkraft des Dampfes für Temperaturen, welche den Siedepunct einer Flüſſigkeit überſchreiten, iſt aus dem ſo eben ausgeſprochenen Grunde die Torricelli'ſche Röhre nicht anwendbar. In ſolchen Fällen läßt man entweder von dem Gefäße, in welchem ſich die verdampfende Flüſſigkeit befindet, ein dem Heberbarometer ähnliches, jedoch oben offenes Rohr ausgehen, und mißt die Höhe der Queckſilberſäule, den Barometerſtand mit hinzu gerechnet, welche in dieſem Rohre durch den Druck des Dampfes getragen wird, oder man beſtimmt das Gewicht, deſſen Druck auf ein am Gefäße befindliches Ventil dem Drucke des Dampfes äquivalent iſt, und berechnet darnach den Druck, welcher der Flächeneinheit entſpricht. So hat man die Spannkraft des Waſſerdampfes für hohe u-

ren ausgemittelt. 4) Die Spannkraft des Dampfes einer tropfbaren Flüſſigkeit bei niedrigen Temperaturen erfährt man mit Hilfe einer Torricelli'ſchen Röhre, deren oberer Theil, worin ſich der Dampf befindet, ſeitwärts gebogen iſt, und um dem Dampfe eine beliebig niedrige Temperatur beizubringen, in ein Gefäß, welches eine erkältende Miſchung enthält, hineingeht. Da das Gleichgewicht des Dampfes in dem oberen Raume des Barometerrohres nicht beſtehen kann, wenn der Dampf nicht an allen Puncten gleiche Spannkraft hat, und die Spannkraft des Dampfes abnimmt, wenn die Temperatur ſinkt, ſo iſt klar, daß die Spannkraft der geſammten Dampfmaſſe diejenige ſeyn werde, welche der niedrigſten an der Begrenzung des den Dampf einſchließenden Raumes obwaltenden Temperatur entſpricht. 5) Die Erfahrung lehrt, daß bei der Verdampfung einer Flüſſigkeit in einem geſchloſſenen Raume, worin atmoſphäriſche Luft oder ein anderes Gas vorhanden iſt, die Spannkraft, welche der Dampf bei der herrſchenden Temperatur im leeren Raume haben würde, ſich zu derjenigen, welche das Gas beſitzt, addirt, mithin das in 215 entwickelte Geſetz ſelbſt auf ein Gemenge von Gaſen und Dämpfen Anwendung erleidet. Befindet ſich nämlich im oberen Raume einer Torricelli'ſchen Röhre trockne Luft unter dem Volum V (gemeſſen an einer Volumſcale), mit der Expanſivkraft E (gemeſſen durch die Differenz zwiſchen dem herrſchenden Barometerſtande und der Queckſilberhöhe in der Röhre), und läßt man eine geringe Menge Waſſer oder eine andere tropfbare Flüſſigkeit zu dieſer Luftmaſſe gelangen, ſo nimmt die Queckſilberhöhe in dem Rohre ab; es ſey V' das vergrößerte Volum und E' die Expanſivkraft des Gemenges von Luft und Dampf, ſo iſt die Spannkraft der Luft, auf das Volum V bezogen, nach dem Mariotte'ſchen Geſetze in $\frac{EV}{V'}$ übergegangen, folglich zeigt die Differenz $E' - \frac{EV}{V'}$ denjenigen Theil der Geſammtſpannkraft des Gemenges an, welcher auf Rechnung des Dampfes kommt. Vergleicht man dieſes Reſultat mit der gleichzeitig beobachteten Spannkraft an einer bloß Dampf von derſelben materiellen Beſchaffenheit und Temperatur enthaltenden Torricelli'ſchen Röhre, ſo zeigt ſich eine genaue Uebereinſtimmung beider, wodurch obige Behauptung bewieſen iſt. Man bedient ſich zur bequemeren Anſtellung ſolcher Verſuche mit Vortheil eines einem Heberbarometer ähnlichen Apparates, welcher an ſeiner unteren Biegung mit einem Hahne zum Ablaſſen des Queckſilbers verſehen iſt. Durch Zugießen von Queckſilber in den offenen Arm und durch Ablaſſen des Ueberſchuſſes kann man die Queckſilberſäule in dem offenen Arme ſo reguliren, daß die in dem andern Arme abgeſperrte Luftmaſſe vor und nach der Vermengung des Dampfes einerlei Volum hat. Die Vergrößerung der Druckſäule im letzteren Falle gibt unmittelbar die Spannkraft des Dampfes in der Luft an, welche der bei gleicher Temperatur auf den leeren Raum ſich beziehenden ſtets gleich gefunden wird. 6) Die Spannkraft, welche der Dampf in Berührung mit der zugehörigen tropfbaren Flüſſigkeit zeigt,

iſt die größte Spannkraft, welche er bei derſelben Temperatur erlangen kann, denn durch Verkleinerung des Volums einer ſolchen Dampfmaſſe wird deren Spannkraft nicht erhöht, ſondern nur ein Theil derſelben in tropfbare Flüſſigkeit verwandelt. Es kann daher unter dieſen Umſtänden auch die Dichte des Dampfes nicht zunehmen. Vergrößert man das Volum der Dampfmaſſe, ſo geht ein Quantum tropfbarer Flüſſigkeit in Dampf über, und die Spannkraft, ſo wie auch die Dichte des Dampfes bleibt auf der früheren Größe. Nur wenn keine tropfbare Flüſſigkeit vorhanden iſt, welche neuen Dampf erzeugen könnte, nimmt die Dichte des Dampfes und in Folge deſſen auch ſeine Spannkraft bei Vergrößerung ſeines Volums ab, und umgekehrt, ſo lange ein Dampfquantum noch nicht auf dem Maximum ſeiner Spannkraft ſteht, wird durch Verkleinerung ſeines Volums mit ſeiner Dichte auch die Spannkraft vergrößert. Es iſt wahrſcheinlich, daß die Dämpfe hiebei das Mariotte'ſche Geſetz befolgen, wenigſtens wenn ſie ihrem Maximum der Dichte oder Spannkraft (ihrem Condenſationspuncte) nicht zu nahe ſtehen, denn diejenigen Gaſe, welche durch Verdichtung tropfbarflüſſig gemacht werden können, und vor ihrem Uebergange in die tropfbare Form dieſem Geſetze gehorchen, unterſcheiden ſich ja von den Dämpfen offenbar nur durch den tieferen Stand des Siedepunctes der entſprechenden tropfbaren Flüſſigkeiten an der Thermometerſcale, womit, bei gleicher Temperatur, eine größere Spannkraft verbunden, folglich zur Condenſation ein in demſelben Maße größerer Druck erforderlich iſt. 7) Die Erfahrung lehrt, daß Waſſerdampf, welcher ſich bei einer gewiſſen Temperatur, z. B. in einem Dampfkeſſel, gebildet hat, mithin das dieſer Temperatur entſprechende Maximum ſeiner Dichte und Spannkraft beſitzt, und hierauf ohne Wärme von außen erhalten oder Wärme an ſeine Umgebung abtreten zu können, ſich ausdehnt, dabei eine niedrigere Temperatur und Spannung annimmt, aber genau diejenige Spannung zeigt, welche dieſer Temperatur als Maximum entſpricht. Dieſe Thatſache, wenn gleich bis jetzt nur bei dem Waſſerdampfe und nur bei höheren Temperaturen deſſelben durch directe Verſuche nachgewieſen, genügt zur Aufſtellung des Satzes, daß Dampf im Maximum der Dichte und Spannkraft bei allen Temperaturen gleich viel Wärme enthalte, oder daß die Verdampfungswärme (35) von der Temperatur, bei welcher die Verdampfung vor ſich geht, unabhängig ſey. Aus dieſem Grunde bringt bloße Verdichtung an ſich, ohne Abſatz der Wärme, keine Umwandlung der ausdehnſamen Form in die tropfbare zu Stande. (Vergl. 30. Anm.)

220. **Dichte und ſpecifiſche Expanſivkraft des Dampfes.** Zur Beſtimmung der Dichte des Dampfes auf dem Wege der Erfahrung muß man nebſt ſeiner Expanſivkraft und Temperatur noch ſein Volum und Gewicht kennen, was ſich durch zweckmäßige Manipulation bewerkſtelligen läßt. Bei zuſammengeſetzten Stoffen, deren Beſtandtheile in ausdehnſamer Form betrachtet werden können, findet auch die in 210 angegebene theoretiſche Methode Anwendung. Volum und

Gewicht des Dampfes erhält man durch eine der folgenden zwei Verfahrungsweisen: 1) Man wäge ein Glaskügelchen im leeren Zustande, fülle es mit dem Stoffe, welcher den Dampf liefern soll, schmelze es zu, suche die Gewichtszunahme, bringe es in einen mit Quecksilber gefüllten und abgesperrten engen Recipienten, ertheile demselben eine so hohe Temperatur, daß das Kügelchen durch die Ausdehnung seines Inhaltes zersprengt wird und dieser vollständig in Dampf übergeht, messe das Volum des Dampfes in dem Recipienten und beobachte zugleich den Druck, unter welchem der Dampf steht. 2) Man fülle ein abgewogenes Glasrohr mit dem zu verdünstenden Stoffe, bringe es auf eine Temperatur, welche hinreicht den Stoff in Dampf zu verwandeln, warte ab bis kein Dampf mehr aus dem Rohre entweicht, also der zurückbleibende Dampf die Spannung der äußeren Luft hat, schmelze das Rohr zu, wäge es wieder und lasse endlich eine tropfbare Flüssigkeit von bekannter Dichte, Wasser oder Quecksilber, in das Rohr eintreten, deren Gewicht das innere Volum des Rohres angibt. Bei dem einen wie bei dem andern Verfahren hat man alle Daten zur Angabe der Dichte des Dampfes bei einer bekannten Temperatur und Spannkraft. Aus den so eben genannten Größen läßt sich nach 204 auf die specifische Expansivkraft des Dampfes schießen.

Der Wasserdampf nimmt bei 80° R. und 760 Millimeter Barometerhöhe ein 1700mal größeres Volum ein, als das Wasser, woraus er entstanden ist, bei 0° R. Da nun die atmosphärische Luft bei dem genannten Barometerstande und 0° R. 770mal, mithin bei 80° R., nach dem bekannten Ausdehnungsgesetze, $770\left(1+\frac{11}{30}\right)=1052$mal leichter ist als Wasser bei 0° R., so verhält sich bei 80° R und 770 Millimeter Barometerstand die Dichte des Wasserdampfes zur Dichte der Luft wie

$$1052 : 1700 = 0\,62 : 1,$$

und man kann sich erlauben, wenigstens annäherungsweise, dieses Verhältniß auch auf andere, der Luft und dem Wasserdampfe gemeinschaftliche Temperaturen und Spannkräfte auszudehnen. Aus der Dichte des Sauerstoffgases und Wasserstoffgases folgt unter der Annahme, daß sich bei der Wasserbildung 1 Vol. des ersteren und 2 Vol. des letzteren Gases zu 2 Vol. Wasserdampf von gleicher Temperatur und Expansivkraft verbinden, die Dichte des Wasserdampfes

$$=\tfrac{1}{2}\cdot 1.1057+0{,}0691=0{,}6219.$$

221. **Erscheinungen, welche von dem Dampfgehalte der Atmosphäre abhängen.** Da die atmosphärische Luft sowohl von dem Wasser, mit welchem sie in vielfacher Berührung steht, als auch von verschiedenen wasserhältigen Körpern ohne Unterlaß Wasserdampf empfängt, so enthält sie zu jeder Zeit eine gewisse Menge Wasser im expansiblen Zustande, jedoch nicht immer in dem bei der herrschenden Temperatur möglichen Maximum. Allein da dieses Maximum bei niedrigerer Temperatur geringer ist, als bei höherer, so kann der Dampfgehalt der Luft nicht bloß durch Hinzutreten neuen Wasserdampfes, sondern auch durch Erniedrigung der Temperatur das Maximum über-

ſchreiten. Sobald dieß geſchieht, geht der Ueberſchuß des der Luft beigemengten expanſiblen Waſſers an der Stelle, wo die Abkühlung ſtatt findet, in die tropfbare Form über; man ſagt dann der Waſſerdampf werde niedergeſchlagen oder es bildet ſich ein Niederſchlag. Wird die Abkühlung durch einen feſten Körper bewirkt, ſo ſetzt ſich der Niederſchlag an denſelben in Form kleiner Waſſertheilchen an, welche ſich bei reichlicherem Niederſchlag zu einer den Körper überziehenden tropfbaren oder bei ſehr niedriger Temperatur ſogar zu einer feſten Schichte vereinigen. Man nennt dieſe Form des Niederſchlages im Allgemeinen, je nachdem derſelbe tropfbar oder feſt erſcheint, Thau oder Reif. Die Temperatur, zu welcher die Luft abgekühlt werden muß, damit der in ihr vorhandene Waſſerdampf anfange ſich niederzuſchlagen, heißt die Bethauungstemperatur oder der Thaupunct. Geſchieht die Abkühlung des Dampfes im Ganzen einer Luftmaſſe, z. B. durch Beimengung kälterer Luft, ſo erſcheinen allenthalben Waſſertheilchen, welche die Luft trüben, d. h. ihre Durchſichtigkeit vermindern; ſind die niedergeſchlagenen Waſſertheile ſo klein, daß ihr Gewicht den Luftwiderſtand nicht zu überwinden vermag, ſo ſchweben ſie in der Luft, und bilden Nebel oder Wolken; haben ſie aber größere Maſſen, ſo fallen ſie herab, und erſcheinen in tropfbarer Form als Regen; in feſtem aber lockeren Zuſtande als Schnee, und in dichteren Eiskörnern als Hagel. Nach den im Vorhergehenden entwickelten Principien unterliegt es keiner Schwierigkeit, ſich von den Bedingungen Rechenſchaft zu geben, unter welchen die ſo eben angeführten Erſcheinungen, die man in der Meteorologie unter der Benennung Waſſermeteore zuſammenfaßt, und welche ſich uns als Hauptelemente der Witterung darſtellen, zu Stande kommen.

Der Vorgang der Bethauung ſtellt ſich uns an dem Anlaufen einer mit friſchem Waſſer gefüllten Flaſche und überhaupt aller kalten Gegenſtände, wenn ſie in wärmere, an Waſſerdampf reiche Luft gebracht werden, an dem Beſchlagen der Fenſter eines mit Menſchen gefüllten warmen Zimmers bei kälterer Witterung u. dgl. vor Augen; ein Gefäß, worin ſich eine erkältende Miſchung befindet, bekleidet ſich von außen bald mit einer Reifſchichte. Die Nebelbildung zeigt ſich, wenn plötzlich ein Strom kalter Luft in ein von Menſchen gefülltes warmes Zimmer eindringt, und an dem ſcheinbaren Dampfen von Eis (Gefrornen) in einem vollen Saale.

Der eigentlich ſogenannte Thau (das Naßwerden der Pflanzen und anderer Gegenſtände zur Nachtzeit im Freien) iſt eine Folge der Abkühlung der Körper durch den Wärmeverluſt, den ſie wegen des Beſtrebens der Wärme nach außen zu entweichen in Fällen erleiden, wo kein Erſatz durch die von andern Körpern empfangene Wärme ſtatt findet. Enthält die Luft viel Waſſerdampf, ſo wird derſelbe dort, wo die Luft mit dem kälter gewordenen Körper in Berührung ſteht, bald auf das Maximum ſeiner Spannkraft gebracht und niedergeſchlagen. Daher zeigt ſich der Thau am häufigſten nach einem heißen Tage bei heiterer windſtiller Nacht, während er bei bedecktem Himmel ſehr gemindert wird, oder ganz ausbleibt, denn im erſten Falle ſinkt die Temperatur der im Freien befindlichen Körper des Nachts bedeutend unter die Tem-

peratur der Luft herab, während dieß im andern Falle bei weitem nicht in solchem Maße geschieht, wie directe thermometrische Untersuchungen gelehrt haben. Je mehr die Luft Gelegenheit hat, Wasserdämpfe in sich aufzunehmen, desto reichlicheren Thau gibt es; daher thauet es mehr nach vorausgegangenem häufigen Regen, als bei anhaltend trockener Witterung, mehr in wasserreichen, als in wasserarmen Gegenden. Alle Mittel, welche die Abkühlung der Körper während der Nacht verhindern, schützen gegen Bethauung. Sinkt die Temperatur unter den Gefrierpunct, so verwandelt sich der Thau in Reif.

Nebel und Wolken unterscheiden sich nicht wesentlich von einander; beide bestehen aus einem Haufen feiner in der Luft schwebenden Wassertröpfchen und erhalten nur durch die Entfernung, in der sie gesehen werden, eine scheinbare Verschiedenheit. Ein entfernter Nebel zeigt sich als Wolke; eine den Beobachter umhüllende Wolke stellt sich als Nebel dar, wovon man sich bei dem Besteigen von Bergen, wenn Wolken sie umlagern, überzeugt. Man nennt, zumal in der Sprache des gemeinen Lebens, den Nebel häufig auch »Dunst.« Wolken bilden sich, wenn zwei Luftmassen von ungleicher Temperatur sich mit einander mengen, welche zusammen mehr Wasserdunst enthalten, als das der mittleren Temperatur des Gemenges entsprechende Maximum zuläßt, wobei nothwendig ein Theil des Dampfes niedergeschlagen wird; dieß ist stets der Fall, wenn die sich mengenden ungleich erwärmten Luftmassen beide ihrem Maximum an Dampfgehalt sehr nahe stehen. Dagegen werden Wolken, welche ein warmer und trockner Luftstrom trifft, oder welche in trockne Luft getrieben werden, von dieser aufgezehrt. Hieraus erklärt es sich, warum an heitern Tagen der Himmel sich manchmal plötzlich mit Wolken bedeckt, oder die bereits vorhandene Umwölkung wieder verschwindet. Warme, mit Wasserdampf erfüllte Luft, welche gegen kaltere Berge strömt, setzt an denselben Wolken ab, welche fortwährend vergehen und wieder entstehen, so wie eine Wolke selbst nichts Bleibendes, sondern etwas in stetem Wechsel Begriffenes ist, da sich in derselben die Luft im Maximum des Dampfgehaltes befindet, also bei der geringsten Temperaturänderung Dampf sich niederschlagt oder bildet. Je kleiner die Wasserkügelchen sind, welche eine Wolke darstellen, desto leichter schweben sie in der Luft, denn bei Verkleinerung des Durchmessers einer Kugel von demselben Stoffe verringert sich die Oberfläche wie das Quadrat, das Gewicht aber wie der Wurfel des Durchmessers, mithin letzteres in einem viel rascheren Verhältnisse, als erstere. Warme Luftströme, welche in die Höhe steigen, treiben die Wolken aufwärts; auch die durch die Sonne bewirkte Erwärmung der für die Sonnenstrahlen minder durchgängigen Wolke selbst dehnt die in ihr enthaltene Luft aus, und macht so die Wolke specifisch leichter, welche sodann von der umgebenden durchsichtigeren und daher weniger erwärmten Luft in die Höhe getrieben wird. Da die Wolken jedem Luftzuge leicht folgen, so sind sie in steter Bewegung, und da sie sehr verschiedene Höhen haben (manche Wolken schweben so hoch, daß sie von dem Gipfel eines hohen Berges betrachtet nicht niedriger erscheinen als am Fuße desselben), so geben sie uns nicht selten das Stattfinden von Luftströmungen und deren verschiedene Richtungen in der Höhe zu erkennen. Ungeachtet der großen Mannigfaltigkeit in der scheinbaren Gestaltung der Wolken unterscheidet man doch leicht gewisse Hauptformen derselben, die Federwolke (Cirrus), die Haufenwolke (Cumulus) und die Schichtwolke (Stratus), welche durch Zwischenformen, die man als Combinationen der Hauptformen ansehen kann, in einander übergehen. Nehmen die Tropfen

in einer Wolke durch Vermehrung des Niederschlages an Gewicht zu, so überwinden sie den Widerstand der Luft und sinken herab; enthalten, was zuweilen eintritt, die tieferen Luftschichten nur wenig Wasserdampf, so verschwinden diese Tropfen, indem sie sich wieder in Dampf verwandeln; findet aber wie gewöhnlich das Gegentheil statt, so vergrößern sich die Tropfen durch neuen Niederschlag, fallen um so schneller herab und bilden den Regen. Man kann also sagen, eine regnende Wolke reiche bis zur Erdfläche herab, oder: nicht bloß eine in der Höhe schwebende Wolke regne, sondern die ganze Luftschichte zwischen ihr und der Erdfläche. Aus diesem Grunde werden die Regentropfen in der Regel um so größer, in je größerer Höhe ihre Bildung den Anfang nahm; auf Bergen findet man oft bloß einen feinen Regen, während im Thale große Tropfen fallen. Sehr häufig bildet sich in der Höhe Schnee, und wird erst bei dem Herabsinken in wärmeren Luftschichten zu Regen. Man hat zur Bestimmung des während eines Zeitraumes an einem bestimmten Orte auf die Flächeneinheit gefallenen Regens besondere Vorrichtungen (Ombrometer) in Anwendung gebracht, und drückt die Regenmenge durch die Höhe des ihr entsprechenden auf der beregneten Fläche gedachten Wasserprisma's aus (Ombrometrische Zolle). Sie fällt für Wien jährlich zwischen 10″ und 20″ und kann im Mittel auf 16″ angeschlagen werden. Mit der Regenbildung stehen Gewitter (deren Betrachtung in die Elektricitätslehre gehört) in nahem Zusammenhange; sehr wenig genügend ist bis jetzt noch die Veranlassung zum Entstehen des Hagels aufgeklärt, welcher zuweilen in Eiskörnern von sehr beträchtlicher Größe erscheint.

222. **Feuchtigkeitsgrad.** In so fern die Luft Wasserdampf enthält, heißt sie *feucht*; die Leichtigkeit, mit welcher der Dampf (sey es durch Erniedrigung der Temperatur oder durch Anziehung eines Körpers, der Neigung hat Wasser aufzunehmen) in den tropfbaren Zustand versetzt werden kann, bestimmt den *Feuchtigkeitsgrad* der Luft. Dieser hängt offenbar nicht sowohl von der absoluten Menge des in einem gegebenen Luftvolum enthaltenen Dampfes, als vielmehr davon ab, wie nahe diese Menge dem bei der herrschenden Temperatur möglichen Maximum steht; denn je weniger der Dampfgehalt der Luft von diesem Maximum abweicht, eine desto geringere Condensation reicht hin, den Dampf auf das Maximum seiner Spannkraft oder Dichte zu bringen, und in Folge dessen einen Niederschlag zu erzeugen. Man nennt den Quotienten, welchen man erhält, wenn man die in einem bestimmten Raume wirklich enthaltene Dampfmenge durch die größte Dampfmenge, welche bei der bestehenden Temperatur darin vorhanden seyn könnte, dividirt, den *relativen Dampfgehalt* dieses Raumes, und betrachtet ihn mit Recht als das Maß der Feuchtigkeit der darin befindlichen Luft. Nennen wir das Gewicht, die Dichte und die Spannkraft des in einem Raume vorhandenen Dampfes q, d, e und die demselben Raume entsprechenden Maxima dieser Größen bezüglich der stattfindenden Temperatur Q, D, E, so ist bei gleicher Intensität der Schwere $q : Q = d : D$, und in so fern hier das *Mariotte'sche* Gesetz, wenigstens näherungsweise, in Anwendung gebracht werden darf, $d : D = e : E$, mithin unter dieser Annahme, die wir im Folgen-

mächtiget ſich derſelben, und ſo kommt es, daß die Temperatur der Thermometerkugel ſtationär bleibt. Dieſe Wärme iſt einerſeits dem Dampfquantum proportionirt, welches durch ſie gebildet wird, andererſeits ſteht ſie, wenigſtens näherungsweiſe, mit der Temperaturdifferenz zwiſchen der Luft und dem befeuchteten Thermometer (pſychrometriſche Differenz) und mit der Dichte der Luft (alſo mit dem Barometerſtande) in geradem Verhältniſſe. Der Dampf bildet ſich mit dem Maximum der Spannkraft, welche er bei der Temperatur des befeuchteten Thermometers haben kann, und zwar nur in ſo fern dieſes Maximum größer iſt als die Spannkraft, womit ihm der in der Luft bereits vorhandene Dampf entgegenwirkt. Die zur Dampfbildung nöthige Wärme kann dem gemäß einerſeits der Differenz zwiſchen den vorgenannten zwei Spannkräften, andererſeits aber dem Producte des Barometerſtandes mit der Differenz zwiſchen der Lufttemperatur und der Naßkälte proportional geſetzt werden. Nennen wir die Spannkraft des Dampfes in der Luft e, die größte Spannkraft bei der durch das befeuchtete Thermometer angezeigten Naßkälte e', den Barometerſtand b und die pſychrometriſche Differenz δ, ſo verhält ſich demnach e' — e wie das Product bδ, d. h. es iſt der Quotient $\frac{e'-e}{b\delta}$ eine beſtändige Größe. Bezeichnen wir dieſelbe mit A, ſo haben wir die Gleichung

$$e' - e = A b \delta,$$

welche

$$e = e' - A b \delta$$

gibt. Man hat den Werth des Factors A aus einer großen Anzahl vergleichender Beobachtungen des Thaupunctes und der Naßkälte für die Réaumur'ſche Thermometerſcale $= \frac{1}{1000}$ gefunden, es iſt ſonach für die genannte Scale mit einem für das gewöhnliche Bedürfniß hinreichenden Grade der Genauigkeit

$$e = e' - \frac{b\delta}{1000}.$$

Da auch das Eis fortwährend verdampfet, ſo läßt ſich dieſes Verfahren auch auf Temperaturen übertragen, bei welchen die Kugel des befeuchteten Thermometers mit einer Eiskruſte überzogen iſt. Nur iſt in dieſem Falle der Coefficient A = 0,00094 anzunehmen.

Tafel der größten Spannkräfte des Wasserdampfes in Wiener Linien für Temperaturen der Luft nach der Réaumur'schen Thermometerscale.

	0,0	+ 0,1	+ 0,2	+ 0,3	+ 0,4	+ 0,5	+ 0,6	+ 0,7	+ 0,8	+ 0,9
— 12°	0,86	0,86	0,87	0,88	0,89	0,89	0,90	0,91	0,92	0,92
— 11°	0,93	0,94	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,01
— 10°	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,09
— 9°	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19
— 8°	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	1,28	1,29
— 7°	1,30	1,31	1,32	1,34	1,35	1,36	1,37	1,38	1,39	1,40
— 6°	1,42	1,43	1,44	1,45	1,46	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52
— 5°	1,54	1,55	1,56	1,57	1,59	1,60	1,61	1,63	1,64	1,65
— 4°	1,67	1,68	1,70	1,71	1,72	1,74	1,75	1,77	1,78	1,79
— 3°	1,81	1,82	1,84	1,85	1,87	1,88	1,90	1,91	1,93	1,95
— 2°	1,96	1,98	1,99	2,01	2,03	2,04	2,06	2,08	2,09	2,11
— 1°	2,13	2,14	2,16	2,18	2,20	2,21	2,23	2,25	2,27	2,29
0°	2,30	2,32	2,34	2,36	2,38	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48
+ 1°	2,50	2,52	2,54	2,59	2,58	2,60	2,62	2,64	2,66	2,68
2°	2,70	2,72	2,75	2,77	2,79	2,81	2,83	2,86	2,88	2,90
3°	2,93	2,95	2,97	3,00	3,02	3,04	3,07	3,09	3,12	3,14
4°	3,16	3,19	3,22	3,24	3,27	3,29	3,32	3,34	3,37	3,40
5°	3,42	3,45	3,48	3,50	3,53	3,56	3,59	3,61	3,64	3,67
6°	3,70	3,73	3,76	3,79	3,82	3,85	3,88	3,91	3,94	3,97
7°	4,00	4,03	4,06	4,09	4,12	4,15	4,19	4,22	4,25	4,28
8°	4,32	4,35	4,38	4,42	4,45	4,49	4,52	4,55	4,59	4,62
9°	4,66	4,70	4,73	4,77	4,80	4,84	4,88	4,92	4,95	4,99
10°	4,03	5,07	5,11	5,14	5,18	5,22	5,26	5,30	5,34	5,38
11°	5,43	5,47	5,51	5,55	5,59	5,63	5,68	5,72	5,76	5,80
12°	5,85	5,89	5,94	5,98	6,03	6,07	6,12	6,16	6,21	6,26
13°	6,30	6,35	6,40	6,45	6,49	6,54	6,59	6,64	6,69	6,74
14°	6,79	6,84	6,89	6,94	6,99	7,05	7,10	7,15	7,21	7,26
15°	7,31	7,37	7,42	7,48	7,53	7,59	7,64	7,70	7,76	7,81
16°	7,97	7,93	7,99	8,05	8,11	8,17	8,22	8,28	8,34	8,41
17°	8,47	8,53	8,59	8,66	8,72	8,78	8,84	8,91	8,98	9,04
18°	9,11	9,17	9,24	9,31	9,37	9,44	9,51	9,58	9,65	9,72
19°	9,79	9,86	9,93	10,00	10,08	10,15	10,22	10,30	10,37	10,44
20°	10,52	10,59	10,67	10,75	10,83	10,90	10,98	11,06	11,14	11,22
21°	11,30	11,38	11,46	11,54	11,63	11,71	11,79	11,87	11,96	12,05
22°	12,13	12,22	12,30	12,39	12,48	12,57	12,66	12,75	12,84	12,93
23°	13,02	13,11	13,20	13,26	13,32	13,38	13,44	13,51	13,57	13,63
24°	13,96	14,06	14,16	14,26	14,36	14,46	14,56	14,66	14,76	14,87
25°	14,97	15,08	15,18	15,29	15,40	15,50	15,61	15,72	15,83	15,94
26°	16,05	16,15	16,26	16,37	16,48	16,60	16,72	16,84	16,95	17,07
27°	17,19	17,30	17,43	17,55	17,67	17,79	17,91	18,04	18,16	18,28

3) Aus der absoluten Spannkraft des Dampfes läßt sich das Gewicht einer Volumseinheit desselben leicht finden. Bei der Tempera-

tur 0° R. und bei dem Barometerstande 760 Millimeter oder 346,2169 Wiener Linien wiegt ein W. Kubikfuß atmosphärischer Luft 564 W. Gran. Die Dichte des Wasserdampfes verhält sich aber zur Dichte der Luft bei gleicher Temperatur und Spannung wie 0,62 zu 1, daher beträgt das Gewicht eines W. Kubikfußes Wasserdampf bei vorgenannter normaler Temperatur und Spannung $564 \times 0{,}62 = 349{,}68$ W. Gran. Bei 0° R. und 1 W. Linie Spannkraft ist sonach in 1 W. Kubikfuß ein Quantum von $349{,}68 : 346{,}2169 = 1{,}01$ W. Gran Dampf enthalten. Für die Temperatur t° R. reducirt sich dieses Quantum wegen $\frac{11}{2400} = 0{,}004583$ auf $\frac{1\,01}{1 + 0\,004583\,t}$. Man findet also, wenn bei der Temperatur t° R. die Spannkraft des Dampfes in Wiener Linien ausgedrückt sich $= e$ zeigt, die in einem W. Kubikfuß enthaltene Menge desselben in Wiener Granen mittelst der Formel

$$\frac{1\,01\ e}{1 + 0\,004583\,t},$$

wofür man auch $1{,}01 \cdot e\,(1 - 0{,}004583\,t)$ setzen kann.

Beispiel einer hygrometrischen Bestimmung mit Hilfe obiger Tafel und Formeln. Es sey an zwei übereinstimmenden Thermometern, das eine mit trockner das andere mit befeuchteter Kugel, bei dem Barometerstande 28 W. Zoll 2,3 Lin. (auf 0° R. reducirt) die Temperatur der Luft = 18°,4 R. und die Naßkälte = 14°,6 R. beobachtet worden. Der psychrometrische Differenz ist hier 3,8; diese mit dem Barometerstande (338,3 Lin.) multiplicirt und durch 1000 getheilt gibt 1 28554. Die größte Spannkraft des Dampfes für die Temperatur 14°,6 ist nach der Tabelle = 7,10 W. Lin.; wird hievon das vorhergehende Resultat abgezogen, so ergibt sich die Spannkraft des im vorliegenden Falle in der Luft vorhandenen Dampfes = 5,82 Lin. Das Maximum der Spannkraft des Dampfes für die Lufttemperatur 18°,4 ist nach der Tabelle 9,37 Linien; der Feuchtigkeitsgrad wird daher durch den Quotienten $\frac{5{,}8200}{937} = 62$ ausgedrückt. Das Gewicht des Dampfes in einem W. Kubikfuß beträgt $1\,01 \times 5{,}82 \times (1 - 0\,004583 \times 18{,}4)$ oder 5,38 W. Gran. Nach der Tabelle gehört die Spannkraft 5,82 Lin. nahe der Temperatur 11°,9 R.; diese wäre also der Thaupunct, und bei einem directen Versuche mit dem Schwefelätherhygrometer zu erwarten. In der That findet man zwischen den Angaben des Schwefelätherhygrometers und Psychrometers, wenn man die Rechnung nach den obigen Principien führt, stets eine befriedigende Uebereinstimmung.

Daß die Bestimmung der Spannkraft des der atmosphärischen Luft beigemengten Dampfes ein sehr wichtiges Datum zur Beurtheilung des Witterungsstandes liefert, fällt in die Augen. Es läßt sich aus dieser Spannkraft sogleich entnehmen, wie tief die Temperatur der Luft sinken müsse, damit ein Niederschlag, d. i. Nebelbildung eintrete. Daß überhaupt Erniedrigung der Temperatur den Feuchtigkeitsgrad erhöht, Erhöhung der Temperatur ihn erniedriget, ist eine nothwendige Folge der oben vorgetragenen Principien. Auch die wahre Größe des Luftdruckes ergibt sich erst, wenn man von dem Barometerstande, als dem Resultate der Summe des Luft- und des Dampfdruckes, letzteren subtrahirt.

Zur Construction der Tabelle der größten Spannkraft des Dampfes bei den gewöhnlichen Lufttemperaturen leitet die fortgesetzte Beobach-

tung eines Barometers, in dessen oberem Raume sich Wasser befindet (211), oder eines zu diesem Zwecke von Prechtl angegebenen Instrumentes gute Dienste. Letzteres besteht aus einem zur Hälfte mit Quecksilber gefüllten und mit einer Scale versehenen abgekürzten Heberbarometer, dessen beide Arme geschlossen sind; der obere Raum des einen ist völlig leer, der des andern enthält bloß Wasserdampf: in letzterem Arme steht das Quecksilber um den der herrschenden Temperatur entsprechenden Betrag der Spannkraft des Dampfes niedriger als in ersterem. Bei der Verfertigung des Instrumentes ist bloß ein Arm geschlossen; durch die Oeffnung des andern füllt man es zuerst bis an die Biegung mit Quecksilber, kocht dieses wohl aus, gibt dann über dasselbe destillirtes Wasser, vertreibt, indem man das Wasser zum Sieden bringt, alle Luft aus dem offenen Arme und schmilzt, nachdem fast alles Wasser in Dampf übergegangen ist, die Oeffnung zu. Während sich das Ganze abkühlt, condensirt sich der Dampf theilweise zu Wasser, und das Quecksilber in dem andern Arme sinkt nach und nach zu seinem gehörigen Stande herab.

Man kann das Gewicht des in der Luft enthaltenen Dampfes direct finden, wenn man ein gemessenes Luftquantum durch eine Substanz streichen läßt, welche den Dampf vollständig absorbirt (Schwefelsäure, Chlorcalcium) und die Gewichtzunahme derselben untersucht.

Vordem suchte man Körper, welche Feuchtigkeit aus der Luft gerne aufnehmen und dadurch eine Veränderung in der Größe oder Gestalt erleiden, zur Hygrometrie zu benützen, als Haare, Fischbeine, Darmsaiten, Grannen gewisser Pflanzensamen u. dgl. Allein die Anzeigen der darauf sich gründenden Instrumente bleiben sich nicht gleich, stehen deßhalb zu dem Feuchtigkeitsgrade der Luft in keiner unveränderlichen Beziehung und haben sonach keinen wissenschaftlichen Werth.

224. **Dampfmaschine.** Unter den technischen Anwendungen, welche auf den Eigenschaften der Dämpfe beruhen, steht die Benützung der Ausdehnsamkeit des Wasserdampfes als bewegende Kraft zum Maschinenbetriebe oben an. Man nennt jede Maschine, welche unmittelbar durch die Spannkraft des Dampfes bewegt wird, eine Dampfmaschine. Hier kann nur von den gewöhnlichen Einrichtungen derselben die Rede seyn, wie man sie an den meisten stehenden Maschinen wie auch an den Schiffsmaschinen und an den Eisenbahn-Locomotiven antrifft. In einem mit Wasser gefüllten Behälter (Dampfkessel), welcher aus starkem zusammengenieteten Eisen- oder Kupferbleche verfertiget ist, wird durch zweckmäßig angebrachte Feuerung Dampf erzeugt und in einen Cylinder geleitet, in welchem sich ein gut anschließender Kolben hin und her bewegen läßt. Dieser Kolben ist derjenige Theil der Dampfmaschine, welcher zunächst durch die Dampfkraft in Bewegung gesetzt wird und dieselbe mittelst der Kolbenstange weiter leitet. Die Bewegung bleibt entweder dem Zwecke der Maschine gemäß eine hin und her gehende, z. B. wenn die Dampfmaschine zum Betriebe von Pumpwerken dient, oder die hin und her gehende Bewegung des Kolbens wird durch Vermittelung einer Kurbel in eine drehende verwandelt. Hinsichtlich der Art des Angriffes, welchen der Kolben vom Dampfe erfährt, zerfallen die Dampfmaschinen in einfach wirkende und in doppelt wirkende. Bei den einfach wirkenden Maschinen, welche jedoch nur in ganz besonderen Ihaste

Anwendung finden, ſchiebt der Dampf den Kolben im Cylinder ſtets nur nach einer Seite hin; der Rückgang des Kolbens wird durch eine äußere Kraft (durch ein Gewicht oder durch den Luftdruck) bewirkt. Bei den doppelt wirkenden Maſchinen dagegen, welche die allgemein gebräuchlichen ſind, tritt der Dampf aus dem Keſſel abwechſelnd auf die eine und auf die andere Seite des Kolbens und treibt ihn hin und her: der auf der entgegengeſetzten Seite des Kolbens befindliche Dampf wird außer Verbindung mit dem Keſſel geſetzt und genöthiget aus dem Cylinder zu entweichen. Bei dieſen Maſchinen iſt der Dampfcylinder geſchloſſen und die Kolbenſtange geht dampfdicht durch den Boden des Cylinders. Damit aber die Richtung des Druckes, welchen der aus dem Keſſel dem Cylinder zugeführte Dampf auf den Kolben auszuüben hat, wechſeln könne, wenn der Kolben das Ende des Cylinders, gegen das er ſich bewegt, erreicht hat, befindet ſich an jedem Ende des Cylinders eine Oeffnung, in welche eine Dampfleitung einmündet, durch die der Dampf nach Bedürfniß ein- oder ausſtrömt; dieſe beiden Dampfwege, welche wir A und B nennen wollen, ferner das Rohr C, welches den Dampf aus dem Keſſel zum Cylinder leitet, und endlich der Ausweg D für den wegzuſchaffenden Dampf, dieſe vier Wege hängen mit einander durch Vermittelung einer beſonderen Vorrichtung zuſammen, welche die Dampfſteuerung heißt; dieſe iſt ſo eingerichtet, daß einmal A mit C und B mit D, das andermal aber A mit D und B mit C in Verbindung geſetzt wird. Findet die erſte Verbindung ſtatt, ſo bewegt ſich der Kolben unter dem Drucke des von C herkommenden Dampfes von dem Ende des Cylinders, zu welchem A gehört, gegen B hin, und der auf der andern Seite des Kolbens befindliche Dampf entweicht durch D; wechſelt nun, ſobald der Kolben an dem Ende B des Cylinders angekommen iſt, die Stellung der Steuerung, ſo tritt der Dampf aus C in B ein, und entweicht aus A nach D. Nach Maßgabe der Behandlung des Dampfes, welcher den Cylinder verläßt, unterſcheiden ſich die Dampfmaſchinen in Hochdruckmaſchinen und in Maſchinen mit niederem Drucke oder Condenſationsmaſchinen. Bei den Hochdruckmaſchinen entweicht der Dampf aus dem Cylinder in das Freie; es iſt alſo nur jener Theil der Spannkraft des Dampfes im Cylinder activ, um welchen dieſelbe den Betrag einer Atmoſphäre überſteigt. Bei den Maſchinen mit niederem Drucke tritt der Dampf aus dem Cylinder in einen Behälter, Condenſator genannt, woſelbſt er durch eingeſpritztes kaltes Waſſer verdichtet wird; eine beſondere Pumpe ſchafft das Waſſer und mit ihm die Luft fortwährend aus dem Condenſator hinweg, wodurch der Druck auf den Kolben, welcher der Bewegung deſſelben entgegenſteht, bedeutend unter die Größe des atmoſphäriſchen Druckes herabſinkt, mithin die Spannkraft des Dampfes im Keſſel um eben ſo viel geringer ſeyn darf. Es iſt des Dampferſparniſſes wegen bei beiden genannten Arten der Dampfmaſchinen vortheilhaft, den Dampf aus dem Keſſel nicht ſo lange in den Cylinder ſtrömen zu laſſen, bis der Kolben an ein Ende des Cylinders vorgedrungen iſt, ſondern die Verbindung des Cylinders mit dem Dampf-

keſſel ſchon früher zu unterbrechen, damit der letzte Theil der Bewegung des Kolbens durch die Expanſivkraft des im Cylinder abgeſchloſſenen Dampfes bewirkt werde. Maſchinen, bei denen die ſo eben bezeichnete Benützung der Expanſivkraft des Dampfes ſtatt findet, heißen Expanſionsmaſchinen.

Es liegt außerhalb der Tendenz dieſes phyſikaliſchen Lehrvortrages, in eine erſchöpfende Betrachtung der Einzelnheiten einzugehen, auf welche es bei der zweckmäßigen Anordnung und Behandlung einer Dampfmaſchine ankommt, und welche auf den Nutzeffect derſelben einen weſentlichen Einfluß haben. Wir begnügen uns daher mit einer kurzen Erwähnung derjenigen Beſtandſtücke, welche ſich an Modellen leicht demonſtriren laſſen und fügen einige Bemerkungen über ihre Einrichtung bei. Von beſonderer Wichtigkeit iſt 1) die Beſchaffenheit des Feuerraumes. Eine entſprechende Feuerung wird durch den gehörigen Luftzug bedingt, von welchem die vollſtändige Verbrennung des nach beſonderen Rückſichten gewählten Brennmateriales, alſo die möglichſt ökonomiſche Entwicklung der zur Verdampfung des Waſſers nöthigen Hitze abhängt. Der Luftzug richtet ſich nach der Höhe und Weite des Schornſteines in Beziehung zu der Temperatur, welche die darin befindliche Luft erhält; es müſſen daher die Dimenſionen des Schornſteines zu dem Feuerbedarf in einem richtigen Verhältniſſe ſtehen. Es iſt ſehr nützlich an dem Schornſteine eine Einrichtung anzubringen, durch welche der Zugang zu demſelben nach Bedürfniß mehr oder weniger freigelaſſen und ſo der Luftzug regulirt werden kann (Rauchſcheibe). Man kann dieſe Regulirung mit dem Gange der Maſchine ſelbſt dergeſtalt in Verbindung ſetzen, daß ſich der Luftzug vermindert oder vermehrt, je nachdem der Gang der Maſchine ſich über das rechte Maß beſchleunigt oder verzögert, wodurch die Dampferzeugung und mit ihr der Gang der Maſchine gleichförmig bleibt. Bei Hochdruckmaſchinen kann der aus dem Dampfcylinder weggehende Dampf dadurch zur Verſtärkung des Luftzuges benützt werden, daß man ihn in den Schornſtein leitet, wo er die Luft vertreibt, ſich condenſirt, einen luftleeren Raum erzeugt, und ſo die äußere Luft veranlaßt, mit größerer Schnelligkeit in den Heizraum einzuſtrömen. Dieſes Mittel iſt beſonders bei den Locomotiven, welche nur Hochdruckmaſchinen ſeyn können, von beſonderer Wichtigkeit, und es liegt darin eine ſehr einfache und zweckmäßige Regulirung des Feuers nach dem jedesmaligen Dampfbedarfe, weil auf dieſe Weiſe das Feuer in eben dem Maße, als die Maſchine mehr Dampf conſumirt, mehr angefacht, alſo die Verdampfung des Waſſers, welche den Erſatz liefert, in gleichem Maße befördert wird. 2) Der Dampfkeſſel muß ſo gebaut ſeyn, daß er dem Feuer eine möglichſt große Berührungsfläche darbietet, und der Feuerraum muß daran ſo angebracht ſeyn, daß das Feuer lediglich auf das Waſſer zum Behufe der Dampferzeugung einwirkt; zugleich muß der Keſſel eine hinreichende Stärke haben, um dem Drucke des Dampfes den zur Verhüthung von Unglücksfällen nöthigen Widerſtand leiſten zu können. Es wird ſich ſonach die Form des Keſſels zum Theile nach der Spannung richten, auf welche der Dampf in ſelbem gebracht werden ſoll; ſie wird eine andere ſeyn können bei Maſchinen mit niederem Drucke, als bei Hochdruckmaſchinen: auch der diſponible Raum für die Maſchine wird die Einrichtung des Keſſels bedingen. Wo in einem verhältnißmäßig kleinen Raume viel Dampf erzeugt werden ſoll, vergrößert man die Heizfläche dadurch, daß man dem Keſſel mehrere Abtheilungen gibt, durch deren Zwiſchenräume das Feuer hindurchziehen muß (Feuergänge bei den Dampfkeſſeln der Schiffsmaſchinen. kem bei den Lo-

comotiven). 3) An dem Kessel müssen sich Vorrichtungen befinden, um die Spannung des Dampfes in demselben und den Wasserstand beurtheilen zu können; er muß mit einem Sicherheitsventil versehen seyn, welches sich bei zu hoher Spannung des Dampfes öffnet; es muß möglich seyn, während die Maschine im Gange ist, Wasser in den Kessel zu schaffen (es läßt sich eine solche Einrichtung treffen, daß die Maschine das Nachfüllen selbst besorgt); auch muß dafür gesorgt seyn, daß man, wenn es nöthig ist, Dampf aus dem Kessel herauslassen oder ihn entleeren könne; endlich muß man zum Behufe der Reinigung in den Kessel selbst gelangen können. Dieß ist insbesondere unerläßlich, um die nach und nach durch Ablagerung fester Stoffe aus dem Wasser an den Wänden des Kessels sich bildende Kruste zu entfernen, denn diese vermehrt die Wanddicke des Kessels, und nöthiget zur Erzeugung des erforderlichen Dampfquantums ihn auf eine höhere Temperatur zu erhitzen, was nicht bloß einen unnützen Aufwand an Brennstoff mit sich führt, sondern auch der Festigkeit des Kessels Eintrag thut und die Gefahr einer Explosion herbeiführen kann. Man hat verschiedene Mittel in Anwendung gebracht, das Ansetzen des Pfannensteins an die Kesselwände zu verhindern. 4) Der Zufluß des Dampfes aus dem Kessel in den Cylinder kann, wo nicht ohnedieß eine beständige Aufsicht über den Gang der Maschine statt finden muß, mittelst eines Centrifugalpendels regulirt werden. Dieses besteht aus zwei unter einem Winkel gegen einander beweglichen Stangen, welche an den Enden massive Kugeln tragen, und an einer durch die Maschine in Drehung versetzten Fassung befestiget sind. Bei einem schnellen Gange der Maschine vergrößert sich die Fliehkraft der Kugeln, diese weichen mehr aus einander und andern dadurch die Stellung einer mit den Stangen verbundenen Hebelgliederung, welche zur Axe einer Platte geht, die sich in der Dampfröhre befindet; diese Platte wird dadurch so gewendet, daß der Zwischenraum zwischen ihr und der Röhrenwand sich verengt, was den Zutritt des Dampfes zu dem Cylinder hemmt. Läßt der Gang der Maschine nach, so fallen die Kugeln mehr zusammen und es findet die entgegengesetzte Wendung der Platte statt. 5) Die einfachste unter den verschiedenen bis jetzt angegebenen Dampfsteuerungen ist zwar der Vierweghahn, doch zieht man ihm das dauerhaftere und sehr zweckmäßige Schieberventil vor. Die Einrichtung des Vierweghahnes erhellet aus Fig. 77, worin K den Dampfkessel, S den Cylinder sammt Kolben, H den Vierweghahn mit seinen zwei Bohrungen in der Stellung vorstellt, in welcher der Dampf aus C durch die Röhre A in den Cylinder unter den Kolben tritt, und der über dem Kolben befindliche Dampf durch B und D zu dem Condensator geht oder in das Freie entweicht. Die beigesetzte Figur H' zeigt die entgegengesetzte Stellung des Hahnes an, die er durch eine Viertelwendung erlangt. Von dem Schieberventil mag Fig. 78 eine Vorstellung geben. In einem geschlossenen Cylinder, in welchen sich die beiden Wege A, B zu den Enden des Dampfcylinders, das Dampfrohr C des Kessels und der Ableitungsweg D einmunden, schiebt sich ein anderer hohler Cylinder, der Schiebkasten, mittelst einer durch den Boden des erstern dampfdicht geführten Stange hin und her, welcher nur oben und unten bei M und N an die Wand des äußeren Cylinders genau paßt, hingegen den mittleren Raum O frei läßt; dadurch wird der innere Raum des größern Cylinders in die drei Theile M, O, N getheilt, wovon M und N durch die Höhlung des Schiebkastens in Verbindung stehen. In der Stellung a des Schiebkastens geht der Dampf aus C nach A und entweicht aus B durch die Höhlung des Schiebkastens nach D; in der Stellung b des Schiebkastens aber kommt der Dampf von C nach B und entweicht aus A nach

D. Eine andere Anordnung des Schieberventiles, wie man ſelbe bei Locomotiven antrifft, zeigt Fig. 79, worin A, B, C, D dieſelbe Bedeutung haben, wie vorhin. Die hin und her gehende Bewegung des Schiebkaſtens wird durch die Maſchine ſelbſt bewirkt; bei den Maſchinen, welche eine drehende Bewegung hervorbringen, gewöhnlich mittelſt eines Hebels, welcher von einer an dem rotirenden Theile excentriſch angebrachten Scheibe ausgeht, und einen Winkelhebel hin und her zieht, deſſen anderer Arm auf die Stange des Schieberventils einwirkt. 6) Die Kolbenſtange des Dampfcylinders greift zur Erzeugung einer drehenden Bewegung entweder unmittelbar in eine Kurbel ein, oder ſie verſetzt einen großen Hebel, Balancier genannt, in eine oſcillirende Bewegung, von deſſen anderem Arme eine Stange zu der Kurbel eines Schwungrades geht. Letzteres dient zur Ausgleichung der Ungleichförmigkeit der bewegenden Kraft oder auch der Laſt. An dem Balancier ſind bei einer Condenſationsmaſchine zugleich die Kolbenſtangen der Kaltwaſſerpumpe zur Verſorgung des Condenſators und der Luftpumpe angebracht, wie auch der Pumpe zur Verſorgung des Dampfkeſſels. Das kalte Waſſer dringt in den Condenſator durch eine Oeffnung, deren Größe durch Stellung eines Hahnes regulirt werden kann. Es iſt vortheilhaft zur Speiſung des Keſſels das durch die Luftpumpe aus dem Condenſator weggeſchaffte warme Waſſer zu verwenden. Damit die Kolbenſtange des Dampfcylinders nicht durch den Balancier, deſſen Arme Kreisbogen beſchreiben, aus ihrer der Cylinderaxe entſprechenden Lage gebracht werde, geht ſie entweder in einem Rahmen auf und nieder, oder ſie iſt mit dem Balancier durch eine beſondere Gliederung verbunden, die außerhalb des Balanciers einen fixen Stützpunct hat und die Wirkung des Seitenzuges des Balanciers gegen die Kolbenſtange durch einen entgegengeſetzten Seitenzug aufhebt (Watt'ſches Parallelogramm). Bei manchen Maſchinen iſt der Dampfcylinder ſelbſt an einer Axe beweglich und nimmt bei dem Auf- und Niedergange des Kolbens eine oſcillirende Bewegung an. Dieſe Einrichtung kommt insbeſondere bei Schiffsmaſchinen vor.

Nachſtehende Betrachtungen werden einen Begriff davon geben, wie der Nutzeffect einer Dampfmaſchine, nämlich das Verhältniß ihrer Leiſtung zum Koſtenaufwande werden kann. Wird eine ſolche Maſchine in Gang geſetzt, ſo geräth der Kolben anfänglich in eine beſchleunigte Bewegung, bald aber wird die von der bewegenden Kraft herrührende Beſchleunigung durch die Retardation aufgewogen, welche aus dem Widerſtande entſpringt, den die Belaſtung in Verbindung mit den in der Maſchine ſelbſt liegenden Bewegungshinderniſſen leiſtet, d. h. die Maſchine nimmt einen gleichförmigen Gang an. Nur in dieſem Zuſtande, welchen man den Beharrungszuſtand nennt, iſt ihre Leiſtung Gegenſtand der Rechnung. Zur Beſtimmung des fraglichen Nutzeffectes reicht es hin, die Beziehung auszumitteln, in welcher die Arbeit A der Maſchine zum Volum W des in jeder Zeiteinheit verdampften Waſſers ſteht. Die Arbeit A wird gemeſſen durch das Product aus der Laſt L, deren Ueberwältigung der eigentliche Zweck der Maſchine iſt, mit der conſtanten Geſchwindigkeit v, womit die Ueberwältigung dieſer Laſt vor ſich geht, d. h. es iſt $A = vL$. Denken wir uns die Laſt L durch den Widerſtand gegeben, den ſie gegen den Kolben äußert, ſo daß alſo v die Geſchwindigkeit des Kolbens ſelbſt bedeutet. Offenbar iſt L nur ein Theil des wirklichen Widerſtandes R, welchen der Kolben während des Ganges der Maſchine zu überwinden hat. Es ſind nämlich nicht bloß Widerſtände vorhanden, welche von L gar nicht abhängen (urſprüngliche Reibung, Gegendruck der Luft auf den Kolben, Widerſtand der bei Seite geſchobenen Luft bei Locomotiven u. dgl.), ſondern es ruft die Laſt L ſelbſt, durch die Ver-

mehrung der Reibung, welche ſie veranlaßt, einen Widerſtand hervor. Letzterer kann dieſer Laſt proportional angenommen, mithin durch ρL vorgeſtellt werden, wobei ρ einen conſtanten Factor bezeichnet; nennen wir den Geſammtbetrag der von L unabhängigen Widerſtände r, ſo beſteht die Gleichung $R = L + \rho L + r = (1 + \rho) L + r$, woraus $L = \frac{R - r}{1 + \rho}$ folgt. Demnach iſt

$$A = \frac{v(R - r)}{1 + \rho} = \frac{vR - vr}{1 + \rho}.$$

Dem Begriffe des Beharrungszuſtandes gemaß iſt R dem Drucke des Dampfes auf den Kolben gleich; bezeichnet P die auf die Einheit der Flächen bezogene Spannkraft des Dampfes im Cylinder, welcher dieſer Druck entſpricht, und a die Kolbenfläche, ſo iſt

$$R = aP, \text{ folglich } A = \frac{vaP - vr}{1 + \rho}.$$

Die Spannkraft P iſt im Allgemeinen kleiner als diejenige, welche im Dampfkeſſel ſtatt findet; ſtets aber iſt ſie das Maximum für die im Cylinder herrſchende Temperatur [219 7)]. Der Kolben durchlauft in der Zeiteinheit das Volum av, und wenn der Raum des Cylinders, in welchen der Kolben nicht eindringen kann, ſich zu erſterem wie $\omega : 1$ verhält, ſo ſtellt $(1 + \omega) av = D$ das Volum des während der Zeiteinheit aus dem Keſſel in den Cylinder übergegangen, d. i. des conſumirten Dampfes vor, in ſo fern er nämlich die Spannkraft P hat. Auf empiriſchem Wege hat ſich ergeben, daß die Größe D mit P und mit dem Volum W des in der Zeiteinheit verdampften Waſſers in einer Beziehung ſteht, die ſich mit großer Näherung durch eine Gleichung von der Geſtalt $D = \frac{W}{h + kP}$ ausdrücken läßt, wobei h und k beſtimmte Zahlen bedeuten. Es iſt ſonach $(1 + \omega) av = \frac{W}{h + kP}$, folglich

$$(h + kP) av = \frac{W}{1 + \omega} \text{ und } vaP = \frac{W}{(1 + \omega) k} - \frac{hav}{k}.$$

Subſtituirt man dieſes Reſultat für vaP in dem obigen Ausdrucke für A, ſo ergibt ſich

$$A = \frac{W}{(1 + \omega)(1 + \rho) k} - \frac{hav}{(1 + \rho) k} - \frac{vr}{1 + \rho},$$

d. h. $$A = \frac{1}{(1 + \rho) k} \left[\frac{W}{1 + \omega} - (ha + kr) v \right].$$

Dieſer Ausdruck erhält den größten Werth, wenn v, folglich auch D am kleinſten, mithin P am größten ausfällt; der größte für P denkbare Werth iſt der Betrag der Spannkraft des Dampfes im Keſſel. Man pflegt ſich bei der Berechnung der Leiſtungen der Dampfmaſchinen an engliſches Maß zu halten. Es iſt 1 engl. Pfund = 0·81 W. Pfund und 1 engl. Fuß = 0·964 W. Fuß. Für eine Pferdekraft gilt das Vermögen 550 engl. Pfunde in 1 Secunde 1 engl. Fuß hoch zu heben, was ſo viel heißt als 429 W. Pf. in einer Secunde 1 W. Fuß hoch heben. In Bezug auf engliſches Maß iſt, wenn P den Druck auf einen Quadratfuß in Pfunden angezeigt, für Maſchinen mit niederem Drucke $h = 0{,}00004227$, $k = 0{,}000000258$, für Hochdruckmaſchinen aber iſt $h = 0{,}0001421$, $k = 0{,}00000023$.

Neuntes Hauptstück.

Von der wellenartigen Bewegung der Körper in Beziehung zu den Erscheinungen des Schalles.

225. Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe. Es sey A Z (Fig. 80) ein langer cylindrischer oder prismatischer Körper, z. B. ein fester Stab oder eine flüssige Säule, aus einem elastischen Stoffe von gleichförmiger Dichte. Auf diesen Körper werde an einem Ende A ein seiner Längenrichtung A Z paralleler Impuls ausgeübt, welcher alle Theile der gegen A Z senkrechten Endfläche A A auf einerlei Weise zur Bewegung anregt, so daß diese Fläche während einer bestimmten, jedoch kleinen Zeit um eine geringe Strecke bis B B fortschreitet. Indem die Fläche A A sich zu bewegen beginnt, werden die an sie grenzenden Theilchen des Körpers vorwärts geschoben, und weil die entfernteren Theilchen dem Andrange der ersteren nicht plötzlich ausweichen können, auch noch zusammengedrückt. Dieß hat die Verschiebung und Zusammendrückung einer nächsten Schichte von Theilchen zur Folge, und so pflanzt sich die Verschiebung und Zusammendrückung von A gegen Z hin fort, während die früher verschobenen und zusammengedrückten Theilchen allmälig zur Ruhe kommen. Hiebei nehmen alle an einem und demselben Querschnitte der Säule A Z liegenden Theilchen einerlei longitudinale, d. i. der Länge der Säule parallele Bewegung an, und jede einzelne Phase dieser Bewegung, d. i. Geschwindigkeit und Verdichtung wird, wegen völliger Uebereinstimmung aller Umstände der Bewegung, auf gleichweit von einander abstehende Querschnitte der Säule in gleichen Zeitintervallen übertragen. Es ahmt also gleichsam jede Schichte der Säule A Z die Bewegung der ersten Schichte A A nach, aber sie kommt um so später an die Reihe dieß zu thun, je weiter sie von dem Anfange der Säule absteht. Man kann sonach diese Fortpflanzung der Bewegung als ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich gehendes Fortschreiten jeder Bewegungsphase der ersten Schichte längs der ganzen Säule A Z betrachten. Das Fortschreiten der successiven Bewegungsphasen von einer unendlich dünnen Schichte auf die nächstfolgende läßt sich gewisser Maßen mit der Fortpflanzung des Stoßes in einer Reihe gleicher elastischen Kugeln (148) vergleichen, wobei jede vorangehende Masse nach dem Stoße, welchen sie auf die folgende verübt, zur Ruhe kommt, und zum Empfange und zur Fortpflanzung eines neuen Stoßes bereit ist. Es kann nämlich eine Schichte die ihr an Masse gleiche nächstfolgende nur in so fern vor sich herschieben, als ihre Geschwindigkeit die der letzteren Schichte noch übertrifft, und es ist mit solcher Einwirkung eine entsprechende Zusammendrückung verbunden. Dieß geht so lange fort, bis [illegible] Schichte der letztern die Hälfte ihrer Geschwindigkeit beigesobald dieser Zeitpunct eingetreten ist, wirkt bloß die Ela[illegible] deren beide Schichten aus einander getrieben werden,

mächtiget ſich derſelben, und ſo kommt es, daß die Temperatur der Thermometerkugel ſtationär bleibt. Dieſe Wärme iſt einerſeits dem Dampfquantum proportionirt, welches durch ſie gebildet wird, andererſeits ſteht ſie, wenigſtens näherungsweiſe, mit der Temperaturdifferenz zwiſchen der Luft und dem befeuchteten Thermometer (pſychrometriſche Differenz) und mit der Dichte der Luft (alſo mit dem Barometerſtande) in geradem Verhältniſſe. Der Dampf bildet ſich mit dem Maximum der Spannkraft, welche er bei der Temperatur des befeuchteten Thermometers haben kann, und zwar nur in ſo fern dieſes Maximum größer iſt als die Spannkraft, womit ihm der in der Luft bereits vorhandene Dampf entgegenwirkt. Die zur Dampfbildung nöthige Wärme kann dem gemäß einerſeits der Differenz zwiſchen den vorgenannten zwei Spannkräften, andererſeits aber dem Producte des Barometerſtandes mit der Differenz zwiſchen der Lufttemperatur und der Naßkälte proportional geſetzt werden. Nennen wir die Spannkraft des Dampfes in der Luft e, die größte Spannkraft bei der durch das befeuchtete Thermometer angezeigten Naßkälte e', den Barometerſtand b und die pſychrometriſche Differenz δ, ſo verhält ſich demnach e' — e wie das Product bδ, d. h. es iſt der Quotient $\frac{e' - e}{b\delta}$ eine beſtändige Größe. Bezeichnen wir dieſelbe mit A, ſo haben wir die Gleichung

$$e' - e = A b \delta,$$

welche

$$e = e' - A b \delta$$

gibt. Man hat den Werth des Factors A aus einer großen Anzahl vergleichender Beobachtungen des Thaupunctes und der Naßkälte für die Réaumur'ſche Thermometerſcale $= \frac{1}{1000}$ gefunden, es iſt ſonach für die genannte Scale mit einem für das gewöhnliche Bedürfniß hinreichenden Grade der Genauigkeit

$$e = e' - \frac{b\delta}{1000}.$$

Da auch das Eis fortwährend verdampfet, ſo läßt ſich dieſes Verfahren auch auf Temperaturen übertragen, bei welchen die Kugel des befeuchteten Thermometers mit einer Eiskruſte überzogen iſt. Nur iſt in dieſem Falle der Coefficient A = 0,00094 anzunehmen.

Tafel der größten Spannkräfte des Wasserdampfes in Wiener Linien für Temperaturen der Luft nach der Réaumur'schen Thermometerscale.

	0,0	+ 0,1	+ 0,2	+ 0,3	+ 0,4	+ 0,5	+ 0,6	+ 0,7	+ 0,8	+ 0,9
— 12°	0,86	0,86	0,87	0,88	0,89	0,89	0,90	0,91	0,92	0,92
— 11°	0,93	0,94	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,01
— 10°	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,09
— 9°	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19
— 8°	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	1,28	1,29
— 7°	1,30	1,31	1,32	1,34	1,35	1,36	1,37	1,38	1,39	1,40
— 6°	1,42	1,43	1,44	1,45	1,46	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52
— 5°	1,54	1,55	1,56	1,57	1,59	1,60	1,61	1,63	1,64	1,65
— 4°	1,67	1,68	1,70	1,71	1,72	1,74	1,75	1,77	1,78	1,79
— 3°	1,81	1,82	1,84	1,85	1,87	1,88	1,90	1,91	1,93	1,95
— 2°	1,96	1,98	1,99	2,01	2,03	2,04	2,06	2,08	2,09	2,11
— 1°	2,13	2,14	2,16	2,18	2,20	2,21	2,23	2,25	2,27	2,29
0°	2,30	2,32	2,34	2,36	2,38	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48
+ 1°	2,50	2,52	2,54	2,59	2,58	2,60	2,62	2,64	2,66	2,68
2°	2,70	2,72	2,75	2,77	2,79	2,81	2,83	2,86	2,88	2,90
3°	2,93	2,95	2,97	3,00	3,02	3,04	3,07	3,09	3,12	3,14
4°	3,16	3,19	3,22	3,24	3,27	3,29	3,32	3,34	3,37	3,40
5°	3,42	3,45	3,48	3,50	3,53	3,56	3,59	3,61	3,64	3,67
6°	3,70	3,73	3,76	3,79	3,82	3,85	3,88	3,91	3,94	3,97
7°	4,00	4,03	4,06	4,09	4,12	4,15	4,19	4,22	4,25	4,28
8°	4,32	4,35	4,38	4,42	4,45	4,49	4,52	4,55	4,59	4,62
9°	4,66	4,70	4,73	4,77	4,80	4,84	4,88	4,92	4,95	4,99
10°	4,03	5,07	5,11	5,14	5,18	5,22	5,26	5,30	5,34	5,38
11°	5,43	5,47	5,51	5,55	5,59	5,63	5,68	5,72	5,76	5,80
12°	5,85	5,89	5,94	5,98	6,03	6,07	6,12	6,16	6,21	6,26
13°	6,30	6,35	6,40	6,45	6,49	6,54	6,59	6,64	6,69	6,74
14°	6,79	6,84	6,89	6,94	6,99	7,05	7,10	7,15	7,21	7,26
15°	7,31	7,37	7,42	7,48	7,53	7,59	7,64	7,70	7,76	7,81
16°	7,97	7,93	7,99	8,05	8,11	8,17	8,22	8,28	8,34	8,41
17°	8,47	8,53	8,59	8,66	8,72	8,78	8,84	8,91	8,98	9,04
18°	9,11	9,17	9,24	9,31	9,37	9,44	9,51	9,58	9,65	9,72
19°	9,79	9,86	9,93	10,00	10,08	10,15	10,22	10,30	10,37	10,44
20°	10,52	10,59	10,67	10,75	10,83	10,90	10,98	11,06	11,14	11,22
21°	11,30	11,38	11,46	11,54	11,63	11,71	11,79	11,87	11,96	12,05
22°	12,13	12,22	12,30	12,39	12,48	12,57	12,66	12,75	12,84	12,93
23°	13,02	13,11	13,20	13,26	13,32	13,38	13,44	13,51	13,57	13,63
24°	13,96	14,06	14,16	14,26	14,36	14,46	14,56	14,66	14,76	14,87
25°	14,97	15,08	15,18	15,29	15,40	15,50	15,61	15,72	15,83	15,94
26°	16,05	16,15	16,26	16,37	16,48	16,60	16,72	16,84	16,95	17,07
27°	17,19	17,30	17,43	17,55	17,67	17,79	17,91	18,04	18,16	18,28

3) Aus der absoluten Spannkraft des Dampfes läßt sich das Gewicht einer Volumseinheit desselben leicht finden. Bei der Tempera-

tur 0° R. und bei dem Barometerstande 760 Millimeter oder 346,2169 Wiener Linien wiegt ein W. Kubikfuß atmosphärischer Luft 564 W. Gran. Die Dichte des Wasserdampfes verhält sich aber zur Dichte der Luft bei gleicher Temperatur und Spannung wie 0,62 zu 1, daher beträgt das Gewicht eines W. Kubikfußes Wasserdampf bei vorgenannter normaler Temperatur und Spannung $564 \times 0{,}62 = 349{,}68$ W. Gran. Bei 0° R. und 1 W. Linie Spannkraft ist sonach in 1 W. Kubikfuß ein Quantum von $349{,}68 : 346{,}2169 = 1{,}01$ W. Gran Dampf enthalten. Für die Temperatur t° R. reducirt sich dieses Quantum wegen $\frac{11}{2400} = 0{,}004583$ auf $\frac{1\,01}{1 + 0\,004583\,t}$. Man findet also, wenn bei der Temperatur t° R. die Spannkraft des Dampfes in Wiener Linien ausgedrückt sich $= e$ zeigt, die in einem W. Kubikfuß enthaltene Menge desselben in Wiener Granen mittelst der Formel

$$\frac{1\,01\ e}{1 + 0\,004583\,t},$$

wofür man auch $1{,}01 \cdot e\,(1 - 0{,}004583\,t)$ setzen kann.

Beispiel einer hygrometrischen Bestimmung mit Hilfe obiger Tafel und Formeln. Es sey an zwei übereinstimmenden Thermometern, das eine mit trockner das andere mit befeuchteter Kugel, bei dem Barometerstande 28 W. Zoll 2,3 Lin. (auf 0° R. reducirt) die Temperatur der Luft = 18°,4 R. und die Naßkälte = 14°,6 R. beobachtet worden. Die psychrometrische Differenz ist hier 3,8; diese mit dem Barometerstande (338.3 Lin.) multiplicirt und durch 1000 getheilt gibt 1 28554. Die größte Spannkraft des Dampfes für die Temperatur 14°.6 ist nach der Tabelle = 7,10 W. Lin.; wird hievon das vorhergehende Resultat abgezogen, so ergibt sich die Spannkraft des im vorliegenden Falle in der Luft vorhandenen Dampfes = 5,82 Lin. Das Maximum der Spannkraft des Dampfes für die Lufttemperatur 18°,4 ist nach der Tabelle 9,37 Linien; der Feuchtigkeitsgrad wird daher durch den Quotienten $\frac{58200}{937} = 62$ ausgedrückt. Das Gewicht des Dampfes in einem W. Kubikfuß beträgt $1\,01 \times 5{,}82 \times (1 - 0\,004583 \times 18{,}4)$ oder 5,38 W. Gran. Nach der Tabelle gehört die Spannkraft 5,82 Lin. nahe der Temperatur 11°,9 R.; diese wäre also der Thaupunct, und bei einem directen Versuche mit dem Schwefelatherhygrometer zu erwarten. In der That findet man zwischen den Angaben des Schwefelatherhygrometers und Psychrometers, wenn man die Rechnung nach den obigen Principien führt, stets eine befriedigende Uebereinstimmung.

Daß die Bestimmung der Spannkraft des der atmosphärischen Luft beigemengten Dampfes ein sehr wichtiges Datum zur Beurtheilung des Witterungsstandes liefert, fällt in die Augen. Es läßt sich aus dieser Spannkraft sogleich entnehmen, wie tief die Temperatur der Luft sinken müsse, damit ein Niederschlag, d. i. Nebelbildung eintrete. Daß überhaupt Erniedrigung der Temperatur den Feuchtigkeitsgrad erhöht, Erhöhung der Temperatur ihn erniedriget, ist eine nothwendige Folge der oben vorgetragenen Principien. Auch die wahre Größe des Luftdruckes ergibt sich erst, wenn man von dem Barometerstande, als dem Resultate der Summe des Luft- und des Dampfdruckes, letzteren subtrahirt.

Zur Construction der Tabelle der größten Spannkraft des Dampfes bei den gewöhnlichen Lufttemperaturen leistet die fortgesetzte Beobach-

tung eines Barometers, in dessen oberem Raume sich Wasser befindet (211), oder eines zu diesem Zwecke von Prechtl angegebenen Instrumentes gute Dienste. Letzteres besteht aus einem zur Hälfte mit Quecksilber gefüllten und mit einer Scale versehenen abgekürzten Heberbarometer, dessen beide Arme geschlossen sind; der obere Raum des einen ist völlig leer, der des andern enthält bloß Wasserdampf: in letzterem Arme steht das Quecksilber um den der herrschenden Temperatur entsprechenden Betrag der Spannkraft des Dampfes niedriger als in ersterem. Bei der Verfertigung des Instrumentes ist bloß ein Arm geschlossen; durch die Oeffnung des andern füllt man es zuerst bis an die Biegung mit Quecksilber, kocht dieses wohl aus, gibt dann über dasselbe destillirtes Wasser, vertreibt, indem man das Wasser zum Sieden bringt, alle Luft aus dem offenen Arme und schmilzt, nachdem fast alles Wasser in Dampf übergegangen ist, die Oeffnung zu. Während sich das Ganze abkühlt, condensirt sich der Dampf theilweise zu Wasser, und das Quecksilber in dem andern Arme sinkt nach und nach zu seinem gehörigen Stande herab.

Man kann das Gewicht des in der Luft enthaltenen Dampfes direct finden, wenn man ein gemessenes Luftquantum durch eine Substanz streichen läßt, welche den Dampf vollständig absorbirt (Schwefelsäure, Chlorcalcium) und die Gewichtzunahme derselben untersucht.

Vordem suchte man Körper, welche Feuchtigkeit aus der Luft gerne aufnehmen und dadurch eine Veränderung in der Größe oder Gestalt erleiden, zur Hygrometrie zu benützen, als Haare, Fischbeine, Darmsaiten, Grannen gewisser Pflanzensamen u. dgl. Allein die Anzeigen der darauf sich gründenden Instrumente bleiben sich nicht gleich, stehen deßhalb zu dem Feuchtigkeitsgrade der Luft in keiner unveränderlichen Beziehung und haben sonach keinen wissenschaftlichen Werth.

224. **Dampfmaschine.** Unter den technischen Anwendungen, welche auf den Eigenschaften der Dämpfe beruhen, steht die Benützung der Ausdehnsamkeit des Wasserdampfes als bewegende Kraft zum Maschinenbetriebe oben an. Man nennt jede Maschine, welche unmittelbar durch die Spannkraft des Dampfes bewegt wird, eine Dampfmaschine. Hier kann nur von den gewöhnlichen Einrichtungen derselben die Rede seyn, wie man sie an den meisten stehenden Maschinen wie auch an den Schiffsmaschinen und an den Eisenbahn-Locomotiven antrifft. In einem mit Wasser gefüllten Behälter (Dampfkessel), welcher aus starkem zusammengenieteten Eisen- oder Kupferbleche verfertiget ist, wird durch zweckmäßig angebrachte Feuerung Dampf erzeugt und in einen Cylinder geleitet, in welchem sich ein gut anschließender Kolben hin und her bewegen läßt. Dieser Kolben ist derjenige Theil der Dampfmaschine, welcher zunächst durch die Dampfkraft in Bewegung gesetzt wird und dieselbe mittelst der Kolbenstange weiter leitet. Die Bewegung bleibt entweder dem Zwecke der Maschine gemäß eine hin und her gehende, z. B. wenn die Dampfmaschine zum Betriebe von Pumpwerken dient, oder die hin und her gehende Bewegung des Kolbens wird durch Vermittelung einer Kurbel in eine drehende verwandelt. Hinsichtlich der Art des Angriffes, welchen der Kolben vom Dampfe erfährt, zerfallen die Dampfmaschinen in einfach wirkende und in doppelt wirkende. Bei den einfach wirkenden Maschinen, welche jedoch nur in ganz besonderen Fällen

Anwendung finden, ſchiebt der Dampf den Kolben im Cylinder ſtets nur nach einer Seite hin; der Rückgang des Kolbens wird durch eine äußere Kraft (durch ein Gewicht oder durch den Luftdruck) bewirkt. Bei den doppelt wirkenden Maſchinen dagegen, welche die allgemein gebräuchlichen ſind, tritt der Dampf aus dem Keſſel abwechſelnd auf die eine und auf die andere Seite des Kolbens und treibt ihn hin und her: der auf der entgegengeſetzten Seite des Kolbens befindliche Dampf wird außer Verbindung mit dem Keſſel geſetzt und genöthiget aus dem Cylinder zu entweichen. Bei dieſen Maſchinen iſt der Dampfcylinder geſchloſſen und die Kolbenſtange geht dampfdicht durch den Boden des Cylinders. Damit aber die Richtung des Druckes, welchen der aus dem Keſſel dem Cylinder zugeführte Dampf auf den Kolben auszuüben hat, wechſeln könne, wenn der Kolben das Ende des Cylinders, gegen das er ſich bewegt, erreicht hat, befindet ſich an jedem Ende des Cylinders eine Oeffnung, in welche eine Dampfleitung einmündet, durch die der Dampf nach Bedürfniß ein- oder ausſtrömt; dieſe beiden Dampfwege, welche wir A und B nennen wollen, ferner das Rohr C, welches den Dampf aus dem Keſſel zum Cylinder leitet, und endlich der Ausweg D für den wegzuſchaffenden Dampf, dieſe vier Wege hängen mit einander durch Vermittelung einer beſonderen Vorrichtung zuſammen, welche die Dampfſteuerung heißt; dieſe iſt ſo eingerichtet, daß einmal A mit C und B mit D, das andermal aber A mit D und B mit C in Verbindung geſetzt wird. Findet die erſte Verbindung ſtatt, ſo bewegt ſich der Kolben unter dem Drucke des von C herkommenden Dampfes von dem Ende des Cylinders, zu welchem A gehört, gegen B hin, und der auf der andern Seite des Kolbens befindliche Dampf entweicht durch D; wechſelt nun, ſobald der Kolben an dem Ende B des Cylinders angekommen iſt, die Stellung der Steuerung, ſo tritt der Dampf aus C in B ein, und entweicht aus A nach D. Nach Maßgabe der Behandlung des Dampfes, welcher den Cylinder verläßt, unterſcheiden ſich die Dampfmaſchinen in Hochdruckmaſchinen und in Maſchinen mit niederem Drucke oder Condenſationsmaſchinen. Bei den Hochdruckmaſchinen entweicht der Dampf aus dem Cylinder in das Freie; es iſt alſo nur jener Theil der Spannkraft des Dampfes im Cylinder activ, um welchen dieſelbe den Betrag einer Atmoſphäre überſteigt. Bei den Maſchinen mit niederem Drucke tritt der Dampf aus dem Cylinder in einen Behälter, Condenſator genannt, woſelbſt er durch eingeſpritztes kaltes Waſſer verdichtet wird; eine beſondere Pumpe ſchafft das Waſſer und mit ihm die Luft fortwährend aus dem Condenſator hinweg, wodurch der Druck auf den Kolben, welcher der Bewegung deſſelben entgegenſteht, bedeutend unter die Größe des atmoſphäriſchen Druckes herabſinkt, mithin die Spannkraft des Dampfes im Keſſel um eben ſo viel geringer ſeyn darf. Es iſt des Dampferſparniſſes wegen bei beiden genannten Arten der Dampfmaſchinen vortheilhaft, den Dampf aus dem Keſſel nicht ſo lange in den Cylinder ſtrömen zu laſſen, bis der Kolben an ein Ende des Cylinders vorgedrungen iſt, ſondern die Verbindung des Cylinders mit dem Dampf-

keſſel ſchon früher zu unterbrechen, damit der letzte Theil der Bewegung des Kolbens durch die Expanſivkraft des im Cylinder abgeſchloſſenen Dampfes bewirkt werde. Maſchinen, bei denen die ſo eben bezeichnete Benützung der Expanſivkraft des Dampfes ſtatt findet, heißen Expanſionsmaſchinen.

Es liegt außerhalb der Tendenz dieſes phyſikaliſchen Lehrvortrages, in eine erſchöpfende Betrachtung der Einzelnheiten einzugehen, auf welche es bei der zweckmäßigen Anordnung und Behandlung einer Dampfmaſchine ankommt, und welche auf den Nutzeffect derſelben einen weſentlichen Einfluß haben. Wir begnügen uns daher mit einer kurzen Erwähnung derjenigen Beſtandſtücke, welche ſich an Modellen leicht demonſtriren laſſen und fügen einige Bemerkungen über ihre Einrichtung bei. Von beſonderer Wichtigkeit iſt 1) die Beſchaffenheit des Feuerraumes. Eine entſprechende Feuerung wird durch den gehörigen Luftzug bedingt, von welchem die vollſtändige Verbrennung des nach beſonderen Rückſichten gewählten Brennmateriales, alſo die möglichſt ökonomiſche Entwicklung der zur Verdampfung des Waſſers nöthigen Hitze abhängt. Der Luftzug richtet ſich nach der Höhe und Weite des Schornſteines in Beziehung zu der Temperatur, welche die darin befindliche Luft erhält; es müſſen daher die Dimenſionen des Schornſteines zu dem Feuerbedarf in einem richtigen Verhältniſſe ſtehen Es iſt ſehr nützlich an dem Schornſteine eine Einrichtung anzubringen, durch welche der Zugang zu demſelben nach Bedürfniß mehr oder weniger freigelaſſen und ſo der Luftzug regulirt werden kann (Rauchſcheibe). Man kann dieſe Regulirung mit dem Gange der Maſchine ſelbſt dergeſtalt in Verbindung ſetzen, daß ſich der Luftzug vermindert oder vermehrt, je nachdem der Gang der Maſchine ſich über das rechte Maß beſchleunigt oder verzögert, wodurch die Dampferzeugung und mit ihr der Gang der Maſchine gleichförmig bleibt. Bei Hochdruckmaſchinen kann der aus dem Dampfcylinder weggehende Dampf dadurch zur Verſtärkung des Luftzuges benützt werden, daß man ihn in den Schornſtein leitet, wo er die Luft vertreibt, ſich condenſirt, einen luftleeren Raum erzeugt, und ſo die äußere Luft veranlaßt, mit größerer Schnelligkeit in den Heizraum einzuſtrömen. Dieſes Mittel iſt beſonders bei den Locomotiven, welche nur Hochdruckmaſchinen ſeyn können, von beſonderer Wichtigkeit, und es liegt darin eine ſehr einfache und zweckmäßige Regulirung des Feuers nach dem jedesmaligen Dampfbedarfe, weil auf dieſe Weiſe das Feuer in eben dem Maße, als die Maſchine mehr Dampf conſumirt, mehr angefacht, alſo die Verdampfung des Waſſers, welche den Erſatz liefert, in gleichem Maße befördert wird. 2) Der Dampfkeſſel muß ſo gebaut ſeyn, daß er dem Feuer eine möglichſt große Berührungsfläche darbietet, und der Feuerraum muß daran ſo angebracht ſeyn, daß das Feuer lediglich auf das Waſſer zum Behufe der Dampferzeugung einwirkt; zugleich muß der Keſſel eine hinreichende Stärke haben, um dem Drucke des Dampfes den zur Verhüthung von Unglücksfällen nöthigen Widerſtand leiſten zu können. Es wird ſich ſonach die Form des Keſſels zum Theile nach der Spannung richten, auf welche der Dampf in ſelbem gebracht werden ſoll; ſie wird eine andere ſeyn können bei Maſchinen mit niederem Drucke, als bei Hochdruckmaſchinen: auch der diſponible Raum für die Maſchine wird die Einrichtung des Keſſels bedingen. Wo in einem verhältnißmäßig kleinen Raume viel Dampf erzeugt werden ſoll, vergrößert man die Heizfläche dadurch, daß man dem Keſſel mehrere Abtheilungen gibt, durch deren Zwiſchenräume das Feuer hindurchziehen muß (Feuergänge bei den Dampfkeſſeln der Schiffsmaſchinen, Röhrenſyſtem bei den Lo-

comotiven). 3) An dem Kessel müssen sich Vorrichtungen befinden, um die Spannung des Dampfes in demselben und den Wasserstand beurtheilen zu können; er muß mit einem Sicherheitsventil versehen seyn, welches sich bei zu hoher Spannung des Dampfes öffnet; es muß möglich seyn, während die Maschine im Gange ist, Wasser in den Kessel zu schaffen (es läßt sich eine solche Einrichtung treffen, daß die Maschine das Nachfüllen selbst besorgt); auch muß dafür gesorgt seyn, daß man, wenn es nöthig ist, Dampf aus dem Kessel herauslassen oder ihn entleeren könne; endlich muß man zum Behufe der Reinigung in den Kessel selbst gelangen können. Dieß ist insbesondere unerläßlich, um die nach und nach durch Ablagerung fester Stoffe aus dem Wasser an den Wänden des Kessels sich bildende Kruste zu entfernen, denn diese vermehrt die Wanddicke des Kessels, und nöthiget zur Erzeugung des erforderlichen Dampfquantums ihn auf eine höhere Temperatur zu erhitzen, was nicht bloß einen unnützen Aufwand an Brennstoff mit sich führt, sondern auch der Festigkeit des Kessels Eintrag thut und die Gefahr einer Explosion herbeiführen kann. Man hat verschiedene Mittel in Anwendung gebracht, das Ansetzen des Pfannensteins an die Kesselwände zu verhindern. 4) Der Zufluß des Dampfes aus dem Kessel in den Cylinder kann, wo nicht ohnedieß eine beständige Aufsicht über den Gang der Maschine statt finden muß, mittelst eines Centrifugalpendels regulirt werden. Dieses besteht aus zwei unter einem Winkel gegen einander beweglichen Stangen, welche an den Enden massive Kugeln tragen, und an einer durch die Maschine in Drehung versetzten Fassung befestiget sind. Bei einem schnellen Gange der Maschine vergrößert sich die Fliehkraft der Kugeln, diese weichen mehr aus einander und ändern dadurch die Stellung einer mit den Stangen verbundenen Hebelgliederung, welche zur Axe einer Platte geht, die sich in der Dampfröhre befindet; diese Platte wird dadurch so gewendet, daß der Zwischenraum zwischen ihr und der Röhrenwand sich verengt, was den Zutritt des Dampfes zu dem Cylinder hemmt. Läßt der Gang der Maschine nach, so fallen die Kugeln mehr zusammen und es findet die entgegengesetzte Wendung der Platte statt. 5) Die einfachste unter den verschiedenen bis jetzt angegebenen Dampfsteuerungen ist zwar der Vierweghahn, doch zieht man ihm das dauerhaftere und sehr zweckmäßige Schieberventil vor. Die Einrichtung des Vierweghahnes erhellet aus Fig 77, worin K den Dampfkessel, S den Cylinder sammt Kolben, H den Vierweghahn mit seinen zwei Bohrungen in der Stellung vorstellt, in welcher der Dampf aus C durch die Röhre A in den Cylinder unter den Kolben tritt, und der über dem Kolben befindliche Dampf durch B und D zu dem Condensator geht oder in das Freie entweicht. Die beigesetzte Figur H' zeigt die entgegengesetzte Stellung des Hahnes an, die er durch eine Viertelwendung erlangt. Von dem Schieberventil mag Fig. 78 eine Vorstellung geben. In einem geschlossenen Cylinder, in welchen sich die beiden Wege A, B zu den Enden des Dampfcylinders, das Dampfrohr C des Kessels und der Ableitungsweg D einmunden, schiebt sich ein anderer hohler Cylinder, der Schiebkasten, mittelst einer durch den Boden des erstern dampfdicht geführten Stange hin und her, welcher nur oben und unten bei M und N an die Wand des äußeren Cylinders genau paßt, hingegen den mittleren Raum O frei läßt: dadurch wird der innere Raum des größern Cylinders in die drei Theile M, O, N getheilt, wovon M und N durch die Höhlung des Schiebkastens in Verbindung stehen. In der Stellung a des Schiebkastens geht der Dampf aus C nach A und entweicht aus B durch die Höhlung des Schiebkastens nach D; in der Stellung b des Schiebkastens aber kommt der Dampf von C nach B und entweicht aus A nach

D. Eine andere Anordnung des Schieberventiles, wie man ſelbe bei Locomotiven antrifft, zeigt Fig. 79, worin A, B, C, D dieſelbe Bedeutung haben, wie vorhin. Die hin und her gehende Bewegung des Schiebkaſtens wird durch die Maſchine ſelbſt bewirkt; bei den Maſchinen, welche eine drehende Bewegung hervorbringen, gewöhnlich mittelſt eines Hebels, welcher von einer an dem rotirenden Theile excentriſch angebrachten Scheibe ausgeht, und einen Winkelhebel hin und her zieht, deſſen anderer Arm auf die Stange des Schieberventils einwirkt. 6) Die Kolbenſtange des Dampfcylinders greift zur Erzeugung einer drehenden Bewegung entweder unmittelbar in eine Kurbel ein, oder ſie verſetzt einen großen Hebel, Balancier genannt, in eine oſcillirende Bewegung, von deſſen anderem Arme eine Stange zu der Kurbel eines Schwungrades geht. Letzteres dient zur Ausgleichung der Ungleichförmigkeit der bewegenden Kraft oder auch der Laſt. An dem Balancier ſind bei einer Condenſationsmaſchine zugleich die Kolbenſtangen der Kaltwaſſerpumpe zur Verſorgung des Condenſators und der Luftpumpe angebracht, wie auch der Pumpe zur Verſorgung des Dampfkeſſels. Das kalte Waſſer dringt in den Condenſator durch eine Oeffnung, deren Größe durch Stellung eines Hahnes regulirt werden kann. Es iſt vortheilhaft zur Speiſung des Keſſels das durch die Luftpumpe aus dem Condenſator weggeſchaffte warme Waſſer zu verwenden. Damit die Kolbenſtange des Dampfcylinders nicht durch den Balancier, deſſen Arme Kreisbogen beſchreiben, aus ihrer der Cylinderaxe entſprechenden Lage gebracht werde, geht ſie entweder in einem Rahmen auf und nieder, oder ſie iſt mit dem Balancier durch eine beſondere Gliederung verbunden, die außerhalb des Balanciers einen fixen Stützpunct hat und die Wirkung des Seitenzuges des Balanciers gegen die Kolbenſtange durch einen entgegengeſetzten Seitenzug aufhebt (Watt'ſches Parallelogramm). Bei manchen Maſchinen iſt der Dampfcylinder ſelbſt an einer Axe beweglich und nimmt bei dem Auf- und Niedergange des Kolbens eine oſcillirende Bewegung an. Dieſe Einrichtung kommt insbeſondere bei Schiffsmaſchinen vor.

Nachſtehende Betrachtungen werden einen Begriff davon geben, wie der Nutzeffect einer Dampfmaſchine, nämlich das Verhältniß ihrer Leiſtung zum Koſtenaufwande werden kann. Wird eine ſolche Maſchine in Gang geſetzt, ſo geräth der Kolben anfänglich in eine beſchleunigte Bewegung, bald aber wird die von der bewegenden Kraft herrührende Beſchleunigung durch die Retardation aufgewogen, welche aus dem Widerſtande entſpringt, den die Belaſtung in Verbindung mit den in der Maſchine ſelbſt liegenden Bewegungshinderniſſen leiſtet, d. h. die Maſchine nimmt einen gleichförmigen Gang an. Nur in dieſem Zuſtande, welchen man den Beharrungszuſtand nennt, iſt ihre Leiſtung Gegenſtand der Rechnung. Zur Beſtimmung des fraglichen Nutzeffectes reicht es hin, die Beziehung auszumitteln, in welcher die Arbeit A der Maſchine zum Volum W des in jeder Zeiteinheit verdampften Waſſers ſteht. Die Arbeit A wird gemeſſen durch das Product aus der Laſt L, deren Ueberwältigung der eigentliche Zweck der Maſchine iſt, mit der conſtanten Geſchwindigkeit v, womit die Ueberwältigung dieſer Laſt vor ſich geht, d. h. es iſt $A = vL$. Denken wir uns die Laſt L durch den Widerſtand gegeben, den ſie gegen den Kolben äußert, ſo daß alſo v die Geſchwindigkeit des Kolbens ſelbſt bedeutet. Offenbar iſt L nur ein Theil des wirklichen Widerſtandes R, welchen der Kolben während des Ganges der Maſchine zu überwinden hat. Es ſind nämlich nicht bloß Widerſtände vorhanden, welche von L gar nicht abhängen (urſprüngliche Reibung, Gegendruck der Luft auf den Kolben, Widerſtand der bei Seite geſchobenen Luft bei Locomotiven u. dgl.), ſondern es ruft die Laſt L ſelbſt, durch die Ver-

mehrung der Reibung, welche ſie veranlaßt, einen Widerſtand hervor. Letzterer kann dieſer Laſt proportional angenommen, mithin durch ρL vorgeſtellt werden, wobei ρ einen conſtanten Factor bezeichnet; nennen wir den Geſammtbetrag der von L unabhängigen Widerſtände r, ſo beſteht die Gleichung $R = L + \rho L + r = (1 + \rho) L + r$, woraus $L = \frac{R - r}{1 + \rho}$ folgt. Demnach iſt

$$A = \frac{v(R - r)}{1 + \rho} = \frac{vR - vr}{1 + \rho}.$$

Dem Begriffe des Beharrungszuſtandes gemäß iſt R dem Drucke des Dampfes auf den Kolben gleich; bezeichnet P die auf die Einheit der Flächen bezogene Spannkraft des Dampfes im Cylinder, welcher dieſer Druck entſpricht, und a die Kolbenfläche, ſo iſt

$$R = aP, \text{ folglich } A = \frac{vaP - vr}{1 + \rho}.$$

Die Spannkraft P iſt im Allgemeinen kleiner als diejenige, welche im Dampfkeſſel ſtatt findet; ſtets aber iſt ſie das Maximum für die im Cylinder herrſchende Temperatur [219 7)]. Der Kolben durchlauft in der Zeiteinheit das Volum av, und wenn der Raum des Cylinders, in welchen der Kolben nicht eindringen kann, ſich zu erſterem wie $\omega : 1$ verhält, ſo ſtellt $(1 + \omega) av = D$ das Volum des während der Zeiteinheit aus dem Keſſel in den Cylinder übergegangen, d. i. des conſumirten Dampfes vor, in ſo fern er nämlich die Spannkraft P hat. Auf empiriſchem Wege hat ſich ergeben, daß die Größe D mit P und mit dem Volum W des in der Zeiteinheit verdampften Waſſers in einer Beziehung ſteht, die ſich mit großer Näherung durch eine Gleichung von der Geſtalt $D = \frac{W}{h + kP}$ ausdrücken läßt, wobei h und k beſtimmte Zahlen bedeuten. Es iſt ſonach $(1 + \omega) av = \frac{W}{h + kP}$, folglich

$$(h + kP) av = \frac{W}{1 + \omega} \text{ und } vaP = \frac{W}{(1 + \omega) k} - \frac{hav}{k}.$$

Subſtituirt man dieſes Reſultat für vaP in dem obigen Ausdrucke für A, ſo ergibt ſich

$$A = \frac{W}{(1 + \omega)(1 + \rho) k} - \frac{hav}{(1 + \rho) k} - \frac{vr}{1 + \rho}.$$

d. h. $$A = \frac{1}{(1 + \rho) k} \left[\frac{W}{1 + \omega} - (ha + kr) v \right].$$

Dieſer Ausdruck erhält den größten Werth, wenn v, folglich auch D am kleinſten, mithin P am größten ausfällt; der größte für P denkbare Werth iſt der Betrag der Spannkraft des Dampfes im Keſſel. Man pflegt ſich bei der Berechnung der Leiſtungen der Dampfmaſchinen an engliſches Maß zu halten. Es iſt 1 engl. Pfund = 0·81 W. Pfund und 1 engl. Fuß = 0·964 W. Fuß. Für eine Pferdekraft gilt das Vermögen 550 engl. Pfunde in 1 Secunde 1 engl. Fuß hoch zu heben, was ſo viel heißt als 429 W. Pf. in einer Secunde 1 W. Fuß hoch heben. In Bezug auf engliſches Maß iſt, wenn P den Druck auf einen Quadratfuß in Pfunden anzeigt, für Maſchinen mit niederem Drucke $h = 0{,}00004227$, $k = 0{,}000000258$, für Hochdruckmaſchinen aber iſt $h = 0{,}0001421$, $k = 0{,}00000023$.

Neuntes Hauptſtück.

Von der wellenartigen Bewegung der Körper in Beziehung zu den Erſcheinungen des Schalles.

225. **Fortpflanzung eines longitudinalen Impulſes in einem gleichförmig dichten elaſtiſchen Stoffe.** Es ſey A Z (Fig. 80) ein langer cylindriſcher oder prismatiſcher Körper, z. B. ein feſter Stab oder eine flüſſige Säule, aus einem elaſtiſchen Stoffe von gleichförmiger Dichte. Auf dieſen Körper werde an einem Ende A ein ſeiner Längenrichtung A Z paralleler Impuls ausgeübt, welcher alle Theile der gegen A Z ſenkrechten Endfläche A A auf einerlei Weiſe zur Bewegung anregt, ſo daß dieſe Fläche während einer beſtimmten, jedoch kleinen Zeit um eine geringe Strecke bis B B fortſchreitet. Indem die Fläche A A ſich zu bewegen beginnt, werden die an ſie grenzenden Theilchen des Körpers vorwärts geſchoben, und weil die entfernteren Theilchen dem Andrange der erſteren nicht plötzlich ausweichen können, auch noch zuſammengedrückt. Dieß hat die Verſchiebung und Zuſammendrückung einer nächſten Schichte von Theilchen zur Folge, und ſo pflanzt ſich die Verſchiebung und Zuſammendrückung von A gegen Z hin fort, während die früher verſchobenen und zuſammengedrückten Theilchen allmälig zur Ruhe kommen. Hiebei nehmen alle an einem und demſelben Querſchnitte der Säule A Z liegenden Theilchen einerlei *longitudinale*, d. i. der Länge der Säule parallele Bewegung an, und jede einzelne Phaſe dieſer Bewegung, d. i. Geſchwindigkeit und Verdichtung wird, wegen völliger Uebereinſtimmung aller Umſtände der Bewegung, auf gleichweit von einander abſtehende Querſchnitte der Säule in gleichen Zeitintervallen übertragen. Es ahmt alſo gleichſam jede Schichte der Säule A Z die Bewegung der erſten Schichte A A nach, aber ſie kommt um ſo ſpäter an die Reihe dieß zu thun, je weiter ſie von dem Anfange der Säule abſteht. Man kann ſonach dieſe Fortpflanzung der Bewegung als ein mit gleichförmiger Geſchwindigkeit vor ſich gehendes Fortſchreiten jeder Bewegungsphaſe der erſten Schichte längs der ganzen Säule A Z betrachten. Das Fortſchreiten der ſucceſſiven Bewegungsphaſen von einer unendlich dünnen Schichte auf die nächſtfolgende läßt ſich gewiſſer Maßen mit der Fortpflanzung des Stoßes in einer Reihe gleicher elaſtiſchen Kugeln (148) vergleichen, wobei jede vorangehende Maſſe nach dem Stoße, welchen ſie auf die folgende verübt, zur Ruhe kommt, und zum Empfange und zur Fortpflanzung eines neuen Stoßes bereit iſt. Es kann nämlich eine Schichte die ihr an Maſſe gleiche nächſtfolgende nur in ſo fern vor ſich herſchieben, als ihre Geſchwindigkeit die der letzteren Schichte noch übertrifft, und es iſt mit ſolcher Einwirkung eine entſprechende Zuſammendrückung verbunden. Dieß geht ſo lange fort, bis die erſtere Schichte der letztern die Hälfte ihrer Geſchwindigkeit beigebracht hat; ſobald dieſer Zeitpunct eingetreten iſt, wirkt bloß die Elaſticität, in Folge deren beide Schichten aus einander getrieben werden,

die erſtere rückwärts, die letztere vorwärts; jene verliert die noch übrige Hälfte ihrer urſprünglichen Geſchwindigkeit und kommt zur Ruhe, dieſe aber gelangt in den Beſitz der ganzen Bewegung und fördert ſelbe auf gleiche Weiſe weiter. Dieß vorausgeſetzt ſey c die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Bewegung längs AZ; T eine Zeit, welche größer iſt als die Dauer t der Verſchiebung der Fläche AA bis BB: ferner AH = cT und BJ = c(T − t): ſo iſt HH die Schichte, bis zu welcher nach Verlauf der Zeit T, vom Anfange des Impulſes auf die Säule angezählt, die erſte Bewegungsphaſe der Fläche AA, und JJ die Schichte, bis zu welcher in eben dieſem Augenblicke die letzte Bewegungsphaſe der Fläche AA vorgedrungen iſt, und ſämmtliche zwiſchen HH und JJ enthaltenen Querſchnitte von erſtgenannter Grenze bis zur andern hin betrachtet, erſcheinen der Reihe nach in den verſchiedenen Bewegungsphaſen, welche die Fläche AA während ihres Ueberganges in die Poſition BB annahm. Laſſen wir nun genannte Fläche eben ſo aus der Poſition BB wieder in die urſprüngliche Poſition AA zurückkehren, ſo wird auch dieſe Bewegung auf ähnliche Weiſe ſich längs AZ fortpflanzen und die Wirkung davon nach Ablauf der vorgenannten vom Anfange des Impulſes auf AA an gezählten Zeit T, wenn man AK = c(T − 2t) annimmt, ſich an allen zwiſchen JJ und KK enthaltenen Querſchnitten von AZ vorfinden.

Man nennt die Verſchiebung von AA nach BB hin und von BB nach AA zurück zuſammen eine Schwingung; der Inbegriff HJK der in Folge dieſer Schwingung nach Verlauf irgend einer Zeit T im Bewegungszuſtande befindlichen Theile von AZ heißt eine Welle, und zwar das dem Hingange von AA nach BB entſprechende Stück HJ der Vordertheil, das dem Rückgange von BB nach AA entſprechende Stück JK der Hintertheil der Welle. HJ iſt die Länge des Vordertheiles, JK jene des Hintertheiles und HK die Länge der ganzen Welle. Die Fortpflanzung der bei A erregten Bewegung längs AZ ſtellt ſich uns als ein Fortſchreiten einer Welle von A gegen Z hin dar. Jeder Querſchnitt der Säule AZ iſt, ſo lange er als Theil einer Welle erſcheint, d. h. zur Bildung einer Welle beiträgt, in derſelben Bewegungsweiſe begriffen, welche dem Querſchnitte AA urſprünglich eigen war; er bewegt ſich um ein Stück (= AB) gegen Z hin, und kehrt an ſeinen vorigen Platz wieder zurück. Die Bewegungen in verſchiedenen Querſchnitten der Welle unterſcheiden ſich bloß dadurch, daß ſie in verſchiedenen Augenblicken ihren Anfang nehmen, folglich in demſelben Augenblicke verſchiedene Bewegungsphaſen vorhanden ſind, wie bereits oben geſagt wurde. Es iſt

$$HJ = AH - AJ = AH - BJ - AB$$
$$= cT - c(T - t) - AB = ct - AB,$$

ferner
$$JH = AJ - AK = BJ + AB - AK$$
$$= c(T - t) - c(T - 2t) + AB = ct + AB,$$

endlich $HK = AH - AK = cT - c(T - 2t) = 2ct.$

Demnach iſt die Länge der ganzen Welle dem Wege gleich, welcher der Fortpflanzungsgeſchwindigkeit c der Bewegung gemäß während der

Dauer 2 t der fortgepflanzten Schwingung zurückgelegt wird; der Vordertheil der Welle aber ist um den Betrag der Excursion A B kürzer und der Hintertheil um eben so viel länger als die Hälfte der Wellenlänge.

Man wird, wenn man die obige Auseinandersetzung des Herganges der Wellenbewegung beachtet, nicht in Gefahr kommen, die der Bequemlichkeit der Rede wegen sogenannte Bewegung einer Welle, welche die Fortpflanzung einer Bewegungsart ist, mit der fortgepflanzten Bewegung selbst zu verwechseln. Auch sieht man leicht, daß die Verschiebung nach longitudinaler Richtung, d. h. im Sinne des Fortschreitens der Welle, der Erklärung der Wellenbewegung bloß beispielweise zum Grunde gelegt wurde, und daß der obige Begriff der Welle auf jede Uebertragung irgend einer Bewegungsform von einem materiellen Theilchen auf das nächste in einer beliebig angeordneten Reihe von Theilchen ausgedehnt werden kann, wie es im Folgenden auch geschehen wird, ohne daß es nöthig seyn wird die Entwickelung dieses Begriffes noch einmal umständlich vorzunehmen. Endlich ist klar, daß die oben betrachtete Fortpflanzung longitudinaler Bewegungen eben so vor sich gehen muß, wenn die Bewegung damit beginnt, daß an dem Ende A der Säule A Z statt der Zusammendrückung (Verdichtung) eine Dehnung (Verdünnung) hervorgerufen, d. h. die Fläche A A in dem entgegengesetzten Sinne nach B′B′ hin gezogen wird. Dieß tritt insbesondere ein, wenn man einen elastischen Stab Z Z (Fig. 81) von beliebiger Länge an einer Stelle A longitudinal reibt, wodurch die Theile bei A mehrere Male gegen B hin, und folglich von B′ weg gezogen werden und hierauf die entgegengesetzte Bewegung machen. Es bilden sich in diesem Falle zwei Wellenzüge, deren jeder aus derselben Anzahl unmittelbar auf einander folgenden Wellen besteht: der eine Wellenzug geht von A gegen Z, der andere gegen Y hin; der erstere beginnt mit einem verdichteten, der andere mit einem verdünnten Wellentheile.

226. Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe. Es seyen L, M, N, (Fig. 82) die Positionen dreier einander sehr nahen Querschnitte einer elastischen Säule im Zustande der Ruhe; P, Q, R die Positionen derselben Querschnitte in irgend einem und demselben Augenblicke, während sie an der Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses Antheil haben. Man nehme die Abstände von L, M, N einander gleich an und bezeichne L M oder M N mit α. Da die Abstände P Q, Q R dieser Querschnitte während der Bewegung sowohl unter einander als auch von α verschieden sind, so werden dadurch in den Schichten P Q, Q R ungleiche Elasticitätskräfte geweckt, und es erleidet denselben gemäß der Querschnitt Q von beiden Seiten einen verschiedenen Druck. Es seyen E′, E″ die Intensitäten dieser Elasticitätskräfte auf die Flächeneinheit bezogen; man kann dieselben offenbar den Verdichtungen proportional setzen, in welchen sich die betreffenden Schichten befinden. Da das Maß der Verdichtung von LM bei dem Uebergange in PQ offenbar durch den Quotienten $\frac{\text{L M} - \text{P Q}}{\text{L M}} = \frac{\alpha - \text{P Q}}{\alpha}$ angegeben wird, so kann man setzen

$E' = k\left(\frac{\alpha - PQ}{\alpha}\right)$, wobei k einen unveränderlichen Factor vorſtellt, und aus gleichem Grunde $E'' = k\left(\frac{\alpha - QR}{\alpha}\right)$. Der Unterſchied $E' - E'' = k\left(\frac{QR - PQ}{\alpha}\right)$ dieſer Elaſticitäten iſt die Kraft, welche die Bewegung des dem Querſchnitte = 1 entſprechenden Quantums der Maſſe der Schichte PQ in dem ins Auge gefaßten Zeitpuncte beſchleunigt. Es ſey Q' die Poſition, welche der Querſchnitt Q um das Zeitintervall τ früher, Q'' die Poſition, welche er um das Zeitintervall τ ſpäter hat, als er in die Poſition Q eintritt, ſo durchlauft Q die Wege Q'Q, QQ'' mit den Geſchwindigkeiten $\frac{Q'Q}{\tau}$, $\frac{QQ''}{\tau}$ und dieſer Querſchnitt hat ſonach bei dem Gange durch die Poſition Q die Geſchwindigkeit $\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau}$ gewonnen, und dem gemäß iſt die der Kraft $E' - E''$ in dieſem Augenblicke entſprechende Acceleration $= \frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}$. Heißt die in LM oder MN herrſchende Dichte D, ſo iſt $D\alpha$ die auf den Querſchnitt = 1 ſich beziehende Maſſe der Schichte LM, folglich auch der Schichte PQ; dieß gibt für die bewegende Kraft $E' - E''$ den Ausdruck $D\alpha\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right)$; es beſteht alſo die Gleichung:

$$D\alpha\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right) = k\left(\frac{QR - PQ}{\alpha}\right),$$

woraus

$$\frac{\alpha^2}{\tau^2} = \frac{k}{D} \cdot \frac{QR - PQ}{QQ'' - Q'Q}$$

folgt. Die Größen α, τ ſind hier ganz willkürlich, wofern ſie nur als unendlich klein betrachtet werden. Man kann ſich daher α als den Weg vorſtellen, welchen die fortgepflanzte Welle während des Zeittheilchens τ zurücklegt, und ſomit $\alpha = c\tau$ ſetzen, wenn c wie früher die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit anzeigt. Hiedurch gibt obige Gleichung

$$c = \sqrt{\left(\frac{k}{D} \cdot \frac{QR - PQ}{QQ'' - Q'Q}\right)}.$$

In der vorausgeſetzten Beziehung zwiſchen α und τ iſt die Annahme enthalten, daß jede Bewegungsphaſe, welche die durch die Schichte LM gegebenen Maſſentheilchen in irgend einem Augenblicke zeigen, alſo ihre Abweichung von der Ruhelage, nach Verlauf des Zeittheilchens τ vollſtändig auf die der Schichte MN angehörenden Maſſentheilchen übergegangen iſt. Dem gemäß iſt MQ' = NR und LP = MQ''. Nun iſt QR = NR − NQ und PQ = LQ − LP, mithin QR = MQ' − (MQ − MN) = MN − (MQ − MQ') = MN − Q'Q und PQ = LM + MQ − MQ'' = LM − QQ''. Wegen LM = MN hat man alſo QR − PQ = QQ'' − Q'Q und ſonach $\frac{QR - PQ}{QQ'' - Q'Q} = 1$. Es reducirt ſich dadurch obiger Werth

für c auf die einfache Formel

$$c = \sqrt{\frac{k}{D}}.$$

Um die Bedeutung der Größe k auf einen klaren Ausdruck zu bringen, denke man sich aus der vorhandenen Säule ein Stück von der Länge 1 herausgenommen und dasselbe mit einer Kraft, die seinem eigenen Gewichte gleich ist, zusammengedrückt, so wird genanntes Stück dadurch eine Verkürzung δ erleiden. Auf die Länge α kommt da die Verkürzung $\alpha\delta$, und weil, wenn g die Acceleration der Schwere bedeutet, Dg das Gewicht der zusammengedrückten Masse für den Querschnitt = 1 anzeigt, so ist Dg auch der Ausdruck der durch die Zusammendrückung geweckten Elasticität. Daher ist dem oben aufgestellten Princip gemäß $Dg = k.\frac{\alpha\delta}{\alpha} = k\delta$ und $k = \frac{Dg}{\delta}$. Unsere Formel für c verwandelt sich hiedurch in $c = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$. Sie spricht den merkwürdigen Satz aus: »Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer »longitudinalen Schwingung in einem gleichförmig dichten elastischen »Stoffe wird durch die Quadratwurzel des Quotienten angegeben, wel»chen man erhält, wenn man die Acceleration der Schwere durch den »Exponenten der Zusammendrückung einer durch ihr eigenes Gewicht be»lasteten Säule aus diesem Stoffe dividirt.«

Dieser Lehrsatz ist auch auf die Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einer gespannten und dadurch zur Aeußerung ihrer Elasticität fähig gemachten Saite oder Schnur anwendbar. Die durch die Verschiebung der Theile der Säule geweckten Elasticitäten E', E'', von denen oben die Rede war, erscheinen bei der Saite als Aenderungen der Spannung, und δ ist die Aenderung der Länge eines Stückes = 1 der Saite, wenn die spannende Kraft um das Gewicht dieses Stückes geändert wird. Man wird so zu demselben Ausdrucke für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c geführt, wie oben. Diesem Ausdrucke kann man bezüglich der Saite noch eine andere Form geben. Es sey l die Länge, b der Querschnitt, m die Masse der Saite und λ die Verlängerung derselben, wenn die Kraft, welche sie spannt, um σ zunimmt. Da $\frac{\sigma}{b}$ die auf die Flächeneinheit reducirte Aenderung der Spannung, und folglich auch der Elasticität vorstellt, so ist nach Obigem

$$\frac{\sigma}{b} = k.\frac{\lambda}{l}, \text{ mithin } k = \frac{l\sigma}{b\lambda}.$$

Das Volum der Saite ist = bl, mithin deren Dichte $D = \frac{m}{bl}$; hieraus folgt $\frac{k}{D} = \frac{l^2\sigma}{m\lambda}$ und $c = l\sqrt{\frac{\sigma}{m\lambda}}$. Will man σ als das Gewicht einer Masse μ darstellen, so ist zu setzen $\sigma = g\mu$, daher $c = l\sqrt{\frac{g\mu}{m\lambda}}$, und man kann, da hier bloß der Quotient $\frac{\mu}{m}$ erscheint, μ und m selbst durch Gewichte, und zwar nach einer beliebigen Einheit ausdrücken.

227. Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einer gleichförmig dichten Luftmasse. Die in 226 vorgetragene Deduction der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Impulses in einer gleichförmigen elastischen Säule setzt voraus, daß die durch die Verschiebungen der Theile in das Spiel tretenden Elasticitäten lediglich den Aenderungen der Dichte proportional seyen. Da aber mit der Verdichtung der Luft eine Erhöhung, mit der Verdünnung eine Erniedrigung der Temperatur verbunden ist, was, wenn keine Ausgleichung mit der Temperatur der Umgebung statt finden kann, auf die Differenz der Spannkräfte der Lufttheilchen und dadurch auch auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses einen Einfluß ausübt, so darf dieser Umstand nicht unbeachtet bleiben.

Betrachten wir vor allem die Aenderung der Temperatur, welche eine Luftmasse durch eine sehr geringe Aenderung ihres Volums erfährt. Es sey V das Volum, T die Temperatur der Luftmasse, nach dem Lufthermometer (202) gemessen, und T' die Erhöhung dieser Temperatur, wenn jenes Volum um V' abnimmt. Man stelle sich zuerst vor, das Volum V gehe in V—V' über, ohne daß sich die Spannkraft ändert, so muß die Temperatur T um den Betrag $\frac{V'T}{V}$ sinken, und daher jeder Gewichtseinheit Luft ein Wärmequantum $C.\frac{V'T}{V}$ entzogen werden, wenn nämlich C die Wärmecapacität der Luft in Bezug auf constante Expansivkraft vorstellt. Man nehme jetzt an, die unter dem Volum V — V' befindliche Luftmasse erhalte wieder die vorige Temperatur T, so muß ihr für jede Gewichtseinheit ein Wärmequantum $C'.\frac{V'T}{V}$ zurückgegeben werden, wobei C' die Wärmecapacität der Luft für ein constantes Volum anzeigt. Damit daher das Volum V der Luft ohne Aenderung der Temperatur T sich um V' vermindere, muß die Luft für jede Gewichtseinheit das Wärmequantum $C.\frac{V'T}{V} - C'.\frac{V'T}{V} = (C-C')\frac{V'T}{V}$ verlieren. Wird nun der Luft, während sich ihr Volum V um V' vermindert, keine Wärme entzogen, so tritt eine Erhöhung der Temperatur ein, nämlich diejenige, welche vorgenanntes Wärmequantum an der Gewichtseinheit Luft von der Dichte der jetzt vorhandenen bei ungeändertem Volum hervorzubringen vermag. Diese Temperaturerhöhung T' findet man, wenn man gedachtes Wärmequantum durch C' dividirt. Daher ist $T' = \frac{C-C'}{C'}.\frac{V'T}{V}$ oder, wenn wir den Quotienten $\frac{C}{C'}$ durch q vorstellen,

$$T' = (q-1)\frac{V'T}{V}.$$

Dieß vorausgesetzt sey D die Dichte, T die Temperatur nach dem Lufthermometer und E die Expansivkraft einer Luftsäule im Gleichgewichtszustande, von welcher wir zwei gleiche Schichten L M, M N

(Fig. 82) von unendlich geringer Dicke α in dem Augenblicke betrachten, in welchem ſie während der Fortpflanzung eines longitudinalen Impulſes in die Lagen PQ', Q R gekommen ſind und ihre Temperatur und Spannkraft die Aenderungen T', T'' und E', E'' erfahren haben. Nach 203 iſt

$$E + E' : E = \frac{T + T'}{PQ} : \frac{T}{\alpha}.$$

mithin $$E + E' = \frac{E(T + T')\alpha}{PQ \cdot T} = \frac{E\alpha}{PQ}\left(1 + \frac{T'}{T}\right).$$

Den Werth von T' gibt uns die oben erhaltene Formel, wenn wir in derſelben $\frac{v'}{v} = \frac{\alpha - PQ}{\alpha} = 1 - \frac{PQ}{\alpha}$ annehmen. Wir erhalten ſonach $\frac{T'}{T} = (q-1)\left(1 - \frac{PQ}{\alpha}\right) = q - 1 - (q-1)\frac{PQ}{\alpha}$,

d. h. $$1 + \frac{T'}{T} = q - (q-1)\frac{PQ}{\alpha},$$

mithin

$$E + E' = \frac{E\alpha}{PQ}\left(q - (q-1)\frac{PQ}{\alpha}\right) = \frac{qE\alpha}{PQ} - E(q-1).$$

Aus demſelben Grunde iſt $E + E'' = \frac{qE\alpha}{QR} - E(q-1)$, folglich, wenn man die zweite Gleichung von der erſten abzieht,

$$E' - E'' = qE\alpha\left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{QR}\right) = \frac{qE\alpha(QR - PQ)}{PQ \cdot QR}.$$

Da PQ und QR von α nur ſehr wenig verſchieden ſind, ſo kann man ſtatt PQ . QR ſetzen α^2, und erhält dadurch

$$E' - E'' = \frac{qE}{\alpha}(QR - PQ).$$

Nun laſſen ſich alle weiteren in 226 angeſtellten Betrachtungen anbringen, und man kommt zu einem ähnlichen Ausdrucke für die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit c wie in 226, mit dem einzigen Unterſchiede, daß hier qE die Stelle des dortigen Factors k annimmt. Es iſt demnach $c = \sqrt{\frac{qE}{D}}$. Dieſe Formel ſpricht folgenden Lehrſatz aus:

»Die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit eines longitudinalen Impulſes in »einer gleichförmigen Luftſäule wird gefunden, wenn man deren Ex»panſivkraft durch die Dichte dividirt, den Quotienten mit einem Fac»tor multiplicirt, welcher das Verhältniß der Wärmecapacitäten der »Luft bei conſtantem Drucke und bei conſtantem Volum angibt, und »aus dem Producte die Quadratwurzel zieht.« Iſt b der Barometerſtand, μ das Verhältniß der Dichte des Queckſilbers zu jenem der Luft, und g die Acceleration der Schwere, ſo iſt μD die Dichte des Queckſilbers, $\mu D b$ die Maſſe und $g\mu D b$ das Gewicht der Barometerſäule, alſo $E = g\mu D b$ und $c = \sqrt{q g \mu b}$.

Der Werth von q läßt ſich auf empiriſchem Wege folgender Maßen finden: Aus obiger Gleichung folgt $q - 1 = \frac{V T'}{V' T}$, alſo

$q = 1 + \frac{V T'}{V' T}$. Nimmt die Dichte D der Luft um D' zu, wenn ihr Volum V um V' abnimmt, ſo iſt $\frac{V - V'}{V'} = \frac{D}{D'}$, wofür man, wenn V' ſehr klein iſt, $\frac{V}{V'} = \frac{D}{D'}$ ſetzen kann. Man hat ſo $q = 1 + \frac{D T'}{D' T}$. Es wäre ſehr ſchwer T' unmittelbar zu beobachten; man kann aber folgender Maßen zu Werke gehen: 1) Aus einem Gefaße, welches mit einem Barometer zur Meſſung der Spannkraft der darin befindlichen Luft verſehen iſt, ziehe man etwas Luft heraus, und beobachte, nachdem die Luft im Gefäße die Temperatur T der Umgebung angenommen hat, ihre Spannkraft. Dieſe ſey b' und die Dichte der Luft ſey D. 2) Stellt man die Communication mit der äußeren Luft her, ſo wird etwas davon in das Gefäß einſtrömen, und dadurch die Spannung, Dichte und Temperatur der inneren Luft zunehmen. Man ſchließe das Gefäß in dem Augenblicke ab, in welchem die Spannkraft der Luft darin dem äußeren Barometerſtande b entſpricht. Die Temperatur der Luft im Gefaße ſey in dieſem Augenblicke T + T' und ihre Dichte D + D'. 3) Man beobachte die Spannung b'' der Luft im Gefäße, nachdem ſie wieder die äußere Temperatur T gewonnen hat; ihre Dichte bleibt dabei ungeändert, nämlich D + D'. Vergleicht man nun die Daten der erſten und dritten, dann der zweiten und dritten Beobachtung, ſo erhält man nach 201 — 203 die Proportionen

$$b' : b'' = D : D + D' \quad \text{und} \quad b : b'' = T + T' : T,$$

mithin $\frac{D'}{D} = \frac{b'' - b'}{b'}$ und $\frac{T'}{T} = \frac{b - b''}{b''}$.

Führt man dieſe Ergebniſſe in obigen Ausdruck für q ein, ſo ergibt ſich $q = 1 + \frac{(b - b'')\, b'}{(b'' - b')\, b''}$, in welcher Formel bloß Größen vorkommen, deren verläßliche Auffaſſung minder ſchwierig iſt.

Verſteht man unter μ den Werth dieſer Größe für die Temperatur 0° R., ſo hat man in der Formel für c an die Stelle von μ zu ſetzen $\mu(1 + \beta t)$, wobei $\beta = \frac{1}{\ldots}$ iſt. Hiedurch erhält dieſe Formel die Geſtalt $c = \sqrt{q g \mu b (1 + \beta t)}$.

Für die atmoſphäriſche Luft hat die Erfahrung auf oben angedeutetem Wege $q = 1.4$ gegeben und in Bezug auf den Barometerſtand 0.76 Meter oder 28.85 W. Zoll iſt $\mu = 10472$; ſetzt man noch $g = 31$ W. Fuß, ſo findet man die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit eines Impulſes in der atmoſphäriſchen Luft bei 0° R. und bei dem genannten Barometerſtande = 1045 W. Fuß.

228. Fortpflanzung eines tranſverſalen Impulſes an einer geſpannten Saite. Wird ein Stück einer geſpannten gleichförmig dicken Saite oder Schnur ſeitwärts geſchoben und hierauf frei gelaſſen, ſo ſchreitet in Folge des geſtörten Gleichgewichtes, und zwar, wenn die Einwirkung nicht gerade am Ende der Saite oder Schnur ſtatt fand, ſowohl nach der einen als auch nach der andern Richtung längs derſelben eine Welle fort, welche durch die Aufeinanderfolge der

lateralen Bewegungen der einzelnen Theilchen gebildet wird. Angenommen, daß sich dabei die Theilchen der Saite von ihrer Gleichgewichtslage nur sehr wenig entfernen und ihre Bahnen gegen die Längenrichtung der Saite senkrecht sind und in einerlei Ebene liegen, so läßt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle folgender Maßen finden: Es seyen PQ, QR (Fig. 83) die Positionen, in welchen sich zwei benachbarte Theilchen einer gespannten Saite AB in irgend einem Augenblicke während der Bewegung befinden. Man kann hier QP und QR als gerade Linien betrachten, welche von Q unter dem Winkel PQR ausgehen und zugleich die Richtungen vorstellen, nach denen der Punct Q in Folge der Spannung der Saite gezogen wird. Da die Spannung S, welche die Saite im Gleichgewichte hat, durch eine geringe laterale Verschiebung nicht merklich geändert wird, so kann man jede der beiden nach den Richtungen QP und QR wirkenden Kräfte $= S$ setzen. Man zerlege jede dieser Kräfte in zwei Componenten, wovon eine parallel und die andere senkrecht zu AB wirkt. Zieht man PL, QM, RN senkrecht auf AB, so sind diese Geraden nach der Voraussetzung Theile der Bahnen der Puncte P, Q, R und LM, MN sind die Positionen von PQ, QR im Zustande der Ruhe. Man ziehe noch durch P und R Linien parallel mit AB, welche der MQ in U und W begegnen, so werden die Intensitäten der mit AB parallel wirkenden Componenten vorgenannter Kräfte durch $S.\frac{UP}{QP}$ und $S.\frac{WR}{QR}$, und die Intensitäten der zu AB senkrechten Componenten durch $S.\frac{QU}{QP}$ und $S.\frac{QW}{QR}$ ausgedrückt. Soll der Punct Q aus der Richtung der Geraden QM nicht heraustreten, so müssen sich die der AB parallelen einander gerade entgegen wirkenden Componenten tilgen; es bleiben also nur die auf AB senkrechten Componenten übrig, welche sich auf eine einzige Kraft $= S\left(\frac{QU}{QP} - \frac{QW}{QR}\right)$ reduciren. Nehmen wir an, die hier ins Auge gefaßten Stückchen der Saite haben im Zustande der Ruhe gleiche Längen und setzen wir $LM = MN = \alpha$, ferner $QP = \alpha + \psi$, $QR = \alpha + \omega$, so sind, weil zwischen PL, QM, RN nur sehr geringe Unterschiede bestehen, ψ und ω im Vergleiche mit α sehr kleine Größen; dem gemäß kann man in der Differenz

$$\frac{QU}{QP} - \frac{QW}{QR} = \frac{QU}{\alpha+\psi} - \frac{QW}{\alpha+\omega} = \frac{(QU-QW)\,\alpha + QU.\omega - QW.\psi}{\alpha^2 + \alpha\psi + \alpha\omega + \psi\omega}$$

im Zähler die Glieder $QU.\omega$, $QW.\psi$ und im Nenner die Glieder $\alpha\psi$, $\alpha\omega$, $\psi\omega$ weglassen, wodurch man $\frac{QU}{QP} - \frac{QW}{QR} = \frac{QU-QW}{\alpha}$ erhält. Die auf Q nach der Richtung QU wirkende Kraft wird sonach durch $\frac{S}{\alpha}(QU-QW)$ ausgedrückt. Diese Kraft hat die Bewegung des Massentheilchens PQ zu bestimmen; bezeichnen wir nun die Länge eines Stückes der Saite, dessen Masse $= m$ ist, mit l, so ist die

Maſſe des Stückchens $PQ = \frac{m\alpha}{l}$. Es ſeyen Q' und Q'' die Poſitionen des Punctes Q um das Zeittheilchen τ früher und ſpäter, als er in die Poſition Q eintritt, ſo durchlauft Q die Wege $Q'Q$, QQ'' mit den Geſchwindigkeiten $\frac{Q'Q}{\tau}$, $\frac{QQ''}{\tau}$; das Stückchen PQ hat alſo durch die Wirkung vorgenannter Kraft den Zuſatz $\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau}$ an Geſchwindigkeit erhalten, mithin wird dieſe Kraft auch durch

$$\frac{m\alpha}{l}\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right)$$

ausgedrückt. Es beſteht ſonach die Gleichung

$$\frac{m\alpha}{l}\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right) = \frac{S}{\alpha}(QU - QW),$$

welche $\frac{\alpha^2}{\tau^2} = \frac{Sl}{m} \cdot \frac{QU - QW}{QQ'' - Q'Q}$ gibt.

Man betrachte jetzt α als den Weg, welchen die durch den Impuls an der Saite erregte Welle während des Zeittheilchens τ durchlauft, und nenne die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit c, ſo hat man $c^2 = \frac{\alpha^2}{\tau^2}$; ferner iſt in dem vorliegenden Falle unter der Hypotheſe, daß die Fortpflanzung der urſprünglichen Störung des Gleichgewichtes bereits in einen gleichformigen Gang gekommen ſey, alſo ein gleichmäßiges Fortſchreiten der Welle ſtatt finde, der Natur einer ſolchen Wellenbewegung gemäß, $Q''M = PL$ und $Q'M = RN$ oder $Q''M = UM$ und $Q'M = WM$, d. h. es fallt der Punct Q'' mit U, Q' mit W zuſammen, und ſomit wird $\frac{QU - QW}{QQ'' - Q'Q} = 1$. Hieraus folgt die Formel

$$c = \sqrt{\frac{Sl}{m}}.$$

Will man S unter der Form des Gewichtes einer Maſſe M vorſtellen, welches die Saite ſpannt, ſo iſt $S = gM$ zu ſetzen und man hat $c = \sqrt{\frac{gMl}{m}}$. Hier können die Maſſen M und m nach einer beliebigen Einheit durch ihre Gewichte ausgedrückt werden.

Dieſelbe Formel gilt auch für die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit eines transverſalen Impulſes an einer geſpannten Membrane, denn dieſe kann als eine Verbindung neben einander liegender Saiten betrachtet werden; aber ſie gilt nicht für einen elaſtiſchen Stab: die Betrachtung der transverſalen Wellenbewegung eines ſolchen überſchreitet ſowohl die Grenzen als auch die mathematiſchen Hilfsmittel dieſes Lehrvortrages.

229. Interferenz der Wellen. Wenn zwei Wellen, d. i. Fortpflanzungen der Störung des Gleichgewichtes der Theile eines Körpers an derſelben Stelle des Körpers zuſammentreffen, ſo nimmt jedes Theilchen, auf welches die durch beide Wellen geforderten Bewegungen gleichzeitig übertragen werden, eine Bewegung an, welche der

aus der Zuſammenſetzung vorgenannter Bewegungen hervorgehenden Reſultirenden entſpricht. Man nennt dieſes Aufeinanderwirken zweier Wellenbewegungen im Allgemeinen Interferenz der Wellen. Eben ſo kann umgekehrt jede Welle als das Reſultat der Zuſammenſetzung zweier Störungen des Gleichgewichtes betrachtet und in ſelbe aufgelöſt werden. Wird alſo z. B. an einer geſpannten Saite eine laterale Ausbiegung angebracht, bei welcher die einzelnen Theilchen aus den auf die Ruhelage der Saite ſenkrechten Ebenen heraustreten, ſo ſtellt ſich eine ſolche Verſchiebung als die Zuſammenſetzung einer longitudinalen und transverſalen dar, und es entſpringen daraus zwei Wellen, eine longitudinale und transverſale, welche, da ihnen verſchiedene Fortpflanzungsgeſchwindigkeiten zugehören (226, 228), ſich bei ihrem Urſprunge von einander trennen, und abgeſondert fortſchreiten.

230. **Entſtehung der ſchwingenden Bewegung aus der Interferenz gleicher und entgegengeſetzter Wellenzüge.** Man denke ſich, um einen beſtimmten Fall vor Augen zu haben, an einer geſpannten Saite oder Schnur durch Impulſe, welche an einer und derſelben Stelle der Saite regelmäßig auf einander folgen, eine Reihe von unmittelbar an einander ſich anſchließenden transverſalen Wellen von einerlei Länge erregt, deren jede aus zwei entgegengeſetzt liegenden Hälften von übereinſtimmender Form beſteht, ſo zwar, daß je zwei von dem Grenzpuncte der Wellenhälften in der einem beſtimmten Augenblicke entſprechenden Lage des ganzen Wellenſyſtems gleichweit abſtehende Theilchen in entgegengeſetzten Bewegungsphaſen erſcheinen. Man nehme ferner an, daß ein zweites dem vorgenannten ganz gleiches Wellenſyſtem nach der gerade entgegengeſetzten Richtung fortſchreite. Es iſt leicht einzuſehen, daß aus der Interferenz dieſer zwei Wellenſyſteme eine Bewegung der Saite entſpringt, vermöge welcher gewiſſe Puncte der Saite, welche ſämmtlich um die halbe Länge der interferirenden Wellen von einander abſtehen, fortwährend in Ruhe bleiben und die zwiſchen dieſen Puncten enthaltenen Stücke der Saite lateral hin und her gehen, d. h. transverſale Schwingungen vollbringen, deren Dauer der Zeit gleich kommt, während welcher eine Welle um den Betrag ihrer Länge weiter rückt. Denn es ſey

$\ldots A_{,,}A,A\,A'A'' \ldots$ (Fig. 84) die Ruhelage der Saite,

und $\ldots A_{,,}B''A,B,A\,B\,A'B' \ldots$

eines der beiden Wellenſyſteme in der Lage, die es in irgend einem Augenblicke hat, ſo iſt nach der Vorausſetzung, wenn man $AD = AD'$, $A'D' = A'D$ ꝛc. nimmt, $BD = B_{,}D_{,} = B'D'$ ꝛc., und auf gleiche Weiſe correſpondiren ſich je zwei auf entgegengeſetzten Seiten von A liegende Puncte der Welle. Iſt nun die durch die Figur vorgeſtellte Lage zugleich jene der zweiten entgegengeſetzt fortſchreitenden Wellenfolge, ſo ſind die Puncte $\ldots A_{,,}, A_{,}, A, A', A'', \ldots$: in Ruhe, und die Bewegungszuſtände der Puncte $B_{,,}, B_{,}, B, B', B'' \ldots$ addiren ſich; rückt nun, in Folge des Fortſchreitens des einen Wellenſyſtemes, gleichſam $D_{,}$ nach $A_{,}$, ſo kommt bezüglich des andern auch D nach A, und die entgegengeſetzten Pl welche ſonach auf A über-

tragen werden, heben einander auf. Es bleibt also A fortwährend in Ruhe, und ein Gleiches gilt auch von A„, A„ und von A', A"... Sind beide Wellenfolgen um die Hälfte von AA' fortgerückt, so tilgen sich alle Phasen längs der ganzen Ausdehnung der Saite, diese ist also in die Ruhelage zurückgekehrt; nach einer eben so langen Zeit ist A'B'A" von dem einen und A'B'A von dem andern Wellenzuge in das Stück AA' der Saite übertragen worden; dieses hat also die entgegengesetzte Ausbiegung erhalten, und kehrt hierauf wieder gegen die Lage AA' zurück, und so schwingt das Stück AA' der Saite hin und her, und dasselbe thun auch alle andern durch die mit A bezeichneten Puncte begrenzten Stücke, so zwar, daß je zwei benachbarte derselben entgegengesetzte Bewegungen verrichten, wodurch eben das fortwährende Gleichgewicht der Puncte A bedingt wird. Solche stets in Ruhe bleibende Trennungspuncte entgegengesetzt schwingender Theile nennt man Schwingungsknoten.

Diese Betrachtungen sind offenbar nicht bloß auf die Interferenz in entgegengesetztem Sinne fortschreitender transversaler Wellen an einer gespannten Saite, sondern eben so gut auf jede andere Wellenform anwendbar. Wenn daher z. B. in einer Luftsäule entgegengesetzte Züge unmittelbar auf einander folgender Wellen von gleicher Länge zusammentreffen, deren jede einzelne aus einer Hälfte, in welcher Verdichtung und aus einer zweiten, in welcher Verdünnung herrscht, besteht, so gestaltet sich die ganze Luftsäule zu einem Aggregate longitudinal schwingender Theile von derselben Länge, wie vorgenannte Hälften; je zwei benachbarte dieser Theile sind durch fortwährend ruhende Querschnitte von einander getrennt. Die Schwingungsweise jedes solchen Theiles läßt sich aus der Figur 85 entnehmen, wenn man sich unter den entgegengesetzt liegenden Ordinaten BD, B'D u. s. w. entgegengesetzte Zustände der longitudinal vibrirenden Lufttheilchen vorstellt, nämlich entgegengesetzte Verschiebungen verbunden mit beziehungsweise proportionalen Verdichtungen und Verdünnungen. Läßt man die in der Zeichnung aufwärts gerichteten Ordinaten Verdichtungen, die abwärts gerichteten Verdünnungen der Lufttheilchen bedeuten, und zeigt man durch die den Wellenhälften beigesetzten Pfeile die Richtungen der Bewegung der einzelnen Lufttheilchen während der Fortpflanzung der Welle an, welche Richtungen in den verdichteten Theilen mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle selbst übereinstimmen, in den verdünnten Theilen aber der Fortpflanzungsrichtung entgegengesetzt sind, und läßt man die in der oberen Zeile stehenden Pfeile für den von der Linken gegen die Rechte gehenden, die in der unteren für den entgegengesetzten Wellenzug gelten, so sieht man leicht, daß die Schwingungsknoten in die mit A, A', A"... bezeichneten Stellen fallen, woselbst während einer Schwingung der Lufttheilchen Verdichtung mit Verdünnung abwechselt: in den Stellen in der Mitte zwischen den Schwingungsknoten B, B„, B".. ist die Aenderung der natürlichen Dichte der Luft am geringsten, und es herrscht da, und zwar in Momenten, die von den Augenblicken, in welchen die große oder ge-

ringſte Dichte an den Schwingungsknoten obwaltet, um ein Viertel der ganzen Undulationsdauer abweichen, die größte Geſchwindigkeit.

Bezeichnen wir den Abſtand zweier nächſten Schwingungsknoten an einer geſpannten Saite, einem Stabe, einer Luftſäule u. dgl., d. h. die Länge eines ſchwingenden Stückes mit l, die Schwingungsdauer mit T und die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Wellen mit c, ſo iſt 2 l der Weg, welchen die Welle während der Zeit T zurücklegt, mithin $2l = cT$ (225). Hieraus ergibt ſich $T = \frac{2l}{c}$.

231. **Geſetze der transverſalen Schwingung einer Saite.** Wird eine an zwei fixen Puncten befeſtigte geſpannte Saite ihrer ganzen Länge nach ſeitwärts gebogen, und ſodann ſich ſelbſt überlaſſen, ſo wird ſie in Folge ihrer Elaſticität zu ihrer Ruhelage zurückgezogen; da aber ihre Bewegung hiebei wegen der continuirlichen Wirkung der Elaſticität nothwendig eine beſchleunigte iſt, und ſonach die Saite bei ihrem Eintritte in die Ruhelage die größte Geſchwindigkeit erlangt; ſo geht ſie ihrer Trägheit gemäß über dieſe Poſition hinaus nach der entgegengeſetzten Seite hin, bis ihre Geſchwindigkeit durch die Gegenwirkung der Spannung aufgehoben iſt, worauf ſie auf dieſelbe Weiſe wieder den umgekehrten Gang annimmt. Sie ſchwingt ſolchergeſtalt einem Pendel ähnlich viele Male hin und her, bis ſie endlich der Widerſtand der Luft, welcher ihre Bewegung fortwährend ſchwächt, gänzlich zur Ruhe gebracht hat. Da man ſich immer vorſtellen darf, dieſe Schwingung ſey das Reſultat der Interferenz zweier gleichen entgegengeſetzt gehenden Wellenzüge, wovon zwei Schwingungsknoten in die Befeſtigungspuncte der Saite fallen, ſo hat man, wenn L die Länge, p das Gewicht der Saite, P ein Gewicht, welches der Saite ihre Spannung ertheilt oder zu ertheilen vermag, g die Acceleration der Schwere und T die Schwingungsdauer der Saite, Hin- und Hergang zuſammen für eine Schwingung gerechnet, ausdrückt, wegen $c = \sqrt{\frac{gPL}{p}}$ (228) und $T = \frac{2L}{c}$ (230) die Formel

$$T = 2L\sqrt{\frac{p}{gPL}} = 2\sqrt{\frac{pL}{gP}}.$$

Iſt die Saite cylindriſch und bezeichnet d ihren Durchmeſſer, s ihr ſpecifiſches Gewicht, ſo iſt $p = \frac{1}{4}\pi d^2 L s$; hiedurch wird

$$T = Ld\sqrt{\frac{\pi s}{gP}}.$$

Hieraus folgt das Geſetz: »Die Schwingungsdauer einer der ganzen »Länge nach transverſal ſchwingenden Saite ſteht im geraden Verhält»niſſe ihrer Länge, Dicke und der Quadratwurzel aus ihrem ſpecifiſchen »Gewichte, und im verkehrten Verhältniſſe der Quadratwurzel ihrer »Spannung.«

Es kann ſich aber auch eine Saite in transverſal ſchwingende Theile von gleicher Länge abtheilen, welche durch Schwingungsknoten von einander getrennt ſind. Wenn nämlich eine transverſale Welle bis zu einem Befeſtigungspuncte fortgepflanzt worden iſt,

so wird sie daselbst, wegen der Unbeweglichkeit dieses Punctes, reflectirt, d. h. es geht von da gleichsam eine neue Welle aus, welche in Bezug auf erstere eine entgegengesetzte Lage und Fortpflanzungsrichtung hat. Wird nun an einem Ende der Saite eine Folge von hinreichend vielen unmittelbar an einander sich anschließenden Wellen von einerlei Länge, deren Hälfte einem aliquoten Theile der Länge der Saite gleichkommt, erregt, so daß die am andern Ende reflectirten Wellen den directen begegnen, so entspringt aus der Interferenz beider die angegebene Schwingungsweise der Saite.

Dieselben Betrachtungen lassen sich auch auf andere Schwingungsweisen ausdehnen und führen zu ähnlichen Resultaten. Auch bei der Untersuchung der Wasserwellen, von welchen die Benennung der Wellenbewegung hergenommen ist, finden sie Anwendung, obgleich die Wasserwellen ihre Bildung nicht der Störung des durch Elasticität, sondern durch die Schwere bedingten Gleichgewichtes der Flüssigkeitstheilchen verdanken. Die Hervorrufung einer schwingenden Bewegung durch Interferenz directer und reflectirter Wellenzüge läßt sich sehr gut an der Wellenrinne versinnlichen, einem langen schmalen Kasten mit Glaswänden, in den man Wasser gibt und dieses in Wellenbewegung versetzt.

232. Bedingungen des Schalles. Wenn wir die Umstände berücksichtigen, an welche die Wahrnehmung eines Schalles gebunden ist, so überzeugen wir uns, daß diese Wahrnehmung sich auf den Inbegriff von Impulsen bezieht, welche das Gehörorgan von dem dasselbe zunächst umgebenden und darauf einzuwirken fähigen Stoffe, nämlich von der im äußeren Gehörgange und in der Mundhöhle enthaltenen atmosphärischen Luft erfährt. Diese Impulse sind die Folge anderer, die auf irgend eine Weise gegen einen elastischen Körper ausgeübt und von demselben durch die vorhandenen mit hinreichender Elasticität begabten Zwischenstoffe bis zu dem Gehörorgane fortgepflanzt werden. Damit ein Schall wahrgenommen werde, sind sonach folgende drei Stücke erforderlich: 1) Eine Veranstaltung zur Hervorbringung von Impulsen (Schallerregung); 2) eine ununterbrochene Folge von Stoffen, die zur Fortpflanzung dieser Impulse geeignet sind, von dem Schallerreger angefangen bis zu dem Gehörorgan, und 3) eine gehörige Beschaffenheit der Gehörwerkzeuge. Man betrachtet daher den Schall in objectiver Beziehung bloß als eine Succession von Impulsen, deren Stärke und Rapidität innerhalb gewisser Grenzen liegt, und schließt aus der Beschaffenheit des wahrgenommenen Schalles auf die vor sich gegangenen Impulse und auf die durch selbe bedingten Eigenschaften der daran Theil habenden Körper. Aus diesem Grunde steht die Untersuchung des Schalles mit der Betrachtung der Wellenbewegung elastischer Körper in untrennbarer Verbindung.

Die gewöhnlichen Schallerreger sind elastische Körper, welche sich im Zustande schwingender Bewegung befinden; man nennt sie deßhalb vorzugsweise schallende Körper. Auf diese Weise gibt nicht nur eine gespannte Saite, ein elastischer Stab, eine elastische Platte, eine Glocke, die in einer Röhre eingeschlossene Luft ꝛc. auf passende Weise zu schwingender Bewegung angeregt einen Schall, sondern jeder Stoß, jede

Reibung, ja selbst jeder Contact zweier Körper ist mit Schallerregung verbunden. Die Wahrnehmung des Schalles fällt aber selbst bei heftiger Anregung zu schwingender Bewegung, z. B. bei dem Anschlagen an eine hellklingende Glocke, sogleich weg, wenn die materielle Verbindung des schallenden Körpers mit dem Gehörorgane unterbrochen ist, daher hört man ein unter dem Recipienten der Luftpumpe in Gang gesetztes Schlagwerk bei stark verdünnter Luft nicht, aber der Schall wird sogleich vernehmlich, wenn man Luft in den Recipienten läßt. Die Fortpflanzung des Schalles erfolgt nicht stets durch die Luft; jeder Körper ist, in sofern er hinreichende Elasticität besitzt, dazu geeignet. So hört man den Gang einer am Ende eines langen Balkens liegenden Uhr, wenn man das Ohr an den Balken anlegt; ein Schlag an einem Ende einer langen metallenen Röhrenleitung wird am andern Ende zweifach gehört, indem der dadurch erregte Schall sich sowohl durch das Metall als durch die Luft, und zwar mit verschiedener Schnelligkeit fortpflanzt. Deßhalb ist es auch nöthig bei dem vorerwähnten Versuche das Schlagwerk aufzuhängen oder auf eine weiche Unterlage zu setzen, weil sonst der Schall durch den Körper der Luftpumpe nach außen fortgeleitet würde.

233. Tonhöhe und deren Maß. Der Schall läßt unzählige Modificationen zu, welche wir mit einer bewundernswürdigen Leichtigkeit unterscheiden und wieder erkennen, und unsere Sprache enthält viele Worte zur Bezeichnung der verschiedenartigen Schalläußerungen. Im Allgemeinen nennen wir einen Schall, welcher sich uns als etwas Geregeltes darstellt, und dem gemäß einen angenehmen Eindruck verursacht, einen *Klang*, dagegen einen ungeregelten verworrenen Schall ein *Geräusch*. Ein Klang, der uns in allen seinen Theilen gleichartig und einfach, d. h. nicht aus andern Klängen bestehend erscheint, heißt ein *Ton*. Bei einem Tone kommt dessen *Stärke* und *Höhe* in Betrachtung; erstere hängt von der Energie der Impulse, letztere von dem Zeitintervall zwischen zwei unmittelbar auf einander folgenden Impulsen ab. Ein Ton ist um so höher, je kleiner dieses Zeitintervall ist oder was dasselbe heißt, je mehr Impulse während einer gegebenen Zeit Statt finden. Daher ist die Anzahl der während der Zeiteinheit gegen das Gehörorgan vollbrachten Impulse das natürliche Maß der *Tonhöhe*. Vergleicht man zwei Töne mit einander, so entspringt daraus die Vorstellung ihres Verhältnisses, welches man die *relative* Tonhöhe (des einen in Bezug auf den andern) nennt, im Gegensatze mit der vorgenannten *absoluten* Tonhöhe. Das Maß der relativen Tonhöhe ist der Quotient der Zahlwerthe der absoluten Höhen der zwei gegen einander gehaltenen Töne; der Ton, durch welchen der andere gemessen wird, und der daher den Divisor jenes Quotienten liefert, heißt der *Grundton*. Im Folgenden wird stets der tiefere Ton als Grundton angesehen, in welcher Voraussetzung der relative Tonwerth stets durch eine Zahl ausgedrückt wird, welche größer ist als die Einheit. Nicht jede Reihe von Impulsen gegen das Gehörorgan wird als Ton aufgefaßt; dieselben müssen, damit ein Ton hörbar werde, mit einer gewissen Schnelligkeit auf einander folgen. Man rechnet für den tiefsten deutlich unterscheidbaren Ton gewöhnlich 16 Impulse binnen einer Secunde, obgleich auch eine noch geringere

Anzahl von Impulſen ſich zu einem Tone geſtaltet, wenn die einzelnen Stöße nur kräftig genug ſind, damit der Eindruck des einen noch nicht erloſchen ſey, wenn der andere erfolgt, und ſo alle zu einem Geſammteindrucke verknüpft werden können. Aber auch eine zu große Anzahl von Impulſen, z. B. 20000 oder mehr in einer Secunde, liefert keinen deutlichen Ton. Wird der Ton durch einen ſchwingenden Körper hervorgerufen, ſo gehört zu einem Impulſe ſtets eine volle Schwingung, d. h. ein Hin- und ein Hergang zuſammen genommen. Uebrigens können die einzelnen Impulſe, jeder für ſich allein betrachtet, hörbare Schalläußerungen, ja ſogar Töne ſeyn, deren Succeſſion wieder einen, jedoch tieferen Ton bildet.

Die ſicherſten Mittel zur numeriſchen Beſtimmung der abſoluten Tonhöhen ſind das Monochord und die Syrene. Erſteres in ſeiner vollkommenſten Form beſteht aus einer cylindriſchen, in transverſale Schwingungen zu verſetzenden Metallſaite, welche an einem Geſtelle ſo geſpannt iſt, daß man die Größe ihrer Spannung und die Länge des ſchwingenden Theiles beliebig abändern und mit Genauigkeit angeben kann. Da die Anzahl n der während einer Secunde vollbrachten transverſalen Schwingungen gefunden wird, wenn man die Einheit durch die Dauer einer Schwingung in Secunden ausgedrückt dividirt, ſo hat man nach 231, wenn L die Länge des ſchwingenden Theiles der Saite, ferner q den Quotienten anzeigt, den man erhält, wenn man das Gewicht der Saite durch ihre Länge dividirt, endlich P das ſpannende Gewicht vorſtellt, die Formel

$$n = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{gP}{q}}.$$

Die Syrene beſteht aus einer Scheibe, die um eine gegen ihre Ebene ſenkrechte Are, einem Rade ähnlich drehbar und mit gleichen und gleich weit von einander entfernten, in einem mit der Scheibe concentriſchen Kreiſe ſtehenden Oeffnungen verſehen iſt, gegen welche man, während die Scheibe umläuft, aus einem ſenkrecht gegen die Scheibe gehaltenen Rohre einen Luftſtrom leitet. Das abwechſelnde Unterbrechen und Durchlaſſen des Luftſtromes erzeugt Impulſe, aus welchen ſich, bei gehöriger Schnelligkeit der Drehung der Scheibe, ein Ton bildet. Man erkennt die Anzahl der erfolgten Impulſe durch Multiplication der Anzahl der Löcher mit der Anzahl der Umläufe der Scheibe; letztere Anzahl wird durch ein mit der Are der Scheibe in Verbindung ſtehendes Zeigerwerk angezeigt. Das Inſtrument iſt gewöhnlich ſo eingerichtet, daß die Luft aus einem mit einer ebenen Platte geſchloſſenen Behälter ſtrömt, welchem die rotirende Scheibe in geringem Abſtande von erwähnter Platte parallel läuft. Die Deckplatte des Luftkaſtens hat eben ſo viele und eben ſo angeordnete Löcher, wie die rotirende Scheibe, und es ſind letztere ſchief gebohrt, damit die Scheibe durch den Luftſtrom ſelbſt in Bewegung geſetzt werde. Handelt es ſich bloß um die Angabe der relativen Tonhöhen, ſo geſtattet ein einfaches, bloß mit einer Scale zur Meſſung der Länge des ſchwingenden Stückes der Saite verſehe-

ies Monochord die leichteſte Anwendung. Sind nämlich n und n′ die u vergleichenden Tonhöhen, L, L′ die Längen der dieſen Tönen entſprechenden ſchwingenden Stücke einer und derſelben Saite bei ungeänderter Spannung, ſo iſt nach obiger Formel

$$n : n' = \frac{1}{L} : \frac{1}{L'} = L' : L,$$

. h. die Tonhöhen verhalten ſich verkehrt wie die zugehörenden Saitenlängen.

Iſt die Saite des Monochords ſo lang oder ſo wenig geſpannt, daß man die Schwingungen der Saite ſehen und zählen kann, ſo hört man keinen Ton; erſt wenn die Schwingungen raſcher auf einander folgen, nimmt man einen tiefen Ton wahr, deſſen Höhe in dem Maße ſteigt, als die Saite mehr geſpannt, oder kürzer genommen wird. Vergleichende Verſuche mit dem Monochord und der Syrene lehren, daß eine volle Schwingung der Saite (Hin- und Hergang zuſammengenommen) einer Aufeinanderfolge zweier Luftſtöße entſpricht. Hält man ein Kartenblatt gegen den Rand eines gezahnten Rades, ſo bildet ſich bei raſchem Anſchlagen der Zähne gegen das Blatt ein der Frequenz der Impulſe angemeſſener Ton. Da jedes einzelne Anſchlagen des Kartenblattes an einen Zahn mit einer Schalläußerung verbunden iſt, ſo ſieht man daraus die Richtigkeit obiger Behauptung, daß raſch hinter einander folgende Schalläußerungen zu einem Tone zuſammenfließen. So hört man auch, wenn zwei Töne zuſammenklingen, oft deutlich von einander getrennte Stöße (Schwebungen), ja unter günſtigen Umſtänden einen dritten tieferen Ton (Combinationston), wovon noch ſpäter die Rede ſeyn wird. Auch Trevelyan's Verſuche über das Tönen erhitzter Metallmaſſen auf abkühlenden Unterlagen gehören hieher.

234. Tonleiter und Tonintervalle. Betrachtet man den ton, welchen die ganze Seitenlänge am Monochord gibt, als den Grundton, und verkürzt hierauf die Saite allmälig ohne Aenderung ihrer Spannung, ſo erzeugt man leicht jene Stufenfolge von immer höher werdenden Tönen, welche man in der Muſik die Tonleiter (Scale) nennt. Sie beſteht bekanntlich, den Grundton mit eingeſchloſſen, aus acht Tönen, welche die Namen Prim (Grundton), Secund, Terz, Quart, Quint, Sext, Septime, Octave führen. Geht man von der Octave als Grundton aus, ſo erſcheinen die Töne der höheren Tonleiter zu jenen der tieferen in einer ſolchen Beziehung, wie die Octave zum Grundton, und die eine Scale ſcheint nur die getreueſte Wiederholung der andern in einer höhern Tonlage zu ſeyn, ſo daß man, wenn zwei correſpondirende Töne zuſammenklingen, gleichſam nur einen Ton zu hören glaubt. Man bezeichnet daher die Töne aller Scalen, deren Grundtöne genau um eine oder mehrere Octaven von einander abſtehen, mit denſelben Buchſtaben des Alphabets. Dieſe Buchſtaben ſind, wenn man den Grundton C nennt, C, D, E, F, G, A, H, c; den Tönen der höhern Octave gehören nach die Zeichen c, d, e, f, g, a, h. Unterſucht man die Saitenlängen, welche den Tönen der Scale entſprechen, ſo findet man, daß ſie mit der Saitenlänge des Grundtones in einem rationalen und durch um ſo einfachere Zahlen gegeb[illegible]niſſe ſtehen, je ange-

Maſſe des Stückchens $PQ = \frac{m\alpha}{l}$. Es ſeyen Q' und Q'' die Poſitionen des Punctes Q um das Zeittheilchen τ früher und ſpäter, als er in die Poſition Q eintritt, ſo durchlauft Q die Wege $Q'Q$, QQ'' mit den Geſchwindigkeiten $\frac{Q'Q}{\tau}$, $\frac{QQ''}{\tau}$; das Stückchen PQ hat alſo durch die Wirkung vorgenannter Kraft den Zuſatz $\frac{QQ''-Q'Q}{\tau}$ an Geſchwindigkeit erhalten, mithin wird dieſe Kraft auch durch

$$\frac{m\alpha}{l}\left(\frac{QQ''-Q'Q}{\tau^2}\right)$$

ausgedrückt. Es beſteht ſonach die Gleichung

$$\frac{m\alpha}{l}\left(\frac{QQ''-Q'Q}{\tau^2}\right) = \frac{S}{\alpha}(QU-QW),$$

welche $\frac{c^2}{\tau^2} = \frac{Sl}{m}\cdot\frac{QU-QW}{QQ''-Q'Q}$ gibt.

Man betrachte jetzt α als den Weg, welchen die durch den Impuls an der Saite erregte Welle während des Zeittheilchens τ durchlauft, und nenne die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit c, ſo hat man $c^2 = \frac{\alpha^2}{\tau^2}$; ferner iſt in dem vorliegenden Falle unter der Hypotheſe, daß die Fortpflanzung der urſprünglichen Störung des Gleichgewichtes bereits in einen gleichförmigen Gang gekommen ſey, alſo ein gleichmäßiges Fortſchreiten der Welle ſtatt finde, der Natur einer ſolchen Wellenbewegung gemäß, $Q''M = PL$ und $Q'M = RN$ oder $Q''M = UM$ und $Q'M = WM$, d. h. es fällt der Punct Q'' mit U, Q' mit W zuſammen, und ſomit wird $\frac{QU-QW}{QQ''-Q'Q} = 1$. Hieraus folgt die Formel

$$c = \sqrt{\frac{Sl}{m}}.$$

Will man S unter der Form des Gewichtes einer Maſſe M vorſtellen, welches die Saite ſpannt, ſo iſt $S = gM$ zu ſetzen und man hat $c = \sqrt{\frac{gMl}{m}}$. Hier können die Maſſen M und m nach einer beliebigen Einheit durch ihre Gewichte ausgedrückt werden.

Dieſelbe Formel gilt auch für die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit eines transverſalen Impulſes an einer geſpannten Membrane, denn dieſe kann als eine Verbindung neben einander liegender Saiten betrachtet werden; aber ſie gilt nicht für einen elaſtiſchen Stab: die Betrachtung der transverſalen Wellenbewegung eines ſolchen überſchreitet ſowohl die Grenzen als auch die mathematiſchen Hilfsmittel dieſes Lehrvortrages.

229. Interferenz der Wellen. Wenn zwei Wellen, d. i. Fortpflanzungen der Störung des Gleichgewichtes der Theile eines Körpers an derſelben Stelle des Körpers zuſammentreffen, ſo nimmt jedes Theilchen, auf welches die durch beide Wellen geforderten Bewegungen gleichzeitig übertragen werden, eine Bewegung an, welche der

aus der Zuſammenſetzung vorgenannter Bewegungen hervorgehenden Reſultirenden entſpricht. Man nennt dieſes Aufeinanderwirken zweier Wellenbewegungen im Allgemeinen Interferenz der Wellen. Eben ſo kann umgekehrt jede Welle als das Reſultat der Zuſammenſetzung zweier Störungen des Gleichgewichtes betrachtet und in ſelbe aufgelöſt werden. Wird alſo z. B. an einer geſpannten Saite eine laterale Ausbiegung angebracht, bei welcher die einzelnen Theilchen aus den auf die Ruhelage der Saite ſenkrechten Ebenen heraustreten, ſo ſtellt ſich eine ſolche Verſchiebung als die Zuſammenſetzung einer longitudinalen und transverſalen dar, und es entſpringen daraus zwei Wellen, eine longitudinale und transverſale, welche, da ihnen verſchiedene Fortpflanzungsgeſchwindigkeiten zugehören (226, 228), ſich bei ihrem Urſprunge von einander trennen, und abgeſondert fortſchreiten.

230. **Entſtehung der ſchwingenden Bewegung aus der Interferenz gleicher und entgegengeſetzter Wellenzüge.** Man denke ſich, um einen beſtimmten Fall vor Augen zu haben, an einer geſpannten Saite oder Schnur durch Impulſe, welche an einer und derſelben Stelle der Saite regelmäßig auf einander folgen, eine Reihe von unmittelbar an einander ſich anſchließenden transverſalen Wellen von einerlei Länge erregt, deren jede aus zwei entgegengeſetzt liegenden Hälften von übereinſtimmender Form beſteht, ſo zwar, daß je zwei von dem Grenzpuncte der Wellenhälften in der einem beſtimmten Augenblicke entſprechenden Lage des ganzen Wellenſyſtems gleichweit abſtehende Theilchen in entgegengeſetzten Bewegungsphaſen erſcheinen. Man nehme ferner an, daß ein zweites dem vorgenannten ganz gleiches Wellenſyſtem nach der gerade entgegengeſetzten Richtung fortſchreite. Es iſt leicht einzuſehen, daß aus der Interferenz dieſer zwei Wellenſyſteme eine Bewegung der Saite entſpringt, vermöge welcher gewiſſe Puncte der Saite, welche ſämmtlich um die halbe Länge der interferirenden Wellen von einander abſtehen, fortwährend in Ruhe bleiben und die zwiſchen dieſen Puncten enthaltenen Stücke der Saite lateral hin und her gehen, d. h. transverſale Schwingungen vollbringen, deren Dauer der Zeit gleich kommt, während welcher eine Welle um den Betrag ihrer Länge weiter rückt. Denn es ſey

$\ldots A_{,,}A,A\,A'A'' \ldots$ (Fig. 84) die Ruhelage der Saite,

und $\ldots A_{,,}B''A,B,A\,B\,A'B' \ldots$

eines der beiden Wellenſyſteme in der Lage, die es in irgend einem Augenblicke hat, ſo iſt nach der Vorausſetzung, wenn man $AD = AD'$, $A'D' = A'D$ ꝛc. nimmt, $BD = B_{,}D_{,} = B'D'$ ꝛc., und auf gleiche Weiſe correſpondiren ſich je zwei auf entgegengeſetzten Seiten von A liegende Puncte der Welle. Iſt nun die durch die Figur vorgeſtellte Lage zugleich jene der zweiten entgegengeſetzt fortſchreitenden Wellenfolge, ſo ſind die Puncte $\ldots A_{,,}, A_{,}, A, A', A'', \ldots$: in Ruhe, und die Bewegungszuſtände der Puncte $B_{,,}, B_{,}, B, B', B'' \ldots$ addiren ſich; rückt nun, in Folge des Fortſchreitens des einen Wellenſyſtemes, gleichſam $D_{,}$ nach $A_{,}$, ſo kommt bezüglich des andern auch D nach A, und die entgegengeſetzten Phaſen, welche ſonach auf A über-

tragen werden, heben einander auf. Es bleibt alſo A fortwährend in Ruhe, und ein Gleiches gilt auch von A„, A„ und von A', A"... Sind beide Wellenfolgen um die Hälfte von AA' fortgerückt, ſo tilgen ſich alle Phaſen längs der ganzen Ausdehnung der Saite, dieſe iſt alſo in die Ruhelage zurückgekehrt; nach einer eben ſo langen Zeit iſt A'B'A" von dem einen und A'B'A von dem andern Wellenzuge in das Stück AA' der Saite übertragen worden; dieſes hat alſo die entgegengeſetzte Ausbiegung erhalten, und kehrt hierauf wieder gegen die Lage AA' zurück, und ſo ſchwingt das Stück AA' der Saite hin und her, und dasſelbe thun auch alle andern durch die mit A bezeichneten Puncte begrenzten Stücke, ſo zwar, daß je zwei benachbarte derſelben entgegengeſetzte Bewegungen verrichten, wodurch eben das fortwährende Gleichgewicht der Puncte A bedingt wird. Solche ſtets in Ruhe bleibende Trennungspuncte entgegengeſetzt ſchwingender Theile nennt man **Schwingungsknoten**.

Dieſe Betrachtungen ſind offenbar nicht bloß auf die Interferenz in entgegengeſetztem Sinne fortſchreitender transverſaler Wellen an einer geſpannten Saite, ſondern eben ſo gut auf jede andere Wellenform anwendbar. Wenn daher z. B. in einer Luftſäule entgegengeſetzte Züge unmittelbar auf einander folgender Wellen von gleicher Länge zuſammentreffen, deren jede einzelne aus einer Hälfte, in welcher Verdichtung und aus einer zweiten, in welcher Verdünnung herrſcht, beſteht, ſo geſtaltet ſich die ganze Luftſäule zu einem Aggregate longitudinal ſchwingender Theile von derſelben Länge, wie vorgenannte Hälften; je zwei benachbarte dieſer Theile ſind durch fortwährend ruhende Querſchnitte von einander getrennt. Die Schwingungsweiſe jedes ſolchen Theiles läßt ſich aus der Figur 85 entnehmen, wenn man ſich unter den entgegengeſetzt liegenden Ordinaten BD, B'D u. ſ. w. entgegengeſetzte Zuſtände der longitudinal vibrirenden Lufttheilchen vorſtellt, nämlich entgegengeſetzte Verſchiebungen verbunden mit beziehungsweiſe proportionalen Verdichtungen und Verdünnungen. Läßt man die in der Zeichnung aufwärts gerichteten Ordinaten Verdichtungen, die abwärts gerichteten Verdünnungen der Lufttheilchen bedeuten, und zeigt man durch die den Wellenhälften beigeſetzten Pfeile die Richtungen der Bewegung der einzelnen Lufttheilchen während der Fortpflanzung der Welle an, welche Richtungen in den verdichteten Theilen mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle ſelbſt übereinſtimmen, in den verdünnten Theilen aber der Fortpflanzungsrichtung entgegengeſetzt ſind, und läßt man die in der oberen Zeile ſtehenden Pfeile für den von der Linken gegen die Rechte gehenden, die in der unteren für den entgegengeſetzten Wellenzug gelten, ſo ſieht man leicht, daß die Schwingungsknoten in die mit A, A', A"... bezeichneten Stellen fallen, woſelbſt während einer Schwingung der Lufttheilchen Verdichtung mit Verdünnung abwechſelt: in den Stellen in der Mitte zwiſchen den Schwingungsknoten B, B„, B"... iſt die Aenderung der natürlichen Dichte der Luft am geringſten, und es herrſcht da, und zwar in Momenten, die von den Augenblicken, in welchen die größte oder ge-

ringſte Dichte an den Schwingungsknoten obwaltet, um ein Viertel der ganzen Undulationsdauer abweichen, die größte Geſchwindigkeit.

Bezeichnen wir den Abſtand zweier nächſten Schwingungsknoten an einer geſpannten Saite, einem Stabe, einer Luftſäule u. dgl., d. h. die Länge eines ſchwingenden Stückes mit l, die Schwingungsdauer mit T und die Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Wellen mit c, ſo iſt 2 l der Weg, welchen die Welle während der Zeit T zurücklegt, mithin $2l = cT$ (225). Hieraus ergibt ſich $T = \frac{2l}{c}$.

231. **Geſetze der transverſalen Schwingung einer Saite.** Wird eine an zwei fixen Puncten befeſtigte geſpannte Saite ihrer ganzen Länge nach ſeitwärts gebogen, und ſodann ſich ſelbſt überlaſſen, ſo wird ſie in Folge ihrer Elaſticität zu ihrer Ruhelage zurückgezogen; da aber ihre Bewegung hiebei wegen der continuirlichen Wirkung der Elaſticität nothwendig eine beſchleunigte iſt, und ſonach die Saite bei ihrem Eintritte in die Ruhelage die größte Geſchwindigkeit erlangt; ſo geht ſie ihrer Trägheit gemäß über dieſe Poſition hinaus nach der entgegengeſetzten Seite hin, bis ihre Geſchwindigkeit durch die Gegenwirkung der Spannung aufgehoben iſt, worauf ſie auf dieſelbe Weiſe wieder den umgekehrten Gang annimmt. Sie ſchwingt ſolchergeſtalt einem Pendel ähnlich viele Male hin und her, bis ſie endlich der Widerſtand der Luft, welcher ihre Bewegung fortwährend ſchwächt, gänzlich zur Ruhe gebracht hat. Da man ſich immer vorſtellen darf, dieſe Schwingung ſey das Reſultat der Interferenz zweier gleichen entgegengeſetzt gehenden Wellenzüge, wovon zwei Schwingungsknoten in die Befeſtigungspuncte der Saite fallen, ſo hat man, wenn L die Länge, p das Gewicht der Saite, P ein Gewicht, welches der Saite ihre Spannung ertheilt oder zu ertheilen vermag, g die Acceleration der Schwere und T die Schwingungsdauer der Saite, Hin- und Hergang zuſammen für eine Schwingung gerechnet, ausdrückt, wegen $c = \sqrt{\frac{gPL}{p}}$ (228) und $T = \frac{2L}{c}$ (230) die Formel

$$T = 2L\sqrt{\frac{p}{gPL}} = 2\sqrt{\frac{pL}{gP}}.$$

Iſt die Saite cylindriſch und bezeichnet d ihren Durchmeſſer, s ihr ſpecifiſches Gewicht, ſo iſt $p = \frac{1}{4}\pi d^2 L s$; hiedurch wird

$$T = Ld\sqrt{\frac{\pi s}{gP}}.$$

Hieraus folgt das Geſetz: »Die Schwingungsdauer einer der ganzen »Länge nach transverſal ſchwingenden Saite ſteht im geraden Verhält»niſſe ihrer Länge, Dicke und der Quadratwurzel aus ihrem ſpecifiſchen »Gewichte, und im verkehrten Verhältniſſe der Quadratwurzel ihrer »Spannung.«

Es kann ſich aber auch eine Saite in transverſal ſchwingende Theile von gleicher Länge abtheilen, welche durch Schwingungsknoten von einander getrennt ſind. Wenn nämlich eine transverſale Welle bis zu einem Befeſtigungspuncte der Saite fortgepflanzt worden iſt,

ſo wird ſie daſelbſt, wegen der Unbeweglichkeit dieſes Punctes, reflectirt, d. h. es geht von da gleichſam eine neue Welle aus, welche in Bezug auf erſtere eine entgegengeſetzte Lage und Fortpflanzungsrichtung hat. Wird nun an einem Ende der Saite eine Folge von hinreichend vielen unmittelbar an einander ſich anſchließenden Wellen von einerlei Länge, deren Hälfte einem aliquoten Theile der Länge der Saite gleichkommt, erregt, ſo daß die am andern Ende reflectirten Wellen den directen begegnen, ſo entſpringt aus der Interferenz beider die angegebene Schwingungsweiſe der Saite.

Dieſelben Betrachtungen laſſen ſich auch auf andere Schwingungsweiſen ausdehnen und führen zu ähnlichen Reſultaten. Auch bei der Unterſuchung der Waſſerwellen, von welchen die Benennung der Wellenbewegung hergenommen iſt, finden ſie Anwendung, obgleich die Waſſerwellen ihre Bildung nicht der Störung des durch Elaſticität, ſondern durch die Schwere bedingten Gleichgewichtes der Flüſſigkeitstheilchen verdanken. Die Hervorrufung einer ſchwingenden Bewegung durch Interferenz directer und reflectirter Wellenzüge läßt ſich ſehr gut an der Wellenrinne verſinnlichen, einem langen ſchmalen Kaſten mit Glaswänden, in den man Waſſer gibt und dieſes in Wellenbewegung verſetzt.

232. Bedingungen des Schalles. Wenn wir die Umſtände berückſichtigen, an welche die Wahrnehmung eines Schalles gebunden iſt, ſo überzeugen wir uns, daß dieſe Wahrnehmung ſich auf den Inbegriff von Impulſen bezieht, welche das Gehörorgan von dem daſſelbe zunächſt umgebenden und darauf einzuwirken fähigen Stoffe, nämlich von der im äußeren Gehörgange und in der Mundhöhle enthaltenen atmoſphäriſchen Luft erfährt. Dieſe Impulſe ſind die Folge anderer, die auf irgend eine Weiſe gegen einen elaſtiſchen Körper ausgeübt und von demſelben durch die vorhandenen mit hinreichender Elaſticität begabten Zwiſchenſtoffe bis zu dem Gehörorgane fortgepflanzt werden. Damit ein Schall wahrgenommen werde, ſind ſonach folgende drei Stücke erforderlich: 1) Eine Veranſtaltung zur Hervorbringung von Impulſen (Schallerregung); 2) eine ununterbrochene Folge von Stoffen, die zur Fortpflanzung dieſer Impulſe geeignet ſind, von dem Schallerreger angefangen bis zu dem Gehörorgan, und 3) eine gehörige Beſchaffenheit der Gehörwerkzeuge. Man betrachtet daher den Schall in objectiver Beziehung bloß als eine Succeſſion von Impulſen, deren Stärke und Rapidität innerhalb gewiſſer Grenzen liegt, und ſchließt aus der Beſchaffenheit des wahrgenommenen Schalles auf die vor ſich gegangenen Impulſe und auf die durch ſelbe bedingten Eigenſchaften der daran Theil habenden Körper. Aus dieſem Grunde ſteht die Unterſuchung des Schalles mit der Betrachtung der Wellenbewegung elaſtiſcher Körper in untrennbarer Verbindung.

Die gewöhnlichen Schallerreger ſind elaſtiſche Körper, welche ſich im Zuſtande ſchwingender Bewegung befinden; man nennt ſie deßhalb vorzugsweiſe ſchallende Körper. Auf dieſe Weiſe gibt nicht nur eine geſpannte Saite, ein elaſtiſcher Stab, eine elaſtiſche Platte, eine Glocke, die in einer Röhre eingeſchloſſene Luft ꝛc. auf paſſende Weiſe zu ſchwingender Bewegung angeregt einen Schall, ſondern jeder Stoß, jede

Reibung, ja selbst jeder Contact zweier Körper ist mit Schallerregung verbunden. Die Wahrnehmung des Schalles fällt aber selbst bei heftiger Anregung zu schwingender Bewegung, z. B. bei dem Anschlagen an eine hellklingende Glocke, sogleich weg, wenn die materielle Verbindung des schallenden Körpers mit dem Gehörorgane unterbrochen ist, daher hört man ein unter dem Recipienten der Luftpumpe in Gang gesetztes Schlagwerk bei stark verdünnter Luft nicht, aber der Schall wird sogleich vernehmlich, wenn man Luft in den Recipienten läßt. Die Fortpflanzung des Schalles erfolgt nicht stets durch die Luft; jeder Körper ist, in sofern er hinreichende Elasticität besitzt, dazu geeignet. So hört man den Gang einer am Ende eines langen Balkens liegenden Uhr, wenn man das Ohr an den Balken anlegt; ein Schlag an einem Ende einer langen metallenen Röhrenleitung wird am andern Ende zweifach gehört, indem der dadurch erregte Schall sich sowohl durch das Metall als durch die Luft, und zwar mit verschiedener Schnelligkeit fortpflanzt. Deßhalb ist es auch nöthig bei dem vorerwähnten Versuche das Schlagwerk aufzuhängen oder auf eine weiche Unterlage zu setzen, weil sonst der Schall durch den Körper der Luftpumpe nach außen fortgeleitet würde.

233. Tonhöhe und deren Maß. Der Schall läßt unzählige Modificationen zu, welche wir mit einer bewundernswürdigen Leichtigkeit unterscheiden und wieder erkennen, und unsere Sprache enthält viele Worte zur Bezeichnung der verschiedenartigen Schalläußerungen. Im Allgemeinen nennen wir einen Schall, welcher sich uns als etwas Geregeltes darstellt, und dem gemäß einen angenehmen Eindruck verursacht, einen Klang, dagegen einen ungeregelten verworrenen Schall ein Geräusch. Ein Klang, der uns in allen seinen Theilen gleichartig und einfach, d. h. nicht aus andern Klängen bestehend erscheint, heißt ein Ton. Bei einem Tone kommt dessen Stärke und Höhe in Betrachtung; erstere hängt von der Energie der Impulse, letztere von dem Zeitintervall zwischen zwei unmittelbar auf einander folgenden Impulsen ab. Ein Ton ist um so höher, je kleiner dieses Zeitintervall ist oder was dasselbe heißt, je mehr Impulse während einer gegebenen Zeit Statt finden. Daher ist die Anzahl der während der Zeiteinheit gegen das Gehörorgan vollbrachten Impulse das natürliche Maß der Tonhöhe. Vergleicht man zwei Töne mit einander, so entspringt daraus die Vorstellung ihres Verhältnisses, welches man die relative Tonhöhe (des einen in Bezug auf den andern) nennt, im Gegensatze mit der vorgenannten absoluten Tonhöhe. Das Maß der relativen Tonhöhe ist der Quotient der Zahlwerthe der absoluten Höhen der zwei gegen einander gehaltenen Töne; der Ton, durch welchen der andere gemessen wird, und der daher den Divisor jenes Quotienten liefert, heißt der Grundton. Im Folgenden wird stets der tiefere Ton als Grundton angesehen, in welcher Voraussetzung der relative Tonwerth stets durch eine Zahl ausgedrückt wird, welche größer ist als die Einheit. Nicht jede Reihe von Impulsen gegen das Gehörorgan wird als Ton aufgefaßt; dieselben müssen, damit ein Ton hörbar werde, mit einer gewissen Schnelligkeit auf einander folgen. Man rechnet für den tiefsten deutlich unterscheidbaren Ton gewöhnlich 16 Impulse binnen einer Secunde, obgleich auch eine noch geringere

Anzahl von Impulſen ſich zu einem Tone geſtaltet, wenn die einzelnen Stöße nur kräftig genug ſind, damit der Eindruck des einen noch nicht erloſchen ſey, wenn der andere erfolgt, und ſo alle zu einem Geſammteindrucke verknüpft werden können. Aber auch eine zu große Anzahl von Impulſen, z. B. 20000 oder mehr in einer Secunde, liefert keinen deutlichen Ton. Wird der Ton durch einen ſchwingenden Körper hervorgerufen, ſo gehört zu einem Impulſe ſtets eine volle Schwingung, d. h. ein Hin- und ein Hergang zuſammen genommen. Uebrigens können die einzelnen Impulſe, jeder für ſich allein betrachtet, hörbare Schalläußerungen, ja ſogar Töne ſeyn, deren Succeſſion wieder einen, jedoch tieferen Ton bildet.

Die ſicherſten Mittel zur numeriſchen Beſtimmung der abſoluten Tonhöhen ſind das Monochord und die Syrene. Erſteres in ſeiner vollkommenſten Form beſteht aus einer cylindriſchen, in transverſale Schwingungen zu verſetzenden Metallſaite, welche an einem Geſtelle ſo geſpannt iſt, daß man die Größe ihrer Spannung und die Länge des ſchwingenden Theiles beliebig abändern und mit Genauigkeit angeben kann. Da die Anzahl n der während einer Secunde vollbrachten transverſalen Schwingungen gefunden wird, wenn man die Einheit durch die Dauer einer Schwingung in Secunden ausgedrückt dividirt, ſo hat man nach 231, wenn L die Länge des ſchwingenden Theiles der Saite, ferner q den Quotienten anzeigt, den man erhält, wenn man das Gewicht der Saite durch ihre Länge dividirt, endlich P das ſpannende Gewicht vorſtellt, die Formel

$$n = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{gP}{q}}.$$

Die Syrene beſteht aus einer Scheibe, die um eine gegen ihre Ebene ſenkrechte Are, einem Rade ähnlich drehbar und mit gleichen und gleich weit von einander entfernten, in einem mit der Scheibe concentriſchen Kreiſe ſtehenden Oeffnungen verſehen iſt, gegen welche man, während die Scheibe umläuft, aus einem ſenkrecht gegen die Scheibe gehaltenen Rohre einen Luftſtrom leitet. Das abwechſelnde Unterbrechen und Durchlaſſen des Luftſtromes erzeugt Impulſe, aus welchen ſich, bei gehöriger Schnelligkeit der Drehung der Scheibe, ein Ton bildet. Man erkennt die Anzahl der erfolgten Impulſe durch Multiplication der Anzahl der Löcher mit der Anzahl der Umläufe der Scheibe; letztere Anzahl wird durch ein mit der Are der Scheibe in Verbindung ſtehendes Zeigerwerk angezeigt. Das Inſtrument iſt gewöhnlich ſo eingerichtet, daß die Luft aus einem mit einer ebenen Platte geſchloſſenen Behälter ſtrömt, welchem die rotirende Scheibe in geringem Abſtande von erwähnter Platte parallel läuft. Die Deckplatte des Luftkaſtens hat eben ſo viele und eben ſo angeordnete Löcher, wie die rotirende Scheibe, und es ſind letztere ſchief gebohrt, damit die Scheibe durch den Luftſtrom ſelbſt in Bewegung geſetzt werde. Handelt es ſich bloß um die Angabe der relativen Tonhöhen, ſo geſtattet ein einfaches, bloß mit einer Scale zur Meſſung der Länge des ſchwingenden Stückes der Saite verſehe-

ies Monochord die leichteſte Anwendung. Sind nämlich n und n′ die u vergleichenden Tonhöhen, L, L′ die Längen der dieſen Tönen entſprechenden ſchwingenden Stücke einer und derſelben Saite bei ungeänderter Spannung, ſo iſt nach obiger Formel

$$n : n' = \frac{1}{L} : \frac{1}{L'} = L' : L,$$

d. h. die Tonhöhen verhalten ſich verkehrt wie die zugehörenden Saitenlängen.

Iſt die Saite des Monochords ſo lang oder ſo wenig geſpannt, daß man die Schwingungen der Saite ſehen und zählen kann, ſo hört man keinen Ton; erſt wenn die Schwingnngen raſcher auf einander folgen, nimmt man einen tiefen Ton wahr, deſſen Höhe in dem Maße ſteigt, als die Saite mehr geſpannt, oder kürzer genommen wird. Vergleichende Verſuche mit dem Monochord und der Syrene lehren, daß eine volle Schwingung der Saite (Hin- und Hergang zuſammengenommen) einer Aufeinanderfolge zweier Luftſtöße entſpricht. Hält man ein Kartenblatt gegen den Rand eines gezahnten Rades, ſo bildet ſich bei raſchem Anſchlagen der Zähne gegen das Blatt ein der Frequenz der Impulſe angemeſſener Ton. Da jedes einzelne Anſchlagen des Kartenblattes an einen Zahn mit einer Schalläußerung verbunden iſt, ſo ſieht man daraus die Richtigkeit obiger Behauptung, daß raſch hinter einander folgende Schalläußerungen zu einem Tone zuſammenfließen. So hört man auch, wenn zwei Töne zuſammenklingen, oft deutlich von einander getrennte Stöße (Schwebungen), ja unter günſtigen Umſtänden einen dritten tieferen Ton (Combinationston), wovon noch ſpäter die Rede ſeyn wird. Auch Trevelyan's Verſuche über das Tönen erhitzter Metallmaſſen auf abkühlenden Unterlagen gehören hieher.

234. Tonleiter und Tonintervalle. Betrachtet man den Ton, welchen die ganze Seitenlänge am Monochord gibt, als den Grundton, und verkürzt hierauf die Saite allmälig ohne Aenderung ihrer Spannung, ſo erzeugt man leicht jene Stufenfolge von immer höher werdenden Tönen, welche man in der Muſik die Tonleiter (Scale) nennt. Sie beſteht bekanntlich, den Grundton mit eingeſchloſſen, aus acht Tönen, welche die Namen Prim (Grundton), Secund, Terz, Quart, Quint, Sext, Septime, Octave führen. Geht man von der Octave als Grundton aus, ſo erſcheinen die Töne der höheren Tonleiter zu jenen der tieferen in einer gleichen Beziehung, wie die Octave zum Grundton, und die eine Scale ſcheint nur die getreueſte Wiederholung der andern in einer höhern Tonlage zu ſeyn, ſo daß man, wenn zwei correſpondirende Töne zuſammenklingen, gleichſam nur einen Ton zu hören glaubt. Man bezeichnet aber die Töne aller Scalen, deren Grundtöne genau um eine oder mehrere Octaven von einander abſtehen, mit denſelben Buchſtaben des Alphabets. Dieſe Buchſtaben ſind, wenn man den Grundton C nennt, C, D, E, F, G, A, H, c; den Tönen der höhern Octave gehören nach die Zeichen c, d, e, f, g, a, h. Unterſucht man die Saitenlängen, welche den Tönen der Scale entſprechen, ſo findet man, daß ſie mit der Saitenlänge des Grundtones in einem rationalen und durch um ſo einfachere Zahlen gegebenen Verhältniſſe ſtehen, je ange-

nehmer der Eindruck iſt, den das Zuſammenklingen der Töne mit dem Grundton auf uns macht. Das umgekehrte Verhältniß der am Monochord beobachteten Saitenlängen gibt für die relativen Tonhöhen der einzelnen Glieder der Tonleiter bezüglich des Grundtones folgende Werthe: $C = 1$, $D = \frac{8}{9}$, $E = \frac{5}{4}$, $F = \frac{4}{3}$, $G = \frac{3}{2}$, $A = \frac{5}{3}$, $H = \frac{15}{8}$, $c = 2$. Man ſagt von zwei Tönen, welche angenehm zuſammen klingen, ſie bilden eine Conſonanz, im entgegengeſetzten Falle aber eine Diſſonanz. Die vollkommenſte Conſonanz gibt die Octave mit dem Grundtone; ihr zunächſt ſteht die Quinte, dann folgt die Terz, Quart und Sext. Die Secunde und Septime ſind diſſonirende Töne. Grundton, Terz und Quint geben den vollkommenſten und daher auch vorzugsweiſe ſogenannten Dreiklang.

Der Abſtand oder das Intervall zweier Töne wird durch den Quotienten ihrer Tonwerthe gemeſſen. Betrachtet man die Intervalle zwiſchen zwei unmittelbar auf einander folgenden Tönen der Scale in aufſteigender Richtung, ſo erſcheint $D : C = \frac{8}{9}$, $E : D = \frac{10}{9}$, $F : E = \frac{16}{15}$, $G : F = \frac{9}{8}$, $A : G = \frac{10}{9}$, $H : A = \frac{9}{8}$, $c : H = \frac{16}{15}$. Es kommen daher hier dreierlei Intervalle vor: $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{16}{15}$. Das erſte heißt ein großer ganzer Ton, das zweite ein kleiner ganzer Ton, das dritte ein halber Ton. Das Intervall zwiſchen einem großen und einem kleinen ganzen Ton iſt $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$: es wird ein Comma genannt.

Die mit dem Grundtone conſonirenden Töne der Scale entſprechen der Eintheilung einer Saite in 2, 3, 4 und 5 gleiche Theile. Es iſt aber noch ein auf die Theilung in 6 gleiche Theile ſich beziehender unter den vorgenannten nicht enthaltener conſonirender Ton beachtenswerth, nämlich die kleine Terz, welcher der Zahlenwerth $\frac{6}{5}$ gehört. Wird ſie an die Stelle der in der oben angeführten Scale enthaltenen großen Terz geſetzt, ſo entſteht die weiche (oder Moll-) Tonleiter, im Gegenſatze mit der harten (Dur-Scale), in welcher die große Terz ſteht. Das Intervall zwiſchen der großen und kleinen Terz iſt $\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$, und heißt ein kleiner halber Ton.

Wählt man einen von C verſchiedenen Ton der Scale, z. B. G zum Grundton, ſo kann man, in ſofern man das Comma vernachläßiget, die Beziehung von A, H, c, d, e zu G für dieſelbe annehmen, in welcher D, E, F, G, A zu C ſtehen; um aber die Lücke zwiſchen e und g, welche jener zwiſchen A und C gleich iſt, durch einen Ton auszufüllen, der zu G ſich verhält, wie H zu C, iſt ein neuer Ton nöthig, deſſen Zahlenwerth ſonach $= \frac{3}{2} \times \frac{15}{16} = \frac{45}{32}$, mithin deſſen niedere Octave $= \frac{45}{64}$ wäre. Vermindert man dieſen letzteren Ton noch um ein Comma, ſo wird daraus $\frac{45}{64} \times \frac{80}{81} = \frac{25}{36}$, welcher Ton um $\frac{25}{36} : \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$, d. h. um einen kleinen halben Ton höher iſt als der aus der neuen Scale wegzulaſſende Ton F, und daher als deſſen Erhebung betrachtet Fis genannt wird. Auf ähnliche Weiſe muß man, um ſo viel Töne zu haben, als zu einer von D als Grundton ausgehenden vollſtändigen Scale nöthig ſind, nebſt dem vorgenannten Tone Fis noch zwiſchen H und D einen Ton einſchalten, welcher in der neuen Scale

an die Stelle von C tritt, mithin, da er ſich als eine Erhöhung deſſelben darſtellt, den Namen Cis führt. Aehnliche Erhöhungen ſind noch mit G, D, A vorzunehmen, wenn die Scale mit A, E, H beginnen ſoll. Dagegen muß, wenn man von F als Grundton ausgehen will, H um einen halben Ton erniedriget werden, wodurch man auf Hes geführt wird, u. ſ. w. Da man auf dieſe Weiſe in die Lage kommt, jeden einzelnen der ſechs Töne D, E, F, G, A, H zu erhöhen und zu erniedrigen, dagegen C bloß erhöht und c bloß erniedriget wird, ſo erhält die ſo vervollſtändigte Octave in Allem 8 + 14 = 22 Töne. Die eingeſchalteten Töne reduciren ſich in der practiſchen Muſik, in welcher ein und derſelbe Ton beziehungsweiſe als Cis und Des dient, und eben ſo zwiſchen Dis und Es, zwiſchen Eis und F, Fes und E ꝛc kein Unterſchied gemacht wird, auf fünf, ſo daß die vervollſtändigte Tonleiter, welche die chromatiſche heißt, bloß 13 Töne umfaßt. Dieſe Vereinfachung der Tonleiter wird noch durch den Umſtand gerechtfertiget, daß das Zuſammenbeſtehen durchgehends völlig reiner Intervalle in einer mehrere Octaven umfaſſenden Ausdehnung geradezu unmöglich iſt. Denn nimmt man nur zu C die höhere Quinte G, zu dieſer wieder die Quinte d (welche der nächſten Octave angehört), und endlich zu letzterer die Quinte a, ſo ergibt ſich $a = (\frac{3}{2})^3 = \frac{27}{8}$. Aber es ſoll auch $a = 2A = \frac{10}{3}$ ſeyn, was von dem erſteren Reſultate um das Intervall $\frac{27}{8} : \frac{10}{3} = \frac{81}{80}$, d. h. um ein Comma abweicht. Will man daher die Octaven rein erhalten, wie es das muſikaliſche Gehör gebieteriſch fordert, ſo müſſen die Quinten unrein werden. Am zweckmäßigſten iſt es, die Quinten dergeſtalt zu modificiren (zu temperiren), daß die Intervalle zwiſchen denſelben ſämmtlich einander gleich werden. Man uennt dieſe Anordnung die gleichſchwebende Temperatur, im Gegenſatze mit der ungleichſchwebenden, deren Quinten ungleich ſind. Geht man in der chromatiſchen Tonleiter von irgend einem Tone als Grundton aus und ſchreitet ſtets in Quinten aufwärts, ſo erreicht man nach zwölf Quinten die ſiebente Octave des Grundtones, und hat dabei alle Glieder der Scale berührt. Es iſt nämlich, wenn man mit C beginnt, die Folge der Quinten

C, G|D, A|E, H|Fis|Cis, Gis|Dis, Ais|F|C,

in welchem Schema die verſchiedenen Octaven durch Verticalſtriche von einander getrennt ſind. Stellt alſo x den Werth einer Quinte in der gleichſchwebenden Temperatur vor, ſo beſteht die Gleichung $x^{12} = 2^7$, woraus $log\ x = \frac{7}{12}\ log\ 2$ oder $log\ x = 0{,}17560$, mithin $x = 1{,}4983$ folgt. Dieſer Werth iſt um 0,0017 niedriger als die reine Quinte $\frac{3}{2}$ oder 1, 5.

Der tiefſte Ton, von welchem in der Muſik Gebrauch gemacht wird, iſt das ſogenannte tiefe C der Orgel; die Octave deſſelben heißt Contra C; es iſt das tiefſte C am Claviere. Dieſem zunächſt ſteht das große C, das tiefſte C des Violoncells, welches von ſeiner Bezeichnung C den Namen hat; die folgenden Octaven heißen kleines c, eingeſtrichenes c, zweigeſtrichenes c u. ſ. w. Das Zeichen des Contra-C iſt $\underline{\underline{C}}$, das des tiefen C iſt $\underline{C}$. Rechnet man,

der gewöhnlichen mittleren Stimmweise gemäß, für das tiefe C 16 Impulse in der Secunde, so ergeben sich für die genannten Töne folgende absolute Werthe: $\underline{\underline{C}} = 16$, $\underline{C} = 32$, $C = 64$, $c = 128$, $\bar{c} = 256$, $\bar{\bar{c}} = 512$ ꝛc. Dem höchsten C am Claviere (dem viermal gestrichenen C) entsprechen sonach 2048, der höchsten Claviertaste g $2048 \times \frac{3}{2} = 3072$ Impulse in der Secunde. Der Tonwerth des $\bar{a}$, nach welchem sich die Stimmung des Orchesters richtet, ist bei dieser Annahme $= 256 \times \frac{5}{3} = 426\frac{2}{3}$.

235. **Fortpflanzung des Schalles in der Luft.** Die Fortpflanzung des Schalles in der Luft findet in den in 227 aus einander gesetzten Principien ihre theoretische Begründung. Man hat die Geschwindigkeit, mit welcher dieselbe vor sich geht, auf empirischem Wege untersucht. Wird eine Kanone abgefeuert, so sieht ein entfernter Beobachter zuerst das durch die Entzündung des Schießpulvers erzeugte Licht und eine kleine Zeit darauf hört er erst den Knall der Explosion. Das Intervall zwischen Licht und Knall fällt um so größer aus, je weiter der Beobachter von dem Geschütze entfernt ist. Wegen der ungeheuren Schnelligkeit, mit welcher sich das Licht fortpflanzt, kann man erwähntes Zeitintervall als die Zeit betrachten, welche der Schall braucht, um von dem Orte der Explosion zu dem Beobachter zu gelangen. Dividirt man die Distanz des Geschützes von dem Beobachter durch diese Zeit, so ergibt sich die Geschwindigkeit des Schalles. Da aber der Wind, wenn er nicht rechtwinklig gegen die Fortpflanzungsrichtung des Schalles weht, die Geschwindigkeit nach Maßgabe der dieser Richtung entsprechenden Componente seiner eigenen Geschwindigkeit ändert, so darf diese nicht unbeachtet bleiben. Man eliminirt den Einfluß des Windes auf die Geschwindigkeit des Schalles, wenn man an den zwei Endpuncten einer hinreichend langen Standlinie zu gleicher Zeit Kanonen abfeuert, und zwischen den Zeiten, die der Schall braucht, um diese Linie in den entgegengesetzten Richtungen zu durchlaufen, das Mittel nimmt. Damit die Luft möglichst gleichförmig erwärmt sey, ist es zweckmäßig derlei Beobachtungen bei Nacht anzustellen. Aus zahlreichen Beobachtungen hat sich die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, auf die Temperatur 0° R. reducirt, = 1050 W. Fuß in der Secunde ergeben, wovon das in 227 auf theoretischem Wege gefundene Resultat nur unbedeutend abweicht. Man hat zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit hoher und tiefer Töne keinen Unterschied wahrgenommen. Die Stärke des Schalles nimmt in freier Luft ab, wenn die Entfernung, in welche er sich verbreitet, größer ist, und zwar kann man die Stärke des Schalles dem Quadrate dieser Entfernung verkehrt proportional setzen; pflanzt sich aber der Schall in einer cylindrischen Luftsäule fort, so verliert er nichts an seiner Stärke. Hierauf beruht das sogenannte Communicationsrohr, als Fortleitungsmittel des Schalles. während nämlich im letzteren Falle die in einer jeden Luftschichte von unendlich geringer Dicke herrschende Bewegung bei ihrem Uebergange auf die nächste gleichdicke Luftschichte auf eine gleichgroße Masse übertragen wird, findet in dem ersteren Falle die

Mittheilung der Bewegung an eine im Verhältniſſe des Quadrates der Diſtanz größer werdende Maſſe ſtatt, weßwegen die Bewegung der einzelnen Maſſentheilchen in eben dieſem Verhältniſſe verringert wird. Denn da der an irgend eine Stelle in freier Luft ausgeübte Impuls des ſchallerregenden Körpers ſich nach allen Seiten ringsum mittheilt, und die Fortpflanzung dieſes Impulſes gleichförmig fortſchreitet, ſo liegen die gleichzeitig erſchütterten Lufttheilchen, wenn der Schall auf eine Diſtanz vorgedrungen iſt, welche die Dimenſionen des Raumes, in welchem deſſen Erregung vor ſich ging, viele Male übertrifft, in einer Kugelfläche, deren Flächengröße ſich wie das Quadrat ihres Halbmeſſers verhält. Die Bewegung der den Schall fortpflanzenden Lufttheilchen iſt longitudinal, d. h. ſie geſchieht längs der Geraden, nach welcher der Schall fortſchreitet; die neben einander liegenden Lufttheilchen wirken nämlich auf einander gleichmäßig ſeitwärts ein, wodurch jede laterale Bewegung gehindert wird. Man kann die ſo vor ſich gehende Schallfortpflanzung mit der Verbreitung einer Erſchütterung in einer Luftmaſſe vergleichen, welche in einer pyramidalen oder kegelförmigen Röhre enthalten iſt. Eine jede Gerade, welche von dem Orte der Schallbewegung ausgeht, heißt ein Schallſtrahl. Wird die ſchwingende Bewegung eines tönenden Körpers fortgepflanzt, ſo wechſeln längs einem Schallſtrahle Verdichtungen der Luft mit Verdünnungen ab; eine Verdichtung und Verdünnung zuſammengenommen machen die Länge einer Schallwelle aus (225), welche Länge der Weg iſt, den der Schall während einer Schwingung des tönenden Körpers zurücklegt. Verſchiedene Schallwellen können durch einander hindurchgehen, ohne einander zu ſtören; jede derſelben ſetzt ihren Weg fort, als ob keine Begegnung Statt gefunden hätte.

Nehmen wir der bequemeren Rechnung wegen die Geſchwindigkeit des Schalles = 1024 Pariſer Fuß, was von der obigen Angabe nur wenig abweicht, ſo iſt die Länge einer Schallwelle bei 16 Schwingungen in der Secunde $= \frac{1024}{16} = 64$ Fuß, für den höchſten Ton am Claviere g aber $= \frac{1024}{3072} = \frac{1}{3}$ Fuß.

236. **Reflexion des Schalles.** So lange das Medium, auf deſſen Erſchütterung die Fortpflanzung des Schalles beruht, längs der Strecke, nach welcher ſich der Schall verbreitet, homogen bleibt, geht daſſelbe vor ſich, was bei dem Stoße elaſtiſcher Körper von gleicher Maſſe, wovon der eine ſich im Zuſtande der Ruhe befindet, eintritt; die ſtoßende Maſſe kommt zur Ruhe, die geſtoßene übernimmt die Geſchwindigkeit der ſtoßenden, oder wenn mehrere ruhende Maſſen zugleich geſtoßen werden, es vertheilt ſich die Geſchwindigkeit der ſtoßenden Maſſe auf ſelbe. Anders verhält ſich die Sache, wenn die Fortpflanzung der Erſchütterung ſich bis an die Grenze zweier heterogenen Medien erſtreckt. Da wird die Geſchwindigkeit der ſtoßenden Theilchen nicht mehr durch die Rückwirkung der geſtoßenen aufgehoben, denn die Maſſen der auf einander wirkenden Partikel können nicht mehr für gleich gelten, ſondern es bleibt entweder noch etwas von der urſprünglichen Bewegung der ſtoßenden Theilchen übrig, oder es entſteht eine Bewe-

gung derselben im entgegengesetzten Sinne. In dem einen wie in dem andern Falle vertritt die gegenseitige Action der heterogenen Theilchen an der Trennungsfläche beider Medien die Stelle einer ursprünglichen Erschütterung, sowohl des einen als des andern Mediums; es bilden sich also zwei Schallwellen: die eine schreitet in dem neuen Medium fort, die andere kehrt in das ursprüngliche Medium zurück. Hinsichtlich der letztern sagt man, der Schall sey an der Trennungsfläche beider Medien *zurückgeworfen* oder *reflectirt* worden. Betrachten wir den verdichteten Theil der Schallwelle im Augenblicke der Reflexion, so bildet sich aus ihm wieder eine verdichtete Welle, wenn die Theilchen des reflectirenden Mediums dem Impulse der andringenden Theilchen des ursprünglichen schwerer ausweichen als die Theilchen des letzteren unter einander; im entgegengesetzten Falle aber wird aus der ankommenden verdichteten Wellenpartie eine verdünnte reflectirte erzeugt. Eine an der reflectirenden Fläche ankommende verdünnte Welle dagegen erzeugt im ersten Falle wieder eine verdünnte, im zweiten aber eine verdichtete reflectirte Welle. So wie verschiedene Schallwellen überhaupt einander mannigfaltig durchkreuzen können, ohne einander zu stören, so können die directen Schallwellen mit den reflectirten zugleich bestehen. Da mit der Reflexion des Schalles eine Theilung der Bewegung unter verschiedene Massen verbunden ist, so wird die Stärke des Schalles durch Reflexion geschwächt. Die Erfahrung lehrt, daß ein Schallstrahl, welcher in schiefer Richtung gegen eine reflectirende Wand (Trennungsfläche heterogener Medien) gesendet wird, einen reflectirten Schallstrahl erzeugt, welcher mit dem anprallenden Schallstrahle in einerlei gegen die reflectirende Fläche senkrechter oder normaler Ebene liegt, und von der Normallinie nach der entgegengesetzten Seite hin um eben den Winkel abweicht, welchen der auffallende Strahl mit dieser Normallinie bildet, oder mit andern Worten: Der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich. Dieses Resultat der Erfahrung läßt sich leicht durch Betrachtungen, welche den in 150 angestellten ähnlich sind, theoretisch begründen.

Auf der Reflexion des Schalles beruht die Wirkung gegen einander gestellter Hohlspiegel, des Sprachrohres, des Hörrohres, ferner der Nachhall und das Echo. Als reflectirender Körper kann jedes von der Luft verschiedene Medium, ja sogar eine unter andern Umständen befindliche Luftmasse dienen. So reflectiren nicht bloß Felswände, sondern auch Wolken, ungleich erwärmte Luftmassen u. dgl. den Schall. Vielfache Reflexionen schwachen den Schall; hierauf beruht die den Wiederhall schwächende Wirkung der Verzierungen eines Saales, der Anfüllung desselben mit Menschen; die Hemmung des Schalles durch Doppelthüren u. dgl. m.

237. **Tönende Körper.** Nach den vorangehenden Principien läßt sich nunmehr der Unterschied zwischen den Zuständen der Bewegung, in welchen sich ein Körper befindet, wenn er bloß den Schall fortpflanzt, und wenn er einen Schall erzeugt, klar auffassen. Die Fortpflanzung des Schalles wird durch eine wellende Bewegung bewirkt, bei welcher die Impulse, die gewisse Theile eines elastischen

Körpers empfangen, auf benachbarte Theile übertragen werden. Hiebei gerathen die Körpertheile nach einander und nur in so fern sie von den benachbarten Theilen gedrängt werden in Bewegung, und kommen, so lange die Beschaffenheit der angrenzenden Theile nicht eine ganz andere ist (236), durch die Rückwirkung dieser sogleich wieder zur Ruhe, denn ihre Geschwindigkeit wird = 0, wenn sie die ihnen im Zustande des Gleichgewichtes eigenthümliche natürliche Stellung wieder erlangt haben, es ist also kein Grund zu weiterer Bewegung vorhanden. Bei der Erzeugung des Schalles dagegen, insbesondere der Hervorbringung der reinsten Form desselben, bei dem Tönen, befinden sich die Körper in schwingender Bewegung; ihre Theile bewegen sich gleichzeitig hin und her, indem sie von den Positionen des Gleichgewichtes nach der einen und nach der entgegengesetzten Seite abweichen. Da die Theile bei dem Eintreten in die Gleichgewichtslage, in Folge der durch die Anregung zur Herstellung des Gleichgewichtes erhaltenen Beschleunigungen, sich im Maximum der Geschwindigkeit befinden, so setzen sie ihre Bewegung über diese Lage hinaus nach der entgegengesetzten Seite fort, bis ihre Geschwindigkeit, die aus demselben Grunde, aus welchem sie früher accelerirt wurde, nunmehr retardirt wird, auf Null gebracht worden ist, worauf dieselbe Bewegung wie vorhin, nur im entgegengesetzten Sinne vor sich geht. Die so beschaffene Bewegung ist daher eine andauernde, d. h. sie währt fort, auch nachdem die Ursache, welche sie hervorrief, zu wirken aufgehört hat, und wird nur durch fremdartige (äußere) Bewegungshindernisse aufgehoben. Die schwingende Bewegung kann unmittelbar durch gleichzeitige Störung des Gleichgewichtes aller Theile eines Körpers hervorgebracht werden; sie kann sich aber auch aus einer vorläufigen bloß wellenartigen Bewegung entwickeln, wenn an irgend einer Stelle des Körpers eine Reihe von Wellen erregt wird, welche bis an die Begrenzung des Körpers gelangen, daselbst reflectirt werden, den directen Wellen begegnen und, auf die in 230 aus einander gesetzte Weise sich mit denselben zu einer schwingenden Bewegung zusammensetzen, in welcher jede Spur des Fortschreitens von Wellen gewisser Maßen verschwunden ist. Mit Hinsicht auf diesen Ursprung wird die schwingende Bewegung auch stehende Schwingung, die Wellenbewegung aber fortschreitende Schwingung genannt. Die Entwickelung einer tönenden Schwingung aus einer Wellenbewegung setzt eine regelmäßige Form eines elastischen Körpers und ein gewisses Verhältniß der anfänglich hervorgerufenen Wellen zu seinen Abmessungen voraus, damit die Interferenz immer auf eine und dieselbe Weise vor sich gehen könne. Wir wollen nun die vorzüglichsten tönenden Körper, namentlich diejenigen, von welchen man in der practischen Musik Gebrauch macht, näher betrachten.

1) Saiten. Von diesen kommen bloß transversale Schwingungen in Anwendung; sie erzeugen die Töne bei dem Klaviere, der Harfe, Guitarre und bei den sogenannten Streichinstrumenten oder Geigen (Violine, Viola, Violoncell und Contrabaßinstrumente). Bei dem

Klaviere werden Metallſaiten, Stahl- und Meſſingſaiten gebraucht; jedem Tone entſpricht eine beſondere Saite, oder vielmehr, zur Verſtärkung des Tones, ein Inbegriff mehrerer (in der Regel dreier) gleich geſtimmten Saiten, welche durch das Anſchlagen eines bei dem Niederdrücken der Taſte in Bewegung geſetzten Hammers zum Tönen gebracht werden; gleichzeitig hebt ſich der ſogenannte Dämpfer, welcher bei dem Loslaſſen der Taſten auf die Saiten niederfällt und das Fortklingen hindert. Die Verſchiedenheit der Töne der Saiten beruht auf ihrer verſchiedenen Länge, Dicke und Spannung, wohl auch auf dem Materiale. Nach der in 231 gegebenen Formel verhält ſich der Ton verkehrt wie die Länge und Dicke und gerade wie die Quadratwurzel der Spannung. Längere, dickere und weniger ſtark geſpannte Saiten geben daher tiefere Töne. Bei den Geigenarten werden Darmſaiten gebraucht, welche man durch Streichen mit dem Bogen in Schwingungen verſetzt; die verſchiedenen Töne werden den wenigen (in der Regel vier) Saiten, deren Grundtöne um eine Quinte differiren, durch Verkürzen ihrer Länge entlockt, indem man die Saiten mit den Fingern auf das Griffbret niederdrückt, und ſo nur den Stücken zwiſchen den Fingern und dem Stege zu ſchwingen geſtattet. Es gibt aber noch eine andere Art die Saiten zum Tönen zu bringen. Berührt man nämlich eine Saite in einem Puncte, welcher der Theilung ihrer Länge in gleiche Theile entſpricht, leiſe mit dem Finger, und ſtreicht das eine oder das andere Stück, jedoch nicht an einer Stelle, in welche ein anderer Theilungspunct derſelben Theilungsart fällt, mit dem Bogen, ſo entſteht der Ton, welcher der Schwingung des durch zwei benachbarte Theilungspuncte beſtimmten Stückes der Saite zugehört. Es entſteht nämlich eine Welle, deren Hälfte mit der Länge eines ſolchen Saitenſtückes übereinſtimmt; dieſe Welle wird an den Befeſtigungspuncten der Saite reflectirt und erzeugt ſomit eine Schwingungsart, bei welcher die genannten Theilungspuncte der Saite als Schwingungsknoten erſcheinen, wie ſich leicht am Monochorde mittelſt aufgelegter Papierſtückchen zeigen läßt, die bei dem Tönen der Saite an den Schwingungsknoten ſitzen bleiben, während ſie an den übrigen Puncten herabgeworfen werden. Hierauf beruht die Erzeugung der Flageolettöne an den Streichinſtrumenten. Die Töne, welche eine und dieſelbe Saite oder ein beſtimmtes zwiſchen ſiren Puncten enthaltenes Stück der Saite bei ſolcher Behandlung geben kann, verhalten ſich wie die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 ꝛc., ſie ſind alſo der Grundton, deſſen höhere Octave, die höhere Quinte, die zweite Octave, die darauf folgende Terz und Quint u. ſ. w. Dieß ſind, den der Zahl 7 entſprechenden Ton ausgenommen, durchgehends harmoniſche Töne. Eine Saite, zumal wenn ſie eine größere Länge hat, kann mehrere dieſer Töne zugleich geben, indem ſich größere ſchwingende Theile derſelben in kleinere mit den größeren gleichzeitig ſchwingende Stücke abtheilen. Spannt man mehrere Saiten neben einander, gibt ihnen gleiche Stimmung, und ſetzt ſie einem Luftzuge aus, ſo erklingen ſie in mannigfaltigen harmoniſchen Akkorden; hierauf beruht die Aeolsharfe. Bei den Saiteninſtru-

menten ſpielt übrigens der Reſonanzkaſten eine wichtige Rolle, wovon ſpäter die Rede ſeyn wird.

2) Die Luft. Dieſe iſt der tönende Körper in den Orgelpfeifen, Flöten und in den verwandten Blasinſtrumenten, ferner in den Trompeten (Waldhorn, Poſaune) ꝛc. Alle dieſe Inſtrumente haben die Form einer Röhre und dienen bloß dazu, die darin enthaltene Luftſäule in longitudinale Schwingungen zu verſetzen, was durch das Anblaſen bewirkt wird. Der Ton richtet ſich lediglich nach den Dimenſionen und nach der Schwingungsart der Luftſäule; das Material der Wände hat nur auf den Charakter des Tones, nicht aber auf ſeine Höhe einen merklichen Einfluß. Sehr dünne Wände können aber durch ihr Mitſchwingen ſogar die Höhe des Tons abändern. Wir können uns hier nur auf die Betrachtung der Schwingungsarten einer cylindriſchen oder prismatiſchen Luftſäule in einer Röhre einlaſſen, deren Länge die Dimenſionen des Querſchnittes bedeutend übertrifft. Dieß iſt bei den gewöhnlichen Orgelpfeifen, wohl auch bei der Trompete der Fall, eben ſo bei dem Verſuche, welchen man die chemiſche Harmonika nennt. Letzterer beſteht darin, daß man die Mündung einer in verticaler Lage befindlichen Röhre über eine Waſſerſtoffgasflamme hält; der Verbrennungsprozeß des Gaſes führt eine raſche Folge kleiner Exploſionen mit ſich und ruft ſolchergeſtalt Impulſe gegen die in der Röhre enthaltene Luftſäule hervor, wodurch dieſe zum Tönen gebracht wird. Eine Luftſäule in einer Röhre gibt mehrere Töne, jedoch iſt zu unterſcheiden, ob die Röhre beiderſeits offen oder an einem Ende geſchloſſen iſt (offene und gedeckte Pfeifen). Es kann nämlich die Luftſäule in der Röhre nur mittelſt der an dem einen Ende vor ſich gehenden Reflexion der Wellen, die an dem andern Ende erregt worden ſind, auf die bereits erklärte Weiſe zum Tönen gebracht werden; allein die Poſition der Schwingungsknoten und mit ihr die Länge der ſchwingenden Theile der Luftſäule hängt von der Anordnung der zur Interferenz kommenden Wellenzüge ab, welche bei einer offenen und bei einer geſchloſſenen Röhre eine ganz verſchiedene iſt. An dem offenen Ende einer Röhre können die Lufttheilchen, da ſie weniger gehindert ſind auszuweichen, wie die in der Röhre ſelbſt enthaltenen, dem empfangenen Impulſe leichter nachgeben, was die Bildung einer reflectirten Welle, aber einer ſolchen zur Folge hat, bei der die vor der Reflexion vorhandene Verdichtung in eine Verdünnung und umgekehrt übergeht. An einem geſchloſſenen Röhrenende findet das Gegentheil ſtatt; die an die ſchließende Wand angrenzenden Lufttheilchen ſind mehr gehindert dem empfangenen Impulſe zu weichen, als die Theilchen der Luftſchichten im Innern der Röhre; aus einer verdichteten ankommenden Welle entſpringt bei der Reflexion wieder eine verdichtete, aus einer verdünnten Welle wieder eine verdünnte. Wendet man die in 230 vorgetragenen Principien auf dieſe zwei Fälle an, ſo wird man zu derſelben Tonfolge und Anordnung der Schwingungsknoten geführt, wie ſie die Erfahrung nachweiſet. Eine Luftſäule gibt, wenn die Röhre, in der ſie ſich befindet, an dem einen Ende geſchloſſ[illegible] tiefſten Ton, deſſen

ſie überhaupt fähig iſt; er entſpricht einer Luftwelle, welche viermal ſo lang iſt, als die Röhre; die Schwingung der Luftheile beſteht in einer abwechſelnden Bewegung gegen das geſchloſſene Ende der Röhre hin und von demſelben weg: an dieſem Ende hat alſo die größte Verdichtung und Verdünnung ſtatt. Bei dem nächſt höheren Tone einer ſolchen Röhre bildet ſich ein Schwingungsknoten, welcher um $\frac{1}{3}$ der Röhrenlänge von dem offenen Ende abſteht; ein noch höherer Ton führt 2 Schwingungsknoten mit ſich, wovon der dem offenen Ende nächſte um $\frac{1}{5}$ der Röhrenlänge von dem offenen Ende entfernt iſt, bei 3 Schwingungsknoten beträgt dieſer Abſtand $\frac{1}{7}$ der Röhrenlänge u. ſ. w. In allen dieſen Fällen iſt jedes zwiſchen zwei Schwingungsknoten enthaltene Stück der ſchwingenden Luftſäule noch einmal ſo lang als das freie Ende derſelben. Die Tonfolge bei dieſen verſchiedenen Schwingungsweiſen, welche durch bloßes verſchieden ſtarkes Anblaſen hervorgerufen werden können, entſpricht der Reihe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 ꝛc. Vergleicht man analoge Glieder der Tonreihe für verſchieden lange Luftſäulen, ſo verhalten ſich ihre Tonhöhen verkehrt wie die Längen dieſer Luftſäulen. Eine beiderſeits freie Luftſäule gibt den tiefſten Ton, wenn die Länge der an dem einen Ende erzeugten Wellen das Doppelte der Länge der Röhre beträgt; dabei bildet ſich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre. Bei den höheren Tönen entſtehen 2, 3, 4 ꝛc. Schwingungsknoten, bezüglich deren Anordnung das vorhin angegebene Geſetz gilt: ein freier Theil der ſchwingenden Luftſäule iſt halb ſo lang wie ein zwiſchen zwei Schwingungsknoten enthaltener. Ueberhaupt ſtimmen die Schwingungen einer ſolchen Luftſäule genau mit denjenigen überein, welche ſtatt finden würden, wenn die Röhre in der Mitte geſchloſſen wäre. Eine geſchloſſene Röhre gibt nämlich dieſelben Töne wie eine offene von doppelter Länge. Die Töne einer offenen Rohre im Vergleiche mit jenen, welche ſie geben würde, wenn ſie an einem Ende geſchloſſen wäre, entſprechen ſonach den geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 ꝛc., oder dieſe Töne verhalten ſich unter einander, wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 ꝛc. Hiernach erklären ſich die Töne der gewöhnlichen Trompete, wie auch des Poſthorns, denn die Krümmung des Rohres hat auf die ſchwingende Bewegung der Luftſäule keinen Einfluß. Iſt die Mündung des Rohres nur zum Theile geſchloſſen, oder hat das Rohr Seitenöffnungen, oder iſt die Länge des Rohres gegen die Dimenſionen ſeines Querſchnittes nur gering, ſo finden bedeutende Abweichungen von den ſo eben ausgeſprochenen Geſetzen ſtatt, welche daher auf derlei Fälle keine Anwendung leiden. Bei kurzen Pfeifen von ähnlichen Geſtalten verhalten ſich die Töne verkehrt wie die homologen Abmeſſungen der Pfeifen, oder wenn die Pfeifen einander nicht ähnlich ſind, ſo entſcheidet nicht die bloße Länge, ſondern die ganze in Schwingung geſetzte Luftmaſſe. Bei kurzen und breiten geſchloſſenen Pfeifen von parallelepipediſcher Geſtalt und von der Einrichtung der gewöhnlichen Orgelpfeifen, deren Spalte die ganze Breite der Pfeife einnimmt, bleibt der Ton ungeändert, wenn auch die Länge der Pfeife vergrößert wird, wofern nur die Dicke in demſelben Ver-

hältniſſe abnimmt, ſo daß der Flächeninhalt des gegen die Richtung der Spalte ſenkrechten Durchſchnittes der Röhre keine Aenderung erfährt: eine gleichmäßige Aenderung der Breite und Spalte hat auf die Tonhöhe keinen Einfluß. Nebſt den Abmeſſungen und der Schwingungsweiſe einer Luftſäule richtet ſich der Ton auch nach dem abſoluten Werthe der Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Impulſe in ſelber, weil dieſe den Betrag der Wellenlänge für eine gegebene Schwingungsdauer, mithin auch umgekehrt die Schwingungsdauer oder Anzahl der Schwingungen binnen einer Secunde für eine feſtgeſetzte Wellenlänge beſtimmt (230). Wird alſo die Dichte der Luft verringert, während die Expanſivkraft derſelben conſtant bleibt, wie es der Fall iſt, wenn die Temperatur der mit der äußeren Luftmaſſe in Verbindung ſtehenden Luftſäule zunimmt, ſo wird auch der Ton höher. Aus demſelben Grunde gibt eine Gasſäule von größerer ſpecifiſchen Expanſivkraft unter übrigens gleichen Umſtänden einen höheren Ton. Aendert ſich aber die Expanſivkraft in demſelben Verhältniſſe wie die Dichte, ſo bleibt der Ton ungeändert. Man kann dieſem gemäß aus den Tonverhältniſſen gleich geſtalteter und gleichartig ſchwingender Gasſäulen auf die denſelben correſpondirenden Fortpflanzungsgeſchwindigkeiten des Schalles ſchließen.

3) *Stäbe.* Die tönenden Schwingungen elaſtiſcher Stäbe finden in der practiſchen Muſik keine erhebliche Anwendung, und gewähren daher bloß ein theoretiſches Intereſſe. Die Transverſalſchwingungen der Stäbe befolgen hinſichtlich der Anordnung der Schwingungsknoten und der Tonfolge ganz andere Geſetze wie jene der Saiten, und es kommt dabei eine Mannigfaltigkeit von Fällen in Betrachtung, da die Umſtände, ob beide Enden des Stabes frei ſind, oder ob derſelbe an einem oder an beiden Enden befeſtiget iſt, ferner die Art der Befeſtigung ſelbſt, ob nämlich das betreffende Ende eingeklemmt, oder bloß angeſtemmt iſt, darauf einen beſondern Einfluß haben. Dieſe Geſetze können hier nicht weiter entwickelt werden. Die Längenſchwingungen der Stäbe dagegen unterliegen weit einfacheren Geſetzen, die mit den für die ſchwingenden Luftſäulen angegebenen übereinſtimmen. Außer dieſen beiden Arten geſtatten die Stäbe noch drehende Schwingungen. Man bedient ſich der Querſchwingungen der Stäbe bei den Stimmgabeln, Schlagwerken der Uhren, bei der ſogenannten Eiſenvioline u. dgl.

4) *Platten.* Hält man eine Glas- oder Metallplatte von regelmäßiger Geſtalt an einer ſchicklichen Stelle zwiſchen den Fingern und ſtreicht ſie an dem Rande mit dem Violinbogen, ſo geräth ſie in Transverſalſchwingungen, wobei ſie einen entſprechenden Ton gibt. Bei derlei Schwingungen bilden ſich ſtets Knotenlinien, welche man durch aufgeſtreuten Sand ſichtbar macht, der ſich an den ruhenden Stellen anhäuft und merkwürdige Figuren darſtellt, die nach ihrem Entdecker *Chladniſche Klangfiguren* heißen. Da die Theorie derſelben die hier zu Gebote ſtehenden mathematiſchen Hilfsmittel überſchreitet, ſo müſſen wir uns mit der allgemeinen Bemerkung begnügen, daß auch die Abtheilung einer tönenden [illegible] verſchiedene entgegengeſetzt

ſchwingende, durch Knotenlinien von einander getrennte Theile ein Reſultat iſt des Zuſammenwirkens der durch das Streichen mit dem Violinbogen erzeugten Wellen mit den vorausgegangenen von den Rändern der Platte reflectirten. Da ein feſtgehaltener Punct der Platte nothwendig in einer Knotenlinie liegen, dagegen der Ort des Streichens einer Stelle der größten Bewegung entſprechen muß, ſo iſt dadurch ein Mittel gegeben, gewiſſe Klangfiguren nach Gefallen hervorzurufen, zumal wenn man, um die Figur näher zu beſtimmen, mehrere Puncte der Platte fixirt. Hat man dieſe Puncte und den Ort des Streichens ſo gewählt, daß ſich keine Schwingungsart der Platte damit verträgt, ſo kommt auch kein Ton und keine Klangfigur zu Stande. Der Ton hängt lediglich von der Schwingungsdauer der einzelnen Theile der Platte ab, es können demſelben Tone mehrere verſchiedene Abtheilungsarten der Platte und daher verſchiedene Figuren entſprechen. Höhere Töne fordern ſchneller ſchwingende, mithin kleinere Theile, und geben daher Figuren mit mehreren Knotenlinien. Auf Platten von ähnlicher Form laſſen ſich durch ähnliche Behandlung ähnliche Klangfiguren erzeugen; beſtehen die Platten aus gleichem Materiale, ſo verhalten ſich die Töne gerade wie die Dicken und verkehrt wie die Quadrate homologer Dimenſionen der Platten. Aus übereinſtimmenden Figuren auf gleichen rechteckigen Platten läßt ſich häufig eine Figur zuſammenſetzen, die demſelben Tone an einer ähnlichen größeren Platte angehört. An kreisrunden Platten können ſogar die Knotenlinien während des Tönens der Platte ihren Ort ändern, ſie ſchwingen hin und her oder machen einen oder mehrere Umläufe um die Platte. Man macht dieſe Bewegungen durch aufgeſtreute feine Pulver, z. B. Lykopodiumſamen ſichtbar. Bei fixen Knotenlinien häufen ſich feine Pulvertheile an den Stellen der ſtärkſten Bewegung der Platte an, was eine Folge der durch die ſchwingende Bewegung der Platte erzeugten Seitenbewegung der Luft iſt, welche die feinſten Pulvertheilchen mit ſich führt. Aehnliche Erſcheinungen wie die Platten bieten auch die Schwingungen der Glocken dar, die man im Grunde auch als Platten, nämlich als gekrümmte, betrachten darf. Bei der einfachſten Schwingungsweiſe theilt ſich eine Glocke in vier durch Knotenlinien, welche ſich am oberſten Puncte derſelben durchkreuzen, von einander geſonderte Theile ab, deren je zwei benachbarte entgegengeſetzt ſchwingen. Daher wird die Schwingung einer Glocke nicht geſtört, wenn man ſelbe gerade an einer Knotenlinie berührt.

238. **Mittönen.** Wenn ein Körper ſeiner beſchränkten Abmeſſungen wegen den Wellen, welche durch die ſchwingende Bewegung eines benachbarten tönenden Körpers in ihm erregt werden, Gelegenheit zur Reflexion darbietet, ſo kann durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den nachfolgenden directen eine der ſchwingenden Bewegung ähnliche Bewegungsweiſe zu Stande kommen, welche dem Körper zwar nur aufgedrungen iſt, mithin ſogleich aufhört, ſobald die urſprünglich tönenden Schwingungen nachlaſſen, in Folge deren aber der Körper auf das umgebende Mittel mit den primitiven Schwingun-

gen im Einklange einwirkt, und ſolchergeſtalt zur Verſtärkung des Tones beiträgt. Man nennt einen ſolchen Schwingungszuſtand Mittönen oder Reſonanz. In dieſen Zuſtand geräth jede eingeſchloſſene Luftmaſſe, gegen welche die Schwingungen eines tönenden Körpers gerichtet ſind, ferner die Stützen, welche zur Befeſtigung dieſes Körpers dienen u. dgl., worauf die gewöhnlichen Mittel beruhen, den Klang derjenigen muſikaliſchen Inſtrumente zu verſtärken, bei welchen der tönende Körper der Luft eine zu geringe Fläche darbietet, um hinreichend viele Theile derſelben kräftig zu erſchüttern, wie es z. B. bei den Saiteninſtrumenten der Fall iſt. Von der Wirkſamkeit der Reſonanz überzeugt man ſich am einfachſten durch die Erſcheinungen, welche eine Stimmgabel darbietet, die frei in der Hand gehalten ſchwach tönt, aber ſogleich einen vernehmlichen Ton gibt, wenn man ſie auf den Tiſch oder noch beſſer auf einen hohlen Kaſten aufſetzt, oder der Mündung einer Röhre gegenüber hält, zumal wenn die in der Röhre enthaltene Luftſäule die rechte Länge hat. Letzteres Mittel verſtärkt den Klang einer Glocke ausnehmend, und macht ihn, wenn er ſo ſchwach geworden iſt, daß er für ſich nicht wahrgenommen wird, wieder deutlich hörbar. Durch einen der Reſonanz ähnlichen Vorgang bringt auch von zwei oder mehreren gleichgeſtimmten Saiten die eine, wenn ſie angeſchlagen wird, die übrigen in Schwingung. Der mitklingende Körper kann auch auf den primitiv tönenden zurückwirken und deſſen Schwingungsweiſe modificiren, ſo daß beide Körper zuſammen als ein tönendes Syſtem erſcheinen. Dieß findet z. B bei den Orgelpfeifen ſtatt, welche ein leicht in Schwingungen zu verſetzendes elaſtiſches Plättchen enthalten (Zungenpfeifen).

Das Mitklingen kommt nicht zu Stande, wenn auf einen Körper gleichzeitig entgegengeſetzte Bewegungszuſtände übertragen werden ſollen; z. B. wenn eine zweiarmige Röhre über eine tönende Platte ſo gehalten wird, daß die Mündungen derſelben ſolchen Theilen gegenüberſtehen, welche in einerlei Augenblick ſich in entgegengeſetzten Bewegungsphaſen befinden. Hemmt man aber die Communication der Luftſäulen in beiden Hälften der Röhre, indem man in die Mitte derſelben eine Scheidewand ſetzt, ſo tritt unter den vorgenannten Umſtänden ſogleich die Reſonanz ein. Uebereinſtimmende Bewegungszuſtände verſtärken in jedem dieſer Fälle die Reſonanz.

239. Das Gehörorgan. Man iſt weit davon entfernt, die Bedeutung jedes einzelnen Theiles des Gehörorganes in ſeinem Zuſammenhange mit den übrigen vollſtändig zu erkennen; doch zeigt die Veranſtaltung des Ganzen klar einen Apparat, welcher dazu beſtimmt iſt, Impulſe von außen aufzunehmen und bis zu den Verzweigungen eines beſonderen Nerven, des Gehörnerven fortzupflanzen. Das äußere Ohr fängt mit der Ohrmuſchel die Schallwellen auf, und leitet ſie mittelſt des Gehörganges bis zu einer an ſeinem Ende befindlichen dünnen Membran, dem Trommelfelle. Dieſes verſchließt den Eingang in eine Höhlung, Trommelhöhle genannt, welche gleichſam der Vorplatz eines weiteren, aus zwei Hauptheilen beſtehenden Syſtems von Höhlungen, des Labyrinthes iſt, zu welchem zwei Oeffnungen, das

ovale und runde Fenster führen. Das runde Fenster ist durch eine feine Membrane geschlossen; vom Trommelfelle geht bis zum ovalen Fenster ein aus den Gehörknöchelchen bestehendes Hebelwerk, dessen Bestandtheile Hammer, Amboß und Steigbügel heißen: letzterer verschließt das ovale Fenster. Hinter dem ovalen Fenster beginnt der Vorhof, von welchem drei Bogengänge ausgehen und in denselben wieder zurückkehren; zugleich führt von demselben ein Eingang in die Schnecke, welche aus $2^1/_2$ Windungen besteht, und durch eine Scheidewand in zwei über einander liegende Abtheilungen getheilt ist; der untere Gang mündet sich in das runde Fenster aus. Die Bogengänge und die Schnecke enthalten die Verzweigungen des Gehörnerven, der sich in der Schnecke in sehr feine Fäden theilt. Das Labyrinth ist ganz in die feste Knochenmasse des Felsentheils des Schläfenbeines eingeschlossen; die Kanäle desselben sind mit einer dünnen Haut ausgefüttert, welche die Nervenmasse einhüllt; die Zwischenräume sind mit einer wässerigen Flüssigkeit ausgefüllt Die Trommelhöhle steht durch einen eigenen Kanal mit der Mundhöhle in Verbindung und enthält daher Luft, welche dieselbe Spannung besitzt, wie die äußere Atmosphäre. Durch diese Luft, so wie auch durch die Gehörknöchelchen, werden die dem Trommelfelle beigebrachten Impulse zum Labyrinthe fortgepflanzt; die Gehörknöchelchen sind mit Muskeln versehen, wodurch die Spannung des ganzen Systemes nach Bedürfniß abgeändert werden kann. Aber auch durch die festen Theile des Kopfes können Schallschwingungen bis zum Gehörnerven fortgepflanzt werden.

Der künstliche Bau des Gehörorganes scheint die Mittel zur Unterscheidung so mannigfaltiger Schalläußerungen darzubieten, wie wir sie wirklich aufzufassen vermögen. Wir hören bei dem Zusammenklingen zweier Töne nicht bloß jeden einzeln, sondern wir nehmen auch überdieß noch die resultirende Wirkung beider als Consonanz oder Dissonanz wahr, und bemerken das successive Anwachsen und Nachlassen der periodisch bald mit einander mehr übereinstimmenden, bald einander mehr entgegengesetzten Impulse als eine Succession von Stößen (Schwebungen) oder gar als einen besonderen Ton (Combinationston). So gibt z. B. der Grundton und die Quint zum Entstehen der tieferen Octave Veranlassung, in so fern nämlich jeder zweite Impuls des Grundtones mit jedem dritten der Quint zusammenwirkt Der angenehme Eindruck, den eine Consonanz auf uns macht, hat in der Leichtfaßlichkeit der Ordnung seinen Grund, in welcher die Impulse coincidiren. Ungeachtet der Empfindlichkeit des Gehörorgans für die Anzahl der Impulse während einer bestimmten Zeit, wornach sich die Tonhöhe richtet, kann es doch bedeutende Abweichungen vom Isochronismus der Impulse vertragen, ohne daß die Wahrnehmung eines gleichartigen Tones aufhört, wie sich durch Versuche mittelst einer Sirene zeigen laßt, deren Löcher unregelmäßig vertheilt sind.

Zehntes Hauptstück.

Magnetismus.

240. Magnetische Erscheinungen. Die Theilchen der Kör- können in Zuständen auftreten, in welchen sie gegen einander eigen- mliche, in die Ferne wirkende, anziehende und abstoßende Kräfte ern. Solche Zustände sind diejenigen, welche man mit den Benen- gen Elektricität und Magnetismus bezeichnet. Die rakteristischen Merkmale derselben, so wie die Beziehungen, in wel- n dieselben zu einander stehen, lassen sich nicht von vorne herein ch eine Definition feststellen, sondern können nur auf empirischem ge schrittweise entwickelt werden. Daher betrachten wir vor der nd nur die magnetischen Erscheinungen, und fassen dieselben auch r in so fern auf, als sie sich in der Form von Eigenschaften einiger nigen Körper darstellen, unter welchen das Eisen den Vorrang be- uptet. Dieses Metall zeigt in seinen Verbindungen mit dem Sauer- fe, und insbesondere mit dem Kohlenstoffe als Stahl, entweder i Natur aus, oder in Folge einer geeigneten Behandlung, die Fä- keit Eisen anzuziehen und mit einer gewissen Kraft festzuhalten. an hat diese Eigenschaft schon in den ältesten Zeiten an Eisenerzen merkt und nannte solche Körper Magnete. Die Erscheinungen, lche sie darbieten, sind folgende: 1) Bringt man einen Magnet mit nen Eisenstückchen (Eisenfeile) in Berührung, so hängen sich die- en daran an; ist der Magnet stark, so richten sich die Eisentheilchen m, wenn derselbe in ihre Nähe kommt, auf, und bewegen sich zu n Magnete hin. 2) Diese Anziehung besteht fort, auch wenn fremd- ige Körper zwischen die Eisentheilchen und den Magnet gebracht rden, wofern nur der Magnet dadurch nicht in eine zu große Ent- nung von diesen Theilchen zu stehen kommt. 3) Kupferfeile, Zink- ne u. dgl. werden vom Magnete nicht angezogen; dagegen zeigt das ckelmetall die Fähigkeit vom Magnete angezogen zu werden mit Be- mmtheit, und man schreibt dieselbe auch dem Kobalt, Chrom und ngan zu. Diese Metalle heißen deßhalb magnetische. 4) Die ziehungskraft des Magnetes erscheint nicht an allen Stellen seiner erfläche gleich groß; am stärksten äußert sie sich in der Regel an ei einander gegenüberliegenden Stellen, die man die Pole des Mag- es nennt; an dem Querschnitte zwischen den Polen ist sie am schwäch- n. 5) Ein Stäbchen oder Plättchen von Eisen, das man an einen Pole eines Magnetes anhält, oder, wenn der Magnet kräftig ist, in die Nähe eines Poles bringt, erhält dadurch gleichfalls magne- he Kraft; es erlangt das Vermögen Eisenstückchen zu tragen, die der ihrerseits kleinere Eisentheilchen zu tragen vermögen. 6) Ist Eisen weich (von Kohlenstoff frei), so besteht die magnetische Kraft elben nur so lange es in der Nähe eines Magnetpoles ist; Stahl r (Eisen in Verbindung mit einem bestimmten Quantum Kohlen-), zumal gehärteter, erlangt durch Berührung mit einem Mag-

nete, insbeſondere durch Streichen mit einem Magnetpole, bleibende magnetiſche Kraft. Hierauf gründet ſich die Anfertigung künſtlicher Magnete, im Gegenſatze mit den bisher betrachteten natürlichen. Da man erſteren leicht eine viel ſtärkere Kraft beibringen kann, als letztere gewöhnlich zeigen, wodurch ſämmtliche magnetiſche Erſcheinungen mit größerer Deutlichkeit hervortreten, ſo werden wir nunmehr bloß die künſtlichen Magnete im Auge haben, denen man entweder die Form eines geraden Stabes oder die eines Hufeiſens gibt. 7) Die Pole eines ſolchen geraden oder gekrümmten Stabes liegen, wenn man denſelben ſeiner Länge nach zu wiederholten Malen ſtets in demſelben Sinne mit einem Magnetpole geſtrichen hat, an ſeinen Enden. 8) Hängt man einen geraden Magnetſtab ſo auf, daß er ſich in einer horizontalen Ebene drehen kann, ſo wendet er ſich mit dem einen Pole ſtets gegen Nord, mit dem anderen gegen Süd. Man nennt daher erſteren Pol den Nordpol und letzteren den Südpol des Magnetes. Am einfachſten zeigt ſich dieſe Eigenſchaft an einer Stahlnadel, welche man durch Streichen mit einem Magnete in den magnetiſchen Zuſtand verſetzt hat; man gibt ihr in der Mitte ein Hütchen und ſetzt ſie damit auf eine Spitze, wodurch ſie im Stande iſt, ſich mit großer Leichtigkeit zu bewegen. Eine ſo vorgerichtete Nadel heißt Magnetnadel und man pflegt dieſe Benennung auch überhaupt auf jeden um eine für Are beweglichen Magnetſtab auszudehnen. 9) Nähert man dem Nordpole eines beweglichen Magnetſtabes den Nordpol eines andern, ſo findet man, daß der eine den andern abſtößt. Ein gleiches Verhalten gegen einander zeigen auch die Südpole. Dagegen zieht ein Nordpol einen Südpol und eben ſo ein Südpol einen Nordpol an. Man drückt dieſe Eigenſchaft kurz durch die Formel aus: »Gleichnamige Magnetpole ſtoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an.« Hiernach erkennt man mit Hilfe einer Magnetnadel (Probenadel) leicht ob ein Körper magnetiſche Polarität beſitze und die Qualität der Pole. 10) Streicht man einen unmagnetiſchen Stahlſtab von einem Ende gegen das andere hin mit einem Pole eines Magnetes, ſo entſteht dort, wo der Strich begann, der mit dem ſtreichenden Pole gleichnamige, und wo der Strich endigte der ungleichnamige Pol. 11) Verbindet man mehrere Magnetſtäbe von gleicher oder nur wenig verſchiedener Länge ſo mit einander, daß ihre gleichnamigen Pole neben einander liegen, ſo wirken ſie wie ein ſtärkerer Magnetſtab; man nennt eine ſolche Zuſammenſtellung mehrerer (geraden oder hufeiſenförmig gebogenen) Magnetſtäbe eine magnetiſche Batterie. Das Nebeneinanderlegen ungleichnamiger Magnetpole ſchwächt die Aeußerung der magnetiſchen Kraft, oder hebt ſie ganz auf. 12) Hängt man einen unmagnetiſchen Stahlſtab genau in ſeinem Schwerpuncte auf, ſo daß er, während er ſich nach allen Seiten drehen kann, in jeder Lage im Gleichgewichte bleibt, und magnetiſirt ihn, ſo nimmt er nunmehr eine beſtimmte Gleichgewichtslage an, in welche er, wenn man ihn aus derſelben bringt, wieder zurückkehrt; der Nordpol des Stabes wendet ſich dabei nicht bloß gegen Norden, ſondern er ſenkt ſich auch abwärts, ſo daß

der Stab in Wien nahe einen Winkel von 65° mit dem Horizonte macht. Man nennt diesen Winkel die magnetische Neigung (Inclination). 13) Die Verticalebene, in welcher sich die schiefe Richtung des vorerwähnten Stabes in seinem Gleichgewichtsstande befindet, stimmt nicht mit dem Meridiane überein, sondern weicht davon von Nord gegen West um den Winkel von etwa 15° ab. Dieser Winkel heißt die magnetische Abweichung (Declination), und jene Verticalebene heißt der magnetische Meridian. Sie zeigt sich eben so, wenn man dem Stabe bloß gestattet sich in einer horizontalen Ebene zu bewegen. Eine gewöhnliche Magnetnadel weiset also nicht genau gegen Nord und Süd, sondern es findet die so eben bezeichnete Abweichung des Nordpoles gegen West statt. 14) Gestattet man einem in seinem Schwerpuncte unterstützten Magnetstabe bloß sich in einer Ebene zu bewegen, welche auf der Richtung der Inclination senkrecht ist, was der Fall ist, wenn man den Stab mit einer gegen seine Längenrichtung senkrechten Axe versieht, und dieser die Lage der Inclination gibt, so bleibt der Stab in jeder Lage im Gleichgewichte. Man nennt die Lage einer gegen die Richtung der Inclination senkrechten Ebene den magnetischen Aequator. 15) Das Gewicht eines Stahlstabes wird dadurch, daß er Magnetismus annimmt, nicht geändert; ein Faden, an dessen Enden man einen solchen Stab befestiget, wird durch die alleinige Action der Erde nach wie vor dem Magnetisiren dieses Körpers in vertikaler Richtung gespannt. 16) Ein Magnetstab, mit dem man andere Stäbe magnetisirt, verliert nichts von seiner magnetischen Kraft. 17) Zerbricht man einen Magnetstab in beliebig viele Stücke, so zeigt jedes derselben einen Nord- und einen Südpol, deren Lage mit jener der gleichnamigen Pole an dem ursprünglichen Magnetstabe übereinstimmt; legt man die Stücke in ihrer ursprünglichen Ordnung an einander, so wirken sie zusammen wie der Magnetstab vor dem Zerbrechen. 18) Hält man eine Stange von weichem Eisen in die Richtung der magnetischen Inclination, so zeigt sie in dieser Stellung magnetische Kraft; ihr unteres Ende erscheint als Nordpol, ihr oberes als Südpol. Entfernt man die Stange aus dieser Lage, so nimmt die Aeußerung des Magnetismus ab; bringt man die Stange in den magnetischen Aequator, so ist kein Magnetismus mehr wahrzunehmen; führt man sie über diese Lage hinaus, so erscheinen die Pole wieder, aber stets so, daß das untere Ende als Nordpol, das obere als Südpol auftritt. 19) Die Temperatur hat auf Magnetisirbarkeit und Haltbarkeit des erregten Magnetismus bedeutenden Einfluß. Die Kraft eines Magnetstabes nimmt ab, wenn man ihn erwärmt; Erhitzung bis zum Weißglühen zerstört den Magnetismus vollständig.

241. **Theoretische Ansicht der magnetischen Erscheinungen.** Der Umstand, daß die Theile eines Magnetes, wie klein man selbe auch immer nehmen mag, sich getrennt von einander als selbstständige Magnete bewähren, aus deren Zusammenstellung der ursprüngliche Magnet erwächst, nöthiget uns, den Grund der Kraftäußerung jedes Magnetes in der Polarität seiner Partikel zu suchen. Die

Größe dieser Partikel bleibt dabei unbestimmt; jedenfalls sind sie aber so klein, daß sie unserer Wahrnehmung völlig entschwinden. Man pflegt dieselben magnetische Elemente zu nennen. Die Kraft eines Magnetes gegen jeden des Angriffes fähigen, mithin selbst mit Magnetismus begabten Punct ist die Resultirende der Actionen der magnetischen Elemente gegen diesen Punct. Die Größe des Magnetismus, welche an einem Puncte haftet, kann nur nach der Kraft beurtheilt werden, welche er auszuüben vermag; die Magnetismen zweier Puncte verhalten sich wie die Kräfte mit welchen sie in gleichen Distanzen auf einen und denselben magnetischen Punct einwirken. Am einfachsten ist es jenen Magnetismus als Einheit anzunehmen, welcher in einem Puncte concentrirt gedacht, einen mit gleichem Magnetismus begabten Punct in der Entfernung 1 mit der Kraft 1 zur Bewegung anregt. Darnach läßt sich der Magnetismus jedes Punctes in einem Körper durch eine Zahl ausdrücken. In gleichen Distanzen verhalten sich die Kräfte, welche verschiedene Paare magnetischer Puncte unter einander selbst äußern, wie die Producte der Magnetismen jedes Paares für sich allein genommen. Die beiden Arten der Magnetismen, deren Verschiedenheit sich durch entgegengesetzte Kraftäußerung kund gibt, und welche mit Rücksicht auf die im vorhergehenden Artikel besprochenen Thatsachen die Benennungen nördlicher und südlicher Magnetismus führen, stellen sich als entgegengesetzte Größen dar, und werden sehr passend mit den Zeichen + und — belegt, wobei, weil gleiche Zeichen ein positives, ungleiche ein negatives Product geben und übereinstimmende Magnetismen einander abstoßen, verschiedene einander anziehen, abstoßende Kräfte als positive, anziehende als negative Größen unmittelbar in die Rechnung eingehen.

Da des Magnetismus fähige Körper, wie Eisen und Stahl, durch bloße Einwirkung eines Magnetes aus dem unmagnetischen Zustande in den magnetischen versetzt werden, ohne daß der magnetisirende Körper deßhalb eine Aenderung seines eigenen Zustandes erfähret, so liegt der objective Grund des Magnetischwerdens schon ursprünglich in den Elementen des magnetisirten Körpers, und es wird die Polarität dieser Elemente durch die äußere magnetische Kraft bloß geweckt. Im weichen Eisen geht dieß leicht an, aber die Polarität der Elemente desselben verschwindet, sobald die Veranlassung dazu, nämlich die magnetische Einwirkung von außen her aufhört. Es erscheint sonach der Zustand der magnetischen Polarität der Theilchen des weichen Eisens als ein Zwangszustand: der nicht magnetische dagegen als der natürliche, in welchen die Theilchen zurückzukehren suchen. Gehärteter Stahl stellt sich als ein Stoff dar, dessen Theilchen minder leicht, als jene des reinen Eisens magnetische Polarität annehmen, dagegen aber dieselbe nicht wieder von selbst verlieren. Man schreibt daher den des Magnetismus fähigen Körpern eine verschiedene Coercitivkraft zu, worunter man den Widerstand versteht, den ihre Theilchen der Annahme magnetischer Polarität entgegensetzen. Die Stoffe, welche sich uns als des Magnetismus unfähig darstellen, ent-

halten alſo entweder den objectiven Grund zur magnetiſchen Polarität gar nicht, oder ſie beſitzen eine ſo große Coercitivkraft, daß die magnetiſche Polarität durch die uns zu Gebote ſtehenden Mittel nicht hervorgerufen werden kann. Wie aus dem am Ende des vorhergehenden Artikels Geſagten erhellet, ſteht die Coercitivkraft mit der Temperatur in einem nahen Zuſammenhange.

Die Anziehung eines Magnetes gegen weiches Eiſen iſt ſonach das Reſultat der Action der mit Polarität begabten Theilchen des Magnetes auf die durch eben dieſe Action polariſch gewordenen Theilchen des Eiſens. Man kann daher ſagen, es wirken bloß Magnete anziehend und abſtoßend auf einander. Das Eiſen wird durch die Gegenwart eines Magnetes ſelbſt zu einem Magnete, und unterliegt nur in ſo ferne der Action des erſteren.

Der Zuſtand der magnetiſchen Polarität entwickelt ſich durch den Einfluß magnetiſcher Kraft aus dem unmagnetiſchen Zuſtande, und wo kein Hinderniß ſtatt findet, geht die magnetiſche Polarität, ſobald die magnetiſirende Urſache beſeitiget wird, wieder in den unmagnetiſchen Zuſtand zurück. Hiernach ſtellt ſich der unmagnetiſche Zuſtand als der Complex der Gleichmäßigkeit beider entgegengeſetzten magnetiſchen Zuſtände, und das Auftreten der Polarität als ein Act der Scheidung eines neutralen Zuſtandes in die ihn bedingenden Gegenſätze dar. Es treten daher in jedem polariſch gewordenen magnetiſchen Elemente nothwendig gleiche Quantitäten entgegengeſetzter Magnetismen auf, oder mit anderen Worten, die algebraiſche Summe der Magnetismen jedes einzelnen Elementes iſt Null.

Das Vorhandenſeyn eines polaren Zuſtandes der Partikel eines Magnetes iſt keine bloße Fiction, ſondern eine Folge bewährter Thatſachen, mithin ſelbſt eine Thatſache. Sie iſt aber auch, ſo wie die Thatſache der Schwere der materiellen Theilchen, die letzte, zu der wir uns zu erheben vermögen. Jeder Schritt, den wir über dieſelbe hinaus zu thun verſuchen wollten, würde uns auf das Feld bloßer Hypotheſen führen. Da ſich aus ſolchen auf dem gegenwärtigen Standpuncte kein Vortheil zur Erhöhung unſerer Einſicht ziehen läßt, ſo können wir die Angabe der von verſchiedenen Seiten über die Urſache der magnetiſchen Polarität bisher ausgeſprochenen Vermuthungen wenigſtens für jetzt füglich übergehen. (Vergl. 254.)

242. **Einwirkung der Erde auf einen Magnet.** Den ſo eben aufgeſtellten Principien gemäß hat man die Erde als einen Inbegriff unzähliger mit Magnetismus begabten Puncte zu denken, wovon die einen auf jeden magnetiſchen Punct außerhalb der Erde anziehend und die andern abſtoßend einwirken. Alle dieſe Kräfte laſſen ſich offenbar zu einer Reſultirenden zuſammenſetzen, deren Größe und Richtung keine merkliche Aenderung erleidet, wenn der afficirte Punct, ohne Aenderung der Quantität und Qualität ſeines Magnetismus, wo immer in dem Raume eines Körpers, mit dem wir Verſuche machen können, angenommen wird; bleibt die Quantität des Magnetismus des Angriffspunctes zwar dieſelbe, die Qualität ſeines Magne-

ſchwingende, durch Knotenlinien von einander getrennte Theile ein Reſultat iſt des Zuſammenwirkens der durch das Streichen mit dem Violinbogen erzeugten Wellen mit den vorausgegangenen von den Rändern der Platte reflectirten. Da ein feſtgehaltener Punct der Platte nothwendig in einer Knotenlinie liegen, dagegen der Ort des Streichens einer Stelle der größten Bewegung entſprechen muß, ſo iſt dadurch ein Mittel gegeben, gewiſſe Klangfiguren nach Gefallen hervorzurufen, zumal wenn man, um die Figur näher zu beſtimmen, mehrere Puncte der Platte fixirt. Hat man dieſe Puncte und den Ort des Streichens ſo gewählt, daß ſich keine Schwingungsart der Platte damit verträgt, ſo kommt auch kein Ton und keine Klangfigur zu Stande. Der Ton hängt lediglich von der Schwingungsdauer der einzelnen Theile der Platte ab, es können demſelben Tone mehrere verſchiedene Abtheilungsarten der Platte und daher verſchiedene Figuren entſprechen. Höhere Töne fordern ſchneller ſchwingende, mithin kleinere Theile, und geben daher Figuren mit mehreren Knotenlinien. Auf Platten von ähnlicher Form laſſen ſich durch ähnliche Behandlung ähnliche Klangfiguren erzeugen; beſtehen die Platten aus gleichem Materiale, ſo verhalten ſich die Töne gerade wie die Dicken und verkehrt wie die Quadrate homologer Dimenſionen der Platten. Aus übereinſtimmenden Figuren auf gleichen rechteckigen Platten läßt ſich häufig eine Figur zuſammenſetzen, die demſelben Tone an einer ähnlichen größeren Platte angehört. An kreisrunden Platten können ſogar die Knotenlinien während des Tönens der Platte ihren Ort ändern, ſie ſchwingen hin und her oder machen einen oder mehrere Umläufe um die Platte. Man macht dieſe Bewegungen durch aufgeſtreute feine Pulver, z. B. Lykopodiumſamen ſichtbar. Bei ſtren Knotenlinien häufen ſich feine Pulvertheile an den Stellen der ſtärkſten Bewegung der Platte an, was eine Folge der durch die ſchwingende Bewegung der Platte erzeugten Seitenbewegung der Luft iſt, welche die feinſten Pulvertheilchen mit ſich führt. Aehnliche Erſcheinungen wie die Platten bieten auch die Schwingungen der Glocken dar, die man im Grunde auch als Platten, nämlich als gekrümmte, betrachten darf. Bei der einfachſten Schwingungsweiſe theilt ſich eine Glocke in vier durch Knotenlinien, welche ſich am oberſten Puncte derſelben durchkreuzen, von einander geſonderte Theile ab, deren je zwei benachbarte entgegengeſetzt ſchwingen. Daher wird die Schwingung einer Glocke nicht geſtört, wenn man ſelbe gerade an einer Knotenlinie berührt.

238. **Mittönen.** Wenn ein Körper ſeiner beſchränkten Abmeſſungen wegen den Wellen, welche durch die ſchwingende Bewegung eines benachbarten tönenden Körpers in ihm erregt werden, Gelegenheit zur Reflexion darbietet, ſo kann durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den nachfolgenden directen eine der ſchwingenden Bewegung ähnliche Bewegungsweiſe zu Stande kommen, welche dem Körper zwar nur aufgedrungen iſt, mithin ſogleich aufhört, ſobald die urſprünglich tönenden Schwingungen nachlaſſen, in Folge deren aber der Körper auf das umgebende Mittel mit den primitiven Schwingun-

gen im Einklange einwirkt, und ſolchergeſtalt zur Verſtärkung des Tones beiträgt. Man nennt einen ſolchen Schwingungszuſtand Mittönen oder Reſonanz. In dieſen Zuſtand geräth jede eingeſchloſſene Luftmaſſe, gegen welche die Schwingungen eines tönenden Körpers gerichtet ſind, ferner die Stützen, welche zur Befeſtigung dieſes Körpers dienen u. dgl., worauf die gewöhnlichen Mittel beruhen, den Klang derjenigen muſikaliſchen Inſtrumente zu verſtärken, bei welchen der tönende Körper der Luft eine zu geringe Fläche darbietet, um hinreichend viele Theile derſelben kräftig zu erſchüttern, wie es z. B. bei den Saiteninſtrumenten der Fall iſt. Von der Wirkſamkeit der Reſonanz überzeugt man ſich am einfachſten durch die Erſcheinungen, welche eine Stimmgabel darbietet, die frei in der Hand gehalten ſchwach tönt, aber ſogleich einen vernehmlichen Ton gibt, wenn man ſie auf den Tiſch oder noch beſſer auf einen hohlen Kaſten aufſetzt, oder der Mündung einer Röhre gegenüber hält, zumal wenn die in der Röhre enthaltene Luftſäule die rechte Länge hat. Letzteres Mittel verſtärkt den Klang einer Glocke ausnehmend, und macht ihn, wenn er ſo ſchwach geworden iſt, daß er für ſich nicht wahrgenommen wird, wieder deutlich hörbar. Durch einen der Reſonanz ähnlichen Vorgang bringt auch von zwei oder mehreren gleichgeſtimmten Saiten die eine, wenn ſie angeſchlagen wird, die übrigen in Schwingung. Der mitklingende Körper kann auch auf den primitiv tönenden zurückwirken und deſſen Schwingungsweiſe modificiren, ſo daß beide Körper zuſammen als ein tönendes Syſtem erſcheinen. Dieß findet z. B bei den Orgelpfeifen ſtatt, welche ein leicht in Schwingungen zu verſetzendes elaſtiſches Plättchen enthalten (Zungenpfeifen).

Das Mitklingen kommt nicht zu Stande, wenn auf einen Körper gleichzeitig entgegengeſetzte Bewegungszuſtände übertragen werden ſollen; z. B. wenn eine zweiarmige Röhre über eine tönende Platte ſo gehalten wird, daß die Mündungen derſelben ſolchen Theilen gegenüberſtehen, welche in einerlei Augenblick ſich in entgegengeſetzten Bewegungsphaſen befinden. Hemmt man aber die Communication der Luftſäulen in beiden Hälften der Röhre, indem man in die Mitte derſelben eine Scheidewand ſetzt, ſo tritt unter den vorgenannten Umſtänden ſogleich die Reſonanz ein. Uebereinſtimmende Bewegungszuſtände verſtärken in jedem dieſer Fälle die Reſonanz.

239. **Das Gehörorgan.** Man iſt weit davon entfernt, die Bedeutung jedes einzelnen Theiles des Gehörorganes in ſeinem Zuſammenhange mit den übrigen vollſtändig zu erkennen; doch zeigt die Veranſtaltung des Ganzen klar einen Apparat, welcher dazu beſtimmt iſt, Impulſe von außen aufzunehmen und bis zu den Verzweigungen eines beſonderen Nerven, des Gehörnerven fortzupflanzen. Das äußere Ohr fängt mit der Ohrmuſchel die Schallwellen auf, und leitet ſie mittelſt des Gehörganges bis zu einer an ſeinem Ende befindlichen dünnen Membran, dem Trommelfelle. Dieſes verſchließt den Eingang in eine Höhlung, Trommelhöhle genannt, welche gleichſam der Vorplatz eines weiteren, aus zwei Haupttheilen beſtehenden Syſtems von Höhlungen, des Labyrinthes iſt, zu welchem zwei Oeffnungen, das

ovale und runde Fenster führen. Das runde Fenster ist durch eine feine Membrane geschlossen; vom Trommelfelle geht bis zum ovalen Fenster ein aus den Gehörknöchelchen bestehendes Hebelwerk, dessen Bestandtheile Hammer, Amboß und Steigbügel heißen: letzterer verschließt das ovale Fenster. Hinter dem ovalen Fenster beginnt der Vorhof, von welchem drei Bogengänge ausgehen und in denselben wieder zurückkehren; zugleich führt von demselben ein Eingang in die Schnecke, welche aus $2^1/_2$ Windungen besteht, und durch eine Scheidewand in zwei über einander liegende Abtheilungen getheilt ist; der untere Gang mündet sich in das runde Fenster aus. Die Bogengänge und die Schnecke enthalten die Verzweigungen des Gehörnerven, der sich in der Schnecke in sehr feine Fäden theilt. Das Labyrinth ist ganz in die feste Knochenmasse des Felsentheils des Schläfenbeines eingeschlossen; die Kanäle desselben sind mit einer dünnen Haut ausgefüttert, welche die Nervenmasse einhüllt; die Zwischenräume sind mit einer wässerigen Flüssigkeit ausgefüllt Die Trommelhöhle steht durch einen eigenen Kanal mit der Mundhöhle in Verbindung und enthält daher Luft, welche dieselbe Spannung besitzt, wie die äußere Atmosphäre. Durch diese Luft, so wie auch durch die Gehörknöchelchen, werden die dem Trommelfelle beigebrachten Impulse zum Labyrinthe fortgepflanzt; die Gehörknöchelchen sind mit Muskeln versehen, wodurch die Spannung des ganzen Systemes nach Bedürfniß abgeändert werden kann. Aber auch durch die festen Theile des Kopfes können Schallschwingungen bis zum Gehörnerven fortgepflanzt werden.

Der künstliche Bau des Gehörorganes scheint die Mittel zur Unterscheidung so mannigfaltiger Schalläußerungen darzubieten, wie wir sie wirklich aufzufassen vermögen. Wir hören bei dem Zusammenklingen zweier Töne nicht bloß jeden einzeln, sondern wir nehmen auch überdieß noch die resultirende Wirkung beider als Consonanz oder Dissonanz wahr, und bemerken das successive Anwachsen und Nachlassen der periodisch bald mit einander mehr übereinstimmenden, bald einander mehr entgegengesetzten Impulse als eine Succession von Stößen (Schwebungen) oder gar als einen besonderen Ton (Combinationston). So gibt z. B. der Grundton und die Quint zum Entstehen der tieferen Octave Veranlassung, in so fern nämlich jeder zweite Impuls des Grundtones mit jedem dritten der Quint zusammenwirkt Der angenehme Eindruck, den eine Consonanz auf uns macht, hat in der Leichtfaßlichkeit der Ordnung seinen Grund, in welcher die Impulse coincidiren. Ungeachtet der Empfindlichkeit des Gehörorgans für die Anzahl der Impulse während einer bestimmten Zeit, wornach sich die Tonhöhe richtet, kann es doch bedeutende Abweichungen vom Isochronismus der Impulse vertragen, ohne daß die Wahrnehmung eines gleichartigen Tones aufhört, wie sich durch Versuche mittelst einer Sirene zeigen läßt, deren Löcher unregelmäßig vertheilt sind.

Zehntes Hauptſtück.

Magnetismus.

240. Magnetiſche Erſcheinungen. Die Theilchen der Körper können in Zuſtänden auftreten, in welchen ſie gegen einander eigenthümliche, in die Ferne wirkende, anziehende und abſtoßende Kräfte äußern. Solche Zuſtände ſind diejenigen, welche man mit den Benennungen Elektricität und Magnetismus bezeichnet. Die charakteriſtiſchen Merkmale derſelben, ſo wie die Beziehungen, in welchen dieſelben zu einander ſtehen, laſſen ſich nicht von vorne herein durch eine Definition feſtſtellen, ſondern können nur auf empiriſchem Wege ſchrittweiſe entwickelt werden. Daher betrachten wir vor der Hand nur die magnetiſchen Erſcheinungen, und faſſen dieſelben auch nur in ſo fern auf, als ſie ſich in der Form von Eigenſchaften einiger wenigen Körper darſtellen, unter welchen das Eiſen den Vorrang behauptet. Dieſes Metall zeigt in ſeinen Verbindungen mit dem Sauerſtoffe, und insbeſondere mit dem Kohlenſtoffe als Stahl, entweder von Natur aus, oder in Folge einer geeigneten Behandlung, die Fähigkeit Eiſen anzuziehen und mit einer gewiſſen Kraft feſtzuhalten. Man hat dieſe Eigenſchaft ſchon in den älteſten Zeiten an Eiſenerzen bemerkt und nannte ſolche Körper Magnete. Die Erſcheinungen, welche ſie darbieten, ſind folgende: 1) Bringt man einen Magnet mit kleinen Eiſenſtückchen (Eiſenfeile) in Berührung, ſo hängen ſich dieſelben daran an; iſt der Magnet ſtark, ſo richten ſich die Eiſentheilchen ſchon, wenn derſelbe in ihre Nähe kommt, auf, und bewegen ſich zu dem Magnete hin. 2) Dieſe Anziehung beſteht fort, auch wenn fremdartige Körper zwiſchen die Eiſentheilchen und den Magnet gebracht werden, wofern nur der Magnet dadurch nicht in eine zu große Entfernung von dieſen Theilchen zu ſtehen kommt. 3) Kupferfeile, Zinkſpäne u. dgl. werden vom Magnete nicht angezogen; dagegen zeigt das Nickelmetall die Fähigkeit vom Magnete angezogen zu werden mit Beſtimmtheit, und man ſchreibt dieſelbe auch dem Kobalt, Chrom und Mangan zu. Dieſe Metalle heißen deßhalb magnetiſche. 4) Die Anziehungskraft des Magnetes erſcheint nicht an allen Stellen ſeiner Oberfläche gleich groß; am ſtärkſten äußert ſie ſich in der Regel an zwei einander gegenüberliegenden Stellen, die man die Pole des Magnetes nennt; an dem Querſchnitte zwiſchen den Polen iſt ſie am ſchwächſten. 5) Ein Stäbchen oder Plättchen von Eiſen, das man an einen der Pole eines Magnetes anhält, oder, wenn der Magnet kräftig iſt, nur in die Nähe eines Poles bringt, erhält dadurch gleichfalls magnetiſche Kraft; es erlangt das Vermögen Eiſenſtückchen zu tragen, die wieder ihrerſeits kleinere Eiſentheilchen zu tragen vermögen. 6) Iſt das Eiſen weich (von Kohlenſtoff frei), ſo beſteht die magnetiſche Kraft deſſelben nur ſo lange es in der Nähe eines Magnetpoles iſt; Stahl aber (Eiſen in Verbindung mit einem beſtimmten Quantum Kohlenſtoff), zumal gehärteter, erlangt durch Berührung mit einem Mag-

nete, insbeſondere durch Streichen mit einem Magnetpole, bleibende magnetiſche Kraft. Hierauf gründet ſich die Anfertigung künſtlicher Magnete, im Gegenſatze mit den bisher betrachteten natürlichen. Da man erſteren leicht eine viel ſtärkere Kraft beibringen kann, als letztere gewöhnlich zeigen, wodurch ſämmtliche magnetiſche Erſcheinungen mit größerer Deutlichkeit hervortreten, ſo werden wir nunmehr bloß die künſtlichen Magnete im Auge haben, denen man entweder die Form eines geraden Stabes oder die eines Hufeiſens gibt. 7) Die Pole eines ſolchen geraden oder gekrümmten Stabes liegen, wenn man denſelben ſeiner Länge nach zu wiederholten Malen ſtets in demſelben Sinne mit einem Magnetpole geſtrichen hat, an ſeinen Enden. 8) Hängt man einen geraden Magnetſtab ſo auf, daß er ſich in einer horizontalen Ebene drehen kann, ſo wendet er ſich mit dem einen Pole ſtets gegen Nord, mit dem anderen gegen Süd. Man nennt daher erſteren Pol den Nordpol und letzteren den Südpol des Magnetes. Am einfachſten zeigt ſich dieſe Eigenſchaft an einer Stahlnadel, welche man durch Streichen mit einem Magnete in den magnetiſchen Zuſtand verſetzt hat; man gibt ihr in der Mitte ein Hütchen und ſetzt ſie damit auf eine Spitze, wodurch ſie im Stande iſt, ſich mit großer Leichtigkeit zu bewegen. Eine ſo vorgerichtete Nadel heißt Magnetnadel und man pflegt dieſe Benennung auch überhaupt auf jeden um eine ſire Are beweglichen Magnetſtab auszudehnen. 9) Nähert man dem Nordpole eines beweglichen Magnetſtabes den Nordpol eines andern, ſo findet man, daß der eine den andern abſtößt. Ein gleiches Verhalten gegen einander zeigen auch die Südpole. Dagegen zieht ein Nordpol einen Südpol und eben ſo ein Südpol einen Nordpol an. Man drückt dieſe Eigenſchaft kurz durch die Formel aus: »Gleichnamige Magnetpole ſtoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an.« Hiernach erkennt man mit Hilfe einer Magnetnadel (Probenadel) leicht ob ein Körper magnetiſche Polarität beſitze und die Qualität der Pole. 10) Streicht man einen unmagnetiſchen Stahlſtab von einem Ende gegen das andere hin mit einem Pole eines Magnetes, ſo entſteht dort, wo der Strich begann, der mit dem ſtreichenden Pole gleichnamige, und wo der Strich endigte der ungleichnamige Pol. 11) Verbindet man mehrere Magnetſtäbe von gleicher oder nur wenig verſchiedener Länge ſo mit einander, daß ihre gleichnamigen Pole neben einander liegen, ſo wirken ſie wie ein ſtärkerer Magnetſtab; man nennt eine ſolche Zuſammenſtellung mehrerer (geraden oder hufeiſenförmig gebogenen) Magnetſtäbe eine magnetiſche Batterie. Das Nebeneinanderlegen ungleichnamiger Magnetpole ſchwächt die Aeußerung der magnetiſchen Kraft, oder hebt ſie ganz auf. 12) Hängt man einen unmagnetiſchen Stahlſtab genau in ſeinem Schwerpuncte auf, ſo daß er, während er ſich nach allen Seiten drehen kann, in jeder Lage im Gleichgewichte bleibt, und magnetiſirt ihn, ſo nimmt er nunmehr eine beſtimmte Gleichgewichtslage an, in welche er, wenn man ihn aus derſelben bringt, wieder zurückkehrt; der Nordpol des Stabes wendet ſich dabei nicht bloß gegen Norden, ſondern er ſenkt ſich auch abwärts, ſo daß

der Stab in Wien nahe einen Winkel von 65° mit dem Horizonte macht. Man nennt diesen Winkel die magnetische Neigung (Inclination). 13) Die Verticalebene, in welcher sich die schiefe Richtung des vorerwähnten Stabes in seinem Gleichgewichtsstande befindet, stimmt nicht mit dem Meridiane überein, sondern weicht davon von Nord gegen West um den Winkel von etwa 15° ab. Dieser Winkel heißt die magnetische Abweichung (Declination), und jene Verticalebene heißt der magnetische Meridian. Sie zeigt sich eben so, wenn man dem Stabe bloß gestattet sich in einer horizontalen Ebene zu bewegen. Eine gewöhnliche Magnetnadel weiset also nicht genau gegen Nord und Süd, sondern es findet die so eben bezeichnete Abweichung des Nordpoles gegen West statt. 14) Gestattet man einem in seinem Schwerpuncte unterstützten Magnetstabe bloß sich in einer Ebene zu bewegen, welche auf der Richtung der Inclination senkrecht ist, was der Fall ist, wenn man den Stab mit einer gegen seine Längenrichtung senkrechten Axe versieht, und dieser die Lage der Inclination gibt, so bleibt der Stab in jeder Lage im Gleichgewichte. Man nennt die Lage einer gegen die Richtung der Inclination senkrechten Ebene den magnetischen Aequator. 15) Das Gewicht eines Stahlstabes wird dadurch, daß er Magnetismus annimmt, nicht geändert; ein Faden, an dessen Enden man einen solchen Stab befestiget, wird durch die alleinige Action der Erde nach wie vor dem Magnetisiren dieses Körpers in vertikaler Richtung gespannt. 16) Ein Magnetstab, mit dem man andere Stäbe magnetisirt, verliert nichts von seiner magnetischen Kraft. 17) Zerbricht man einen Magnetstab in beliebig viele Stücke, so zeigt jedes derselben einen Nord- und einen Südpol, deren Lage mit jener der gleichnamigen Pole an dem ursprünglichen Magnetstabe übereinstimmt; legt man die Stücke in ihrer ursprünglichen Ordnung an einander, so wirken sie zusammen wie der Magnetstab vor dem Zerbrechen. 18) Hält man eine Stange von weichem Eisen in die Richtung der magnetischen Inclination, so zeigt sie in dieser Stellung magnetische Kraft; ihr unteres Ende erscheint als Nordpol, ihr oberes als Südpol. Entfernt man die Stange aus dieser Lage, so nimmt die Aeußerung des Magnetismus ab; bringt man die Stange in den magnetischen Aequator, so ist kein Magnetismus mehr wahrzunehmen; führt man sie über diese Lage hinaus, so erscheinen die Pole wieder, aber stets so, daß das untere Ende als Nordpol, das obere als Südpol auftritt. 19) Die Temperatur hat auf Magnetisirbarkeit und Haltbarkeit des erregten Magnetismus bedeutenden Einfluß. Die Kraft eines Magnetstabes nimmt ab, wenn man ihn erwärmt; Erhitzung bis zum Weißglühen zerstört den Magnetismus vollständig.

241. Theoretische Ansicht der magnetischen Erscheinungen. Der Umstand, daß die Theile eines Magnetes, wie klein man selbe auch immer nehmen mag, sich getrennt von einander als selbstständige Magnete bewähren, aus deren Zusammenstellung der ursprüngliche Magnet erwächst, nöthiget uns, den Grund der Kraftäußerung jedes Magnetes in der Polarität seiner Partikel zu suchen. Die

Größe dieser Partikel bleibt dabei unbestimmt; jedenfalls sind sie aber so klein, daß sie unserer Wahrnehmung völlig entschwinden. Man pflegt dieselben magnetische Elemente zu nennen. Die Kraft eines Magnetes gegen jeden des Angriffes fähigen, mithin selbst mit Magnetismus begabten Punct ist die Resultirende der Actionen der magnetischen Elemente gegen diesen Punct. Die Größe des Magnetismus, welche an einem Puncte haftet, kann nur nach der Kraft beurtheilt werden, welche er auszuüben vermag; die Magnetismen zweier Puncte verhalten sich wie die Kräfte mit welchen sie in gleichen Distanzen auf einen und denselben magnetischen Punct einwirken. Am einfachsten ist es jenen Magnetismus als Einheit anzunehmen, welcher in einem Puncte concentrirt gedacht, einen mit gleichem Magnetismus begabten Punct in der Entfernung 1 mit der Kraft 1 zur Bewegung anregt. Darnach läßt sich der Magnetismus jedes Punctes in einem Körper durch eine Zahl ausdrücken. In gleichen Distanzen verhalten sich die Kräfte, welche verschiedene Paare magnetischer Puncte unter einander selbst äußern, wie die Producte der Magnetismen jedes Paares für sich allein genommen. Die beiden Arten der Magnetismen, deren Verschiedenheit sich durch entgegengesetzte Kraftäußerung kund gibt, und welche mit Rücksicht auf die im vorhergehenden Artikel besprochenen Thatsachen die Benennungen nördlicher und südlicher Magnetismus führen, stellen sich als entgegengesetzte Größen dar, und werden sehr passend mit den Zeichen + und — belegt, wobei, weil gleiche Zeichen ein positives, ungleiche ein negatives Product geben und übereinstimmende Magnetismen einander abstoßen, verschiedene einander anziehen, abstoßende Kräfte als positive, anziehende als negative Größen unmittelbar in die Rechnung eingehen.

Da des Magnetismus fähige Körper, wie Eisen und Stahl, durch bloße Einwirkung eines Magnetes aus dem unmagnetischen Zustande in den magnetischen versetzt werden, ohne daß der magnetisirende Körper deßhalb eine Aenderung seines eigenen Zustandes erfährt, so liegt der objective Grund des Magnetischwerdens schon ursprünglich in den Elementen des magnetisirten Körpers, und es wird die Polarität dieser Elemente durch die äußere magnetische Kraft bloß geweckt. Im weichen Eisen geht dieß leicht an, aber die Polarität der Elemente desselben verschwindet, sobald die Veranlassung dazu, nämlich die magnetische Einwirkung von außen her aufhört. Es erscheint sonach der Zustand der magnetischen Polarität der Theilchen des weichen Eisens als ein Zwangszustand: der nicht magnetische dagegen als der natürliche, in welchen die Theilchen zurückzukehren suchen. Gehärteter Stahl stellt sich als ein Stoff dar, dessen Theilchen minder leicht, als jene des reinen Eisens magnetische Polarität annehmen, dagegen aber dieselbe nicht wieder von selbst verlieren. Man schreibt daher den des Magnetismus fähigen Körpern eine verschiedene Coercitivkraft zu, worunter man den Widerstand versteht, den ihre Theilchen der Annahme magnetischer Polarität entgegensetzen. Die Stoffe, welche sich uns als des Magnetismus unfähig darstellen, er-

halten also entweder den objectiven Grund zur magnetischen Polarität gar nicht, oder sie besitzen eine so große Coercitivkraft, daß die magnetische Polarität durch die uns zu Gebote stehenden Mittel nicht hervorgerufen werden kann. Wie aus dem am Ende des vorhergehenden Artikels Gesagten erhellet, steht die Coercitivkraft mit der Temperatur in einem nahen Zusammenhange.

Die Anziehung eines Magnetes gegen weiches Eisen ist sonach das Resultat der Action der mit Polarität begabten Theilchen des Magnetes auf die durch eben diese Action polarisch gewordenen Theilchen des Eisens. Man kann daher sagen, es wirken bloß Magnete anziehend und abstoßend auf einander. Das Eisen wird durch die Gegenwart eines Magnetes selbst zu einem Magnete, und unterliegt nur in so ferne der Action des ersteren.

Der Zustand der magnetischen Polarität entwickelt sich durch den Einfluß magnetischer Kraft aus dem unmagnetischen Zustande, und wo kein Hinderniß statt findet, geht die magnetische Polarität, sobald die magnetisirende Ursache beseitiget wird, wieder in den unmagnetischen Zustand zurück. Hiernach stellt sich der unmagnetische Zustand als der Complex der Gleichmäßigkeit beider entgegengesetzten magnetischen Zustände, und das Auftreten der Polarität als ein Act der Scheidung eines neutralen Zustandes in die ihn bedingenden Gegensätze dar. Es treten daher in jedem polarisch gewordenen magnetischen Elemente nothwendig gleiche Quantitäten entgegengesetzter Magnetismen auf, oder mit anderen Worten, die algebraische Summe der Magnetismen jedes einzelnen Elementes ist Null.

Das Vorhandenseyn eines polaren Zustandes der Partikel eines Magnetes ist keine bloße Fiction, sondern eine Folge bewährter Thatsachen, mithin selbst eine Thatsache. Sie ist aber auch, so wie die Thatsache der Schwere der materiellen Theilchen, die letzte, zu der wir uns zu erheben vermögen. Jeder Schritt, den wir über dieselbe hinaus zu thun versuchen wollten, würde uns auf das Feld bloßer Hypothesen führen. Da sich aus solchen auf dem gegenwärtigen Standpuncte kein Vortheil zur Erhöhung unserer Einsicht ziehen läßt, so können wir die Angabe der von verschiedenen Seiten über die Ursache der magnetischen Polarität bisher ausgesprochenen Vermuthungen wenigstens für jetzt füglich übergehen. (Vergl. 254.)

242. Einwirkung der Erde auf einen Magnet. Den so eben aufgestellten Principien gemäß hat man die Erde als einen Inbegriff unzähliger mit Magnetismus begabten Puncte zu denken, wovon die einen auf jeden magnetischen Punct außerhalb der Erde anziehend und die andern abstoßend einwirken. Alle diese Kräfte lassen sich offenbar zu einer Resultirenden zusammensetzen, deren Größe und Richtung keine merkliche Aenderung erleidet, wenn der afficirte Punct, ohne Aenderung der Quantität und Qualität seines Magnetismus, wo immer in dem Raume eines Körpers, mit dem wir Versuche machen können, angenommen wird; bleibt die Quantität des Magnetismus des Angriffspunctes zwar dieselbe, aber geht die Qualität seines Magne-

tismus in die entgegengeſetzte über, ſo nehmen alle Actionen der Erdtheilchen die gerade entgegengeſetzte Richtung an, und es wird daher auch die Geſammtwirkung der Erde auf den bezeichneten Punct umgekehrt. Da jedes einzelne Elementartheilchen eines Magnetes eben ſo viel nördlichen als ſüdlichen Magnetismus an ſich trägt, ſo beſteht die Einwirkung der Erde auf einen Magnet in der Aeußerung von Kräften auf die Theilchen deſſelben, welche ſämmtlich parallele, jedoch einander theilweiſe gerade entgegengeſetzte Richtungen haben, und deren Größen ſo beſchaffen ſind, daß die Summe der in dem einen Sinne wirkenden Kräfte der Summe der in dem andern Sinne wirkenden gleichkommt. Parallele in einerlei Sinn wirkende Kräfte laſſen ſich aber durch eine ihrer Summe gleiche Reſultirende erſetzen; es reducirt ſich alſo die magnetiſche Action der Erde, bezüglich eines jeden Körpers, deſſen Dimenſionen gegen jene des Erdkörpers verſchwinden, auf zwei gleiche parallele und entgegengeſetzte Kräfte, deren Angriffspuncte von der Vertheilungsweiſe der Magnetismen in dem vorhandenen Magnete abhängen. Es ſey N S (Fig. 86) ein beliebig geſtalteter Magnet, A und B ſeyen die Angriffspuncte der nach den parallelen und entgegengeſetzten Richtungen A x und B y wirkenden Reſultirenden ſämmtlicher die Theilchen des Körpers N S afficirenden magnetiſchen Erdkräfte, und P ſtelle die gemeinſchaftliche Größe dieſer Reſultirenden vor. Nach 105 laſſen ſich dieſe Kräfte bei jeder Stellung des Körpers N S der Wirkung unbeſchadet auf unzählige Arten durch zwei andere Kräfte erſetzen, welche mit den vorgenannten parallel wirken und den Körper N S in demſelben Sinne wie erſtere zu drehen ſuchen, wofern nur die Angriffspuncte A', B' der neuen Kräfte in einer zur A B parallelen geraden Linie liegen und ihre gemeinſchaftliche Größe P' ſich zu P verhält wie A B : A'B', d. h. die Producte P . A B und P' . A'B' einander gleich ſind. Man nehme nun an, der Schwerpunct G des Körpers N S ſey für, und der Körper um dieſen Punct nach allen Seiten drehbar, ſo kann man den Magnet als ſchwerlos betrachten und die Angriffspuncte A', B' in die durch G mit A B parallel laufende Gerade verſetzen; ſoll nun der Magnet unter dem Einfluſſe des Erdmagnetismus im Gleichgewichte ſeyn, ſo muß die Gerade A'B', und folglich auch A B eine Lage erhalten, welche mit jener der Richtungen A'x', B'y' oder A x, B y der magnetiſchen Erdkräfte übereinſtimmt, und damit dieſes Gleichgewicht ſtabil ſey, müſſen dieſe Kräfte die Puncte A' und B' oder A und B von einander zu entfernen ſtreben.

Die magnetiſche Kraft der Erde für ſich allein genommen vermag daher nicht einem völlig freien Magnete eine progreſſive Bewegung beizubringen; ihre Wirkung beſchränkt ſich darauf, den Magnet, wenn er nicht etwa ſchon die Gleichgewichtslage hat, gegen dieſelbe hin zu drehen. Die Schwerkraft wirkt gerade auf die entgegengeſetzte Weiſe; ſie erzeugt bloß eine progreſſive, keine drehende Bewegung [153. 8]. Hieraus erklärt es ſich, warum der Erdmagnetismus den Zug eines Körpers gegen die Erde weder in Hinſicht auf Größe noch in Hinſicht auf Richtung modificirt [240, 15]. Aber alles dieſes iſt ſtrenge an die Vorausſetzung gebunden, daß jeder Magnet gleichviel nördlichen

und ſüdlichen Magnetismus enthalte; die Uebereinſtimmung jener Folgerungen mit der Erfahrung rechtfertiget daher ihrerſeits die Richtigkeit dieſer Vorausſetzung.

243. **Magnetiſche Axe.** Eine gerade Linie, welche bei jeder Stellung eines Magnetes als die Verbindungslinie der Angriffspuncte der von der Erde auf ihn ausgehenden magnetiſchen Kräfte betrachtet werden kann, heißt im Allgemeinen magnetiſche Axe dieſes Körpers. Hieraus erhellet, daß der Begriff der magnetiſchen Axe ſich nicht auf eine beſtimmte gerade Linie in einem Magnete, ſondern nur auf eine beſtimmte Lage einer geraden Linie gegen einen Magnet bezieht, welche Lage bloß von der Vertheilungsweiſe der Magnetismen im Körper, nicht aber von der Intenſität der magnetiſchen Erdkräfte abhängt. Die Betrachtung der Lage der magnetiſchen Axe eines in ſeinem Schwerpuncte unterſtützten und im Gleichgewichte befindlichen Körpers ſetzt uns in den Stand, den Begriffen des magnetiſchen Meridians und Aequators, der Declination und Inclination (240) bei jeder Form des Körpers eine beſtimmte Bedeutung zu geben; es ſind dieß im Grunde bloße Beſtimmungsſtücke der Richtungen der magnetiſchen Erdkräfte, deren Lage nach dem oben Bewieſenen durch die erwähnte Gleichgewichtslage der magnetiſchen Axe des Körpers angezeigt wird. Sie ſtimmt mit der Gleichgewichtslage einer in ihrem Schwerpuncte unterſtützten Magnetnadel nur in ſo ferne überein, als die magnetiſche Axe dieſer Nadel mit ihrer Längenrichtung zuſammenfällt.

244. **Magnetiſches Moment.** Es ſey, wie oben, A (Fig. 86) der Angriffspunct, A x die Richtung und P die Größe der Reſultirenden aller in einerlei Sinn auf den Magnet N S wirkenden magnetiſchen Kräfte der Erde, B der Angriffspunct und B y die Richtung der eben ſo großen Reſultirenden der im entgegengeſetzten Sinne wirkenden Kräfte, alſo A B die Richtung der magnetiſchen Axe. Nimmt man die Puncte A', B' ſo an, daß A'B' mit AB parallel iſt, und läßt man auf dieſe Puncte nach den mit A x, B y parallelen Richtungen A'x, B'y' Kräfte, deren jede $= P'$ iſt, wirken, welche den Körper N S in demſelben Sinne wie die vorgenannten zu drehen ſtreben, ſo gelten, wie bereits bemerkt worden, letztere Kräfte den erſteren völlig gleich, ſobald $P'.A'B' = P.AB$ iſt. Die Kraft P hängt ſowohl von der Intenſität des Erdmagnetismus, als auch von den im Magnete N S enthaltenen Magnetismen ab. Es ſtelle Q die bewegende Kraft vor, welche die Erde gegen die in einem Puncte concentrirt gedachte Quantitätseinheit des Magnetismus ausübt, und μ die Summe des in N S befindlichen nördlichen, folglich auch des ſüdlichen Magnetismus, ſo iſt $P = Q\mu$. Man kann immer $P' = Q\mu'$ ſetzen, ſobald nur der Factor μ' gehörig angenommen wird. Iſt nun zur Abkürzung $AB = \delta$, $A'B' = \delta'$, ſo reducirt ſich die Bedingung der Aequivalenz der Kräfte P, P' auf $Q\mu'\delta' = Q\mu\delta$, d. h. auf $\mu'\delta' = \mu\delta$. Man nennt das Product $\mu\delta$ das magnetiſche Moment des vorhandenen Körpers N S. Iſt daſſelbe bekannt und bezeichnet man es mit M, ſo gibt die Gleichung $\mu'\delta' = M$ den Werth einer der

beiden Größen μ', δ', wenn die andere nach Belieben angenommen worden iſt.

Die Poſition der Puncte A, B in einem Magnete, ſo wie die Größe μ wird zwar durch die Vertheilungsweiſe der Magnetismen in den einzelnen Elementen des Körpers völlig beſtimmt, allein dieſe Beſtimmtheit wird durch das Zuſammenbeſtehen der gleichen und entgegengeſetzten Actionen der Erde auf den Magnet wieder aufgehoben, weßwegen durch die Meſſung der mechaniſchen Wirkungen eines Magnetes nach der weiterhin zu erklärenden Methode bloß das Product $\mu\delta$, d. i. das magnetiſche Moment, nicht aber die einzelnen Factoren dieſes Productes ausgemittelt werden können.

Das Product QM der magnetiſchen Erdkraft mit dem Momente eines Magnetes bezeichnet das größte Drehungsmoment, welches dieſe Kraft bezüglich einer mit dem Magnete feſt verbundenen Axe hervorbringen kann, und eben ſo gibt, wenn q eine Componente von Q vorſtellt, das Product qM das dieſer Componente entſprechende größte Drehungsmoment an. Dabei iſt zu bemerken, daß das jedesmalige Drehungsmoment nur von der Stellung des Magnetes und der Drehungsaxe gegen die Erde abhängt, und nicht geändert wird, wenn man bei ungeänderter Stellung des Magnetes die Drehungsaxe ihrer vorigen Lage parallel an irgend einer andern Stelle des Magnetes anbringt. Denn es ſey C (Fig. 87) ein Punct der fixen Drehungsaxe eines Magnetes; man ziehe CD nach der Richtung der magnetiſchen Axe und betrachte C und D als Angriffspuncte der entgegengeſetzten magnetiſchen Erdkräfte, ſo wird die in C angebrachte Kraft durch den Widerſtand der Drehungsaxe aufgehoben, und es bleibt bloß die in D wirkende Kraft übrig, welche die Action der Erde auf den Magnet vollſtändig repraſentirt. Es ſey Dz die Richtung dieſer Kraft und CD $= h$, ſo iſt nach Obigem $\frac{QM}{h}$ ihre Größe. Das größte Drehungsmoment findet offenbar ſtatt, wenn CD mit der Drehungsaxe, und Dz mit dieſer und CD rechte Winkel bilden, und es iſt dieſes Drehungsmoment $= \frac{QM}{h} . h = QM$. Daſſelbe gilt, wenn man Dz als die Richtung einer Componente q von Q betrachtet, in welchem Falle ſich eben ſo qM als das größte Drehungsmoment ergibt.

245. **Schwingende Bewegung einer Magnetnadel.** Die Kräfte, mit welchen die Erde auf eine um eine fixe Axe drehbare Magnetnadel einwirkt, ſind die Schwere und der Magnetismus. Den beſonderen Fall ausgenommen, wenn die Drehungsaxe durch den Schwerpunct der Nadel geht und zugleich den Richtungen der magnetiſchen Erdkräfte parallel iſt, wobei die Nadel ſich in jeder Lage im Gleichgewichte befinden würde, gibt es für die Nadel ſtets nur Eine Poſition des ſtabilen Gleichgewichtes, und es gerath dieſelbe, wenn ſie aus dieſer Poſition ein wenig abgelenkt wird, in eine ſchwingende Bewegung, welche offenbar nach denſelben Geſetzen wie jene eines gewöhnlichen Pendels vor ſich geht. Wir betrachten hier zunächſt bloß die Schwin-

gungen einer Declinationsnadel, worunter eine Magnetnadel zu verstehen ist, deren Drehungsaxe vertical steht und deren magnetische Axe gegen erstere senkrecht, mithin stets in derselben horizontalen Ebene zu bleiben genöthiget ist. Die Schwere hat auf die Bewegung einer solchen Magnetnadel keinen Einfluß, und die magnetische Kraft, welche diese Bewegung bewirkt, ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus, deren Richtung in den magnetischen Meridian fällt, und deren Größe sich ergibt, wenn man die erdmagnetische Kraft (Totalkraft) nach der Regel des Kräftenparallelogrammes in eine horizontale und in eine verticale Kraft zerlegt. Die Schwingungsdauer t der Magnetnadel wird durch eine ähnliche Formel gegeben, wie jene eines zusammengesetzten Pendels mit horizontaler Axe. Bezeichnet K das Trägheitsmoment, M die Masse, a die Entfernung des Schwerpunctes eines solchen Pendels von der Drehungsaxe, und g die Acceleration der Schwere, so ist $\frac{K}{Ma}$ die reducirte Länge des Pendels (164), und daher $t = \pi \sqrt{\frac{K}{gMa}}$ die Schwingungsdauer desselben. Hier gibt gM das Gewicht des Pendels und gM.a das größte Drehungsmoment an, mit welchem die Schwere auf das Pendel zu wirken vermag. Um diese Formel auf die mit sehr geringer Elongation vor sich gehenden Schwingungen einer Declinationsnadel zu übertragen, hat man nur, wenn H die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft Q, und M das magnetische Moment der Nadel vorstellt, statt gMa zu setzen HM, wodurch man die Formel

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{HM}}$$

erhält.

Ist die schwingende Magnetnadel eine Inclinationsnadel, worunter man eine Magnetnadel versteht, deren Drehungsaxe durch den Schwerpunct geht und eine horizontale Lage hat, und steht diese Axe zugleich senkrecht gegen den magnetischen Meridian, in welchem Falle die magnetische Axe der Nadel in der Gleichgewichtslage die Inclination anzeigt, so findet man auf dem obigen Wege die Schwingungsdauer $T = \pi \sqrt{\frac{K}{QM}}$. Stellt man dagegen die Axe der Nadel in den magnetischen Meridian, so wirkt bloß die verticale Componente des Erdmagnetismus, welche V heiße, drehend auf die Nadel; ihre magnetische Axe hat daher im Gleichgewichte eine verticale Lage, und die Schwingungsdauer T' wird durch die Formel

$$T' = \pi \sqrt{\frac{K}{VM}}$$

angegeben.

246. Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstoßung. Die Erfahrung lehrt, daß ein Magnetstab auf eine kleine in seine Nähe gebrachte Magnetnadel so einwirkt, als ob seine magnetische Kraft

bloß in zwei Puncten, welche unweit von seinen Enden liegen, ihren Sitz hätte. Man nennt diese Puncte die Pole des Magnetstabes. Es müssen sich also die Actionen der kleinsten Theile eines Magnetstabes auf ein magnetisches Theilchen außerhalb desselben, wenigstens näherungsweise, durch die Actionen genannter Pole repräsentiren lassen. Man lege nun einen sehr langen Magnetstab horizontal und dem magnetischen Meridiane parallel, mit seinem Nordpole gegen Norden gekehrt, und bringe in der Verlängerung seiner Mittellinie auf der Nord- oder auf der Südseite eine kleine Declinationsnadel an, so kann man näherungsweise annehmen, daß nur der ihr nächste Pol auf sie merklich einwirke, und die Actionen desselben auf sämmtliche Theilchen der Nadel einander gleich und parallel seyen. Hier addirt sich also die Action des Magnetstabes gleichsam zu jener der Erde, und beschleunigt dem gemäß die Schwingungen der Magnetnadel. Bezeichnet H die Horizontalkraft des Erdmagnetismus, F die Action des Magnetpoles auf die in einem Puncte concentrirt gedachte Einheit der Magnetismen, n die Anzahl der Schwingungen, welche die Magnetnadel unter dem bloßen Einflusse der Erde während einer gewissen Zeit Z vollbringt, N die Anzahl der Schwingungen, welche sie während derselben Zeit macht, während auch noch der Magnetpol auf sie einwirkt, endlich L das Trägheitsmoment und M das magnetische Moment der Nadel, so ist nach der in 245 gefundenen Formel, weil $\frac{Z}{n}$, $\frac{Z}{N}$ die Dauer einer Schwingung der Nadel unter den genannten Umständen bedeuten,

$$\frac{Z}{n} = \pi\sqrt{\frac{K}{HM}}, \quad \frac{Z}{N} = \pi\sqrt{\frac{K}{(H+F)M}},$$

mithin, wenn man den ersten Ausdruck durch den zweiten dividirt,

$$\frac{N}{n} = \sqrt{\frac{H+F}{H}}, \text{ woraus } \frac{H+F}{H} = \frac{N^2}{n^2}$$

oder

$$\frac{F}{H} = \frac{N^2}{n^2} - 1 = \frac{N^2 - n^2}{n^2}$$

folgt. Beziehen sich die Größen F und N auf den Fall, wenn die Distanz des Mittelpunctes der Magnetnadel von dem Pole des Magnetstabes = D ist, und bezeichnen F' und N' die Werthe dieser Größen bezüglich der Distanz D', so ist eben so $\frac{F'}{H} = \frac{N'^2 - n^2}{n^2}$, mithin

$$F' : F = N'^2 - n^2 : N^2 - n^2.$$

Die Erfahrung gibt sehr nahe $N'^2 - n^2 : N^2 - n^2 = D^2 : D'^2$, wornach sich mit größter Wahrscheinlichkeit vermuthen läßt, daß

$$F' : F = D^2 : D'^2$$

sey, d. h. daß sich die von dem Pole eines Magnetstabes auf die Theilchen einer Magnetnadel ausgehenden Kräfte verkehrt verhalten wie die Quadrate der Distanzen. Man kann dieses Gesetz auf die gegenseitige Action je zweier kleinsten magnetischen Theilchen ausdehnen, und die Erscheinungen darnach berechnen; alle Resultate, die man bisher daraus ableitete und mit der Erfahrung verglich, bewähren die Zu-

läßigkeit dieſer Annahme, und ſetzen ſonach die Richtigkeit des obigen Geſetzes außer allen Zweifel. Obgleich die hier zu Gebote ſtehenden mathematiſchen Hilfsmittel derlei Berechnungen in größter Schärfe nicht geſtatten, ſo wird doch die aufgeſtellte Behauptung in dem Folgenden eine hinreichende Bekräftigung finden.

247. **Fernwirkung zweier einander nahen ungleichnamigen Magnetpole.** Es ſeyen A und B (Fig. 88) zwei Magnetpole, und X ein mit Magnetismus begabter Punct, ſo läßt ſich die Reſultirende der von A und B auf X ausgehenden Actionen aus den Diſtanzen dieſer Puncte von X und aus den in genannten Puncten concentrirt gedachten Quantitäten von Magnetismus nach dem in 246 aufgeſtellten Geſetze mit Hilfe der Regel des Kräftenparallelogramms leicht finden. Wir beſchränken uns hier jedoch lediglich auf folgende Vorausſetzungen: Wir nehmen an, die in A und B enthaltenen Magnetismen ſeyen ungleichartig und gleich groß, wie es ſtatt findet, wenn A und B Pole eines Magnetes ſind; ferner denken wir uns den Punct X in einer Entfernung, welche viele Male größer iſt als AB; endlich betrachten wir bloß die zwei Fälle, wenn der Punct X ſich entweder in einer von der Mitte C der Linie AB auf ſelbe ſenkrechten Geraden, oder wenn er ſich in der Richtung von AB ſelbſt befindet. Es ſey μ die gemeinſchaftliche Quantität des Magnetismus von A und B, und m jene von X, ferner $AB = \delta$ und $CX = x$. Von den Puncten A und B wirkt der eine anziehend, der andere abſtoßend auf X; iſt CX ſenkrecht auf AB, ſo ſind dieſe zwei Actionen einander gleich und ſie erzeugen daher eine Reſultirende, welche eine zur AB parallele Richtung hat; z. B. wenn A den Punct X anzieht und B ihn abſtößt, die Richtung Xu. Es ſey R die Größe der Reſultirenden und P die gemeinſchaftliche Größe der Componenten. Da die Seiten des Dreieckes ABX die Lage der Richtungen der erwähnten Kräfte haben, ſo iſt $R : P = AB : AX$, mithin $R = \frac{P.\delta}{AX}$. Aber es iſt $P = \frac{m\mu}{AX^2}$, folglich

$$R = \frac{m\mu\delta}{AX^3}.$$

Man kann hier wegen des geringen Unterſchiedes zwiſchen AX und CX letztere Größe ſtatt der erſteren ſetzen, und erhält ſo näherungsweiſe $R = \frac{m\mu\delta}{x^3}$. Iſt AB ein Magnetſtab, ſo gibt das Product $\mu\delta$ das magnetiſche Moment deſſelben an: ſetzen wir $\mu\delta = M$, ſo haben wir $R = \frac{mM}{x^3}$.

Liegt aber der in Rede ſtehende Punct in der Verlängerung von AB, z. B. in X', und bezeichnet P' die Action, die er von A, P'' jene, die er von B erfährt, und R' die Reſultirende beider, ſo hat man, wenn $CX' = x$ geſetzt wird, $AX' = x - \frac{1}{2}\delta$, $BX' = x + \frac{1}{2}\delta$, alſo

$$P' = \frac{m\mu}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2} \quad \text{und} \quad -\frac{m\mu}{(x+\frac{1}{2}\delta)^2}$$

$$\text{und } R' = P' - P'' = \frac{m\mu}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2} - \frac{m\mu}{(x+\frac{1}{2}\delta)^2} = \frac{m\mu[(x+\frac{1}{2}\delta)^2-(x-\frac{1}{2}\delta)^2]}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2(x+\frac{1}{2}\delta)^2}$$

$$= \frac{2m\mu x\delta}{(x^2-\frac{1}{4}\delta^2)^2},$$

mithin wird, wenn man im Nenner $\frac{1}{4}\delta^2$ im Vergleiche mit x^2 vernachläßiget, $R' = \frac{2m\mu\delta}{x^3} = \frac{2mM}{x^3}$. Bei gleicher Diſtanz x iſt ſonach R' doppelt ſo groß als R und jede dieſer Kräfte iſt der dritten Potenz der Diſtanz x des afficirten Punctes von der Mitte C des Magnetes AB verkehrt proportional.

248. **Ablenkung einer Declinationsnadel vom magnetiſchen Meridiane durch einen Magnetſtab.** Es ſey NS (Fig. 89 und 90) die Ruhelage einer Declinationsnadel: derſelben werde in einerlei Horizontalebene mit ihrer magnetiſchen Axe ein Magnetſtab AB in einer gegen die Längen AB, NS beträchtlichen Entfernung ſo entgegengeſtellt, daß entweder (Fig. 89) die Verlängerung der Geraden NS die AB oder (Fig. 90) die Verlängerung von AB die NS in ihrer Mitte unter einem rechten Winkel trifft. In dem einen wie in dem andern Falle wird die Magnetnadel genöthiget die Poſition NS zu verlaſſen und eine andere Poſition N'S anzunehmen, d. h. ſie wird, wenn O ihren Unterſtützungspunct bezeichnet, vom magnetiſchen Meridiane um den Winkel $NON' = \omega$ oder ω' abgelenkt, deſſen Größe wir nun beſtimmen wollen. Wegen der großen Entfernung des ablenkenden Magnetes von der Nadel kann man die Kräfte, welcher erſterer auf die Theilchen der letzteren ausübt, als parallel und einander gleich betrachten, und daher dieſe Action nach denſelben Principien, wie den Erdmagnetismus behandeln. Man kann ſich alſo vorſtellen, es wirken ſowohl von der Erde, als vom Magnete AB aus zwei gleiche und entgegengeſetzte Kräfte auf NS, und zwar ſey der fixe Punct O der Angriffspunct der einen Kraft und der in der N'S' beliebig gewählte Punct F der Angriffspunct der andern, ſo daß lediglich die Action der Erde und des Magnetes AB auf F zu betrachten iſt. Nennen wir, bezüglich der Einheit der Magnetismen, die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, und die Kraft des Magnetes in dem erſten der oben bezeichneten Fälle R, in dem andern R', ſo fordert das Gleichgewicht der Nadel N'S', daß die Reſultirende von H und R (oder R') die Richtung FO habe. Ziehen wir FE ſenkrecht auf NS, ſo iſt, weil die Seiten des Dreieckes EOF mit den Richtungen der hier ins Spiel tretenden Kräfte harmoniren, für den erſten Fall (Fig. 89) $OF : FE = H : R$. Aber es iſt $tang\,\omega = \frac{FE}{OE}$, mithin $tang\,\omega = \frac{R}{H}$. Eben ſo iſt für den zweiten Fall (Fig. 90)

$$tang\,\omega' = \frac{R'}{H}.$$

Bezeichnet M das magnetiſche Moment von AB und x die Diſtanz CO,

so haben wir nach 247, weil hier $m = 1$ zu nehmen ist, $R = \frac{M}{x^3}$ und $R' = \frac{2M}{x}$, also $tang\,\omega = \frac{M}{11x^3}$ und $tang\,\omega' = \frac{2M}{11x^3}$.

Es ist also $tang\,\omega' = 2\,tang\,\omega$. Da dieses Resultat, wie die Ableitung desselben zu erkennen gibt, nur bei der Voraussetzung, daß die magnetische Action dem Quadrate der Distanz umgekehrt proportional sey, bestehen kann, so dient die in den Versuchen sich kundgebende Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Rechnung als Beweisgrund für die Richtigkeit dieser Voraussetzung.

249. **Reduction des magnetischen Zustandes eines Körpers auf dessen Oberfläche.** Lehrsatz. »In so fern die magnetische Anziehung und Abstoßung dem Quadrate der Distanz verkehrt »proportionirt ist, läßt sich jeder Vertheilungsweise des Magnetismus »im Innern eines Körpers eine bezüglich aller Actionen nach außen »äquivalente Anordnung des Magnetismus substituiren, wobei lediglich die Oberfläche dieses Körpers mit magnetischer Kraft begabt ist.« Beweis. In 173 ist gezeigt worden, daß eine Kugelfläche, deren sämmtliche Theilchen im geraden Verhältnisse ihrer Größe und im verkehrten des Quadrates der Distanz anziehende oder abstoßende Kräfte ausüben, auf jeden äußeren Punct gerade so wirkt, als ob die gesammte über diese Kugelfläche ausgebreitete anziehende oder abstoßende Substanz im Kugelmittelpuncte concentrirt wäre. Man kann daher statt jedes einzelnen mit Nord- oder Südmagnetismus begabten Theilchens eines Körpers, ohne Aenderung des Effectes auf irgend eine Distenz hin, eine mit beliebigem, jedoch diese Distanz nicht überschreitenden Halbmesser beschriebene Kugelfläche setzen, auf welcher die gedachtem Theilchen anklebende magnetische Quantität gleichförmig ausgebreitet ist. Es sey nun ABCD (Fig. 91) die Oberfläche irgend eines magnetischen Körpers. Man denke sich innerhalb derselben eine Fläche geführt, deren Abstand von der Körperfläche aller Orten sehr klein ist, so daß beide Flächen eine sehr dünne oder äußerste Schichte des Körpers zwischen sich enthalten. Mit Hilfe des so eben ausgesprochenen Satzes läßt sich der gesammte im Inneren des Körpers vorhandene Magnetismus, ohne Aenderung seiner Action nach außen, in diese Schichte übertragen. Es seyen nämlich a, b, c, d . . ., nicht in dieser Schichte liegende magnetische Theilchen des Körpers. Man beschreibe um dieselben mit ihren kürzesten Distanzen aA, bB, cC, dD . . . von der Oberfläche des Körpers Kugelflächen, so liegen dieselben nothwendig ganz innerhalb der genannten Oberfläche und berühren sie in A, B, C, D . . .; vertheilt man nun die in a, b, c, d . . . befindlichen Magnetismen gleichförmig über die correspondirenden Kugelflächen, so fällt ein Theil dieser Magnetismen in vorerwähnte Schichte, der andere in das Innere des Körpers, und es ist die neue Anordnung des Magnetismus der früheren bezüglich jeder Wirkung auf Puncte außerhalb des Körpers vollkommen äquivalent. Setzt man dieses Verfahren fort, so lange man [illegible]mus im innern

Theile des Körpers antrifft, ſo kommt immer mehr davon in die äußerſte Schichte, und es kann der Betrag des noch im Innern des Körpers zurückbleibenden Magnetismus kleiner gemacht werden, als jede denkbare noch ſo kleine magnetiſche Quantität. Da ſich die vorbezeichnete äußerſte Schichte ſo dünn annehmen läßt, als man nur immer will, ſo kann ſämmtlicher im Körper urſprünglich vorhandene Magnetismus ohne Aenderung der Action nach außen in jede denkbare Nähe an die Oberfläche des Körpers, folglich auch auf dieſe Oberfläche ſelbſt verſetzt werden, womit die oben ausgeſprochene Behauptung bewieſen iſt. Fallen bei dieſer Uebertragung des Magnetismus eines Körpers auf ſeine Oberfläche entgegengeſetzte Magnetismen in einen und denſelben Punct, ſo reduciren ſie ſich auf die Differenz ihrer abſoluten Werthe und dieſe erhält die Qualität des überwiegenden Magnetismus. Die algebraiſche (d. i. mit Rückſicht auf den Gegenſatz genommene) Summe des Magnetismus, welcher an die Oberfläche eines Körpers geſetzt, bezüglich der Action nach außen, dem im Innern des Körpers vorhandenen Magnetismus äquivalent iſt, kommt alſo ſtets jener des inneren Magnetismus gleich.

Es iſt nur eine einzige ſolche äquivalente Anordnung von Magnetismus auf der Oberfläche eines Körpers möglich. Denn gäbe es deren zwei, ſo müßte die eine der anderen bezüglich der Wirkung nach außen völlig gleichgelten; folglich wenn man gleichzeitig die eine Anordnung, wie ſie iſt, die andere aber mit durchgehends entgegengeſetzter Qualität der Magnetismen auf dieſe Oberfläche überträgt, jede Wirkung nach außen wegfallen, während doch auf genannter Oberfläche der aus der Verſchiedenheit beider Anordnungen reſultirende Magnetismus zurückbliebe. Aber die Action einer mit Magnetismus beſetzten Fläche kann, wie immer die Anordnung deſſelben beſchaffen ſeyn mag, offenbar nicht für ſämmtliche Puncte des äußeren Raumes verſchwinden, es wäre denn, daß jeder Punct der Fläche gleichviel nördlichen und ſüdlichen Magnetismus enthielte, was ſo viel heißt, als gar keinen Magnetismus auf der Fläche vorausſetzen. Es können daher vorgedachte zwei äquivalente Anordnungen nicht von einander verſchieden ſeyn.

Aus dem Gange dieſer Betrachtungen erhellet, daß ſich unendlich viele Vertheilungsarten des Magnetismus im Innern eines Körpers denken laſſen, denen dieſelbe Wirkung nach außen entſpricht. Hieraus folgt, daß aus der bloßen Beobachtung der Kräfte, welche ein Magnet auf den ihn umgebenden Raum äußert, kein Schluß auf die Anordnung des Magnetismus in ſeinem Innern möglich iſt. Derlei Beobachtungen können zu nichts weiter dienen, als die äquivalente Anordnung des Magnetismus auf der Oberfläche darzulegen. Indeſſen kann man ſich dem ungeachtet in einzelnen Fällen eine gewiſſe Vorſtellung über die magnetiſchen Zuſtände der Theilchen eines Körpers bilden. So iſt klar, daß in einem Stahlſtabe A B (Fig 92), den man mit einem beſtimmten Pole eines Magnetes im Sinne ſeiner Länge, z. B. mit dem Nordpole von A bis B geſtrichen hat, die einzelnen polariſch gewordenen Theilchen alle ihre Nordhälften gegen A, und ihre Südhälften gegen B kehren. Angenommen es ſeyen die magnetiſchen Axen aa,

n′s′, n″s″ . . . sämmtlicher Theilchen der Längenrichtung von A B parallel, ferner ſtatt der nördlichen Magnetismen n, n′, n″ . . . für ſich allein und eben ſo ſtatt der ſüdlichen Magnetismen s, s′, s″ . . . die äquivalenten Anordnungen auf die Oberfläche des Stabes übertragen, ſo wird die eine dieſer Anordnungen das Umgekehrte der andern ſeyn. Da nun nothwendig die größte Intenſität der nördlichen Magnetismen auf die Endfläche A und der ſüdlichen auf B fällt, ſo waltet auf der Hälfte A C des Stabes der nördliche und auf B C der ſüdliche Magnetismus vor, und die Intenſitäten der freien Magnetismen nehmen in der Nähe von A und B ſehr raſch zu, weßwegen diejenigen Stellen, welche ſich als Pole charakteriſiren, in die Nähe der Enden des Stabes zu ſtehen kommen.

Wenn ein Körper keine magnetiſche Kraftäußerung zeigt, ſo folgt daraus nicht, daß er im Innern keinen Magnetismus enthalte, ſondern nur daß er eben ſo viel nördlichen als ſüdlichen Magnetismus in ſich trage, welcher ſo angeordnet iſt, daß jede Action nach außen wegfällt. Derlei Anordnungen ſind aber immer möglich. Wäre z. B. ein Körper aus kugelförmigen Molekeln gebildet, und jedes dieſer Molekel aus gleichmäßig polariſchen Theilchen ſo zuſammengeſetzt, daß die gleichnamigen Pole in concentriſchen Kugelflächen liegen, ſo würde jedes ſolche Molekel nach außen ſo wirken, als ob ſeine ſämmtlichen Magnetismen in ſeinem Centrum beiſammen wären. Iſt nun, wie wir es hier vorausſetzen, die Summe der nördlichen Magnetismen ſo groß wie jene der ſüdlichen, ſo iſt die Wirkung jedes Molekels nach außen Null, gerade ſo, als enthielte es gar keinen Magnetismus. Hiernach ließe ſich die Hypotheſe aufſtellen, daß die kleinſten Theilchen des Stahles, Eiſens ꝛc. ſchon urſprünglich magnetiſche Polarität beſitzen, nicht erſt dieſelbe durch den Act des Magnetiſirens bekommen, und dieſer Vorgang bloß die Stellung der Pole der Theilchen ändere, wornach die Action derſelben nach außen eine von Null verſchiedene Reſultirende gibt.

250. **Magnetiſche Curven** Wird eine ſehr kleine, um ihren Schwerpunct nach allen Seiten drehbare Magnetnadel in die Nähe eines magnetiſchen Körpers gebracht, ſo nimmt ſie eine beſtimmte, von ihrer Stellung gegen den Körper und von dem magnetiſchen Zuſtande deſſelben abhängende Poſition des ſtabilen Gleichgewichtes an. Eine krumme Linie, welche eine Folge ſolcher an einander ſich anſchließenden Richtungen der Magnetnadel tangirt, heißt eine **magnetiſche Curve**. Jedem Magnete gehört ein Syſtem magnetiſcher Curven an, welche von ſeinen Polen auslaufen. Man kann ſie bei einem Magnetſtabe ſichtbar machen, wenn man denſelben unter eine Papierfläche legt, und feine Eiſenfeile darauf ſtreut. Jedes Eiſenſpänchen vertritt dabei die Stelle einer kleinen Magnetnadel, und die an einander hängenden Eiſentheilchen, welche auf dem Papiere zwar ſich drehen, aber nicht fortrücken können, zeigen den Lauf der magnetiſchen Curven ſehr deutlich.

251. **Magnetiſirung durch Vertheilung.** Wenn ein Körper, deſſen Theilchen mit großer Leichtigkeit die magnetiſche Polarität annehmen und verlieren, wie weiches Eiſen, ſich in dem Bereiche eines mit bleibendem Magnetismus verſehenen Körpers, z. B. eines Stahlmagnetes befindet, d. h. wenn erſterer dem letzteren ſo nahe ſteht, daß dieſer auf jenen mit merklicher Kraft einzuwirken vermag, ſo wird der erſtgenannte Körper, das weiche Eiſen, in den magnetiſchen Zuſtand

beiden Größen μ', δ', wenn die andere nach Belieben angenommen worden iſt.

Die Poſition der Puncte A, B in einem Magnete, ſo wie die Größe μ wird zwar durch die Vertheilungsweiſe der Magnetismen in den einzelnen Elementen des Körpers völlig beſtimmt, allein dieſe Beſtimmtheit wird durch das Zuſammenbeſtehen der gleichen und entgegengeſetzten Actionen der Erde auf den Magnet wieder aufgehoben, weßwegen durch die Meſſung der mechaniſchen Wirkungen eines Magnetes nach der weiterhin zu erklärenden Methode bloß das Product $\mu\delta$, d. i. das magnetiſche Moment, nicht aber die einzelnen Factoren dieſes Productes ausgemittelt werden können.

Das Product QM der magnetiſchen Erdkraft mit dem Momente eines Magnetes bezeichnet das größte Drehungsmoment, welches dieſe Kraft bezüglich einer mit dem Magnete feſt verbundenen Axe hervorbringen kann, und eben ſo gibt, wenn q eine Componente von Q vorſtellt, das Product qM das dieſer Componente entſprechende größte Drehungsmoment an. Dabei iſt zu bemerken, daß das jedesmalige Drehungsmoment nur von der Stellung des Magnetes und der Drehungsaxe gegen die Erde abhängt, und nicht geändert wird, wenn man bei ungeänderter Stellung des Magnetes die Drehungsaxe ihrer vorigen Lage parallel an irgend einer andern Stelle des Magnetes anbringt. Denn es ſey C (Fig. 87) ein Punct der fixen Drehungsaxe eines Magnetes; man ziehe CD nach der Richtung der magnetiſchen Axe und betrachte C und D als Angriffspuncte der entgegengeſetzten magnetiſchen Erdkräfte, ſo wird die in C angebrachte Kraft durch den Widerſtand der Drehungsaxe aufgehoben, und es bleibt bloß die in D wirkende Kraft übrig, welche die Action der Erde auf den Magnet vollſtändig repräſentirt. Es ſey Dx die Richtung dieſer Kraft und CD $= h$, ſo iſt nach Obigem $\frac{QM}{h}$ ihre Größe. Das größte Drehungsmoment findet offenbar ſtatt, wenn CD mit der Drehungsaxe, und Dx mit dieſer und CD rechte Winkel bilden, und es iſt dieſes Drehungsmoment $= \frac{QM}{h} . h = QM$. Daſſelbe gilt, wenn man Dx als die Richtung einer Componente q von Q betrachtet, in welchem Falle ſich eben ſo qM als das größte Drehungsmoment ergibt.

245. **Schwingende Bewegung einer Magnetnadel.** Die Kräfte, mit welchen die Erde auf eine um eine fixe Axe drehbare Magnetnadel einwirkt, ſind die Schwere und der Magnetismus. Den beſonderen Fall ausgenommen, wenn die Drehungsaxe durch den Schwerpunct der Nadel geht und zugleich den Richtungen der magnetiſchen Erdkräfte parallel iſt, wobei die Nadel ſich in jeder Lage im Gleichgewichte befinden würde, gibt es für die Nadel ſtets nur Eine Poſition des ſtabilen Gleichgewichtes, und es geräth dieſelbe, wenn ſie aus dieſer Poſition ein wenig abgelenkt wird, in eine ſchwingende Bewegung, welche offenbar nach denſelben Geſetzen wie jene eines gewöhnlichen Pendels vor ſich geht. Wir betrachten hier zunächſt bloß die Schwin-

gungen einer Declinationsnadel, worunter eine Magnetnadel zu verstehen ist, deren Drehungsaxe vertical steht und deren magnetische Axe gegen erstere senkrecht, mithin stets in derselben horizontalen Ebene zu bleiben genöthiget ist. Die Schwere hat auf die Bewegung einer solchen Magnetnadel keinen Einfluß, und die magnetische Kraft, welche diese Bewegung bewirkt, ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus, deren Richtung in den magnetischen Meridian fällt, und deren Größe sich ergibt, wenn man die erdmagnetische Kraft (Totalkraft) nach der Regel des Kräftenparallelogrammes in eine horizontale und in eine verticale Kraft zerlegt. Die Schwingungsdauer t der Magnetnadel wird durch eine ähnliche Formel gegeben, wie jene eines zusammengesetzten Pendels mit horizontaler Axe. Bezeichnet K das Trägheitsmoment, M die Masse, a die Entfernung des Schwerpunctes eines solchen Pendels von der Drehungsaxe, und g die Acceleration der Schwere, so ist $\frac{K}{Ma}$ die reducirte Länge des Pendels (164), und daher $t = \pi \sqrt{\frac{K}{gMa}}$ die Schwingungsdauer desselben. Hier gibt gM das Gewicht des Pendels und gM.a das größte Drehungsmoment an, mit welchem die Schwere auf das Pendel zu wirken vermag. Um diese Formel auf die mit sehr geringer Elongation vor sich gehenden Schwingungen einer Declinationsnadel zu übertragen, hat man nur, wenn H die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft Q, und M das magnetische Moment der Nadel vorstellt, statt gMa zu setzen HM, wodurch man die Formel

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{HM}}$$

erhält.

Ist die schwingende Magnetnadel eine Inclinationsnadel, worunter man eine Magnetnadel versteht, deren Drehungsaxe durch den Schwerpunct geht und eine horizontale Lage hat, und steht diese Axe zugleich senkrecht gegen den magnetischen Meridian, in welchem Falle die magnetische Axe der Nadel in der Gleichgewichtslage die Inclination anzeigt, so findet man auf dem obigen Wege die Schwingungsdauer $T = \pi \sqrt{\frac{K}{QM}}$. Stellt man dagegen die Axe der Nadel in den magnetischen Meridian, so wirkt bloß die verticale Componente des Erdmagnetismus, welche V heiße, drehend auf die Nadel; ihre magnetische Axe hat daher im Gleichgewichte eine verticale Lage, und die Schwingungsdauer T' wird durch die Formel

$$T' = \pi \sqrt{\frac{K}{VM}}$$

angegeben.

246. Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstoßung. Die Erfahrung lehrt, daß ein Magnetstab auf eine kleine in seine Nähe gebrachte Magnetnadel so einwirkt, als ob seine magnetische Kraft

bloß in zwei Puncten, welche unweit von ſeinen Enden liegen, ihren Sitz hätte. Man nennt dieſe Puncte die Pole des Magnetſtabes. Es müſſen ſich alſo die Actionen der kleinſten Theile eines Magnetſtabes auf ein magnetiſches Theilchen außerhalb deſſelben, wenigſtens näherungsweiſe, durch die Actionen genannter Pole repräſentiren laſſen. Man lege nun einen ſehr langen Magnetſtab horizontal und dem magnetiſchen Meridiane parallel, mit ſeinem Nordpole gegen Norden gekehrt, und bringe in der Verlängerung ſeiner Mittellinie auf der Nord- oder auf der Südſeite eine kleine Declinationsnadel an, ſo kann man näherungsweiſe annehmen, daß nur der ihr nächſte Pol auf ſie merklich einwirke, und die Actionen deſſelben auf ſämmtliche Theilchen der Nadel einander gleich und parallel ſeyen. Hier addirt ſich alſo die Action des Magnetſtabes gleichſam zu jener der Erde, und beſchleunigt dem gemäß die Schwingungen der Magnetnadel. Bezeichnet H die Horizontalkraft des Erdmagnetismus, F die Action des Magnetpoles auf die in einem Puncte concentrirt gedachte Einheit der Magnetismen, n die Anzahl der Schwingungen, welche die Magnetnadel unter dem bloßen Einfluſſe der Erde während einer gewiſſen Zeit Z vollbringt, N die Anzahl der Schwingungen, welche ſie während derſelben Zeit macht, während auch noch der Magnetpol auf ſie einwirkt, endlich L das Trägheitsmoment und M das magnetiſche Moment der Nadel, ſo iſt nach der in 245 gefundenen Formel, weil $\frac{Z}{n}$, $\frac{Z}{N}$ die Dauer einer Schwingung der Nadel unter den genannten Umſtänden bedeuten,

$$\frac{Z}{n} = \pi\sqrt{\frac{K}{HM}},\quad \frac{Z}{N} = \pi\sqrt{\frac{K}{(H+F)M}},$$

mithin, wenn man den erſten Ausdruck durch den zweiten dividirt,

$$\frac{N}{n} = \sqrt{\frac{H+F}{H}},\quad \text{woraus}\quad \frac{H+F}{H} = \frac{N^2}{n^2}$$

oder

$$\frac{F}{H} = \frac{N^2}{n^2} - 1 = \frac{N^2-n^2}{n^2}$$

folgt. Beziehen ſich die Größen F und N auf den Fall, wenn die Diſtanz des Mittelpunctes der Magnetnadel von dem Pole des Magnetſtabes = D iſt, und bezeichnen F′ und N′ die Werthe dieſer Größen bezüglich der Diſtanz D′, ſo iſt eben ſo $\frac{F'}{H} = \frac{N'^2-n^2}{n^2}$, mithin

$$F' : F = N'^2 - n^2 : N^2 - n^2.$$

Die Erfahrung gibt ſehr nahe $N'^2 - n^2 : N^2 - n^2 = D^2 : D'^2$, wornach ſich mit großter Wahrſcheinlichkeit vermuthen läßt, daß

$$F' : F = D^2 : D'^2$$

ſey, d. h. daß ſich die von dem Pole eines Magnetſtabes auf die Theilchen einer Magnetnadel ausgehenden Kräfte verkehrt verhalten wie die Quadrate der Diſtanzen. Man kann dieſes Geſetz auf die gegenſeitige Action je zweier kleinſten magnetiſchen Theilchen ausdehnen, und die Erſcheinungen darnach berechnen; alle Reſultate, die man bisher daraus ableitete und mit der Erfahrung verglich, bewahren die Zu-

läßigkeit dieſer Annahme, und ſetzen ſonach die Richtigkeit des obigen Geſetzes außer allen Zweifel. Obgleich die hier zu Gebote ſtehenden mathematiſchen Hilfsmittel derlei Berechnungen in größter Schärfe nicht geſtatten, ſo wird doch die aufgeſtellte Behauptung in dem Folgenden eine hinreichende Bekräftigung finden.

247. **Fernwirkung zweier einander nahen ungleichnamigen Magnetpole.** Es ſeyen A und B (Fig. 88) zwei Magnetpole, und X ein mit Magnetismus begabter Punct, ſo läßt ſich die Reſultirende der von A und B auf X ausgehenden Actionen aus den Diſtanzen dieſer Puncte von X und aus den in genannten Puncten concentrirt gedachten Quantitäten von Magnetismus nach dem in 246 aufgeſtellten Geſetze mit Hilfe der Regel des Kräftenparallelogramms leicht finden. Wir beſchränken uns hier jedoch lediglich auf folgende Vorausſetzungen: Wir nehmen an, die in A und B enthaltenen Magnetismen ſeyen ungleichartig und gleich groß, wie es ſtatt findet, wenn A und B Pole eines Magnetes ſind; ferner denken wir uns den Punct X in einer Entfernung, welche viele Male größer iſt als AB; endlich betrachten wir bloß die zwei Fälle, wenn der Punct X ſich entweder in einer von der Mitte C der Linie AB auf ſelbe ſenkrechten Geraden, oder wenn er ſich in der Richtung von AB ſelbſt befindet. Es ſey μ die gemeinſchaftliche Quantität des Magnetismus von A und B, und m jene von X, ferner $AB = \delta$ und $CX = x$. Von den Puncten A und B wirkt der eine anziehend, der andere abſtoßend auf X; iſt CX ſenkrecht auf AB, ſo ſind dieſe zwei Actionen einander gleich und ſie erzeugen daher eine Reſultirende, welche eine zur AB parallele Richtung hat; z. B. wenn A den Punct X anzieht und B ihn abſtößt, die Richtung Xu. Es ſey R die Größe der Reſultirenden und P die gemeinſchaftliche Größe der Componenten. Da die Seiten des Dreieckes ABX die Lage der Richtungen der erwähnten Kräfte haben, ſo iſt $R : P = AB : AX$, mithin $R = \frac{P.\delta}{AX}$. Aber es iſt $P = \frac{m\mu}{AX^2}$, folglich

$$R = \frac{m\mu\delta}{AX^3}.$$

Man kann hier wegen des geringen Unterſchiedes zwiſchen AX und CX letztere Größe ſtatt der erſteren ſetzen, und erhält ſo näherungsweiſe $R = \frac{m\mu\delta}{x^3}$. Iſt AB ein Magnetſtab, ſo gibt das Product $\mu\delta$ das magnetiſche Moment deſſelben an: ſetzen wir $\mu\delta = M$, ſo haben wir $R = \frac{mM}{x^3}$.

Liegt aber der in Rede ſtehende Punct in der Verlängerung von AB, z. B. in X', und bezeichnet P' die Action, die er von A, P'' jene, die er von B erfährt, und R' die Reſultirende beider, ſo hat man, wenn $CX' = x$ geſetzt wird, $AX' = x - \frac{1}{2}\delta$, $BX' = x + \frac{1}{2}\delta$, alſo

$$P' = \frac{m\mu}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2} \qquad P'' = \frac{m\mu}{(x+\frac{1}{2}\delta)^2} \quad \ldots$$

und $R' = P' - P'' = \frac{m\mu}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2} - \frac{m\mu}{(x+\frac{1}{2}\delta)^2} = \frac{m\mu[(x+\frac{1}{2}\delta)^2-(x-\frac{1}{2}\delta)^2]}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2(x+\frac{1}{2}\delta)^2}$

$$= \frac{2m\mu x\delta}{(x^2-\frac{1}{4}\delta^2)^2},$$

mithin wird, wenn man im Nenner $\frac{1}{4}\delta^2$ im Vergleiche mit x^2 vernachläßiget, $R' = \frac{2m\mu\delta}{x^3} = \frac{2mM}{x^3}$. Bei gleicher Diſtanz x iſt ſonach R' doppelt ſo groß als R und jede dieſer Kräfte iſt der dritten Potenz der Diſtanz x des afficirten Punctes von der Mitte C des Magnetes AB verkehrt proportional.

248. **Ablenkung einer Declinationsnadel vom magnetiſchen Meridiane durch einen Magnetſtab.** Es ſey NS (Fig. 89 und 90) die Ruhelage einer Declinationsnadel: derſelben werde in einerlei Horizontalebene mit ihrer magnetiſchen Axe ein Magnetſtab AB in einer gegen die Längen AB, NS beträchtlichen Entfernung ſo entgegengeſtellt, daß entweder (Fig. 89) die Verlängerung der Geraden NS die AB oder (Fig. 90) die Verlängerung von AB die NS in ihrer Mitte unter einem rechten Winkel trifft. In dem einen wie in dem andern Falle wird die Magnetnadel genöthiget die Poſition NS zu verlaſſen und eine andere Poſition N'S anzunehmen, d. h. ſie wird, wenn O ihren Unterſtützungspunct bezeichnet, vom magnetiſchen Meridiane um den Winkel $NON' = \omega$ oder ω' abgelenkt, deſſen Größe wir nun beſtimmen wollen. Wegen der großen Entfernung des ablenkenden Magnetes von der Nadel kann man die Kräfte, welcher erſterer auf die Theilchen der letzteren ausübt, als parallel und einander gleich betrachten, und daher dieſe Action nach denſelben Principien, wie den Erdmagnetismus behandeln. Man kann ſich alſo vorſtellen, es wirken ſowohl von der Erde, als vom Magnete AB aus zwei gleiche und entgegengeſetzte Kräfte auf NS, und zwar ſey der fixe Punct O der Angriffspunct der einen Kraft und der in der N'S' beliebig gewählte Punct E der Angriffspunct der andern, ſo daß lediglich die Action der Erde und des Magnetes AB auf E zu betrachten iſt. Nennen wir, bezüglich der Einheit der Magnetismen, die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, und die Kraft des Magnetes in dem erſten der oben bezeichneten Fälle R, in dem andern R', ſo fordert das Gleichgewicht der Nadel N'S', daß die Reſultirende von H und R (oder R') die Richtung EO habe. Ziehen wir EF ſenkrecht auf NS, ſo iſt, weil die Seiten des Dreieckes EOF mit den Richtungen der hier ins Spiel tretenden Kräfte harmoniren, für den erſten Fall (Fig. 89) $OF : FE = H : R$. Aber es iſt $tang\,\omega = \frac{FE}{OF}$, mithin $tang\,\omega = \frac{R}{H}$. Eben ſo iſt für den zweiten Fall (Fig. 90)

$$tang\,\omega' = \frac{R'}{H}.$$

Bezeichnet M das magnetiſche Moment von AB und x die Diſtanz CO,

so haben wir nach 247, weil hier m = 1 zu nehmen ist, $R = \frac{M}{x^3}$ und $R' = \frac{2M}{x}$, also $tang\,\omega = \frac{M}{II\,x^3}$ und $tang\,\omega' = \frac{2M}{II\,x^3}$.

Es ist also $tang\,\omega' = 2\,tang\,\omega$. Da dieses Resultat, wie die Ableitung desselben zu erkennen gibt, nur bei der Voraussetzung, daß die magnetische Action dem Quadrate der Distanz umgekehrt proportional sey, bestehen kann, so dient die in den Versuchen sich kundgebende Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Rechnung als Beweisgrund für die Richtigkeit dieser Voraussetzung.

249. **Reduction des magnetischen Zustandes eines Körpers auf dessen Oberfläche.** Lehrsatz. »In so fern die magnetische Anziehung und Abstoßung dem Quadrate der Distanz verkehrt »proportionirt ist, läßt sich jeder Vertheilungsweise des Magnetismus »im Innern eines Körpers eine bezüglich aller Actionen nach außen »äquivalente Anordnung des Magnetismus substituiren, wobei lediglich die Oberfläche dieses Körpers mit magnetischer Kraft begabt ist.« Beweis. In 173 ist gezeigt worden, daß eine Kugelfläche, deren sämmtliche Theilchen im geraden Verhältnisse ihrer Größe und im verkehrten des Quadrates der Distanz anziehende oder abstoßende Kräfte ausüben, auf jeden äußeren Punct gerade so wirkt, als ob die gesammte über diese Kugelfläche ausgebreitete anziehende oder abstoßende Substanz im Kugelmittelpuncte concentrirt wäre. Man kann daher statt jedes einzelnen mit Nord- oder Südmagnetismus begabten Theilchens eines Körpers, ohne Aenderung des Effectes auf irgend eine Distenz hin, eine mit beliebigem, jedoch diese Distanz nicht überschreitenden Halbmesser beschriebene Kugelfläche setzen, auf welcher die gedachtem Theilchen anklebende magnetische Quantität gleichförmig ausgebreitet ist. Es sey nun ABCD (Fig. 91) die Oberfläche irgend eines magnetischen Körpers. Man denke sich innerhalb derselben eine Fläche geführt, deren Abstand von der Körperfläche aller Orten sehr klein ist, so daß beide Flächen eine sehr dünne oder äußerste Schichte des Körpers zwischen sich enthalten. Mit Hilfe des so eben ausgesprochenen Satzes läßt sich der gesammte im Inneren des Körpers vorhandene Magnetismus, ohne Aenderung seiner Action nach außen, in diese Schichte übertragen. Es seyen nämlich a, b, c, d . . ., nicht in dieser Schichte liegende magnetische Theilchen des Körpers. Man beschreibe um dieselben mit ihren kürzesten Distanzen aA, bB, cC, dD . . . von der Oberfläche des Körpers Kugelflächen, so liegen dieselben nothwendig ganz innerhalb der genannten Oberfläche und berühren sie in A, B, C, D . . .; vertheilt man nun die in a, b, c, d . . . befindlichen Magnetismen gleichförmig über die correspondirenden Kugelflächen, so fällt ein Theil dieser Magnetismen in vorerwähnte Schichte, der andere in das Innere des Körpers, und es ist die neue Anordnung des Magnetismus der früheren bezüglich jeder Wirkung auf Puncte außerhalb des Körpers vollkommen äquivalent. Setzt man dieses Verfahren fort, so [illegible]gnetismus im innern

n′s′, n″s″ . . . sämmtlicher Theilchen der Längenrichtung von A B parallel, ferner ſtatt der nördlichen Magnetismen n, n′, n″ . . . für ſich allein und eben ſo ſtatt der ſüdlichen Magnetismen s, s′, s″ . . . die äquivalenten Anordnungen auf die Oberfläche des Stabes übertragen, ſo wird die eine dieſer Anordnungen das Umgekehrte der andern ſeyn. Da nun nothwendig die größte Intenſität der nördlichen Magnetismen auf die Endfläche A und der ſüdlichen auf B fällt, ſo waltet auf der Hälfte A C des Stabes der nördliche und auf B C der ſüdliche Magnetismus vor, und die Intenſitäten der freien Magnetismen nehmen in der Nähe von A und B ſehr raſch zu, weßwegen diejenigen Stellen, welche ſich als Pole charakteriſiren, in die Nähe der Enden des Stabes zu ſtehen kommen.

Wenn ein Körper keine magnetiſche Kraftäußerung zeigt, ſo folgt daraus nicht, daß er im Innern keinen Magnetismus enthalte, ſondern nur daß er eben ſo viel nördlichen als ſüdlichen Magnetismus in ſich trage, welcher ſo angeordnet iſt, daß jede Action nach außen wegfällt. Derlei Anordnungen ſind aber immer möglich. Wäre z. B. ein Körper aus kugelförmigen Molekeln gebildet, und jedes dieſer Molekel aus gleichmäßig polariſchen Theilchen ſo zuſammengeſetzt, daß die gleichnamigen Pole in concentriſchen Kugelflächen liegen, ſo würde jedes ſolche Molekel nach außen ſo wirken, als ob ſeine ſämmtlichen Magnetismen in ſeinem Centrum beiſammen wären. Iſt nun, wie wir es hier vorausſetzen, die Summe der nördlichen Magnetismen ſo groß wie jene der ſüdlichen, ſo iſt die Wirkung jedes Molekels nach außen Null, gerade ſo, als enthielte es gar keinen Magnetismus. Hiernach ließe ſich die Hypotheſe aufſtellen, daß die kleinſten Theilchen des Stahles, Eiſens ꝛc. ſchon urſprünglich magnetiſche Polarität beſitzen, nicht erſt dieſelbe durch den Act des Magnetiſirens bekommen, und dieſer Vorgang bloß die Stellung der Pole der Theilchen ändere, wornach die Action derſelben nach außen eine von Null verſchiedene Reſultirende gibt.

250. **Magnetiſche Curven** Wird eine ſehr kleine, um ihren Schwerpunct nach allen Seiten drehbare Magnetnadel in die Nähe eines magnetiſchen Körpers gebracht, ſo nimmt ſie eine beſtimmte, von ihrer Stellung gegen den Körper und von dem magnetiſchen Zuſtande deſſelben abhängende Poſition des ſtabilen Gleichgewichtes an. Eine krumme Linie, welche eine Folge ſolcher an einander ſich anſchließenden Richtungen der Magnetnadel tangirt, heißt eine magnetiſche Curve. Jedem Magnete gehört ein Syſtem magnetiſcher Curven an, welche von ſeinen Polen auslaufen. Man kann ſie bei einem Magnetſtabe ſichtbar machen, wenn man denſelben unter eine Papierfläche legt, und feine Eiſenfeile darauf ſtreut. Jedes Eiſenſpänchen vertritt dabei die Stelle einer kleinen Magnetnadel, und die an einander hängenden Eiſentheilchen, welche auf dem Papiere zwar ſich drehen, aber nicht fortrücken können, zeigen den Lauf der magnetiſchen Curven ſehr deutlich.

251. **Magnetiſirung durch Vertheilung.** Wenn ein Körper, deſſen Theilchen mit großer Leichtigkeit die magnetiſche Polarität annehmen und verlieren, wie weiches Eiſen, ſich in dem Bereiche eines mit bleibendem Magnetismus verſehenen Körpers, z. B. eines Stahlmagnetes befindet, d. h. wenn erſterer dem letzteren ſo nahe ſteht, daß dieſer auf jenen mit merklicher Kraft einzuwirken vermag, ſo wird der erſtgenannte Körper, das weiche Eiſen, in den magnetiſchen Zuſtand

versetzt, welcher jedoch, vorausgesetzt, daß das Eisen aller Coercitivkraft ermangelt, nur so lange andauert, als der Stahlmagnet gegenwärtig ist, und bei jeder Aenderung der gegenseitigen Stellung beider Körper eine andere Beschaffenheit erhält. Man sagt in diesem Falle, das Eisen sey durch Vertheilung magnetisch. In diesem Zustande wirkt die Gesammtheit der magnetisch gewordenen Partikel des Eisens auf jeden äußeren und inneren Punct gerade so, wie es ein mit derselben Anordnung der freien Magnetismen begabter Stahlmagnet thun würde; und die Totalaction, die jeder der magnetischen Einwirkung fähige Punct des Raumes durch ein System von Stahlmagneten und Eisenmassen erfährt, ist die Resultirende der Kräfte, welche die einzelnen Bestandstücke dieses Systemes in Folge ihrer magnetischen Zustände auf ihn ausüben. Der magnetische Zustand einer jeden solchen Eisenmasse wird durch die Bedingung bestimmt, daß die Kraft, mit welcher das gesammte System auf jeden Punct im Innern eines magnetischen Elementes einwirkt, gleich Null seyn muß, denn wäre sie es nicht, so hätte die Erregung der magnetischen Polarität der Eisentheilchen, deren Grad immerhin einer Steigerung fähig ist, noch nicht ihr Ende erreicht.

Auf der von dem Erdmagnetismus herrührenden Magnetisirung durch Vertheilung beruht der magnetische Zustand, den jede Eisenmasse bei genauerer Prüfung zu erkennen gibt. Der Magnetismus, den ein Magnet in weichem Eisen hervorruft, wirkt auf den Magnet zurück und kann zur Verstärkung desselben beitragen. Hierauf gründet sich die Methode hufeisenförmigen Stahllamellen, bei dem gewöhnlichen Magnetisiren derselben mittelst eines Streichmagnetes, einen sogenannten Anker von weichem Eisen vorzulegen, oder gerade Stäbe paarweise durch solche Anker an beiden Enden zu verbinden, und die Erscheinung, daß der Anker vor dem ersten Losreißen nach dem Streichen weit kräftiger an einem Magnete haftet, als wenn er bereits davon getrennt gewesen ist.

252. **Veränderlichkeit des Erdmagnetismus.** Unsere Kenntniß des magnetischen Zustandes des Erdkörpers bezieht sich lediglich auf die Angabe der Richtung und Größe der erdmagnetischen Kraft an jedem Orte auf seiner Oberfläche. Die Richtung dieser Kraft wird durch die Declination und Inclination angegeben; zur Bestimmung der Größe derselben genügt es, wenn man die Inclination bereits ausgemittelt hat, die Intensität einer Componente des Erdmagnetismus, der horizontalen oder der verticalen, zu kennen. Heißt nämlich die Totalkraft Q, die horizontale Componente H, die verticale V, die Inclination i, so ist, wie der Anblick des Kräftendreieckes lehrt,

$$H : Q = \cos i : 1 \quad \text{und} \quad V : Q = \sin i : 1,$$

woraus man Q findet, wenn H und i oder V und i gegeben sind.

Zur Beobachtung der Declination, Inclination und magnetischen Intensität dienen eigene Instrumente, deren Einrichtung und Gebrauchsweise in neuester Zeit einen hohen Grad von Vollkommenheit erlangt hat.

Der Zweck dieſer Inſtrumente iſt entweder die Beſtimmung der in einem gegebenen Augenblicke ſtattfindenden *abſoluten* Werthe der genannten Beſtimmungsſtücke der magnetiſchen Erdkraft, oder die Ausmittelung ihrer während einer gewiſſen Zeit ſich ergebenden *Aenderungen*. Es liegt außerhalb des Planes dieſes Lehrvortrages, in eine umſtändliche Auseinanderſetzung der Conſtruction der bei ſeinen Unterſuchungen anzuwendenden *Declinatorien*, *Inclinatorien* und *Magnetometer* und in das Detail der Rückſichten einzugehen, von deren Beachtung die Erzielung verläßlicher Beobachtungsreſultate abhängt; daher mögen folgende Bemerkungen über dieſen Gegenſtand genügen. 1) Zur Wahrnehmung der Variationen der magnetiſchen Declination wird ein Magnetſtab in horizontaler Lage an einem feinen Metalldrahte oder an einem Bündel ungedrehter Seidenfäden ſo aufgehängt, daß er vor Störungen durch fremdartige Einflüſſe, z. B. Luftzug, in der Nähe befindliche Eiſenmaſſen ꝛc. geſchützt iſt; um die geringſten Aenderungen der Lage der magnetiſchen Axe des Stabes gegen den magnetiſchen Meridian wahrzunehmen, trägt derſelbe einen kleinen Planſpiegel, in welchem man das Bild einer fixen Scale aus einer ſchicklichen Entfernung mittelſt eines Fernrohres betrachtet, was dieſelben Dienſte leiſtet, als ob der Magnetſtab mit einem langen Zeiger, welcher an einer Scale ſpielt, verſehen wäre. Zur Beſtimmung des abſoluten Werthes der Declination muß der Winkel ausgemittelt werden, welchen die durch die magnetiſche Axe des Stabes gelegte Verticalebene mit dem aſtronomiſchen Meridiane macht, was durch ein Syſtem geometriſcher Operationen geſchehen kann. 2) Zur Beſtimmung der Inclination dient ein in ſeinem Schwerpunct unterſtützter, im magnetiſchen Meridian beweglicher Magnetſtab, deſſen Gleichgewichtslagen man auf ähnliche Weiſe wie jene eines Declinationsſtabes beobachtet. Man kann aber auch die Inclination mittelſt der Formel $\sin i = \frac{V}{Q}$ berechnen; das Verhältniß der verticalen Componente des Erdmagnetismus zur Totalkraft findet man durch Vergleichung der Anzahl der Schwingungen, welche eine Inclinationsnadel während einer und derſelben Zeit Z macht, wenn man ſie ſowohl in der Ebene des magnetiſchen Meridians, als auch in der darauf ſenkrechten Ebene in Schwingungen verſetzt. Iſt nämlich N die Anzahl der Schwingungen im erſteren, N′ jene im letzteren Falle, ſo hat man nach 245 $\frac{Z}{N} = \varkappa \sqrt{\frac{K}{Q M}}$; $\frac{Z}{N'} = \varkappa \sqrt{\frac{K}{V M}}$, mithin $\frac{N'}{N} = \sqrt{\frac{V}{Q}}$, alſo $\sin i = \frac{N'^2}{N^2}$. 3) Die Intenſität H der horizontalen Componente der erdmagnetiſchen Kraft erhält man, wenn man die Schwingungsdauer t eines horizontal aufgehängten, dem bloßen Einfluſſe des Erdmagnetismus überlaſſenen Magnetſtabes und nebſt dieſer noch die Ablenkung ω beobachtet, welche eben dieſer Stab hervorbringt, wenn man ihn in fixer Lage einer Declinationsnadel auf eine der in 248 be-

trachteten zwei Arten gegenüber ſtellt, und die Diſtanz x ſeines Mittelpunctes von dem Drehungspuncte der Declinationsnadel mißt. Die erſte Beobachtung gibt den Werth des Productes, die zweite jenen des Quotienten der horizontalen Erdkraft und des magnetiſchen Momentes des Stabes, denn es iſt der Formel $t = \pi \sqrt{\frac{K}{H M}}$ (245) gemäß $H M = \frac{\pi^2 K}{t^2}$ und aus den Formeln

$$tang\,\omega = \frac{M}{H x^3} \quad \text{und} \quad tang\,\omega' = \frac{2M}{H x^3} \quad (248)$$

erhält man

$$\frac{M}{H} = x^3\, tang\,\omega = \tfrac{1}{2} x^3\, tang\,\omega'.$$

Mittelſt des Productes und des Quotienten zweier Größen iſt aber jede derſelben gegeben. Die Aenderungen der horizontalen Erdkraft macht man durch die Variationen der Gleichgewichtslage eines horizontalen Magnetſtabes erſichtlich, welcher an zwei einander in einem ſchicklichen Abſtande parallel laufenden Fäden aufgehängt und durch die Stellung der Verbindungslinie der oberen Aufhängepuncte genöthiget iſt, eine gegen den magnetiſchen Meridian nahe ſenkrechte Poſition anzunehmen (Biſilar-Magnetometer). Es hat nämlich die Aenderung der Richtung der horizontalen Componente der erdmagnetiſchen Kraft auf die Gleichgewichtslage eines ſolchen Stabes einen nur unbedeutenden Einfluß, dagegen wird dieſelbe ſogleich geändert, wenn die Intenſität dieſer Componente eine geringe Aenderung erfährt.

Aus ſorgfältigen und in kleinen Zeitabſchnitten wiederholten Beobachtungen der Beſtimmungsſtücke der erdmagnetiſchen Kraft hat ſich das wichtige Ergebniß herausgeſtellt, daß dieſe Beſtimmungsſtücke an jedem Orte fortwährenden, ſowohl regelmäßigen als unregelmäßigen Variationen unterworfen ſind. Erſtere erſcheinen theils als ſeculäre, d. h. in einerlei Sinn, wenigſtens während eines ſehr langen Zeitraumes, fortſchreitende, theils als periodiſche (täglich oder jährlich wiederkehrende) Variationen. Die unregelmäßigen Variationen oder Störungen des Erdmagnetismus hängen von Urſachen ab, welche theils bloß localer Art ſind, theils aber wie correſpondirende, an vielen Orten in feſtgeſetzten Terminen angeſtellte Beobachtungen bewieſen haben, ihre Wirkſamkeit über ſehr ausgedehnte Theile der Erdfläche erſtrecken.

Eilftes Hauptſtück.

Elektricität.

253. Elektriſche Fundamentalphänomene. Schon im Alterthume war man auf die Bemerkung gerathen, daß der Bernſtein (Elektron) durch Reiben vorübergehend die Eigenſchaft erhält, leichte Körper an ſich zu ziehen; aber erſt im Laufe der letztern Jahrhunderte, nachdem die Methode der Erperimentalunterſuchung in der Naturforſchung feſtern Fuß gefaßt hatte, erkannte man in jener Erſcheinung einen ganz ſpeciellen Fall der Wirkſamkeit eines in der ganzen Körperwelt herrſchenden Princips, für welches man die Benennung Elektricität einführte. Noch gegenwärtig ſind die davon abhängenden Erſcheinungen der Gegenſtand der eifrigſten Unterſuchung der Phyſiker und eine Quelle intereſſanter Entdeckungen. Um zur Kenntniß der Grundgeſetze zu gelangen, an welche die Wirkungen der Elektricität gebunden ſind, muß man von ſchicklich gewählten Thatſachen ausgehen und dieſelbe auf richtige Weiſe zu beurtheilen ſuchen. Folgende Betrachtungen werden hiezu dienlich ſeyn:

1) Reibt man eine Glasröhre der Länge nach mit Tuch oder Seidenzeug, und nähert ſelbe ſodann einigen auf einem Tiſche liegenden feinen Papierſtreifchen, ſo gerathen dieſe, wenigſtens für kurze Zeit, in eine hin und her gehende Bewegung; ſie werden von dem geriebenen Glaſe angezogen, hierauf abgeſtoßen, und, nachdem ſie den Tiſch berührt haben, wieder angezogen u. ſ. w. Eine ähnliche Wirkung bringt eine mit Tuch oder Pelzwerk geriebene Siegellackſtange hervor, und noch andere Körper, z. B. Schwefel, die Edelſteine, beſitzen dieſelbe Eigenſchaft. Bei kräftigem Reiben einer Glasröhre hört man ein Kniſtern, und im Dunkeln zeigen ſich Lichtblitze: fährt man mit dem Finger längs der geriebenen Stange hin, ſo erſcheinen helle, kniſternde Funken, auch bemerkt man, zumal wenn das Reiben längere Zeit fortgeſetzt wird, einen eigenthümlichen Phosphorgeruch. Man ſagt von einem derlei Erſcheinungen zeigenden Körper, er befinde ſich im elektriſchen Zuſtande, oder er ſey elektriſirt. Als das brauchbarſte Kennzeichen des elektriſchen Zuſtandes iſt das Phänomen der Anziehung und Abſtoßung zu betrachten, die man, wenn es ſich um Nachweiſung ſchwacher Grade der Elektricität handelt, durch beſondere, ſpäter anzugebende Vorrichtungen, welche man Elektroſkope nennt, bemerklich machen kann.

2) Ein bereits elektriſirter Körper kann ſeinen Zuſtand auch einem andern noch unelektriſchen Körper mittheilen; jedoch beſtehen in Betreff der Leichtigkeit, mit welcher die Körper Elektricität annehmen und abgeben, ſehr große Unterſchiede. Gewiſſe Stoffe, als Glas, Seide, die Harze, nehmen, wenn ſie mit elektriſchen Körpern in Contact kommen, die Elektricität nur ſchwer, und zwar nur an der Berührungsſtelle an, und behalten dieſelbe mit einiger Hartnäckigkeit. Derlei Stoffe heißen ſchlechte Leiter der Elektricität, auch wohl,

wenn gleich unrichtig, Nichtleiter. Andere Stoffe, namentlich die Metalle, nehmen die Elektricität mit größter Leichtigkeit an, welche ſich, auch wenn die Berührung mit der Elektricitätsquelle nur an einer einzelnen Stelle ſtatt fand, ſogleich über ihre ganze Oberfläche verbreitet; ſie verlieren die Elektricität eben ſo leicht, und es kann ihnen dieſelbe, ſelbſt wenn die ableitende Urſache nur auf eine einzelne Stelle unmittelbar einwirkt, vollſtändig entzogen werden. Stoffe dieſer Art nennt man gute Leiter der Elektricität, oder vorzugsweiſe Leiter. Das hier beſchriebene verſchiedene Verhalten dieſer beiden Arten der Stoffe zeigt ſich augenſcheinlich, wenn man einen glatten, überall abgerundeten Metallkörper an ſeidenen Schnüren aufhängt, oder an einer gläſernen Handhabe hält, oder auf eine Unterlage von Glas oder Harz ſetzt, und dicht an demſelben eine elektriſch gemachte Glas- oder Siegellackſtange vorüberführt. Der Metallkörper wird an ſeiner ganzen Oberfläche elektriſch, überall zieht er leichte Körper an, und gibt, wenn man ihm an irgend einer Stelle den Finger, oder ein Metallſtück, das man in der Hand hält, gehörig nahe bringt, einen Funken, wobei er einen gewiſſen Theil der Elektricität einbüßt und dieſelbe bei erfolgter Berührung gänzlich verliert. Dieſes geſchieht aber nicht, wenn der elektriſirte Metallkörper mit unelektriſchem Glaſe, mit Seide oder Harz berührt wird. Ein Leiter der Elektricität, welcher, wie der vorerwähnte Metallkörper, allenthalben von Nichtleitern umgeben iſt, heißt iſolirt; die Nichtleiter werden deßhalb auch Iſolatoren genannt. Rückſichtlich der Leitungsfähigkeit für die Elektricität finden, wie die Erfahrung lehrt, in der Körperwelt unzählige Abſtufungen ſtatt, ſo daß ſich zwiſchen Leitern und Nichtleitern keine Grenze ziehen, ſondern vielmehr von den beſten Leitern zu den ſchlechteſten ein allmäliger Uebergang nachweiſen läßt. Auch erſcheinen Körper für ſchwache Aeußerungen der Elektricität als Iſolatoren, welche bezüglich ſtarker Elektricitätsgrade ſich als Leiter bewähren. Kohle, Säuren, Salze, Waſſer, der menſchliche Körper ſind als ziemlich gute Leiter zu betrachten; trockne atmoſphäriſche Luft iſt bei nicht zu hoher Temperatur ein Iſolator; feuchte Luft leitet die Elektricität um ſo beſſer, je mehr ſie Waſſerdampf enthält. Daher gehen die oben angegebenen und die weiterhin zu beſchreibenden Verſuche in feuchter Luft nicht wohl von Statten.

3) Ein mit Elektricität verſehener iſolirter Leiter iſt nur an ſeiner Oberfläche, nicht aber in ſeinem Innern elektriſch. Man überzeugt ſich davon, wenn man eine iſolirte metallene Kugel in zwei halbkugelförmige, mit iſolirenden Handgriffen verſehene, metallene Hüllen einſchließt. Theilt man dem Ganzen Elektricität mit, und hebt dann die Hüllen ab, ohne damit den Kern wieder zu berühren, ſo findet man bloß die Hüllen elektriſch, die in ſelbe eingeſchloſſen geweſene Kugel dagegen im unelektriſchen Zuſtande.

4) Es gibt zweierlei elektriſche Zuſtände, deren Kennzeichen durch folgendes Geſetz ausgeſprochen werden: Uebereinſtimmend elektriſirte Körper ſtoßen einander ab; verſchiedenartig

elektrisirte Körper ziehen einander an. Zur Nachweisung dieses Gesetzes kann man sich des Kugelelektroskopes bedienen, nämlich eines leichten Kügelchens aus einer die Elektricität leitenden Substanz, z. B. aus Hollundermark, welches an einem Seidenfaden pendelartig hängt und dadurch isolirt ist. Nähert man dem Kügelchen eine mit Seide oder Tuch geriebene Glasstange, so wird es von derselben angezogen; sobald es aber mit dem Glase in Berührung gekommen ist, abgestoßen, und scheint nun die ihm dargebotene Stange fortwährend zu fliehen. Offenbar hat hier das Kügelchen von dem Glase Elektricität empfangen, und wird in Folge dessen von der an der Glasstange zurückgebliebenen Elektricität abgestoßen. Befreit man das Kügelchen durch Berühren mit der Hand von dieser Elektricität, so beginnt die Anziehung von Neuem. Ganz eben so geht der Versuch vor sich, wenn man dem unelektrischen Kügelchen eine mit Tuch oder Pelzwerk geriebene Siegellackstange entgegenhält. Theilt man aber dem Kügelchen zuerst von einer auf die bezeichnete Weise geriebenen Glasstange Elektricität mit, und nähert ihm hierauf die elektrisirte Siegellackstange, so findet Anziehung statt; desgleichen, wenn man umgekehrt verfährt, d. h. dem Kügelchen die Elektricität der Siegellackstange beibringt, und ihm hierauf die elektrisirte Glasstange nähert. Das Korkkügelchen vertritt bei diesen Versuchen die Stelle eines zweiten mit dem Glase oder mit dem Harze gleichnamig elektrisirten Körpers, und es wird dadurch sowohl die Verschiedenheit der elektrischen Zustände des Glases und des Harzes als auch die Richtigkeit des oben ausgesprochenen Gesetzes bewiesen. Ueberträgt man die irgend einem andern Körper anklebende Elektricität auf ein Kugelelektroskop, so verhält dasselbe sich stets gegen eine wie oben elektrisirte Glas- und gegen eine Siegellackstange auf entgegengesetzte Weise, es wird von der einen angezogen und von der andern abgestoßen. Die Elektricität derjenigen Stange, welche das Kügelchen zurückstößt, ist mit der Elektricität des gegebenen Körpers gleichartig, woraus zugleich der Gebrauch erhellet, den man von dem Kugelelektroskope zur Nachweisung des Vorhandenseyns und zur Bestimmung der Art der Elektricität eines Körpers machen kann.

5) Die elektrischen Zustände des mit Tuch geriebenen Glases und Siegellackes stehen in einem solchen Gegensatze, daß die Uebertragung beider auf einen und denselben Körper eine theilweise oder gänzliche Aufhebung der elektrischen Aeußerung zur Folge hat. Man überzeugt sich hievon leicht, wenn man einem isolirten Leiter zuerst Elektricität der einen, und dann stufenweise Elektricität der anderen Art mittheilt. Der dem Leiter zuerst beigebrachte elektrische Zustand vermindert sich allmälig, sinkt bis zum unelektrischen oder natürlichen Zustande herab, und geht endlich in den entgegengesetzten elektrischen Zustand über. Da sich solchergestalt die beiden elektrischen Zustände wie entgegengesetzte Größen verhalten, so nennt man, dem mathematischen Sprachgebrauche gemäß, den einen die positive und den andern die negative Elektricität, wofür man auch die Zeichen + E und — E gebraucht. Es

iſt allgemein angenommen, die Elektricität des mit Tuch oder Seide geriebenen Glaſes als die poſitive zu betrachten.

6) Der unelektriſche Zuſtand eines Körpers kann ſchon durch bloße Fernwirkung eines bereits in elektriſchem Zuſtande befindlichen Körpers aufgehoben werden, und zwar um ſo leichter, je beſſer erſterer Körper die Elektricität leitet. Befindet ſich nämlich ein iſolirter Leiter A in der Nachbarſchaft eines mit Elektricität verſehenen Körpers B, jedoch nicht in ſolcher Nähe, daß letzterer dem erſteren Elektricität mittheilen kann, ſo zeigt A an der von B abgewendeten Seite dieſelbe Elektricität, welche B hat, an der gegen B gekehrten Seite aber die entgegengeſetzte Elektricität. Entfernt man den Leiter A aus der Wirkungsſphäre des Körpers B, ſo tritt, vorausgeſetzt, daß A unberühret geblieben iſt, wieder der frühere natürliche Zuſtand ein. Zur Nachweiſung dieſer Thatſache bedient man ſich am beſten eines länglichen Metallkörpers, welcher in der Mitte mit einem iſolirenden Handgriffe verſehen iſt und an jedem der zugerundeten Enden ein an einem leitenden Faden hängendes Hollundermarkkügelchen trägt, welches die Beſtimmung hat, zur Prüfung der an dem betreffenden Ende vorhandenen Elektricität zu dienen. Stellt man nun dieſen Leiter A vertical auf, und über oder unter ihn einen elektriſchen Körper B, ſo nehmen die beiden Elektroſkop-Pendel, welche früher längs dem Leiter A herabhingen, eine ſchiefe Lage an, in Folge der Abſtoßung, die ſie von den zunächſt liegenden, nunmehr elektriſch gewordenen Theilen des Leiters, an deren Elektricität ſie ebenfalls Theil nehmen, erleiden. Beſeitiget man die Einwirkung des Körpers B auf den Leiter A, ſo treten die Pendel wieder in ihre verticale Lage. Nähert man, während der Leiter A unter dem Einfluſſe des Körpers B ſteht, den Pendeln eine elektriſirte Glas- oder Siegellackſtange, ſo erfährt man aus der ſich zeigenden Anziehung und Abſtoßung die Beſchaffenheit der elektriſchen Zuſtände der Enden von A und findet die obige Ausſage beſtätiget; das von B entferntere Ende des Leiters A hat nämlich dieſelbe Elektricität wie B, das nähere Ende aber die entgegengeſetzte Elektricität. Berührt man den Leiter A, während der elektriſche Körper B in ſeiner Nähe iſt, mit dem Finger, ſo ſinkt das von B entferntere Pendel herab, das nähere Pendel aber divergirt noch mehr. Wird jetzt der Einfluß von B auf A unterbrochen, ſo erſcheint A elektriſch, und zwar in Bezug auf B entgegengeſetzt. In ſo fern dieſe letztere Elektricität, während noch B auf den Leiter A einwirkte, dieſem durch Berührung mit dem Finger nicht entzogen werden konnte, ſagt man, dieſelbe ſey von der entgegengeſetzten Elektricität in B *gebunden* geweſen, und erſt nachher *frei* geworden. Durch die Berührung iſt offenbar vom Leiter A die mit der an B haftenden gleichnamige Elektricität hinweggenommen worden, welche mit der zurückbleibenden gebundenen vereiniget den urſprünglichen unelektriſchen Zuſtand von A wieder hergeſtellt hatte. Iſt der Leiter A nicht zu klein und der Körper B hinreichend ſtark elektriſch, ſo erhält man, während B in der Nähe iſt, bei Berührung von A einen deutlichen Funken, und nachdem der Einfluß von B auf

gehört hat, einen zweiten Funken; beide ſtammen von den in A ſchon urſprünglich enthaltenen entgegengeſetzten Elektricitäten her. Man nennt dieſe durch den Einfluß eines elektriſchen Körpers ohne irgend eine Mittheilung, in Folge bloßer Action aus der Ferne bewirkte gleichzeitige Entwickelung entgegengeſetzter Elektricitäten an einem urſprünglich unelektriſchen Leiter die Elektriſirung durch Vertheilung. Die Wirkungsſphäre eines elektriſchen Körpers, innerhalb welcher er eine merkliche Vertheilung hervorzubringen vermag, heißt ſeine elektriſche Atmoſphäre. Aus der Vertheilung erklärt ſich nun auch die Anziehung, welche ein elektriſcher Körper gegen einen unelektriſchen ausübt. Es iſt dieß die Anziehung des erſteren gegen den ihm zugekehrten und durch Vertheilung entgegengeſetzt elektriſch gewordenen Theil des letztern.

7) Es gibt mannigfaltige Mittel, Elektricität zu erregen; ſtets aber iſt der Act der Elektriſirung mit der Hervorrufung beider elektriſchen Zuſtände verbunden. Die Richtigkeit dieſes Satzes wird ſich in der Folge bei der Betrachtung der verſchiedenen Elektricitätsquellen von ſelbſt ergeben; hier mag es genügen auf die Elektriſirung durch Reibung hinzuweiſen, wobei die beiden einander reibenden Körper jederzeit entgegengeſetzte Elektricitäten erhalten. Welcher von beiden aber poſitiv, welcher negativ wird, hängt von der Natur der Körper, von der Beſchaffenheit ihrer Oberfläche und von der Art der Reibung ab. So wird, wenn man gewöhnliches Glas mit Seide reibt, nicht bloß erſteres, ſondern immer auch letztere elektriſch und erhält — E; reibt man aber matt geſchliffenes Glas mit Seide, ſo nimmt das Glas — E, die Seide + E an.

254. **Theoretiſche Anſicht der elektriſchen Erſcheinungen.** Die Grundurſache der beiden entgegengeſetzten elektriſchen Zuſtände, in welche ſich jeder Körper durch geeignete Behandlung verſetzen läßt, iſt gegenwärtig noch unbekannt; es bleibt ſonach, wenn man ſich nicht in bloße Hypotheſen einlaſſen will, nichts übrig, als ſich an die Grundgeſetze der elektriſchen Erſcheinungen zu halten, und die aus denſelben fließenden Folgerungen zur Erklärung weiterer Thatſachen zu benützen. Aus dem bei jeder Elektricitätserregung nachweisbaren gleichmäßigen Auftreten beider Elektricitäten, insbeſondere aus dem Hergange der elektriſchen Vertheilung iſt erſichtlich, daß jeder Körper ſchon urſprünglich den Grund ſowohl zur poſitiven, als zur negativen Elektricität in ſich enthält, ſo zwar, daß der unelektriſche (natürliche) Zuſtand jedes Körpers als das Ergebniß eines gleichmäßigen Zuſammenbeſtehens beider Elektricitäten angeſehen werden darf, und die Indifferenz eines nicht elektriſchen Körpers ſich lediglich als eine Folge des Umſtandes darſtellt, daß von jedem Puncte des Körpers gleiche und entgegengeſetzte elektriſche Kräfte ausgehen. Was alſo auch immer die Urſache der poſitiven und der negativen Elektricität ſeyn mag, ſo kann man füglich jede Elektricitätserregung mit einer Scheidung eines zuſammengeſetzten Zuſtandes in ſeine Componenten vergleichen. In guten Elektricitätsleitern läßt ſich die eine wie die

andere Elektricität von einem Körpertheilchen auf ein benachbartes mit größter Leichtigkeit übertragen; in ſchlechten Leitern geht dieß nur ſehr ſchwer an. Jede elektriſche Kraftäußerung betrifft nicht bloß die Anregung von Körpertheilchen, welche ſich bereits in dem einen oder in dem andern elektriſchen Zuſtande befinden, zur Bewegung, ſondern die Erregung dieſer Zuſtände ſelbſt; die Anweſenheit eines elektriſchen Zuſtandes bringt nämlich die Anforderung zum Entſtehen des ungleichnamigen elektriſchen Zuſtandes in der nächſten Umgebung mit ſich, während die gleichnamige Elektricität auf die entfernteren Theile zurückgedrängt wird, wie es ſich in der bereits auseinandergeſetzten Thatſache der elektriſchen Vertheilung kund gibt. Eine nothwendige Folge davon iſt, daß die Elektricität ſich in jedem Leiter an deſſen Oberfläche begibt, dorthin nämlich, wo dieſer an ein nicht leitendes Medium grenzt, und die elektriſchen Körpertheilchen daſelbſt eine Schichte von ſehr geringer, nur mit dem Bereiche der Molecularaction vergleichbaren Dicke bilden. Die Größe der Kraft, welche von einem Stückchen der Oberfläche eines elektriſirten Leiters in eine beſtimmte Entfernung, z. B. in die Diſtanz 1 ausgeht, iſt als das Maß der Menge der daſelbſt angehäuften Elektricität zu betrachten; der Quotient dieſer Menge, durch die Größe des Flächenſtückchens getheilt, zeigt die an gedachter Stelle herrſchende Dichte der Elektricität an. Von dieſer hängt das Beſtreben zur Ausgleichung des Zwangzuſtandes, in welchem ſich die Elektricität bezüglich der Umgebung befindet, oder die ſogenannte elektriſche Spannung ab. Der Act der Ausgleichung ſelbſt heißt elektriſcher Strom und iſt Gegenſtand ſpäterer Betrachtung. Geſchieht die Ausgleichung durch einen ſchlechten Leiter hindurch, z. B. durch die Luft, ſo zeigt ſich ein elektriſcher Funke oder Blitz.

Man hat verſchiedene Verſuche gemacht, eine annehmbare Erklärung der Thatſache der beiden elektriſchen Zuſtände und ihrer Beziehung zu einander zu erſinnen. Den meiſten Eingang bei den Phyſikern hat das dualiſtiſche Syſtem, nämlich die Annahme gefunden, es ſeien in der Körperwelt allenthalben zwei äußerſt ſubtile unwägbare Stoffe, die ſogenannte poſitive und die negative elektriſche Materie, verbreitet, deren Theilchen von den Molekeln der Körper angezogen werden, aber ſich auch im Innern eines Stoffes mit größerer oder geringerer Leichtigkeit bewegen können, überdieß auf einander ſelbſt einwirken, und zwar die Theilchen einer und derſelben elektriſchen Materie gegenſeitig repulſiv, die Theilchen einer elektriſchen Materie aber auf die der andern attractiv. Sind beide Materien in einem Körper gleichförmig mit einander gemengt, ſo befindet ſich derſelbe im unelektriſchen Zuſtande, weil ſich überall neben einem Theilchen poſitiver elektriſcher Materie ein Theilchen negativer Materie vorfindet, deſſen gleiche und entgegengeſetzte Action die des anderen aufhebt. Enthält aber irgend eine Stelle eines Körpers eine größere Menge der einen als der andern elektriſchen Materie, ſo erſcheint der Körper an dieſer Stelle elektriſch, und zwar poſitiv oder negativ, je nachdem die poſitive oder die negative Materie im Ueberſchuſſe, d. h. in freiem Zuſtande vorhanden iſt. Die gegenſeitige Abſtoßung gleichnamig und die Anziehung ungleichnamig elektriſirter Körper iſt nach dieſer Anſicht eine unmittelbare Folge der vorausgeſetzten Beſchaffenheit der elektriſchen Materien. Die elektriſche Vertheilung beruht darauf, daß die

überwiegende Action der in einem Körper angehäuften positiven oder negativen Elektricität in jedem andern Körper die Theilchen der gleichnamigen Elektricität zurück zu drängen, die Theilchen der entgegengesetzten herbei zu ziehen sucht, und somit, wenn letzterer Körper ursprünglich unelektrisch war, die Gleichförmigkeit der Mengung beider elektrischen Stoffe stört, vorausgesetzt, daß der Körper diesen Stoffen in seinem Innern Bewegung gestattet. Immer hat die freie Elektricität an einem Leiter bloß an dessen Oberfläche ihren Sitz, in Folge der zwischen gleichartigen Theilchen der elektrischen Materie bestehenden Repulsion und der Attraction ungleichartiger, und bildet da eine gegen den Leiter einwärts sich erstreckende Schichte von sehr geringer Dicke.

Einige Physiker sind der einst von Franklin aufgestellten Unitäts-Hypothese zugethan, welcher gemäß es bloß eine einzige elektrische Materie gibt, deren Theilchen einander abstoßen, und von den Theilchen der wägbaren Stoffe angezogen werden. Ein gewisser Gehalt an dieser Materie soll, dieser Ansicht gemäß, den unelektrischen Zustand der Körper bedingen; ein Körper, der mehr davon enthält, positiv, und einer, der daran Mangel hat, negativ elektrisch erscheinen. Diese Hypothese gewährt zwar eine einfache Erklärung der Erscheinungen der elektrischen Vertheilung; allein die gegenseitige Abstoßung negativ elektrischer Körper, welche auch im luftleeren Raume statt findet, nöthiget die Anhänger derselben zu der Annahme, daß zwischen den Theilchen der wägbaren Stoffe an sich Abstoßung herrsche, welche um so mehr zum Vorschein kommt, je weniger elektrische Materie sie enthalten. Um nicht mit der Gravitation der Körper in Widerspruch zu gerathen, muß noch vorausgesetzt werden, daß sie von dem Ueberschusse herrühre, um welchen die Anziehung der elektrischen Materie eines Körpers zu dem Stoffe des andern, die Summe der Repulsionen zwischen den elektrischen Materien beider Körper und zwischen ihren wägbaren Theilen unter sich übertrifft. Es ist also die Hypothese, welche bloß eine einzige elektrische Materie postulirt, keineswegs einfacher als das dualistische System.

Die eine wie die andere Hypothese wurde auch zur Erklärung der magnetischen Erscheinungen benützt, indem man die Existenz eines oder zweier eigenthümlicher magnetischen Stoffe postulirte. Nur muß man da noch die Beschränkung beifügen, daß die magnetischen Materien von einem magnetischen Elemente in ein anderes nicht übertreten, sondern sich nur innerhalb des ihnen angewiesenen Elementes bewegen können.

Uebrigens lassen sich die elektrischen Erscheinungen nicht, wie es bei den magnetischen angehen mag, aus einer primitiven Polarität der kleinsten Körpertheilchen deduciren und als bloße Ergebnisse der veränderten Lage dieser Theilchen betrachten. Die Möglichkeit des unelektrischen Zustandes würde nämlich, dem hier gleichfalls anwendbaren Satze 249 gemäß, fordern, daß die Summe der positiven Elektricität in jedem Körper jener der negativen gleich sey; dasselbe müßte also, dem so eben angeführten Satze zu Folge, wie bei dem Magnetismus, stets auch bezüglich der an der Oberfläche eines Leiters erscheinenden Elektricität der Fall seyn, und es wäre sonach nicht möglich, daß ein Leiter bloß positive, oder bloß negative Elektricität an sich trage, wie es doch die Erfahrung zeigt.

255. Bedingung des elektrischen Gleichgewichtes und Gesetz der elektrischen Action. Im Zustande des Gleichgewichtes muß die Elektricität an der Oberfläche eines Leiters dergestalt angeordnet seyn, daß ihre Gesammtaction auf jeden Punct im Innern des Leiters

Null iſt, weil ſonſt daſelbſt eine Störung des natürlichen Zuſtandes ſtatt finden, mithin eine neue Entwickelung freier Elektricität erfolgen würde, was dem vorausgeſetzten Gleichgewichte widerſpricht. Eine nothwendige Folge dieſes Grundſatzes iſt, daß die von den Theilchen der elektriſchen Materien auf einander ausgeübten Kräfte ſich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Diſtanzen ihrer Angriffspuncte. Um dieß einzuſehen, betrachte man einen von einem iſolirenden Medium umgebenen, freie Elektricität enthaltenden kugelförmigen Leiter. Dieſe Elektricität wird nächſt ſeiner Oberfläche offenbar eine gleichförmige Schichte, mithin eine Hohlkugel bilden, deren Action auf jeden innerhalb derſelben liegenden Punct gleich Null iſt. Mit Hilfe der in 173. 2) angeſtellten Betrachtung überzeugt man ſich aber leicht, daß dieß nur dann der Fall ſeyn kann, wenn die Action jedes kleinſten Stückes der Kugelſchale auf den ins Auge gefaßten inneren Punct ſich verkehrt verhält, wie das Quadrat der Diſtanz. Denn es ſey A (Fig. 52) dieſer Punct und die Ebene D E auf dem durch A gehenden Kugeldurchmeſſer ſenkrecht, ſo liegen alle Theilchen des Kugelſegmentes D M E dem Puncte A näher, als die ihnen bezüglich A gerade gegenüberliegenden Theilchen des andern Segmentes D M' E. Wollte man nun vorausſetzen, die Action der elektriſchen Theilchen nehme in einem raſcheren Verhältniſſe ab, als das Quadrat der Diſtanz zunimmt, ſo müßte, weil das Theilchen M' N' nur in dem Verhaltniſſe größer iſt als das Gegentheilchen M N, in welchem das Quadrat von M' A jenes von M A übertrifft, das Theilchen M' N' auf A ſchwächer einwirken als M N, und da dieß von jedem andern Theilchen des Kugelſegmentes D M' E im Vergleiche mit D M E geſagt werden kann, ſo könnte die Geſammtaction des erſteren Segmentes jene des letzteren nicht aufheben, mithin auch die Totalaction der Hohlkugel auf A nicht Null ſeyn. Es kann daher die elektriſche Action nicht in einem raſcheren Verhältniſſe abnehmen, als das Quadrat der Diſtanz wächſt. Eben ſo zeigt man leicht, daß dieſe Action auch nicht in einem minder raſchen Verhältniſſe abnehmen könne, wodurch die obige Behauptung gerechtfertiget iſt. Sind alſo m, m' die in zwei Puncten concentrirt gedachten Elektricitätsmengen, und iſt r die Diſtanz dieſer Puncte, ſo iſt $\frac{m\,m'}{r^2}$ die Intenſität der Kraft, mit welcher dieſelben, nach Maßgabe der Qualität ihrer Elektricitäten, anziehend oder abſtoßend auf einander einwirken. Mit Hilfe dieſes Geſetzes und des Grundſatzes, daß im Zuſtande des Gleichgewichtes die Reſultirende der Actionen aller Theilchen freier Elektricität auf jeden Punct im Innern eines Leiters gleich Null ſeyn muß, läßt ſich nicht bloß die Anordnung der Elektricität auf der Oberfläche eines iſolirten Leiters, ſondern allgemein die Anordnung der Elektricitäten auf den Oberflächen einer beliebigen Zuſammenſtellung von Leitern finden, welche unter ihrem wechſelſeitigen Einfluſſe, wie auch unter jenem elektriſirter Nichtleiter ſtehen. Obgleich das in dieſer Allgemeinheit aufgefaßte Problem der elektriſchen Spannung und Vertheilung die Anwendung höherer Rechnung erfordert, ſo genügt doch

ſchon die klare Auffaſſung des erwähnten Grundſatzes, um in vielen Fällen zu einer haltbaren Vorſtellung von den zu erwartenden Erfolgen zu gelangen, unabhängig von jeder bloß hypothetiſchen Vorausſetzung über das Weſen des elektriſchen Princips. So kann man auch ohne Rechnung einſehen, daß ſich die Elektricität an einem länglichen Leiter ungleichförmig lagern und an den ſpitzeren Theilen ſich mehr anhäufen müſſe als an den flacheren u. dgl. m.

256. **Das Goldblatt-Elektroſkop.** Ein ſehr empfindliches und zur Unterſuchung des elektriſchen Zuſtandes eines Körpers ſehr bequemes Inſtrument iſt das Bennet'ſche oder Goldblatt-Elektroſkop, deſſen Gebrauch bei ſchwachen Elektricitätsgraden auf der Mittheilung, bei ſtärkeren auf der Vertheilung der Elektricität beruht. Es beſteht aus zwei gleich langen, ſchmalen Goldblattſtreifen, welche an dem Ende eines glatten Meſſingdrahtes ſo aufgehängt ſind, daß ſie im unelektriſchen Zuſtande ſich ihrer ganzen Fläche nach berühren. Der Meſſingdraht geht durch den Hals eines gläſernen Behälters, in welchem die Blättchen vor dem Luftzuge geſchützt ſind, und endiget ſich oben außerhalb des Behälters in einen polirten Metallknopf oder beſſer in eine polirte, an den Rändern abgerundete Metallplatte, welche die Zuleitungs- oder Collectorplatte genannt wird. Berührt man mit einem ſchwach elektriſchen Körper die Collectorplatte, wodurch derſelben und daher auch dem Drahte und den Goldblättchen Elektricität mitgetheilt wird, ſo ſtoßen dieſe einander ab, und weichen deßhalb unter einem Winkel aus einander, welcher um ſo größer ausfällt, je ſtärker die den Goldblättchen beigebrachte elektriſche Spannung iſt, und den man mittelſt eines am Behälter angebrachten Gradbogens meſſen kann. Einen ſtark elektriſchen Körper braucht man nur in die Nähe der Collectorplatte zu bringen, um ſchon die Goldblättchen divergiren zu ſehen. Entfernt man den Körper, ſo hört die Divergenz auf. Es geht in dieſem Falle eine Vertheilung der natürlichen Elektricität der Collectorplatte und der übrigen leitenden Theile des Apparates vor ſich; die mit der Elektricität des Körpers ungleichnamige wird angezogen, die gleichnamige Elektricität zurückgedrängt: letztere iſt es, welche die Blättchen aus einander treibt. Nach Entfernung des elektriſchen Körpers vereinigen ſich die getrennten Elektricitäten wieder, und der natürliche Zuſtand der Goldblättchen kehrt zurück. Divergiren die Blättchen mit einer gewiſſen Elektricität, z. B. mit + E, und man nähert der Collectorplatte eine mit Tuch geriebene Glasſtange, ſo weichen ſie noch mehr aus einander, weil zu der bereits vorhandenen (poſitiven) Elektricität noch diejenige gleichnamige hinzukommt, welche durch den Einfluß der Glasſtange aus dem im Apparate vorhandenen neutralen Elektricitätsvorrathe auf dem Wege der Vertheilung entwickelt wird; nähert man aber dem Elektroſkope allmälig eine mit Tuch geriebene Siegellackſtange, ſo iſt die bei der Vertheilung in die Goldblättchen zurückgedrängte Elektricität die negative, und die Blättchen fallen anfänglich zuſammen und weichen dann, wenn dieſe negative Elektricität durch weitere Annäherung der Siegellackſtange noch mehr verſtärkt wird,

wieder aus einander; bei Entfernung der Siegellackſtange fallen ſie zuerſt zuſammen, und nehmen dann wieder die urſprüngliche Divergenz an. Dieſe Erſcheinungen bieten ein einfaches Mittel dar, die Beſchaffenheit der in den Goldblättchen vorhandenen Elektricität zu erkennen.

Man kann auch den Goldblättchen vorläufig eine beſtimmte Elektricität geben, und ſodann den Körper, deſſen Elektricität auszumitteln iſt, der Collectorplatte nähern. Will man den Goldblättchen die poſitive Elektricität beibringen, ſo nähere man dem Elektroſkope eine geriebene Siegellackſtange, bis die Blättchen die gehörige Divergenz zeigen, was eine Folge frei gewordener negativer Elektricität iſt, berühre ſodann die Collectorplatte mit dem Finger, wodurch die Blättchen zuſammenfallen, entferne hierauf den Finger, ohne die Stellung der Siegellackſtange zu ändern, und entferne endlich auch dieſe. Die Goldblattchen, welche durch die Berührung die freie negative Elektricität verloren haben und dadurch gleichſam in den natürlichen Zuſtand zurück verſetzt worden ſind, gehen nunmehr mit der poſitiven Elektricität aus einander, welche früher durch die negative der Siegellackſtange feſtgehalten wurde. Eben ſo ertheilt man, wenn man dieſe Operation mittelſt einer Glasſtange verrichtet, den Goldplättchen freie negative Elektricität. Ein zu prüfender Körper hat dieſelbe Elektricität wie die Goldblättchen oder die entgegengeſetzte, je nachdem derſelbe bei ſeiner erſten Annäherung an das Elektroſkop die Divergenz ſteigert oder ſchwächt.

Dieſes Elektroſkop geſtattet eine ſehr klare Demonſtration des Gegenſatzes der Elektricitäten des mit Tuch geriebenen Glaſes und Harzes. Unterwirft man nämlich die Collectorplatte gleichzeitig dem Einfluſſe einer auf die bezeichnete Weiſe elektriſch gemachten Glas- und einer Siegellackſtange, ſo hebt die größere Annäherung der einen Stange immer zuerſt die durch die andere bewirkte Divergenz auf, und bringt dann die dem entgegengeſetzten Effekte entſprechende Divergenz hervor.

Mittelſt zweier ſolchen Elektroſkope laßt ſich der Hergang der elektriſchen Vertheilung ſehr deutlich zeigen. Verbindet man beide Collectorplatten mittelſt eines an einem iſolirenden Griffe gehaltenen Drahtes, und nahert dem einen Elektroſkope einen elektriſchen Körper, ſo divergiren die Plattchen beider mit derſelben Elekticitat, welche der Körper beſitzt. Unterbricht man jetzt die leitende Verbindung der Collectorplatten und entfernt hierauf den elektriſchen Körper, ſo fallen die Plattchen desjenigen Elektroſkopes, welchem der Körper naher ſtand, zuſammen und geben ſodann wieder aus einander, die des andern aber behalten ihre ſeubere Divergenz bei. Die elektriſchen Zuſtande beider Elektroſkope ſind nun, was man mittelſt der Glas- oder der Siegellackſtange leicht nachweiſet, einander entgegengeſetzt. Da es bei derlei Demonſtrationen nicht auf die größte Empfindlichkeit der Elektroſkope ankommt, ſo kann man an die Stelle der leicht verletzbaren Goldblattchen Strohhalme ſetzen.

257 **Die Drehwage.** Bringt man die Theile eines feinen elaſtiſchen Metalldrahtes oder eines Glasfadens, welcher durch einen daran gehängten Körper, z. B. durch ein horizontales Stäbchen, geradlinig geſpannt iſt, aus dem innern Gleichgewichtszuſtande, indem

man den Faden um seine Längenrichtung dreht, so daß die Theilchen, welche vordem in einer mit der Länge des Fadens parallelen geraden Linie lagen, nunmehr in eine Schraubenlinie zu liegen kommen, so geräth das Stäbchen, einer Declinationsnadel ähnlich, in pendelartige Schwingungen, deren Dauer, der Erfahrung gemäß, bei ungeänderter Länge des Fadens von der Schwingungsamplitude unabhängig ist. Hieraus folgt, wie man leicht einsieht, wenn man den Gang der in 125 vorgetragenen Entwickelung umkehrt, d. h. von dem Endresultate auf die Bedingungen desselben zurückschließt, daß die durch die Windung (Torsion) des Fadens geweckte Elasticität, welche die Ursache dieser Schwingungen ist, mit dem durch die Elongation des Stäbchens aus der Ruhelage angezeigten Torsionswinkel des Fadens in geradem Verhältnisse stehen müsse. Wird daher das Stäbchen nach und nach durch Kräfte, die senkrecht gegen seine Länge auf einen bestimmten Punct desselben einwirken, aus der natürlichen Gleichgewichtslage, in welcher die Torsion des Fadens Null ist, in andere Gleichgewichtslagen versetzt, so verhalten sich diese Kräfte gerade wie die entsprechenden Torsionen des Fadens. Auf diesem Principe beruht die von Coulomb angegebene elektrische Drehwage, mittelst welcher man elektrische Spannungen mit einander vergleichen kann. Sie besteht aus einem in der Mitte an einem Metalldrathe oder an einem Glasfaden horizontal aufgehängten Stäbchen aus einer nichtleitenden Substanz, Glas oder Schellack, welches an einem Ende eine kleine vergoldete Hollundermarkkugel oder ein Scheibchen aus Goldpapier, am andern Ende eine äquilibrirende Masse trägt und auf eine Scale hinweiset, mittelst welcher man die Ablenkungswinkel des Stäbchens von seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage mit einander vergleichen kann. Der Faden läuft längs der Axe eines röhrenförmigen Aufsatzes des Glaskastens herab, in welchem sich das Stäbchen bewegt; das obere Ende des Fadens ist in der Mitte einer horizontalen mit einer Kreistheilung versehenen Scheibe befestiget, durch deren Drehung auch der Faden um seine Längenrichtung gedreht wird. In den Kasten läßt sich eine metallene Kugel einsetzen, welche von der Kugel des Stäbchens in der Lage desselben, die dem Nullpuncte der Scale entspricht, berührt wird. Stellt man die obere Scheibe so, daß das Stäbchen jene Lage ohne Torsion des Fadens einnimmt, theilt dann der fixen Kugel Elektricität mit, und bringt sie an ihren Platz, so bekommt auch die bewegliche Kugel Elektricität, und wird so weit zurückgestoßen, bis die mit der Torsion anwachsende Kraft des Fadens die bei der Vergrößerung der Distanz abnehmende Abstoßungskraft aufwiegt. Man kann die Abweichung des Stäbchens bei verschiedenen Versuchen durch Drehung der oberen Scheibe stets auf einerlei Größe zurückführen und so die zwischen beiden Kugeln bei derselben Distanz ihrer Mittelpuncte herrschenden Kräfte mit einander vergleichen; die Torsion des Fadens, welche der jedesmaligen Kraft proportional ist, wird durch die Stellung des Stäbchens gegen denjenigen Punct der oberen Scheibe gegeben, welcher der

Gleichgewichtslage des Stäbchens im unelektriſchen Zuſtande, wo die Torſion Null iſt, entſpricht.

Mit Hilfe der Drehwage kann man das Verhältniß der elektriſchen Spannungen an verſchiedenen Puncten der Oberfläche eines Leiters ausmitteln, wenn man ihn an dieſen Puncten mit einer und derſelben an einem iſolirenden Stäbchen befeſtigten kleinen unelektriſchen Metallkugel oder mit einem metallenen Scheibchen berührt, und die damit aufgenommene Elektricität an die fixe Kugel der Drehwage überträgt. Die derſelben beigebrachten Spannungen ſind den an vorgedachten Stellen der Oberfläche des Leiters haftenden Spannungen proportional. Auch das Geſetz, nach welchem die elektriſche Anziehung oder Abſtoßung zweier Kugeln von der Diſtanz ihrer Mittelpuncte abhängt, läßt ſich mit der Drehwage unterſuchen, und ſolchergeſtalt der Satz, daß jene Kräfte ſich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Diſtanzen, empiriſch nachweiſen.

258. **Elektriſirmaſchine.** Auf der Erregung der Elektricität durch Reiben und auf der Mittheilung derſelben an einen iſolirten Leiter beruhen jene Vorrichtungen zur Hervorrufung kräftiger Aeußerungen elektriſcher Spannung, welche man *Elektriſirmaſchinen* nennt. Eine ſolche Maſchine beſteht aus dem zu reibenden Körper, aus dem Reibzeuge und aus dem Conductor. Der zu *reibende Körper* iſt bei neueren Maſchinen in der Regel eine kreisrunde Glasſcheibe; ſeltener ein Glascylinder oder eine Glocke: an älteren Maſchinen findet man auch eine Glaskugel. Die Scheibe ſteht vertical; durch ihren Mittelpunct geht ſenkrecht gegen ihre Ebene eine mit einer Kurbel verſehene Axe, welche durch ein paſſendes Geſtelle getragen wird, und dazu dient, die Scheibe in drehende Bewegung zu verſetzen. Das *Reibzeug* wird durch ein Paar lederne Kiſſen gebildet, welche von beiden Seiten an die Scheibe in der Nähe ihres Randes anliegen und durch Federn gegen ſelbe gepreßt werden; das Leder iſt mit einem Amalgam bekleidet, das aus Queckſilber, Zinn und Zink beſteht, und mittelſt einer Fettſchichte an dem Leder haftet. Die Erfahrung hat dieſes Amalgam als das zweckmäßigſte Reibungsmittel zur Elektriſirung des Glaſes nachgewieſen. Häufig ſind die Elektriſirmaſchinen mit zwei Reibzeugen verſehen, welche an den Enden eines Durchmeſſers einer Scheibe einander gegenüber ſtehen. Der *Conductor* iſt ein auf Glas ruhender und dadurch iſolirter hohler Körper aus Meſſingblech, mit allſeitig abgerundeter und wohl polirter Oberfläche, welcher mit einem oder mit zwei Armen an den Rand der Scheibe reicht, je nachdem die Maſchine bloß ein oder zwei Reibzeuge beſitzt. Im erſten Falle ſteht der Arm des Conductors dem Reibzeuge diametral gegenüber; im zweiten Falle ſind die Arme um 90° von den Reibzeugen entfernt. Der Zweck des Conductors iſt die an der Scheibe bei ihrem Durchgange zwiſchen den Reibkiſſen erzeugte Elektricität zu ſammeln. Zur Beurtheilung der erlangten elektriſchen Spannung trägt der Conductor an ſeinem von der Scheibe abgekehrten Ende eine kleine Säule mit einem Elektroſkop-Pendel, aus deſſen Ablenkung von der verticalen Lage auf die Stärke dieſer Spannung geſchloſſen wird. (*Henley's* Elektroſkop.) Um die Elektricität

der Reibzeuge eben ſo wie jene der Scheibe benützen zu können, iſt es zweckmäßig, das Geſtelle, welches die Reibzeuge trägt, zu iſoliren; ſehr bequem ſind jene Maſchinen, bei welchen man die Arme des Conductors drehen und an die Reibzeuge anlegen kann. Um die Zerſtreuung der Elektricität, während die geriebene Stelle der Scheibe von dem Reibzeuge zum Conductorarme rückt, zu vermindern, iſt an jedem Kiſſen des Reibzeuges nach der Seite hin, gegen welche die Scheibe gedreht wird, ein bis zum Conductor reichendes Blatt von Wachstaffet befeſtiget. Weil die poſitive Elektricität der Scheibe und die negative des Reibzeuges einander anziehen und daher der Trennung entgegenwirken, iſt es, damit die eine möglichſt kräftig hervortrete, nothwendig die andere zu entfernen. Will man alſo poſitive Elektricität erzeugen, ſo verbindet man das Reibzeug, will man negative, ſo verbindet man die Sauger an der Scheibe leitend mit der Erde. Mit einer Elektriſirmaſchine läßt ſich die elektriſche Anziehung und Abſtoßung, das verſchiedene Leitungsvermögen der Körper, der Unterſchied zwiſchen poſitiver und negativer Elektricität, der Hergang der elektriſchen Vertheilung, die Anordnung der Elektricität an der Oberfläche der Leiter, die leuchtende, erwärmende, zündende Eigenſchaft der elektriſchen Funken u. dgl. gleichſam im Großen demonſtriren und dadurch auf das Handgreiflichſte vor Augen ſtellen. Verbindet man den Conductor und das iſolirte Reibzeug mittelſt eines Drahtes, oder auch nur beide mit der Erde, und ſetzt die Maſchine in Bewegung, ſo geht in dem Drahte eine beſtändige Ausgleichung der beiden an der Berührungsſtelle des Glaſes und Reibzeuges getrennten Elektricitäten vor ſich, d. h. es bildet ſich ein elektriſcher Strom. Ein ſolcher beſteht eigentlich aus zwei einander entgegengeſetzten Strömen, einem poſitiven und einem negativen, welche man ſich füglich als Fortpflanzungen von Verbindungen und Trennungen der beiden entgegengeſetzten Elektricitäten vorſtellen kann, indem ſich jede Elektricität, z. B. + E, mit der in der angrenzenden natürlichen enthaltenen — E, und die von dieſer getrennte + E wieder einer benachbarten — E u. ſ. w. combinirt. Schaltet man einen Körper in den Schließungskreis ein, ſo geht der Strom, wenn er das ihm entgegenſtehende Leitungshinderniß zu überwältigen vermag, durch dieſen Körper hindurch, wobei ſich bei größerem Widerſtande Glühphänomene und Lichterſcheinungen ergeben.

Die Kraft einer Elektriſirmaſchine pflegt man nach der größten Diſtanz zu beurtheilen, in welcher noch Funken aus dem Conductor auf einen mit dem Reibzeuge in Verbindung ſtehenden Elektricitätsleiter übergehen. Man nennt dieſe Diſtanz die Schlagweite Sie iſt in dünnerer Luft größer als in dichter, am größten im luftleeren Raume, welcher als ein Nichtleiter zu betrachten iſt. Ein langer Funke bildet eine mit Ausbiegungen verſehene gebrochene Linie. Setzt man an den Conductor eine Metallſpitze, ſo vermindert ſich ſeine elektriſche Spannung ausnehmend, und man ſieht an der Spitze im Dunkeln einen Lichtbüſchel in Folge der ausſtrömenden poſitiven Elektricität. Daher muß man an den leitenden Theilen der Elektriſirmaſchine alle ſcharfen Kanten, Ecken, Spitzen vermeiden. Am Reibzeuge zeigt eine Spitze einen

andere Elektricität von einem Körpertheilchen auf ein benachbartes mit größter Leichtigkeit übertragen; in ſchlechten Leitern geht dieß nur ſehr ſchwer an. Jede elektriſche Kraftäußerung betrifft nicht bloß die Anregung von Körpertheilchen, welche ſich bereits in dem einen oder in dem andern elektriſchen Zuſtande befinden, zur Bewegung, ſondern die Erregung dieſer Zuſtände ſelbſt; die Anweſenheit eines elektriſchen Zuſtandes bringt nämlich die Anforderung zum Entſtehen des ungleichnamigen elektriſchen Zuſtandes in der nächſten Umgebung mit ſich, während die gleichnamige Elektricität auf die entfernteren Theile zurückgedrängt wird, wie es ſich in der bereits auseinandergeſetzten Thatſache der elektriſchen Vertheilung kund gibt. Eine nothwendige Folge davon iſt, daß die Elektricität ſich in jedem Leiter an deſſen Oberfläche begibt, dorthin nämlich, wo dieſer an ein nicht leitendes Medium grenzt, und die elektriſchen Körpertheilchen daſelbſt eine Schichte von ſehr geringer, nur mit dem Bereiche der Molecularaction vergleichbaren Dicke bilden. Die Größe der Kraft, welche von einem Stückchen der Oberfläche eines elektriſirten Leiters in eine beſtimmte Entfernung, z. B. in die Diſtanz 1 ausgeht, iſt als das Maß der Menge der daſelbſt angehäuften Elektricität zu betrachten; der Quotient dieſer Menge, durch die Größe des Flächenſtückchens getheilt, zeigt die an gedachter Stelle herrſchende Dichte der Elektricität an. Von dieſer hängt das Beſtreben zur Ausgleichung des Zwangzuſtandes, in welchem ſich die Elektricität bezüglich der Umgebung befindet, oder die ſogenannte elektriſche Spannung ab. Der Act der Ausgleichung ſelbſt heißt elektriſcher Strom und iſt Gegenſtand ſpäterer Betrachtung. Geſchieht die Ausgleichung durch einen ſchlechten Leiter hindurch, z. B. durch die Luft, ſo zeigt ſich ein elektriſcher Funke oder Blitz.

Man hat verſchiedene Verſuche gemacht, eine annehmbare Erklärung der Thatſache der beiden elektriſchen Zuſtände und ihrer Beziehung zu einander zu erſinnen. Den meiſten Eingang bei den Phyſikern hat das dualiſtiſche Syſtem, nämlich die Annahme gefunden, es ſeien in der Körperwelt allenthalben zwei äußerſt ſubtile unwägbare Stoffe, die ſogenannte poſitive und die negative elektriſche Materie, verbreitet, deren Theilchen von den Molekeln der Körper angezogen werden, aber ſich auch im Innern eines Stoffes mit größerer oder geringerer Leichtigkeit bewegen können, überdieß auf einander ſelbſt einwirken, und zwar die Theilchen einer und derſelben elektriſchen Materie gegenſeitig repulſiv, die Theilchen einer elektriſchen Materie aber auf die der andern attractiv. Sind beide Materien in einem Körper gleichförmig mit einander gemengt, ſo befindet ſich derſelbe im unelektriſchen Zuſtande, weil ſich überall neben einem Theilchen poſitiver elektriſcher Materie ein Theilchen negativer Materie vorfindet, deſſen gleiche und entgegengeſetzte Action die des anderen aufhebt. Enthält aber irgend eine Stelle eines Körpers eine größere Menge der einen als der andern elektriſchen Materie, ſo erſcheint der Körper an dieſer Stelle elektriſch, und zwar poſitiv oder negativ, je nachdem die poſitive oder die negative Materie im Ueberſchuſſe, d. h. in freiem Zuſtande vorhanden iſt. Die gegenſeitige Abſtoßung gleichnamig und die Anziehung ungleichnamig elektriſirter Körper iſt nach dieſer Anſicht eine unmittelbare Folge der vorausgeſetzten Beſchaffenheit der elektriſchen Materien. Die elektriſche Vertheilung beruht darauf, daß die

überwiegende Action der in einem Körper angehäuften positiven oder negativen Elektricität in jedem andern Körper die Theilchen der gleichnamigen Elektricität zurück zu drängen, die Theilchen der entgegengesetzten herbei zu ziehen sucht, und somit, wenn letzterer Körper ursprünglich unelektrisch war, die Gleichförmigkeit der Mengung beider elektrischen Stoffe stört, vorausgesetzt, daß der Körper diesen Stoffen in seinem Innern Bewegung gestattet. Immer hat die freie Elektricität an einem Leiter bloß an dessen Oberfläche ihren Sitz, in Folge der zwischen gleichartigen Theilchen der elektrischen Materie bestehenden Repulsion und der Attraction ungleichartiger, und bildet da eine gegen den Leiter einwärts sich erstreckende Schichte von sehr geringer Dicke.

Einige Physiker sind der einst von Franklin aufgestellten Unitäts-Hypothese zugethan, welcher gemäß es bloß eine einzige elektrische Materie gibt, deren Theilchen einander abstoßen, und von den Theilchen der wägbaren Stoffe angezogen werden. Ein gewisser Gehalt an dieser Materie soll, dieser Ansicht gemäß, den unelektrischen Zustand der Körper bedingen; ein Körper, der mehr davon enthält, positiv, und einer, der daran Mangel hat, negativ elektrisch erscheinen. Diese Hypothese gewährt zwar eine einfache Erklärung der Erscheinungen der elektrischen Vertheilung; allein die gegenseitige Abstoßung negativ elektrischer Körper, welche auch im luftleeren Raume statt findet, nöthiget die Anhänger derselben zu der Annahme, daß zwischen den Theilchen der wägbaren Stoffe an sich Abstoßung herrsche, welche um so mehr zum Vorschein kommt, je weniger elektrische Materie sie enthalten. Um nicht mit der Gravitation der Körper in Widerspruch zu gerathen, muß noch vorausgesetzt werden, daß sie von dem Ueberschusse herrühre, um welchen die Anziehung der elektrischen Materie eines Körpers zu dem Stoffe des andern, die Summe der Repulsionen zwischen den elektrischen Materien beider Körper und zwischen ihren wägbaren Theilen unter sich übertrifft. Es ist also die Hypothese, welche bloß eine einzige elektrische Materie postulirt, keineswegs einfacher als das dualistische System.

Die eine wie die andere Hypothese wurde auch zur Erklärung der magnetischen Erscheinungen benützt, indem man die Existenz eines oder zweier eigenthümlicher magnetischen Stoffe postulirte. Nur muß man da noch die Beschränkung beifügen, daß die magnetischen Materien von einem magnetischen Elemente in ein anderes nicht übertreten, sondern sich nur innerhalb des ihnen angewiesenen Elementes bewegen können.

Uebrigens lassen sich die elektrischen Erscheinungen nicht, wie es bei den magnetischen angehen mag, aus einer primitiven Polarität der kleinsten Körpertheilchen deduciren und als bloße Ergebnisse der veränderten Lage dieser Theilchen betrachten. Die Möglichkeit des unelektrischen Zustandes würde nämlich, dem hier gleichfalls anwendbaren Satze 249 gemäß, fordern, daß die Summe der positiven Elektricität in jedem Körper jener der negativen gleich sey; dasselbe müßte also, dem so eben angeführten Satze zu Folge, wie bei dem Magnetismus, stets auch bezüglich der an der Oberfläche eines Leiters erscheinenden Elektricität der Fall seyn, und es wäre sonach nicht möglich, daß ein Leiter bloß positive, oder bloß negative Elektricität an sich trage, wie es doch die Erfahrung zeigt.

255. Bedingung des elektrischen Gleichgewichtes und Gesetz der elektrischen Action. Im Zustande des Gleichgewichtes muß die Elektricität an der Oberfläche eines Leiters dergestalt angeordnet seyn, daß ihre Gesammtaction auf jeden Punct im Innern des Leiters

Null iſt, weil ſonſt daſelbſt eine Störung des natürlichen Zuſtandes ſtatt finden, mithin eine neue Entwickelung freier Elektricität erfolgen würde, was dem vorausgeſetzten Gleichgewichte widerſpricht. Eine nothwendige Folge dieſes Grundſatzes iſt, daß die von den Theilchen der elektriſchen Materien auf einander ausgeübten Kräfte ſich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Diſtanzen ihrer Angriffspuncte. Um dieß einzuſehen, betrachte man einen von einem iſolirenden Medium umgebenen, freie Elektricität enthaltenden kugelförmigen Leiter. Dieſe Elektricität wird nächſt ſeiner Oberfläche offenbar eine gleichförmige Schichte, mithin eine Hohlkugel bilden, deren Action auf jeden innerhalb derſelben liegenden Punct gleich Null iſt. Mit Hilfe der in 173. 2) angeſtellten Betrachtung überzeugt man ſich aber leicht, daß dieß nur dann der Fall ſeyn kann, wenn die Action jedes kleinſten Stückes der Kugelſchale auf den ins Auge gefaßten inneren Punct ſich verkehrt verhält, wie das Quadrat der Diſtanz. Denn es ſey A (Fig. 52) dieſer Punct und die Ebene DE auf dem durch A gehenden Kugeldurchmeſſer ſenkrecht, ſo liegen alle Theilchen des Kugelſegmentes DME dem Puncte A näher, als die ihnen bezüglich A gerade gegenüberliegenden Theilchen des andern Segmentes DM'E. Wollte man nun vorausſetzen, die Action der elektriſchen Theilchen nehme in einem raſcheren Verhältniſſe ab, als das Quadrat der Diſtanz zunimmt, ſo müßte, weil das Theilchen M'N' nur in dem Verhältniſſe größer iſt als das Gegentheilchen MN, in welchem das Quadrat von M'A jenes von MA übertrifft, das Theilchen M'N' auf A ſchwächer einwirken als MN, und da dieß von jedem andern Theilchen des Kugelſegmentes DM'E im Vergleiche mit DME geſagt werden kann, ſo könnte die Geſammtaction des erſteren Segmentes jene des letzteren nicht aufheben, mithin auch die Totalaction der Hohlkugel auf A nicht Null ſeyn. Es kann daher die elektriſche Action nicht in einem raſcheren Verhältniſſe abnehmen, als das Quadrat der Diſtanz wächſt. Eben ſo zeigt man leicht, daß dieſe Action auch nicht in einem minder raſchen Verhältniſſe abnehmen könne, wodurch die obige Behauptung gerechtfertiget iſt. Sind alſo m, m' die in zwei Puncten concentrirt gedachten Elektricitätsmengen, und iſt r die Diſtanz dieſer Puncte, ſo iſt $\frac{m\,m'}{r^2}$ die Intenſität der Kraft, mit welcher dieſelben, nach Maßgabe der Qualität ihrer Elektricitäten, anziehend oder abſtoßend auf einander einwirken. Mit Hilfe dieſes Geſetzes und des Grundſatzes, daß im Zuſtande des Gleichgewichtes die Reſultirende der Actionen aller Theilchen freier Elektricität auf jeden Punct im Innern eines Leiters gleich Null ſeyn muß, läßt ſich nicht bloß die Anordnung der Elektricität auf der Oberfläche eines iſolirten Leiters, ſondern allgemein die Anordnung der Elektricitäten auf den Oberflächen einer beliebigen Zuſammenſtellung von Leitern finden, welche unter ihrem wechſelſeitigen Einfluſſe, wie auch unter jenem elektriſirter Nichtleiter ſtehen. Obgleich das in dieſer Allgemeinheit aufgefaßte Problem der elektriſchen Spannung und Vertheilung die Anwendung höherer Rechnung erfordert, ſo genügt doch

ſchon die klare Auffaſſung des erwähnten Grundſatzes, um in vielen Fällen zu einer haltbaren Vorſtellung von den zu erwartenden Erfolgen zu gelangen, unabhängig von jeder bloß hypothetiſchen Vorausſetzung über das Weſen des elektriſchen Princips. So kann man auch ohne Rechnung einſehen, daß ſich die Elektricität an einem länglichen Leiter ungleichförmig lagern und an den ſpitzeren Theilen ſich mehr anhäufen müſſe als an den flacheren u. dgl. m.

256. **Das Goldblatt-Elektroſkop.** Ein ſehr empfindliches und zur Unterſuchung des elektriſchen Zuſtandes eines Körpers ſehr bequemes Inſtrument iſt das Bennet'ſche oder Goldblatt-Elektroſkop, deſſen Gebrauch bei ſchwachen Elektricitätsgraden auf der Mittheilung, bei ſtärkeren auf der Vertheilung der Elektricität beruht. Es beſteht aus zwei gleich langen, ſchmalen Goldblattſtreifen, welche an dem Ende eines glatten Meſſingdrahtes ſo aufgehängt ſind, daß ſie im unelektriſchen Zuſtande ſich ihrer ganzen Fläche nach berühren. Der Meſſingdraht geht durch den Hals eines gläſernen Behälters, in welchem die Blättchen vor dem Luftzuge geſchützt ſind, und endiget ſich oben außerhalb des Behälters in einen polirten Metallknopf oder beſſer in eine polirte, an den Rändern abgerundete Metallplatte, welche die Zuleitungs- oder Collectorplatte genannt wird. Berührt man mit einem ſchwach elektriſchen Körper die Collectorplatte, wodurch derſelben und daher auch dem Drahte und den Goldblättchen Elektricität mitgetheilt wird, ſo ſtoßen dieſe einander ab, und weichen deßhalb unter einem Winkel aus einander, welcher um ſo größer ausfällt, je ſtärker die den Goldblättchen beigebrachte elektriſche Spannung iſt, und den man mittelſt eines am Behälter angebrachten Gradbogens meſſen kann. Einen ſtark elektriſchen Körper braucht man nur in die Nähe der Collectorplatte zu bringen, um ſchon die Goldblättchen divergiren zu ſehen. Entfernt man den Körper, ſo hört die Divergenz auf. Es geht in dieſem Falle eine Vertheilung der natürlichen Elektricität der Collectorplatte und der übrigen leitenden Theile des Apparates vor ſich; die mit der Elektricität des Körpers ungleichnamige wird angezogen, die gleichnamige Elektricität zurückgedrängt: letztere iſt es, welche die Blättchen aus einander treibt. Nach Entfernung des elektriſchen Körpers vereinigen ſich die getrennten Elektricitäten wieder, und der natürliche Zuſtand der Goldblättchen kehrt zurück. Divergiren die Blättchen mit einer gewiſſen Elektricität, z. B. mit + E, und man nähert der Collectorplatte eine mit Tuch geriebene Glasſtange, ſo weichen ſie noch mehr aus einander, weil zu der bereits vorhandenen (poſitiven) Elektricität noch diejenige gleichnamige hinzukommt, welche durch den Einfluß der Glasſtange aus dem im Apparate vorhandenen neutralen Elektricitätsvorrathe auf dem Wege der Vertheilung entwickelt wird; nähert man aber dem Elektroſkope allmälig eine mit Tuch geriebene Siegellackſtange, ſo iſt die bei der Vertheilung in die Goldblättchen zurückgedrängte Elektricität die negative, und die Blättchen fallen anfänglich zuſammen und weichen dann, wenn dieſe negative Elektricität durch weitere Annäherung der Siegellackſtange noch mehr verſtärkt wird,

wieder aus einander; bei Entfernung der Siegellackſtange fallen ſie zuerſt zuſammen, und nehmen dann wieder die urſprüngliche Divergenz an. Dieſe Erſcheinungen bieten ein einfaches Mittel dar, die Beſchaffenheit der in den Goldblättchen vorhandenen Elektricität zu erkennen.

Man kann auch den Goldblättchen vorläufig eine beſtimmte Elektricität geben, und ſodann den Körper, deſſen Elektricität auszumitteln iſt, der Collectorplatte nähern. Will man den Goldblättchen die poſitive Elektricität beibringen, ſo nähere man dem Elektroſkope eine geriebene Siegellackſtange, bis die Blättchen die gehörige Divergenz zeigen, was eine Folge frei gewordener negativer Elektricität iſt, berühre ſodann die Collectorplatte mit dem Finger, wodurch die Blättchen zuſammenfallen, entferne hierauf den Finger, ohne die Stellung der Siegellackſtange zu ändern, und entferne endlich auch dieſe. Die Goldblattchen, welche durch die Berührung die freie negative Elektricität verloren haben und dadurch gleichſam in den natürlichen Zuſtand zurück verſetzt worden ſind, gehen nunmehr mit der poſitiven Elektricität aus einander, welche früher durch die negative der Siegellackſtange feſtgehalten wurde. Eben ſo ertheilt man, wenn man dieſe Operation mittelſt einer Glasſtange verrichtet, den Goldplättchen freie negative Elektricität. Ein zu prüfender Körper hat dieſelbe Elektricitat wie die Goldblättchen oder die entgegengeſetzte, je nachdem derſelbe bei ſeiner erſten Annäherung an das Elektroſkop die Divergenz ſteigert oder ſchwächt.

Dieſes Elektroſkop geſtattet eine ſehr klare Demonſtration des Gegenſatzes der Elektricitäten des mit Tuch geriebenen Glaſes und Harzes. Unterwirft man nämlich die Collectorplatte gleichzeitig dem Einfluſſe einer auf die bezeichnete Weiſe elektriſch gemachten Glas- und einer Siegellackſtange, ſo hebt die größere Annäherung der einen Stange immer zuerſt die durch die andere bewirkte Divergenz auf, und bringt dann die dem entgegengeſetzten Effekte entſprechende Divergenz hervor.

Mittelſt zweier ſolchen Elektroſkope laßt ſich der Hergang der elektriſchen Vertheilung ſehr deutlich zeigen. Verbindet man beide Collectorplatten mittelſt eines an einem iſolirenden Griffe gehaltenen Drahtes, und nahert dem einen Elektroſkope einen elektriſchen Körper, ſo divergiren die Plattchen beider mit derſelben Elektricitat, welche der Körper beſitzt. Unterbricht man jetzt die leitende Verbindung der Collectorplatten und entfernt hierauf den elektriſchen Körper, ſo fallen die Plattchen desjenigen Elektroſkopes, welchem der Körper naher ſtand, zuſammen und geben ſodann wieder aus einander, die des andern aber behalten ihre frubere Divergenz bei. Die elektriſchen Zuſtande beider Elektroſkope ſind nun, was man mittelſt der Glas- oder der Siegellackſtange leicht nachweiſet, einander entgegengeſetzt. Da es bei derlei Demonſtrationen nicht auf die größte Empfindlichkeit der Elektroſkope ankommt, ſo kann man an die Stelle der leicht verletzbaren Goldblattchen Strohhalme ſetzen.

257 **Die Drehwage.** Bringt man die Theile eines feinen elaſtiſchen Metalldrahtes oder eines Glasfadens, welcher durch einen daran gehängten Körper, z. B. durch ein horizontales Stäbchen, geradlinig geſpannt iſt, aus dem innern Gleichgewichtszuſtande, indem

man den Faden um ſeine Längenrichtung dreht, ſo daß die Theilchen, welche vordem in einer mit der Länge des Fadens parallelen geraden Linie lagen, nunmehr in eine Schraubenlinie zu liegen kommen, ſo geräth das Stäbchen, einer Declinationsnadel ähnlich, in pendelartige Schwingungen, deren Dauer, der Erfahrung gemäß, bei ungeänderter Länge des Fadens von der Schwingungsamplitude unabhängig iſt. Hieraus folgt, wie man leicht einſieht, wenn man den Gang der in 125 vorgetragenen Entwickelung umkehrt, d. h. von dem Endreſultate auf die Bedingungen deſſelben zurückſchließt, daß die durch die Windung (Torſion) des Fadens geweckte Elaſticität, welche die Urſache dieſer Schwingungen iſt, mit dem durch die Elongation des Stäbchens aus der Ruhelage angezeigten Torſionswinkel des Fadens in geradem Verhältniſſe ſtehen müſſe. Wird daher das Stäbchen nach und nach durch Kräfte, die ſenkrecht gegen ſeine Länge auf einen beſtimmten Punct deſſelben einwirken, aus der natürlichen Gleichgewichtslage, in welcher die Torſion des Fadens Null iſt, in andere Gleichgewichtslagen verſetzt, ſo verhalten ſich dieſe Kräfte gerade wie die entſprechenden Torſionen des Fadens. Auf dieſem Principe beruht die von Coulomb angegebene elektriſche Drehwage, mittelſt welcher man elektriſche Spannungen mit einander vergleichen kann. Sie beſteht aus einem in der Mitte an einem Metalldrathe oder an einem Glasfaden horizontal aufgehängten Stäbchen aus einer nichtleitenden Subſtanz, Glas oder Schellack, welches an einem Ende eine kleine vergoldete Hollundermarkkugel oder ein Scheibchen aus Goldpapier, am andern Ende eine äquilibrirende Maſſe trägt und auf eine Scale hinweiſet, mittelſt welcher man die Ablenkungswinkel des Stäbchens von ſeiner urſprünglichen Gleichgewichtslage mit einander vergleichen kann. Der Faden läuft längs der Axe eines röhrenförmigen Aufſatzes des Glaskaſtens herab, in welchem ſich das Stäbchen bewegt; das obere Ende des Fadens iſt in der Mitte einer horizontalen mit einer Kreistheilung verſehenen Scheibe befeſtiget, durch deren Drehung auch der Faden um ſeine Längenrichtung gedreht wird. In den Kaſten läßt ſich eine metallene Kugel einſetzen, welche von der Kugel des Stäbchens in der Lage deſſelben, die dem Nullpuncte der Scale entſpricht, berührt wird. Stellt man die obere Scheibe ſo, daß das Stäbchen jene Lage ohne Torſion des Fadens einnimmt, theilt dann der fixen Kugel Elektricität mit, und bringt ſie an ihren Platz, ſo bekommt auch die bewegliche Kugel Elektricität, und wird ſo weit zurückgeſtoßen, bis die mit der Torſion anwachſende Kraft des Fadens die bei der Vergrößerung der Diſtanz abnehmende Abſtoßungskraft aufwiegt. Man kann die Abweichung des Stäbchens bei verſchiedenen Verſuchen durch Drehung der oberen Scheibe ſtets auf einerlei Größe zurückführen und ſo die zwiſchen beiden Kugeln bei derſelben Diſtanz ihrer Mittelpuncte herrſchenden Kräfte mit einander vergleichen; die Torſion des Fadens, welche der jedesmaligen Kraft proportional iſt, wird durch die Stellung des Stäbchens gegen denjenigen Punct der oberen Scheibe gegeben, welcher der

Gleichgewichtslage des Stäbchens im unelektriſchen Zuſtande, wo die Torſion Null iſt, entſpricht.

Mit Hilfe der Drehwage kann man das Verhältniß der elektriſchen Spannungen an verſchiedenen Puncten der Oberfläche eines Leiters ausmitteln, wenn man ihn an dieſen Puncten mit einer und derſelben an einem iſolirenden Stäbchen befeſtigten kleinen unelektriſchen Metallkugel oder mit einem metallenen Scheibchen berührt, und die damit aufgenommene Elektricität an die fixe Kugel der Drehwage überträgt. Die derſelben beigebrachten Spannungen ſind den an vorgedachten Stellen der Oberfläche des Leiters haftenden Spannungen proportional. Auch das Geſetz, nach welchem die elektriſche Anziehung oder Abſtoßung zweier Kugeln von der Diſtanz ihrer Mittelpuncte abhängt, läßt ſich mit der Drehwage unterſuchen, und ſolchergeſtalt der Satz, daß jene Kräfte ſich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Diſtanzen, empiriſch nachweiſen.

258. **Elektriſirmaſchine.** Auf der Erregung der Elektricität durch Reiben und auf der Mittheilung derſelben an einen iſolirten Leiter beruhen jene Vorrichtungen zur Hervorrufung kräftiger Aeußerungen elektriſcher Spannung, welche man Elektriſirmaſchinen nennt. Eine ſolche Maſchine beſteht aus dem zu reibenden Körper, aus dem Reibzeuge und aus dem Conductor. Der zu reibende Körper iſt bei neueren Maſchinen in der Regel eine kreisrunde Glasſcheibe; ſeltener ein Glascylinder oder eine Glocke: an älteren Maſchinen findet man auch eine Glaskugel. Die Scheibe ſteht vertical; durch ihren Mittelpunct geht ſenkrecht gegen ihre Ebene eine mit einer Kurbel verſehene Axe, welche durch ein paſſendes Geſtelle getragen wird, und dazu dient, die Scheibe in drehende Bewegung zu verſetzen. Das Reibzeug wird durch ein Paar lederne Kiſſen gebildet, welche von beiden Seiten an die Scheibe in der Nähe ihres Randes anliegen und durch Federn gegen ſelbe gepreßt werden; das Leder iſt mit einem Amalgam bekleidet, das aus Queckſilber, Zinn und Zink beſteht, und mittelſt einer Fettſchichte an dem Leder haftet. Die Erfahrung hat dieſes Amalgam als das zweckmäßigſte Reibungsmittel zur Elektriſirung des Glaſes nachgewieſen. Häufig ſind die Elektriſirmaſchinen mit zwei Reibzeugen verſehen, welche an den Enden eines Durchmeſſers einer Scheibe einander gegenüber ſtehen. Der Conductor iſt ein auf Glas ruhender und dadurch iſolirter hohler Körper aus Meſſingblech, mit allſeitig abgerundeter und wohl polirter Oberfläche, welcher mit einem oder mit zwei Armen an den Rand der Scheibe reicht, je nachdem die Maſchine bloß ein oder zwei Reibzeuge beſitzt. Im erſten Falle ſteht der Arm des Conductors dem Reibzeuge diametral gegenüber; im zweiten Falle ſind die Arme um 90° von den Reibzeugen entfernt. Der Zweck des Conductors iſt die an der Scheibe bei ihrem Durchgange zwiſchen den Reibkiſſen erzeugte Elektricität zu ſammeln. Zur Beurtheilung der erlangten elektriſchen Spannung trägt der Conductor an ſeinem von der Scheibe abgekehrten Ende eine kleine Säule mit einem Elektroſkop-Pendel, aus deſſen Ablenkung von der verticalen Lage auf die Stärke dieſer Spannung geſchloſſen wird. (Henley's Elektroſkop.) Um die Elektricität

der Reibzeuge eben so wie jene der Scheibe benützen zu können, ist es zweckmäßig, das Gestelle, welches die Reibzeuge trägt, zu isoliren; sehr bequem sind jene Maschinen, bei welchen man die Arme des Conductors drehen und an die Reibzeuge anlegen kann. Um die Zerstreuung der Elektricität, während die geriebene Stelle der Scheibe von dem Reibzeuge zum Conductorarme rückt, zu vermindern, ist an jedem Kissen des Reibzeuges nach der Seite hin, gegen welche die Scheibe gedreht wird, ein bis zum Conductor reichendes Blatt von Wachstaffet befestiget. Weil die positive Elektricität der Scheibe und die negative des Reibzeuges einander anziehen und daher der Trennung entgegenwirken, ist es, damit die eine möglichst kräftig hervortrete, nothwendig die andere zu entfernen. Will man also positive Elektricität erzeugen, so verbindet man das Reibzeug, will man negative, so verbindet man die Sauger an der Scheibe leitend mit der Erde. Mit einer Elektrisirmaschine läßt sich die elektrische Anziehung und Abstoßung, das verschiedene Leitungsvermögen der Körper, der Unterschied zwischen positiver und negativer Elektricität, der Hergang der elektrischen Vertheilung, die Anordnung der Elektricität an der Oberfläche der Leiter, die leuchtende, erwärmende, zündende Eigenschaft der elektrischen Funken u. dgl. gleichsam im Großen demonstriren und dadurch auf das Handgreiflichste vor Augen stellen. Verbindet man den Conductor und das isolirte Reibzeug mittelst eines Drahtes, oder auch nur beide mit der Erde, und setzt die Maschine in Bewegung, so geht in dem Drahte eine beständige Ausgleichung der beiden an der Berührungsstelle des Glases und Reibzeuges getrennten Elektricitäten vor sich, d. h. es bildet sich ein elektrischer Strom. Ein solcher besteht eigentlich aus zwei einander entgegengesetzten Strömen, einem positiven und einem negativen, welche man sich füglich als Fortpflanzungen von Verbindungen und Trennungen der beiden entgegengesetzten Elektricitäten vorstellen kann, indem sich jede Elektricität, z. B. + E, mit der in der angrenzenden natürlichen enthaltenen — E, und die von dieser getrennte + E wieder einer benachbarten — E u. s. w. combinirt. Schaltet man einen Körper in den Schließungskreis ein, so geht der Strom, wenn er das ihm entgegenstehende Leitungshinderniß zu überwältigen vermag, durch diesen Körper hindurch, wobei sich bei größerem Widerstande Glühphänomene und Lichterscheinungen ergeben.

Die Kraft einer Elektrisirmaschine pflegt man nach der größten Distanz zu beurtheilen, in welcher noch Funken aus dem Conductor auf einen mit dem Reibzeuge in Verbindung stehenden Elektricitätsleiter übergehen. Man nennt diese Distanz die Schlagweite Sie ist in dünnerer Luft größer als in dichter, am größten im luftleeren Raume, welcher als ein Nichtleiter zu betrachten ist. Ein langer Funke bildet eine mit Ausbiegungen versehene gebrochene Linie. Setzt man an den Conductor eine Metallspitze, so vermindert sich seine elektrische Spannung ausnehmend, und man sieht an der Spitze im Dunkeln einen Lichtbüschel in Folge der ausströmenden positiven Elektricität. Daher muß man an den leitenden Theilen der Elektrisirmaschine alle scharfen Kanten, Ecken, Spitzen vermeiden. Am Reibzeuge zeigt eine Spitze einen

weit kürzeren Lichtbüſchel, welcher der negativen Elektricität eigen iſt. Derſelbe kurze Lichtbüſchel bildet ſich auch, wenn man dem Conductor eine Spitze entgegen hält. Läßt man einen Strom von Funken durch eine luftleer gemachte Glasröhre gehen, an deren Enden ſich metallene Faſſungen mit einander zugekehrten Spitzen befinden, ſo erſcheint die ganze Röhre mit elektriſchem Lichte gefüllt. Setzt man eine Metallplatte auf einen Harzkuchen, leitet Elektricität darauf und beſtaubt die Stelle des Harzkuchens, an welcher ſich die Platte befand, mit Lycopodium-, Schwefel- oder Mennigpulver, ſo erſcheint daſelbſt bei poſitiver Elektricität eine ſtrahlige, bei negativer eine ſtrahlenloſe Figur. (Lichtenberg'ſche Figuren.) Der Funke einer Elektriſirmaſchine entzündet Aether, Weingeiſt, Colophoniumſtaub u. dgl. Schon ein ſchwacher Funke entzündet Waſſerſtoffgas und Knallluft (elektriſche Piſtole). Kräftige Funken ſchmelzen dünne Metallblättchen und Drähte und verurſachen im menſchlichen Körper, wenn ſie durch ſelben geleitet werden, eine ſtarke Erſchütterung.

Eine Hilfsgeräthſchaft zum Gebrauche der Elektriſirmaſchine iſt der Iſolirſchemmel, ein ſtarkes Brett mit Glasfüßen, worauf ſich eine Perſon ſtellen kann. Hält dieſe einen Metallſtab in der Hand und legt denſelben an den Conductor an, ſo wird ſie gleichſam ein Theil des letztern, zeigt ſo wie dieſer die elektriſche Anziehung und Abſtoßung, ihre Haare ſträuben ſich in die Höhe, ſie gibt gegen einen mit der Erde in Verbindung ſtehenden Leiter Funken u. ſ. w.

Man hat die Eigenſchaften der Elektricität zu einer Menge von Spielwerken angewendet; dergleichen ſind der elektriſche Tanz, der Hagel, das Glockenſpiel u. ſ. w.

259. **Elektriſche Batterie.** Belegt man die innere und äußere Fläche einer Glasflaſche, eines Glascylinders oder eines umgekehrten Glasſturzes mit Zinnfolie (Stanniol), ſo daß oben ein Rand, etwa von 1—2 Zoll frei bleibt, den man mit einer Lackſchichte überzieht, und läßt man mitten durch die Mündung des Glaſes einen Metalldraht gehen, der ſich oben in eine Kugel (Knopf) endiget und unten die innere Belegung an mehreren Stellen berührt, ſo hat man eine ſogenannte elektriſche Flaſche (Leidner oder Kleiſt'ſche Flaſche). Mehrere elektriſche Flaſchen, deren innere Belegungen (an den Drahtknöpfen) unter einander, und deren äußere Belegungen (mittelſt einer metalliſchen Unterlage) gleichfalls unter einander leitend verbunden ſind, bilden eine elektriſche Batterie. Der Zweck dieſer Apparate iſt die Erzeugung eines kräftigeren elektriſchen Stromes, als ihn eine Elektriſirmaſchine liefern kann, und ſie bilden daher wichtige Ergänzungsſtücke der letzteren.

Verbindet man den Knopf einer Leidner Flaſche mit dem Conductor einer in Gang geſetzten Elektriſirmaſchine und die äußere Belegung mit der Erde (oder auch umgekehrt), ſo wird die Flaſche geladen. Stellt man zwiſchen der äußeren und inneren Belegung der geladenen Flaſche eine leitende Verbindung her, ſo wird die Flaſche entladen, es erfolgt im Augenblicke der Schließung des Verbindungskreiſes an dem Puncte, wo dieſelbe vollendet wird, eine ſtarke elektriſche Exploſion (Funke und Knall).

Der Hergang der Ladung iſt folgender: Wird dem Knopfe einer Leidner Flaſche von dem Conductor der Elektriſirmaſchine poſitive Elek-

tricität zugeführt, so verbreitet sich dieselbe über die ganze innere Belegung, und wirkt durch das Glas hindurch vertheilend auf die natürliche Elektricität der äußeren Belegung ein; die negative Elektricität wird angezogen und festgehalten, die positive zurückgedrängt: es zeigt sich sonach, wenn die Flasche isolirt ist, an der äußeren Belegung freie positive Elektricität, und man erhält aus derselben Funken wie vom Conductor. Wird diese abgestoßene positive Elektricität abgeleitet, so wird dadurch die Zerlegung der natürlichen Elektricität der äußeren Belegung befördert, weil die Rückwirkung gedachter positiven Elektricität auf die negative der äußeren Belegung wegfällt; und da die positive Elektricität der inneren Belegung von der negativen der äußeren eben so gehalten wird, wie diese von jener, so wird auch das Elektricitätsquantum vermehrt, welches die innere Belegung vom Conductor aufnimmt. In Folge der gegenseitigen Anziehung der an den beiden Belegungen angesammelten entgegengesetzten Elektricitäten dringen diese auch beiderseits in die Glasmasse bis auf eine gewisse, von der Spannung der Elektricität abhängende Tiefe ein, und die Ladung hört auf, sobald die Spannung der Elektricität an der inneren Belegung jener am Conductor gleich geworden ist. Hat das Glas eine zu geringe Dicke, um dem Andrange der entgegengesetzten Elektricitäten gehörigen Widerstand zu leisten, so vereinigen sich diese durch das Glas hindurch, und die Flasche wird durchbohrt; ist der Rand zu schmal, so erfolgt die Vereinigung, indem ein Funke denselben überspringt; findet aber weder der eine noch der andere Uebelstand statt, so bleibt die Flasche geladen. Verbindet man die beiden Belegungen leitend mit einander, so erfolgt, und zwar im ersten Augenblicke der Schließung, die Vereinigung der am Glase haftenden Elektricitäten, denn jeder Punct der elektrisirten Glasflächen steht mit einem Leiter in Berührung. Nähert man dem Knopfe der geladenen Flasche eine Kugel, welche mit der äußeren Belegung durch einen Draht verbunden ist, stufenweise, so entsteht bei einer gewissen Distanz der Kugel (Schlagweite) ein Funke, und die Glasflächen verlieren den größten Theil ihrer Elektricitäten; den zurückbleibenden Rückstand der Ladung kann man durch weitere Annäherung des entladenen Leiters bis zur Berührung des Knopfes allmälig entfernen. Aus dem Gesagten erhellet, warum eine Flasche, deren äußere Belegung isolirt ist, nur schwach geladen wird, daß aber bei länger anhaltender Verbindung mit dem Conductor doch eine gewisse Ladung zu Stande kommt, wenn nämlich die äußere Belegung einen Theil ihrer Elektricität an die Luft abgesetzt hat. Daß die Ladung der Flasche wirklich im Glase ihren Sitz hat, zeigt sich, wenn man den Versuch mit einer Flasche macht, deren Belegungen sich abnehmen lassen. Da es hier auf die Form des Glases nicht ankommt, so kann man sich dazu einer Glastafel bedienen (Franklin'sche Tafel), welche auf einer isolirten, etwas kleineren Metallplatte liegt, und auf welche eine gleiche, mit einem isolirenden Handgriffe versehene Metallplatte gelegt wird. Trennt man die Belegungen und das Glas, so findet man nicht bloß erstere, sondern auch letzteres, und zwar

ſeine beiden Flächen entgegengeſetzt elektriſch, und ſetzt man, nachdem man den Belegungen die Elektricität genommen hat, das Ganze wieder zuſammen, ſo erſcheint die Tafel wieder geladen. Eine Batterie iſt bloß wie eine größere Flaſche zu betrachten und zu behandeln.

Mit einer gut eingerichteten Batterie laſſen ſich bemerkenswerthe Effecte, Schmelzungen von dünnen Metalldrähten oder Streifen, Durchbohrungen von Glas, Papier, Zerſprengung einer mit Waſſer gefüllten Glasröhre u. dgl. zu Stande bringen. Leitet man die Entladung einer nur mäßigen Flaſche durch den menſchlichen Körper, ſo fühlt man in den Gelenken eine heftige Erſchütterung (elektriſcher Schlag), welche ſich auch durch eine Reihe von Perſonen führen läßt; die Entladung einer Batterie vermag ſelbſt größere Thiere zu tödten. Stehen der Entladung mehrere Wege gleichzeitig offen, ſo vertheilt ſich der elektriſche Strom in ſelbe nach dem Verhältniſſe ihrer Leitungsgüte. Da der menſchliche Körper die Elektricität weit weniger gut leitet als ein Metalldraht, ſo kann man eine ſtark geladene Flaſche mit einem in den Händen gehaltenen Drahte entladen, deſſen beiden Enden man mit den Belegungen in Contact bringt. Zur gefahrloſen Entladung einer Batterie hat man übrigens Auslader mit gläſernen Handhaben. Um Schießpulver durch den Strom einer Batterie zu entzünden, muß man dieſen verlangſamen, indem man ihn durch einen ſchlechteren Leiter, z. B. eine naſſe Seidenſchnur gehen läßt. Bringt man im Schließungskreiſe einer Flaſche oder Batterie eine Lücke an, ſo erfolgt der Schlag erſt wenn die Ladung eine ſolche Spannung erreicht hat, daß das Leitungshinderniß überwältigt werden kann. Hierauf beruht die Einrichtung der ſich ſelbſt entladenen (Lane'ſchen) Flaſche.

260. **Geſchwindigkeit der elektriſchen Strömung.** Wenn eine elektriſche Flaſche entladen wird, ſo bilden ſich zwei entgegengeſetzte elektriſche Ströme, welche von den beiden Belegungen ausgehen, und in der Mitte des Schließungsleiters zuſammentreffen. Es folgt dieß aus dem Umſtande, daß wenn beide Belegungen mittelſt eines ſehr langen Schließungsdrahtes verbunden werden, der nächſt den Belegungen und in der Mitte unterbrochen iſt, damit an dieſen drei Stellen während der elektriſchen Exploſion Funken entſtehen, die beiden Funken nächſt den Belegungen gleichzeitig, der in der Mitte des Schließungsdrahtes aber ſpäter erſcheint. Da die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich die Ausgleichung der entgegengeſetzten Elektricitäten in einem Drahte fortpflanzt, ungemein groß iſt, ſo bedarf es eines beſondern Hilfsmittels, um das Zeitintervall zwiſchen dem Auftreten des mittleren und der beiden äußeren Funken ſenſibel zu machen, und die Verſpätung des erſteren gegen den letzteren außer Zweifel zu ſetzen. Ein ſolches Mittel hat Wheatſtone ausgedacht. Er ordnete die drei Lücken des Schließungsleiters ſo an, daß ſie in eine gerade Linie zu ſtehen kamen, und betrachtete die Funken mittelſt eines ebenen Spiegels, welcher ſich um eine in ſeiner Ebene liegende und der Linie, in welcher die Funken entſtehen mußten, parallele Axe, äußerſt ſchnell drehte. Da zeigte ſich das Bild des mittleren Funken merklich gegen die Bilder der äußeren im Sinne der Rotation des Spiegels verſchoben, zum Beweiſe, daß der mittlere Funke erſt entſtand, als der Spiegel in ſeiner

Drehung schon weiter gerückt war, was die Verschiebung des Bildes zur Folge hatte. Aus der bekannten Länge des Schließungsdrahtes, aus der Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels und aus der Größe der Verschiebung des Bildes konnte sogar auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Strömung geschlossen werden. In der Lehre vom Lichte wird gezeigt, daß bei der Drehung eines Spiegels die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher das Bild eines fixen Punctes sich verschiebt, noch einmal so groß ist, als die Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels. Bei Wheatstone's Versuch wurde Kupferdraht angewendet, dessen Länge von einem Unterbrechungspuncte nächst den Belegungen zum andern $\frac{1}{2}$ englische Meile betrug, also bis zur Mitte $\frac{1}{4}$ Meile; der Spiegel machte 800 Umdrehungen in der Secunde, und die Verrückung des Bildes des mittleren Funkens gegen die Bilder der äußeren war $\frac{1}{5}$ Grad. Die Verspätung des mittleren Funkens entsprach also der Zeit, während welcher der Spiegel $\frac{1}{4}$ Grad zurücklegte, nämlich $\frac{1}{800.360.4}$ Secunden. Da nun die Elektricität während dieser Zeit $\frac{1}{4}$ englische Meile durchlief, so folgt daraus ihre Geschwindigkeit in Kupferdraht = 800.360 = 288000 englische Meilen oder 61000 österreichische Meilen in der Secunde.

Die Beschaffenheit des leitenden Materiales hat offenbar auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wirkung einen Einfluß, auch kann das obige Resultat wegen der Schwierigkeit einer scharfen Messung der ins Spiel tretenden Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels und der Verschiebung des Funkenbildes nur für ein beiläufiges gelten; jedoch ist durch dasselbe der Beweis hergestellt, daß die elektrische Entladung auf Bewegung beruht, und ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit ungemein groß ist.

261. **Elektrophor.** Reibt man einen Harzkuchen von einigen Linien Dicke und 1—2 Fuß Durchmesser, welcher in eine flache leitende Schüssel gegossen ist, mit Pelzwerk, so wird er negativ elektrisch; setzt man nun einen etwas kleineren leitenden Deckel darauf, welcher an seidenen Schnüren hängt, so zeigt dieser sogleich freie negative Elektricität, in Folge vor sich gegangener elektrischer Vertheilung; hebt man den Deckel in die Höhe, so ist jede Spur von Elektricität verschwunden: berührt man aber den Deckel, während er auf dem Kuchen liegt, mit dem Finger, um jene negative Elektricität abzuleiten, so zeigt der gehobene Deckel freie positive Elektricität, welche vorher durch den Einfluß der Elektricität des Kuchens gebunden war. Man kann so aus dem Deckel einen ziemlich starken positiven Funken ziehen, und dieß so oft man will wiederholen, ohne daß dadurch die Elektricität des Kuchens eine merkliche Schwächung erleidet. Eine solche Vorrichtung, welche die Stelle einer kleinen Elektrisirmaschine vertreten, z. B. zur Ladung einer kleinen Flasche dienen kann, und von Volta angegeben wurde, heißt Elektrophor. Diese Benennung rechtfertiget sich dadurch, daß der Kuchen lange Zeit seine Elektricität behält, wenn nur der Deckel auf demselben liegen bleibt. Die Schüssel (Form) kann aus

Holz beſtehen, der Deckel aus einem Holzringe, der mit Leinwand beſpannt iſt; beide müſſen dann mit Stanniol bekleidet ſeyn. Der Zweck der leitenden Form iſt Steigerung der negativen elektriſchen Erregung des Kuchens. In der That wird ein Kuchen, den man auf eine Metallplatte gelegt hat, durch Reiben bei weitem ſtärker negativ elektriſch, als ohne die Metallplatte, aber dieſe intenſivere Elektricität erſcheint erſt, nachdem man den Kuchen von der Metallplatte abgehoben hat. So wie ſich nämlich an der oberen Fläche des Kuchens bei dem Reiben — E entwickelt, wird die natürliche Elektricität der Metallplatte zerſetzt, + E angezogen, — E abgeſtoßen; letztere Elektricität entweicht bei nicht iſolirter Form. Dieſer Vorgang läßt ſich mittelſt eines Elektroſkopes nachweiſen, auf deſſen Collectorplatte man eine Harzſcheibe gelegt hat, die man mit Pelzwerk reibt. Die angezogene poſitive Elektricität zieht ſich zum Theile in die untere Fläche des Kuchens hinein, und dient dazu, der negativen an der oberen Fläche Beſchäftigung darzubieten, mithin eine größere Menge derſelben feſtzuhalten. Wird der Deckel auf den Kuchen geſetzt, ſo gewinnt ein kleiner Theil der poſitiven Elektricität der unteren Fläche des Kuchens Freiheit und zerſetzt jetzt die natürliche Elektricität der Form ſo, daß nunmehr — E angezogen, + E abgeſtoßen wird, und bei nicht iſolirter Form entweicht; noch mehr iſt dieß der Fall, wenn die — E des Deckels durch Berühren mit dem Finger weggeſchafft wird. Berührt man gleich nach dem Aufſetzen des Deckels auf den Kuchen zuerſt die Form mit einem, dann den Deckel mit einem andern Finger der Hand, ſo empfindet man einen elektriſchen Schlag, weil hier die negative Elektricität des Deckels ſich mit der gleichzeitig an der Form ausgeſchiedenen poſitiven vereiniget. Kann man den Kuchen aus der Form nehmen, ſo tritt, während der ſeiner negativen Elektricität beraubte Deckel noch aufliegt, die poſitive Elektricität der Unterfläche des Kuchens deutlicher hervor, als wenn kein Deckel aufliegt, und läßt ſich an einem Elektroſkope beſſer nachweiſen. Man kann den Elektrophor wie eine Franklin'ſche Tafel mittelſt einer Elektriſirmaſchine laden; nach der Entladung beginnt dann ſogleich ſeine eigentliche elektrophoriſche Wirkung.

Der Elektrophor hat bei der Hydrogengas-Zündmaſchine Anwendung gefunden. Statt des Harzkuchens konnte man auch eine auf der Rückſeite mit Stanniol belegte Glasplatte anwenden und dieſelbe durch Reiben mit Amalgam poſitiv elektriſch machen, wobei ſämmtliche Elektricitäten die entgegengeſetzten würden, doch hält eine Glasplatte, da ſie ſich leicht mit Feuchtigkeit bekleidet, die Elektricität nicht lange.

262. **Condenſator.** Wenn man einen elektriſchen Körper X mit einem iſolirten Leiter A in Berührung bringt, ſo nimmt letzterer von erſterem ſo lange Elektricität auf, bis diejenige Anordnung derſelben eingetreten iſt, bei welcher Gleichgewicht beſtehen kann. Beide Körper bilden da gleichſam nur einen, und es muß ſich die Elektricität auf der Oberfläche des Leiters A dergeſtalt lagern, daß die Reſultirende der Actionen aller mit Elektricität verſehenen Körpertheilchen auf jeden Punct im Innern des Leiters Null iſt. Der Leiter A empfängt alſo einen

ſeiner Oberfläche und Geſtalt angemeſſenen Theil der Elektricität. Wird während der elektriſche Körper X den Leiter A berührt, ein nicht iſolirter Leiter B in die Nähe von A gebracht, ſo beginnt eine Vertheilung der natürlichen Elektricität auf B; die Elektricität von A und X drängt ſich nach der dem Leiter B zugewendeten Seite von A, während auf der gegen A gekehrten Seite von B ſich die entgegengeſetzte Elektricität anhäuft. Es gehört nämlich B jetzt auch zu dem Syſteme, auf welches ſich die Wirkung der vorhandenen Elektricität erſtreckt; das Gleichgewicht der natürlichen Elektricität auf B und in Folge deſſen auch jenes der freien Elektricität auf A und X wird geſtört, und es muß ſich die geſammte Elektricität nunmehr ſo ordnen, daß die Bedingung des Gleichgewichtes wieder hergeſtellt wird, d. h. es muß die Reſultirende der elektriſchen Totalaction nicht bloß für alle Puncte im Innern des Leiters A, ſondern auch für alle Puncte im Innern des Leiters B verſchwinden, was nur bei der oben beſchriebenen Anordnung der Elektricität möglich iſt. Solchergeſtalt empfängt der Leiter A von X mehr Elektricität, als er nach dem bloßen Mittheilungsgeſetze erhalten haben würde, und wenn X von A getrennt und ſodann auch B entfernt wird, tritt die auf A angeſammelte Elektricität in Freiheit und erſcheint in ihrer vollen Spannung. Hatte die vordem nur an X allein haftende Elektricität eine ſo ſchwache Spannung, daß ſie das Goldblatt-Elektroſkop nicht merklich zu afficiren vermochte, oder iſt X eine Elektricitätsquelle, welche Elektricität in großer Menge, aber in ſehr ſchwacher Spannung liefert, ſo kann dieſe auf A zuſammengedrängt am Elektroſkope ſenſibel werden. Auf dieſer theoretiſchen Betrachtung beruht die Einrichtung und der Gebrauch des gleichfalls von Volta erfundenen elektriſchen Condenſators, eines für die Unterſuchung der elektriſchen Phänomene höchſt wichtigen Inſtrumentes, welches zur Entdeckung ſchwacher Grade elektriſcher Spannung dient. Der Condenſator beſteht aus zwei gleichen wohl abgeſchliffenen und an ihren ebenen Flächen mit einander in Berührung zu ſetzenden Metallplatten; die eine derſelben iſt zugleich die Collectorplatte eines empfindlichen Elektroſkopes, die andere aber mit einem iſolirenden Handgriffe verſehen: die einander zugekehrten Flächen beider ſind mit einer dünnen Firnißſchichte überzogen. Bei dem Gebrauch des Inſtrumentes ſetzt man die Collector- oder Unterplatte mit dem in Bezug auf ſeine Elektricität zu prüfenden Körper in leitende Verbindung, und berührt die Oberplatte mit dem Finger; hierauf entfernt man den Körper und hebt die Oberplatte ab: das Elektroſkop gibt ſodann die Elektricität des Körpers zu erkennen. Man kann auch die Oberplatte mit der Elektricitätsquelle in Verbindung ſetzen und die Unterplatte mit dem Finger berühren; nach dem Abheben der Oberplatte erſcheint dann am Elektroſkope die entgegengeſetzte Elektricität bezüglich jener, welche in Frage ſtand.

Die elektriſche Vertheilung wird hier durch die Harzſchichte vermittelt, welche den Uebergang der Elektricität von einer Platte zur andern hindert. Es iſt darauf zu achten, daß die Harzſchichte nicht Elektricität annehme und bei fernerem Gebrauche des Inſtrumentes elektrophoriſch

wirke; was zu Täuſchungen Veranlaſſung geben könnte. Auch müſſen die Condenſatorplatten vor dem Gebrauche von der etwa an ihnen haftenden Elektricität entladen werden.

Es ſey die Unterplatte U eines condenſirenden Elektroſkopes mit einer Elektricitätsquelle in Berührung gebracht und die Oberplatte O mit dem Finger berührt worden, alſo O mit Elektricität, welche jener des Körpers entgegengeſetzt iſt, geladen. Setzt man nun O, ohne dieſe Platte ihrer Elektricität zu berauben, auf die Unterplatte V eines zweiten gleichen Elektroſkops, und berührt V mit dem Finger, ſo iſt V auch mit Elektricität geladen, und zwar mit derſelben, welche U hat. Man verbinde jetzt U mit V mittelſt eines an einem iſolirenden Handgriffe gehaltenen Drahtes, ſo geht ein Theil der gegenwärtig freien Elektricität von U in V über; berührt man zugleich O mit dem Finger, ſo zieht ſich faſt alle Elektricität von U in V hinein. Entfernt man den Verbindungsdraht und hebt O von V ab, ſo hat V eine ſtärkere elektriſche Ladung als U früher beſaß. Ueberträgt man wieder O auf V, ſo kann man durch Wiederholung deſſelben Verfahrens in U eine ſtärkere Spannung hervorrufen, als ſich vordem in V befand u. ſ. w. Iſt alſo die Elektricität in U bei dem erſten Verſuche zu ſchwach, um auf das Elektroſkop merklich einzuwirken, ſo kann ſie durch dieſes Verfahren merklich gemacht werden. Auf dieſem Principe beruht der ſogenannte **Duplicator**, welchen die ſo eben beſchriebene Manipulation vollſtändig erſetzt.

263. Berührungs-Elektricität. Wenn zwei heterogene Elektricitätsleiter einander berühren, ſo werden ſie dabei elektriſch, und zwar der eine poſitiv, der andere negativ. Die ſolchergeſtalt hervorgerufene Elektricität heißt **Berührungs-Elektricität**, oder weil dieſelbe bei Unterſuchung einer von **Galvani** entdeckten Erſcheinung, wovon ſpäter die Rede ſeyn wird, von **Volta** zuerſt nachgewieſen wurde, **galvaniſche** oder **Volta**'ſche Elektricität. Die Körper, bei deren Contact Elektricität entſteht, heißen Elektromotoren; die Urſache der Elektricitätsentwickelung heißt **elektromotoriſche Kraft**, oder in ſo ferne dieſe Benennung auch bei andern Elektricitätsquellen Anwendung findet, **Galvanismus**.

Die durch den Contact veranlaßte elektriſche Ladung der Körper iſt ſtets nur ſehr gering, und kann daher nur durch feinere Verſuche nachgewieſen werden. Sie zeigt ſich bei gegenſeitiger Berührung zweier Metalle, unter den gemeineren am beſten an Zink und Kupfer: bei dem Contacte beider erhält das Zink die poſitive, das Kupfer die negative Elektricität. Der Verſuch, welcher dieſe Thatſache vor Augen legt, heißt der **Volta**'ſche **Fundamentalverſuch**. Er läßt ſich mannigfaltig abändern; die vorzüglichſten Arten, ihn anzuſtellen, ſind folgende: 1) Man verſehe ein ſehr empfindliches Elektroſkop mit einer eben geſchliffenen Collectorplatte aus Kupfer, und ſetze eine gleichgroße, eben geſchliffene, mit einem iſolirenden Handgriffe verſehene Zinkplatte darauf, ſo daß das Ganze die Form eines Condenſators hat, mit dem Unterſchiede, daß hier an den Berührungsflächen der Platten der iſolirende Firnißüberzug fehlt. Waren die Platten von ihrem Contacte unelektriſch, und man hebt die Zinkplatte von der Kupferplatte mit der Vorſicht ab, daß die Trennung beider gleichzeitig an allen Puncten

geſchieht, ſo zeigt das Elektroſkop negative Elektricität an, die Zinkplatte aber beſitzt poſitive Elektricität, was man mittelſt eines zweiten Elektroſkopes nachweiſen kann, oder auch mittelſt des vorigen, wenn man nur vorher die Collectorplatte von ihrer Elektricität befreit. Es verſteht ſich von ſelbſt, daß auch die Collectorplatte aus Zink und die Oberplatte aus Kupfer beſtehen könnte; immer findet man bei Aufhebung des Contacts das Zink poſitiv, das Kupfer negativ elektriſch. Berühren ſich die beiden Platten nicht ihrer ganzen Fläche nach, ſondern nur zum Theile, ſo wird die Elektricitätsäußerung nach dem Contacte um ſo ſchwächer, je weniger ſich die Platten decken; findet die Berührung zwiſchen den Platten nur an wenigen Puncten ſtatt, ſo wird die Elektricität ganz unmerklich, deßgleichen, wenn man die obere Platte von der unteren nicht parallel abhebt. Dagegen erleidet das Auftreten der Elektricitäten der Platten keine Störung, wenn man die eine oder die andere während des Contactes mit der Erde leitend verbindet. Man kann auch die Collectorplatte am Elektroſkope vertical anbringen und dieſelbe von beiden Seiten mit Platten aus dem andern Metall ihrer ganzen Fläche nach berühren; man erhält hiebei, nachdem die Seitenplatten von der mittlern parallel getrennt worden, eine noch ſtärkere Indication der Elektricität. 2) Wendet man bei dem vorhergehenden Verſuche Platten an, welche an der Berührungsfläche mit einer Firnißſchichte überzogen ſind, ſo daß ſich der Apparat als ein Condenſator mit ungleichartigen Metallplatten darſtellt, ſo findet man, wenn man die eine Platte auf die andere in unelektriſchem Zuſtande ſetzt, daran nach dem Abheben keine Elektricität. Dieſe erſcheint aber, wenn man vor dem Abheben beide Platten mittelſt eines Metalldrahtes leitend verbindet. 3) Man kann den Verſuch auch ſo machen, daß man eine Kupfer- und eine Zinkplatte, welche gut auf einander geſchliffen ſind, mit wohl iſolirenden Handgriffen verſieht, ſie in unelektriſchem Zuſtande ihrer ganzen Fläche nach mit einander in Berührung ſetzt, und ſodann die Elektricität einer der Platten an die Collectorplatte eines mit einem Elektroſkope verſehenen Condenſators überträgt. Durch mehrmalige Wiederholung der Operation, wobei jedesmal die andere Platte vorher in den natürlichen Zuſtand zu verſetzen iſt, läßt ſich die Ladung des Condenſators und dadurch auch die Einwirkung auf das Elektroſkop ſteigern. 4) Berührt man die aus Kupfer beſtehende Collectorplatte eines condenſirenden Elektroſkopes mit einem nicht iſolirten Stücke Zink, oder die aus Zink beſtehende Collectorplatte mit einem nicht iſolirten Stücke Kupfer, ſo zeigt ſich im erſten Falle am Elektroſkope die negative, im zweiten die poſitive Elektricität. Der Effect bleibt derſelbe, die Berührung mag ein oder mehrere Male vollzogen werden und die Berührungsfläche größer ſeyn oder der Contact ſich nur auf wenige Puncte erſtrecken.

Dieſe Erſcheinungen führen zu nachſtehender Erklärung: Setzt man ein iſolirtes und unelektriſches Stück Zink mit einem iſolirten und unelektriſchen Stücke Kupfer in Berührung, ſo erfolgt in beiden eine Scheidung der im natürlichem Zuſtande befindlichen Elektricitäten; das

Zink erhält ein gewiſſes Quantum poſitiver und das Kupfer ein gleich großes Quantum negativer Elektricität. Beide Elektricitäten ſtreben ſich ihrer Anziehung gemäß mit einander zu vermengen, häufen ſich daher an der Berührungsſtelle an, und binden da gleichſam einander: ihre wirkliche Vereinigung wird, des Leitungsvermögens der Metalle ungeachtet, durch die elektromotoriſche Kraft gehindert. In Folge dieſes gegenſeitigen Einfluſſes der einander bekämpfenden Elektricitäten erſcheint, ſo lange die Metalle in Berührung ſtehen, die elektriſche Spannung an jedem derſelben ſo gering, daß ſie nicht wohl an einem Elektroſkope mit gehöriger Deutlichkeit direct, d. h. ohne Hilfe der Condenſation bemerklich gemacht werden kann. Sobald aber gedachter Einfluß dadurch, daß man die Metalle von einander trennt, beſeitiget wird, und die Berührungsfläche derſelben nicht zu klein war, ſo treten die nunmehr in gänzliche Freiheit geſetzten Elektricitäten an den iſolirten Metallen mit ihrer vollen Spannkraft auf und wirken mit weit größerer Energie auf das Elektroſkop ein, als vordem. Denkt man ſich eines der im Contacte ſtehenden Metalle mit Beibehaltung derſelben Berührungsfläche fortwährend vergrößert, oder auch mit einem immer größern indifferenten Körper in Berührung geſetzt, ſo findet eine Mittheilung der Elektricität an ſelben und daher eine Aenderung der Anordnung der Elektricitäten an beiden Elektromotoren ſtatt; das Extrem dieſer Aenderung tritt ein, wenn die Iſolirung des einen Metalles gänzlich aufgehoben, d. h. dasſelbe mit der Erde in leitende Verbindung geſetzt wird. In dieſem Falle verſchwindet die elektriſche Spannung an gedachtem Metalle gänzlich, und jene des anderen nimmt zu: wird dem letzteren Metalle durch einen ableitenden Körper Elektricität entzogen, ſo wird dieſelbe in Folge der Wirkſamkeit der elektromotoriſchen Kraft ſogleich wieder erſetzt. Hierauf gründet ſich die Ladung des Condenſators bei dem Verſuche 4) Die an der Berührungsfläche einander bindenden Elektricitäten können durch Aufhebung der Iſolirung der Elektromotoren nicht abgeleitet werden, und es verhalten ſich ſonach eine Kupfer- und Zinkplatte im metalliſchen Contacte unter der Herrſchaft der elektromotoriſchen Kraft gerade ſo, als wären ſie wie bei einem gewöhnlichen Phänomen elektriſcher Vertheilung durch einen iſolirenden Körper von einander getrennt.

264. Geſetze der Volta-elektriſchen Spannung. Die Erſcheinungen, welchen Berührungs-Elektricität zum Grunde liegt, beziehen ſich theils auf das Gleichgewicht der an den Elektromotoren rege gemachten Elektricitäten, theils auf deren Ausgleichung oder Bewegung. Die erſteren Erſcheinungen beruhen auf *elektriſcher Spannung*, die letzteren auf einem *elektriſchen Strome*. Wie aus dem Vorhergehenden erhellet, iſt die an den Elektromotoren herrſchende Spannung eine andere, während dieſelben noch im Contacte ſtehen, und eine andere nach ihrer Trennung. Nur die dem Contacte entſprechende elektriſche Spannung meint man, wenn von *Volta'ſcher* oder *galvaniſcher* Spannung die Rede iſt Die Erfahrung hat für ſelbe folgende Geſetze kennen gelehrt: 1) Bei ungeänderter Beſchaffenheit

der Elektromotoren ist die an denselben vorhandene elektrische Differenz, d. h. der Unterschied der mit den Zeichen der betreffenden Elektricitäten genommenen Spannungen bezüglich aller möglichen elektrischen Ladungen eine constante Größe. Bezeichnet nämlich, in so fern beide Elektromotoren isolirt sind, und vor dem Contacte sich in unelektrischem Zustande befanden, + e die Spannung an dem einen, also — e die Spannung an dem andern, so besteht die elektrische Differenz e — (— e) = 2e. Wird nun den Elektromotoren eine Elektricitätsmenge mitgetheilt, welche für sich betrachtet an denselben die Spannung E zu erzeugen vermag, so erscheint an dem ersten Elektromotor die Spannung E + e, an dem zweiten die Spannung E — e, wornach sich die elektrische Differenz E + e — (E — e) = 2e, mithin dieselbe, wie vorhin ergibt. 2) Die chemisch einfachen Elektricitätsleiter, ferner viele zusammengesetzte lassen sich in Hinsicht ihrer galvanischen Action dergestalt in eine Reihe stellen, daß jedes vorangehende Glied mit jedem folgenden in Contact gebracht positiv, also letzteres negativ elektrisch wird, und überdieß die elektrische Differenz zweier beliebigen Glieder der Summe der elektrischen Differenzen der Zwischenglieder gleich kommt. Diese Reihe führt den Namen Spannungsreihe; die darin enthaltenen Elektromotoren heißen Leiter erster Ordnung; diejenigen aber, welche der Bedingung der Spannungsreihe nicht Genüge leisten, Leiter zweiter Ordnung. Das so eben ausgesprochene Gesetz der Spannungsreihe gründet sich auf die Thatsache, daß die elektrische Differenz an je zwei Leitern erster Ordnung einerlei Größe zeigt, diese beiden Leiter mögen einander unmittelbar berühren, oder zwischen denselben beliebig viele Leiter erster Ordnung eingeschaltet seyn. Es ist klar, daß die an der Berührungsstelle zweier Elektromotoren condensirten Elektricitätsmengen mit den während des Contactes sich äußernden Spannungen in einer bestimmten Beziehung stehen, mithin von der Unveränderlichkeit der nach Aufhebung des Contactes sich zeigenden Spannungen auf jene der während des Contactes bestehenden geschlossen werden darf.

Glieder der Spannungsreihe in ihrer Aufeinanderfolge vom positivsten angefangen sind: Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin, Kohle. Ein condensirendes Elektroskop, dessen Platten aus heterogenen Metallen bestehen, z. B aus Kupfer und Zink, gibt denselben Ausschlag, man mag beide Platten mit was immer für einem Metalle oder mit einer Folge von Metallen leitend verbinden.

265. Volta'sche Ketten. Aus dem verschiedenen Verhalten der Stoffe, je nachdem sie Glieder der Spannungsreihe sind oder nicht, ergeben sich nachstehende weitere Folgerungen: 1) Eine in sich selbst zurückkehrende Folge wie immer angeordneter, einander berührender Leiter erster Ordnung ist stets in elektrischem Gleichgewichte, oder die Tendenz der elektromotorischen Kraft die Elektricitäten in dem einen Sinne in Bewegung zu setzen, wird durch die gleiche Tendenz eine Bewegung der Elektricitäten in dem entgegengesetzten Sinne zu bewirken aufgehoben. Es ist dieß ein nothwendiges Ergebniß

des Geſetzes der Spannungsreihe; denn bilden die Leiter einen Cyklus und trennt man denſelben mitten in einem Gliede, z. B. bei A, ſo hat man eine Reihe im Contacte ſtehender Elektromotoren erſter Ordnung von der Geſtalt A, B, C... A vor ſich; die elektriſche Differenz der äußerſten Glieder A und A iſt nun nach dem angeführten Geſetze dieſelbe, als ob dieſe Glieder einander unmittelbar berührten, d. h. = 0, wornach, wenn der Cyklus wieder hergeſtellt wird, gar kein Grund zur Bewegung der Elektricitäten ſtatt findet. 2) In einem Cyklus einander berührender Elektromotoren, welcher aus Leitern erſter und zweiter Ordnung gebildet wird, kann die Tendenz zur Bewegung der Elektricitäten in einem Sinne die entgegengeſetzte überwiegen, mithin ein continuirlicher elektriſcher Strom (galvaniſcher Strom) zu Stande kommen. Hierauf beruht die Conſtruction der Volta'ſchen Ketten. Eine Zuſammenſtellung von zwei Leitern erſter Ordnung mit einem oder zwei Leitern zweiter Ordnung heißt eine einfache Kette; eine periodiſch wiederkehrende Folge von Leitern erſter und zweiter Ordnung, oder was daſſelbe iſt, eine Zuſammenſtellung von gleichmäßig angeordneten einfachen Ketten heißt eine zuſammengeſetzte Kette oder eine Volta'ſche Batterie. Eine Kette heißt geſchloſſen, wenn alle Glieder derſelben leitend mit einander verbunden ſind; iſt dieſelbe aber unterbrochen, ſo heißt ſie offen. Jedes Paar einander berührender Elektromotoren für ſich wird ein Volta'ſches Element genannt. Die Beſtandtheile der Volta'ſchen Elemente ſind in der Regel feſte Körper; in den bei phyſikaliſchen Verſuchen gewöhnlichen Volta'ſchen Ketten — und nur von ſolchen iſt hier die Rede — macht Zink ſtets den poſitiven Beſtandtheil aus; als negativer dient Kupfer, oder Platin, oder Kohle. Die zu Volta'ſchen Ketten verwendbaren Leiter zweiter Ordnung ſind tropfbare Körper, nämlich Löſungen von Salzen (Kochſalz, Kupfervitriol ꝛc.) oder Säuren (Schwefelſäure, Salpeterſäure ꝛc.). Man nennt ſie daher oft auch kurzweg flüſſige Leiter. Hinſichtlich des Andauerns des elektriſchen Stromes unterſcheidet man veränderliche und beſtändige Ketten. Letztere, welche vor erſteren bei weitem den Vorzug verdienen, ſind erſt in neueſter Zeit in Gebrauch gekommen, ſie enthalten ſtets zwei flüſſige Leiter, die von einander durch eine poröſe Scheidewand (Diaphragma) getrennt ſind und nur durch ſelbe hindurch in Wechſelwirkung ſtehen.

Am leichteſten ſtellt man, wie ſchon Volta gethan hat, eine einfache Kette dar, wenn man ein Stück Kupferblech und ein Stück Zinkblech in ein mit Kochſalzlöſung, oder mit Kupfervitriollöſung oder mit verdünnter Schwefelſäure gefülltes Glasgefäß bringt, und die Metalle durch dazwiſchen gelegte Glas- oder auch Holzſtäbe hindert, einander in der Flüſſigkeit leitend zu berühren; ſetzt man die Metalle außerhalb der Flüſſigkeit mittelſt eines Meſſing- oder Kupferdrahtes in leitende Verbindung, ſo iſt die Kette geſchloſſen. Einen ſolchen Verbindungsdraht nennt man den Schließungsleiter der Kette. Man kann auch ſtatt des Glasgefäßes einen Kaſten aus Kupferblech mit der Flüſſigkeit füllen und eine zur Iſolirung mit Holzleiſten verſe-

hene Zinkplatte hineinsetzen. Wo nur schwache Wirkungen gefordert werden, genügt es schon eine Zink- und Kupferplatte anzuwenden, zwischen welche man einen mit der Salzlösung getränkten Tuchlappen oder ein damit befeuchtetes Stück Pappe legt; die Schließung der Kette geschieht wie im vorhergehenden Falle. Stellt man mehrere Gefäße von der oben beschriebenen Einrichtung neben einander, und setzt das Zink eines jeden mit dem Kupfer des nächstfolgenden in leitende Verbindung, so hat man eine Volta'sche Batterie, der man zur bequemeren Handhabung verschiedene Formen geben kann (Trogapparate). Der einfachste Apparat dieser Art ist die Volta'sche Säule, welche man erhält, wenn man Kupfer- und Zinkplatten, dann mit dem flüssigen Leiter befeuchtete Papp- oder Tuchscheiben in regelmäßiger Abwechslung auf einander schichtet. Die Batterie oder Säule ist geschlossen, wenn die an den Enden derselben befindlichen Metalle mit einander in leitender Verbindung stehen.

Von constanten Ketten hat man mehrere sehr brauchbare Anordnungen, die von Daniell, von Grove und von Bunsen. Bei jeder dieser Anordnungen wird in das Gefäß, welches die Bestandtheile der Kette aufnimmt, ein kleineres aus gebranntem, unglasirtem Thone gesetzt, so daß auf diese Weise zwei durch eine poröse Scheidewand gesonderte Zellen entstehen; die eine Zelle wird mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt und das Zinkblech hinein gesetzt; in die andere kommt nach Daniell Kupfervitriollösung und Kupferblech; nach Grove Salpetersäure und Platinblech; nach Bunsen Salpetersäure und ein Stück Kohle, welches am besten durch Zusammenbacken von gepulverter harziger Steinkohle und Koaks im Glühfeuer gebildet wird. Es ist zweckmäßig das Zink mit einem Quecksilberüberzuge zu versehen (zu amalgamiren). Die Verbindung mehrerer solcher Ketten zu einer Batterie geschieht wie oben angegeben wurde.

266. Elektrische Spannung einer Volta'schen Batterie. Um die Abstufungen der in einer zusammengesetzten Volta'schen Kette herrschenden elektrischen Spannung kennen zu lernen, betrachten wir eine Zink-Kupfersäule. Auf eine nicht isolirte Kupferplatte sey eine Zinkplatte gelegt, und die durch die elektromotorische Kraft erzeugte Spannungsdifferenz zwischen Kupfer und Zink sey d, so befindet sich die Kupferplatte im natürlichen Zustande, oder sie hat die Spannung 0, und das Zink hat die Spannung d. Kommt nun auf das Zink eine mit dem flüssigen Leiter getränkte Tuchscheibe zu liegen, und darauf wieder eine Kupferplatte, und nehmen wir der Einfachheit der Betrachtung wegen an, es wirke der flüssige Leiter auf Zink und Kupfer gar nicht elektromotorisch ein, so pflanzt sich die Spannung d auch auf den flüssigen Leiter und auf diese Kupferplatte fort. Legt man darauf eine Zinkplatte, so erhält diese durch Mittheilung die Spannung d und in Folge der elektromotorischen Kraft ebenfalls dieselbe Spannung; ihre Spannung wird somit = 2 d. Diese läßt sich mittelst des flüssigen Leiters auf ein drittes Element fortpflanzen, dessen Kupferplatte daher die Spannung 2 d und dessen Zinkplatte 3 d haben wird, u. s. w. Sind also in der

Säule n Elemente vorhanden, ſo ſchreiten die Spannungen in den Zinkplatten und eben ſo in den Kupferplatten in arithmetiſcher Progreſſion fort, und es hat die oberſte Zinkplatte die Spannung n d. Da jedoch der flüſſige Leiter auf die benachbarten Metalle ebenfalls elektromotoriſch einwirkt, ſo iſt dieß nur als ein angenähertes Reſultat zu betrachten. Wie directe Verſuche am Condenſator gelehrt haben, werden die zur Conſtruction wirkſamer Säulen vorzüglich paſſenden Flüſſigkeiten im Contacte mit Zink und Kupfer poſitiv, die Metalle negativ elektriſch, aber das Zink bei weitem mehr als Kupfer; es unterſtützen alſo dieſe Flüſſigkeiten die elektromotoriſche Action zwiſchen den Metallen in der Säule bedeutend, und bewirken eine namhaft größere Spannung, als wenn ſie ſich, wie oben vorausgeſetzt wurde, gegen die Metalle ganz indifferent verhielten. Bei umgekehrter Anordnung der Metalle in der nicht iſolirten Säule wird die Spannung in der oberſten Platte, die in dieſem Falle eine Kupferplatte iſt, unter vorgedachter Vorausſetzung, $= -nd$. Wird aber die Säule im iſolirten Zuſtande aufgebaut, ſo iſt, weil nebſtdem, daß die Spannungen der gleichnamigen Glieder in arithmetiſcher Progreſſion fortſchreiten, auch die Summe aller Spannungen $= 0$ ſeyn muß, die Spannung der äußerſten Kupferplatte an dem einen Ende der Säule $= -n.\frac{1}{2}d$; die Spannung der nächſtfolgenden Zinkplatte, des flüſſigen Leiters und der Kupferplatte $= -n.\frac{1}{2}d + d = -(n-2).\frac{1}{2}d$, die Spannung in jedem Gliede der darauf folgenden Gruppe $= -(n-4).\frac{1}{2}d$ u. ſ. w.; an dem andern Ende der Säule kommen von der äußerſten Zinkplatte angefangen dieſelben Spannungen, jedoch mit dem Zeichen + vor. Iſt die Anzahl der Elemente gerade, ſo befinden ſich die beiden Glieder in der Mitte der Säule im natürlichen Zuſtande. Man nennt die Enden einer Volta'ſchen Säule ihre Pole, den einen den poſitiven, den andern den negativen Pol. Endiget ſich die Säule, wie es bei obigen Betrachtungen angenommen wurde, beiderſeits mit einem vollſtändigen Elemente, ſo befindet ſich am poſitiven Pole eine Zinkplatte, am negativen eine Kupferplatte, weßwegen man erſteren auch den Zinkpol, letzteren den Kupferpol genannt hat. Bilden aber alle Glieder der geſchloſſenen Säule einen gleichförmigen Cyklus, wie dieß bei den aus einfachen Ketten beſtehenden Batterien der Fall iſt, ſo endiget ſie ſich mit unvollſtändigen Elementen, und dann kommt das Zink an den negativen, das Kupfer aber oder deſſen Stellvertreter an den poſitiven Pol zu ſtehen.

267. **Trockne Säulen und darauf ſich gründendes Goldblatt-Elektroſkop.** Schichtet man eine große Anzahl von Scherbchen aus Gold- und Silberpapier feſt auf einander, ſo daß die metalliſchen Flächen ſich paarweiſe zugekehrt ſind, und durchgehends in derſelben Ordnung abwechſeln, ſo entſteht eine Säule, welche an ihren Enden entgegengeſetzte, das Elektroſkop kräftig afficirende Spannungen zeigt und dieſelben fortwährend beibehält. Eine ſolche Säule heißt im Gegenſatze mit der Volta'ſchen, welche einen flüſſigen Leiter enthält, eine trockne Säule oder eine Zamboni'ſche. Man kann ſie auch

aus bloßem Goldpapier conſtruiren, das an der Rückſeite mit Braunſtein eingerieben iſt. Bei dieſen Säulen vertritt das Papier mit ſeiner Feuchtigkeit die Stelle des flüſſigen Leiters. Gewöhnlich gibt man eine ſolche Säule in eine Glasröhre, und ſchließt dieſelbe mit metallenen Faſſungen, welche mit den Enden der Säule in leitender Verbindung ſtehen. Stellt man zwei ſolche gleich ſtarke Säulen neben einander, ſo daß ſie ſich ihre entgegengeſetzten Pole zukehren, und läßt in der Mitte zwiſchen beiden Polen ein iſolirtes Pendel aus einem leitenden Materiale herabhängen, ſo bleibt dieſes, wenn es im unelektriſchen Zuſtande iſt und genau in der Mitte ſteht, im Gleichgewichte, weil es von beiden Polen gleich ſtark angezogen wird; bringt man aber dieſes Pendel mit dem einen Pole in Berührung, ſo, daß dieſer ihm ſeine Elektricität mittheilt, ſo wird es von genanntem Pole abgeſtoßen und von dem andern angezogen, kommt mit letzterem in Berührung, nimmt deſſen Elektricität an und wird nunmehr wieder zu dem erſteren Pole hingeſtoßen u. ſ. f. Auf dieſe Weiſe kann eine fortdauernde oſcillirende Bewegung des Pendels zu Stande kommen. Dasſelbe läßt ſich auch mittelſt einer einzigen Säule bewirken, wenn man an ihre Faſſungen Spangen ſetzt, welche in einander gegenüberſtehende Platten ausgehen.

Bohnenberger hat auf dieſe von den Polen einer trocknen Säule gegen einen zarten und beweglichen mit Elektricität verſehenen Leiter ausgehenden Kräfte die Conſtruction eines empfindlichen Goldblatt-Elektroſkopes gegründet. Sobald nämlich ein zwiſchen den entgegengeſetzten Polen zweier oder auch nur einer trocknen Säule hängendes Goldblättchen in den elektriſchen Zuſtand geräth, wird es von dem ungleichnamig elektriſchen Pole angezogen, von dem gleichnamigen abgeſtoßen, und man erkennt ſolchergeſtalt nicht bloß die Anweſenheit, ſondern auch die Art der Elektricität. In Verbindung mit dem Condenſator iſt ein nach dieſem Principe eingerichtetes Elektroſkop das feinſte Unterſuchungsmittel der Elektricität. Daher eignet ſich dieſes Elektroſkop ſehr gut zur Anſtellung des Volta'ſchen Fundamentalverſuches.

268. Elektriſcher Strom einer Volta'ſchen Kette und deſſen phyſiologiſche und thermiſche Effecte. Setzt man die beiden Metalle einer einfachen oder die beiden Pole einer zuſammengeſetzten Volta'ſchen Kette mittelſt eines Schließungsdrahtes in leitende Verbindung, ſo erfolgt, auf ähnliche Weiſe wie bei einer Leidner Flaſche, eine Ausgleichung der entgegengeſetzten Spannungen in der ganzen Kette, und es entſtehen darin zwei nach entgegengeſetzten Richtungen circulirende elektriſche Ströme, ein poſitiver und ein negativer, nur mit der Beſonderheit, daß ſich dieſe Ströme in Folge der Wirkſamkeit der elektromotoriſchen Kraft ſogleich wieder erneuern, was bei der Leidner Flaſche nur dann der Fall wäre, wenn dieſelbe durch eine in fortwährender Thätigkeit befindliche Elektriſirmaſchine nach jeder Entladung augenblicklich wieder geladen würde. Um nicht zu fortwährenden Unterſcheidungen genöthiget zu ſeyn, faßt man allgemein bloß den poſitiven Strom in das Auge, und meint nur dieſen elektri-

wirke, was zu Täuschungen Veranlassung geben könnte. Auch müssen die Condensatorplatten vor dem Gebrauche von der etwa an ihnen haftenden Elektricität entladen werden.

Es sey die Unterplatte U eines condensirenden Elektroskopes mit einer Elektricitätsquelle in Berührung gebracht und die Oberplatte O mit dem Finger berührt worden, also O mit Elektricität, welche jener des Körpers entgegengesetzt ist, geladen. Setzt man nun O, ohne diese Platte ihrer Elektricität zu berauben, auf die Unterplatte V eines zweiten gleichen Elektroskops, und berührt V mit dem Finger, so ist V auch mit Elektricität geladen, und zwar mit derselben, welche U hat. Man verbinde jetzt U mit V mittelst eines an einem isolirenden Handgriffe gehaltenen Drahtes, so geht ein Theil der gegenwärtig freien Elektricität von U in V über; berührt man zugleich O mit dem Finger, so zieht sich fast alle Elektricität von U in V hinein. Entfernt man den Verbindungsdraht und hebt O von V ab, so hat V eine stärkere elektrische Ladung als U früher besaß. Ueberträgt man wieder O auf U, so kann man durch Wiederholung desselben Verfahrens in U eine stärkere Spannung hervorrufen, als sich vordem in V befand u. s. w. War also die Elektricität in U bei dem ersten Versuche zu schwach, um auf das Elektroskop merklich einzuwirken, so kann sie durch dieses Verfahren merklich gemacht werden. Auf diesem Principe beruht der sogenannte Duplicator, welchen die so eben beschriebene Manipulation vollständig ersetzt.

268. Berührungs-Elektricität. Wenn zwei heterogene Elektricitätsleiter einander berühren, so werden sie dabei elektrisch, und zwar der eine positiv, der andere negativ. Die solchergestalt hervorgerufene Elektricität heißt Berührungs-Elektricität, oder weil dieselbe bei Untersuchung einer von Galvani entdeckten Erscheinung, wovon später die Rede seyn wird, von Volta zuerst nachgewiesen wurde, galvanische oder Volta'sche Elektricität. Die Körper, bei deren Contact Elektricität entsteht, heißen Elektromotoren; die Ursache der Elektricitätsentwickelung heißt elektromotorische Kraft, oder in so ferne diese Benennung auch bei andern Elektricitätsquellen Anwendung findet, Galvanismus.

Die durch den Contact veranlaßte elektrische Ladung der Körper ist stets nur sehr gering, und kann daher nur durch feinere Versuche nachgewiesen werden. Sie zeigt sich bei gegenseitiger Berührung zweier Metalle, unter den gemeineren am besten an Zink und Kupfer: bei dem Contacte beider erhält das Zink die positive, das Kupfer die negative Elektricität. Der Versuch, welcher diese Thatsache vor Augen legt, heißt der Volta'sche Fundamentalversuch. Er läßt sich mannigfaltig abändern; die vorzüglichsten Arten, ihn anzustellen, sind folgende: 1) Man versehe ein sehr empfindliches Elektroskop mit einer eben geschliffenen Collectorplatte aus Kupfer, und setze eine gleichgroße, eben geschliffene, mit einem isolirenden Handgriffe versehene Zinkplatte darauf, so daß das Ganze die Form eines Condensators hat, mit dem Unterschiede, daß hier an den Berührungsflächen der Platten der isolirende Firnißüberzug fehlt. Waren die Platten von ihrem Contacte unelektrisch, und man hebt die Zinkplatte von der Kupferplatte mit der Vorsicht ab, daß die Trennung beider gleichzeitig an allen Puncten

geſchieht, ſo zeigt das Elektroſkop negative Elektricität an, die Zinkplatte aber beſitzt poſitive Elektricität, was man mittelſt eines zweiten Elektroſkopes nachweiſen kann, oder auch mittelſt des vorigen, wenn man nur vorher die Collectorplatte von ihrer Elektricität befreit. Es verſteht ſich von ſelbſt, daß auch die Collectorplatte aus Zink und die Oberplatte aus Kupfer beſtehen könnte; immer findet man bei Aufhebung des Contacts das Zink poſitiv, das Kupfer negativ elektriſch. Berühren ſich die beiden Platten nicht ihrer ganzen Fläche nach, ſondern nur zum Theile, ſo wird die Elektricitätsäußerung nach dem Contacte um ſo ſchwächer, je weniger ſich die Platten decken; findet die Berührung zwiſchen den Platten nur an wenigen Puncten ſtatt, ſo wird die Elektricität ganz unmerklich, deßgleichen, wenn man die obere Platte von der unteren nicht parallel abhebt. Dagegen erleidet das Auftreten der Elektricitäten der Platten keine Störung, wenn man die eine oder die andere während des Contactes mit der Erde leitend verbindet. Man kann auch die Collectorplatte am Elektroſkope vertical anbringen und dieſelbe von beiden Seiten mit Platten aus dem andern Metall ihrer ganzen Fläche nach berühren; man erhält hiebei, nachdem die Seitenplatten von der mittlern parallel getrennt worden, eine noch ſtärkere Indication der Elektricität. 2) Wendet man bei dem vorhergehenden Verſuche Platten an, welche an der Berührungsfläche mit einer Firnißſchichte überzogen ſind, ſo daß ſich der Apparat als ein Condenſator mit ungleichartigen Metallplatten darſtellt, ſo findet man, wenn man die eine Platte auf die andere in unelektriſchem Zuſtande ſetzt, daran nach dem Abheben keine Elektricität. Dieſe erſcheint aber, wenn man vor dem Abheben beide Platten mittelſt eines Metalldrahtes leitend verbindet. 3) Man kann den Verſuch auch ſo machen, daß man eine Kupfer- und eine Zinkplatte, welche gut auf einander geſchliffen ſind, mit wohl iſolirenden Handgriffen verſieht, ſie in unelektriſchem Zuſtande ihrer ganzen Fläche nach mit einander in Berührung ſetzt, und ſodann die Elektricität einer der Platten an die Collectorplatte eines mit einem Elektroſkope verſehenen Condenſators überträgt. Durch mehrmalige Wiederholung der Operation, wobei jedesmal die andere Platte vorher in den natürlichen Zuſtand zu verſetzen iſt, läßt ſich die Ladung des Condenſators und dadurch auch die Einwirkung auf das Elektroſkop ſteigern. 4) Berührt man die aus Kupfer beſtehende Collectorplatte eines condenſirenden Elektroſkopes mit einem nicht iſolirten Stücke Zink, oder die aus Zink beſtehende Collectorplatte mit einem nicht iſolirten Stücke Kupfer, ſo zeigt ſich im erſten Falle am Elektroſkope die negative, im zweiten die poſitive Elektricität. Der Effect bleibt derſelbe, die Berührung mag ein oder mehrere Male vollzogen werden und die Berührungsfläche größer ſeyn oder der Contact ſich nur auf wenige Puncte erſtrecken.

Dieſe Erſcheinungen führen zu nachſtehender Erklärung: Setzt man ein iſolirtes und unelektriſches Stück Zink mit einem iſolirten und unelektriſchen Stücke Kupfer in Berührung, ſo erfolgt in beiden eine Scheidung der in natürlichem Zuſtande befindlichen Elektricitäten; das

Zink erhält ein gewiſſes Quantum poſitiver und das Kupfer ein gleich großes Quantum negativer Elektricität. Beide Elektricitäten ſtreben ſich ihrer Anziehung gemäß mit einander zu vermengen, häufen ſich daher an der Berührungsſtelle an, und binden da gleichſam einander: ihre wirkliche Vereinigung wird, des Leitungsvermögens der Metalle ungeachtet, durch die elektromotoriſche Kraft gehindert. In Folge dieſes gegenſeitigen Einfluſſes der einander bekämpfenden Elektricitäten erſcheint, ſo lange die Metalle in Berührung ſtehen, die elektriſche Spannung an jedem derſelben ſo gering, daß ſie nicht wohl an einem Elektroſkope mit gehöriger Deutlichkeit direct, d. h. ohne Hilfe der Condenſation bemerklich gemacht werden kann. Sobald aber gedachter Einfluß dadurch, daß man die Metalle von einander trennt, beſeitiget wird, und die Berührungsfläche derſelben nicht zu klein war, ſo treten die nunmehr in gänzliche Freiheit geſetzten Elektricitäten an den iſolirten Metallen mit ihrer vollen Spannkraft auf und wirken mit weit größerer Energie auf das Elektroſkop ein, als vordem. Denkt man ſich eines der im Contacte ſtehenden Metalle mit Beibehaltung derſelben Berührungsfläche fortwährend vergrößert, oder auch mit einem immer größern indifferenten Körper in Berührung geſetzt, ſo findet eine Mittheilung der Elektricität an ſelben und daher eine Aenderung der Anordnung der Elektricitäten an beiden Elektromotoren ſtatt; das Extrem dieſer Aenderung tritt ein, wenn die Iſolirung des einen Metalles gänzlich aufgehoben, d. h. dasſelbe mit der Erde in leitende Verbindung geſetzt wird. In dieſem Falle verſchwindet die elektriſche Spannung an gedachtem Metalle gänzlich, und jene des anderen nimmt zu: wird dem letzteren Metalle durch einen ableitenden Körper Elektricität entzogen, ſo wird dieſelbe in Folge der Wirkſamkeit der elektromotoriſchen Kraft ſogleich wieder erſetzt. Hierauf gründet ſich die Ladung des Condenſators bei dem Verſuche 4) Die an der Berührungsfläche einander bindenden Elektricitäten können durch Aufhebung der Iſolirung der Elektromotoren nicht abgeleitet werden, und es verhalten ſich ſonach eine Kupfer- und Zinkplatte im metalliſchen Contacte unter der Herrſchaft der elektromotoriſchen Kraft gerade ſo, als wären ſie wie bei einem gewöhnlichen Phänomen elektriſcher Vertheilung durch einen iſolirenden Körper von einander getrennt.

264. Geſetze der Volta-elektriſchen Spannung. Die Erſcheinungen, welchen Berührungs-Elektricität zum Grunde liegt, beziehen ſich theils auf das Gleichgewicht der an den Elektrometoren rege gemachten Elektricitäten, theils auf deren Ausgleichung oder Bewegung. Die erſteren Erſcheinungen beruhen auf elektriſcher Spannung, die letzteren auf einem elektriſchen Strome. Wie aus dem Vorhergehenden erhellet, iſt die an den Elektrometoren herrſchende Spannung eine andere, während dieſelben noch im Contacte ſtehen, und eine andere nach ihrer Trennung. Nur die dem Contacte entſprechende elektriſche Spannung meint man, wenn von Volta'ſcher oder galvaniſcher Spannung die Rede iſt. Die Erfahrung hat für ſelbe folgende Geſetze kennen gelehrt: 1) Bei ungeänderter Beſchaffenheit

der Elektromotoren ist die an denselben vorhandene elektrische Differenz, d. h. der Unterschied der mit den Zeichen der betreffenden Elektricitäten genommenen Spannungen bezüglich aller möglichen elektrischen Ladungen eine constante Größe. Bezeichnet nämlich, in so fern beide Elektromotoren isolirt sind, und vor dem Contacte sich in unelektrischem Zustande befanden, $+e$ die Spannung an dem einen, also $-e$ die Spannung an dem andern, so besteht die elektrische Differenz $e-(-e)=2e$. Wird nun den Elektromotoren eine Elektricitätsmenge mitgetheilt, welche für sich betrachtet an denselben die Spannung E zu erzeugen vermag, so erscheint an dem ersten Elektromotor die Spannung $E+e$, an dem zweiten die Spannung $E-e$, wornach sich die elektrische Differenz $E+e-(E-e)=2e$, mithin dieselbe, wie vorhin ergibt. 2) Die chemisch einfachen Elektricitätsleiter, ferner viele zusammengesetzte lassen sich in Hinsicht ihrer galvanischen Action dergestalt in eine Reihe stellen, daß jedes vorangehende Glied mit jedem folgenden in Contact gebracht positiv, also letzteres negativ elektrisch wird, und überdieß die elektrische Differenz zweier beliebigen Glieder der Summe der elektrischen Differenzen der Zwischenglieder gleich kommt. Diese Reihe führt den Namen Spannungsreihe; die darin enthaltenen Elektromotoren heißen Leiter erster Ordnung; diejenigen aber, welche der Bedingung der Spannungsreihe nicht Genüge leisten, Leiter zweiter Ordnung. Das so eben ausgesprochene Gesetz der Spannungsreihe gründet sich auf die Thatsache, daß die elektrische Differenz an je zwei Leitern erster Ordnung einerlei Größe zeigt, diese beiden Leiter mögen einander unmittelbar berühren, oder zwischen denselben beliebig viele Leiter erster Ordnung eingeschaltet seyn. Es ist klar, daß die an der Berührungsstelle zweier Elektromotoren condensirten Elektricitätsmengen mit den während des Contactes sich äußernden Spannungen in einer bestimmten Beziehung stehen, mithin von der Unveränderlichkeit der nach Aufhebung des Contactes sich zeigenden Spannungen auf jene der während des Contactes bestehenden geschlossen werden darf.

Glieder der Spannungsreihe in ihrer Aufeinanderfolge vom positivsten angefangen sind: Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin, Kohle. Ein condensirendes Elektroskop, dessen Platten aus heterogenen Metallen bestehen, z. B aus Kupfer und Zink, gibt denselben Ausschlag, man mag beide Platten mit was immer für einem Metalle oder mit einer Folge von Metallen leitend verbinden.

265. Volta'sche Ketten. Aus dem verschiedenen Verhalten der Stoffe, je nachdem sie Glieder der Spannungsreihe sind oder nicht, ergeben sich nachstehende weitere Folgerungen: 1) Eine in sich selbst zurückkehrende Folge wie immer angeordneter, einander berührender Leiter erster Ordnung ist stets in elektrischem Gleichgewichte; oder die Tendenz der elektromotorischen Kraft die Elektricitäten in dem einen Sinne in Bewegung zu setzen, wird durch die gleiche Tendenz eine Bewegung der Elektricitäten in dem entgegengesetzten Sinne zu bewirken aufgehoben. Es ist dieß ein nothwendiges Ergebniß

des Geſetzes der Spannungsreihe; denn bilden die Leiter einen Cyklus und trennt man denſelben mitten in einem Gliede, z. B. bei A, ſo hat man eine Reihe im Contacte ſtehender Elektromotoren erſter Ordnung von der Geſtalt A, B, C... A vor ſich; die elektriſche Differenz der äußerſten Glieder A und A iſt nun nach dem angeführten Geſetze dieſelbe, als ob dieſe Glieder einander unmittelbar berührten, d. h. = 0, wornach, wenn der Cyklus wieder hergeſtellt wird, gar kein Grund zur Bewegung der Elektricitäten ſtatt findet. 2) In einem Cyklus einander berührender Elektromotoren, welcher aus Leitern erſter und zweiter Ordnung gebildet wird, kann die Tendenz zur Bewegung der Elektricitäten in einem Sinne die entgegengeſetzte überwiegen, mithin ein continuirlicher elektriſcher Strom (galvaniſcher Strom) zu Stande kommen. Hierauf beruht die Conſtruction der Volta'ſchen Ketten. Eine Zuſammenſtellung von zwei Leitern erſter Ordnung mit einem oder zwei Leitern zweiter Ordnung heißt eine einfache Kette; eine periodiſch wiederkehrende Folge von Leitern erſter und zweiter Ordnung, oder was daſſelbe iſt, eine Zuſammenſtellung von gleichmäßig angeordneten einfachen Ketten heißt eine zuſammengeſetzte Kette oder eine Volta'ſche Batterie. Eine Kette heißt geſchloſſen, wenn alle Glieder derſelben leitend mit einander verbunden ſind; iſt dieſelbe aber unterbrochen, ſo heißt ſie offen. Jedes Paar einander berührender Elektromotoren für ſich wird ein Volta'ſches Element genannt. Die Beſtandtheile der Volta'ſchen Elemente ſind in der Regel feſte Körper; in den bei phyſikaliſchen Verſuchen gewöhnlichen Volta'ſchen Ketten — und nur von ſolchen iſt hier die Rede — macht Zink ſtets den poſitiven Beſtandtheil aus; als negativer dient Kupfer, oder Platin, oder Kohle. Die zu Volta'ſchen Ketten verwendbaren Leiter zweiter Ordnung ſind tropfbare Körper, nämlich Löſungen von Salzen (Kochſalz, Kupfervitriol ꝛc.) oder Säuren (Schwefelſäure, Salpeterſäure ꝛc.). Man nennt ſie daher oft auch kurzweg flüſſige Leiter. Hinſichtlich des Andauerns des elektriſchen Stromes unterſcheidet man veränderliche und beſtändige Ketten. Letztere, welche vor erſteren bei weitem den Vorzug verdienen, ſind erſt in neueſter Zeit in Gebrauch gekommen, ſie enthalten ſtets zwei flüſſige Leiter, die von einander durch eine poröſe Scheidewand (Diaphragma) getrennt ſind und nur durch ſelbe hindurch in Wechſelwirkung ſtehen.

Am leichteſten ſtellt man, wie ſchon Volta gethan hat, eine einfache Kette dar, wenn man ein Stück Kupferblech und ein Stück Zinkblech in ein mit Kochſalzloſung, oder mit Kupfervitrioloſung oder mit verdünnter Schwefelſäure gefülltes Glasgefaß bringt, und die Metalle durch dazwiſchen gelegte Glas- oder auch Holzſtäbe hindert, einander in der Flüſſigkeit leitend zu berühren; ſetzt man die Metalle außerhalb der Flüſſigkeit mittelſt eines Meſſing- oder Kupferdrahtes in leitende Verbindung, ſo iſt die Kette geſchloſſen. Einen ſolchen Verbindungsdraht nennt man den Schließungsleiter der Kette. Man kann auch ſtatt des Glasgefäßes einen Kaſten aus Kupferblech mit der Flüſſigkeit füllen und eine zur Iſolirung mit Holzleiſten verſe-

hene Zinkplatte hineinsetzen. Wo nur schwache Wirkungen gefordert werden, genügt es schon eine Zink- und Kupferplatte anzuwenden, zwischen welche man einen mit der Salzlösung getränkten Tuchlappen oder ein damit befeuchtetes Stück Pappe legt; die Schließung der Kette geschieht wie im vorhergehenden Falle. Stellt man mehrere Gefäße von der oben beschriebenen Einrichtung neben einander, und setzt das Zink eines jeden mit dem Kupfer des nächstfolgenden in leitende Verbindung, so hat man eine Volta'sche Batterie, der man zur bequemeren Handhabung verschiedene Formen geben kann (Trogapparate). Der einfachste Apparat dieser Art ist die Volta'sche Säule, welche man erhält, wenn man Kupfer- und Zinkplatten, dann mit dem flüssigen Leiter befeuchtete Papp- oder Tuchscheiben in regelmäßiger Abwechslung auf einander schichtet. Die Batterie oder Säule ist geschlossen, wenn die an den Enden derselben befindlichen Metalle mit einander in leitender Verbindung stehen.

Von constanten Ketten hat man mehrere sehr brauchbare Anordnungen, die von Daniell, von Grove und von Bunsen. Bei jeder dieser Anordnungen wird in das Gefäß, welches die Bestandtheile der Kette aufnimmt, ein kleineres aus gebranntem, unglasirtem Thone gesetzt, so daß auf diese Weise zwei durch eine poröse Scheidewand gesonderte Zellen entstehen; die eine Zelle wird mit verdünnter Schwefelsäure gefüllt und das Zinkblech hinein gesetzt; in die andere kommt nach Daniell Kupfervitriollösung und Kupferblech; nach Grove Salpetersäure und Platinblech; nach Bunsen Salpetersäure und ein Stück Kohle, welches am besten durch Zusammenbacken von gepulverter harziger Steinkohle und Koaks im Glühfeuer gebildet wird. Es ist zweckmäßig das Zink mit einem Quecksilberüberzuge zu versehen (zu amalgamiren). Die Verbindung mehrerer solcher Ketten zu einer Batterie geschieht wie oben angegeben wurde.

266. Elektrische Spannung einer Volta'schen Batterie. Um die Abstufungen der in einer zusammengesetzten Volta'schen Kette herrschenden elektrischen Spannung kennen zu lernen, betrachten wir eine Zink-Kupfersäule. Auf eine nicht isolirte Kupferplatte sey eine Zinkplatte gelegt, und die durch die elektromotorische Kraft erzeugte Spannungsdifferenz zwischen Kupfer und Zink sey d, so befindet sich die Kupferplatte im natürlichen Zustande, oder sie hat die Spannung 0, und das Zink hat die Spannung d. Kommt nun auf das Zink eine mit dem flüssigen Leiter getränkte Tuchscheibe zu liegen, und darauf wieder eine Kupferplatte, und nehmen wir der Einfachheit der Betrachtung wegen an, es wirke der flüssige Leiter auf Zink und Kupfer gar nicht elektromotorisch ein, so pflanzt sich die Spannung d auch auf den flüssigen Leiter und auf diese Kupferplatte fort. Legt man darauf eine Zinkplatte, so erhält diese durch Mittheilung die Spannung d und in Folge der elektromotorischen Kraft ebenfalls dieselbe Spannung; ihre Spannung wird somit = 2 d. Diese läßt sich mittelst des flüssigen Leiters auf ein drittes Element fortpflanzen, dessen Kupferplatte daher die Spannung 2 d und dessen Zinkplatte 3 d haben wird, u. s. w. Sind also in der

Säule n Elemente vorhanden, ſo ſchreiten die Spannungen in den Zinkplatten und eben ſo in den Kupferplatten in arithmetiſcher Progreſſion fort, und es hat die oberſte Zinkplatte die Spannung n d. Da jedoch der flüſſige Leiter auf die benachbarten Metalle ebenfalls elektromotoriſch einwirkt, ſo iſt dieß nur als ein angenähertes Reſultat zu betrachten. Wie directe Verſuche am Condenſator gelehrt haben, werden die zur Conſtruction wirkſamer Säulen vorzüglich paſſenden Flüſſigkeiten im Contacte mit Zink und Kupfer poſitiv, die Metalle negativ elektriſch, aber das Zink bei weitem mehr als Kupfer; es unterſtützen alſo dieſe Flüſſigkeiten die elektromotoriſche Action zwiſchen den Metallen in der Säule bedeutend, und bewirken eine namhaft größere Spannung, als wenn ſie ſich, wie oben vorausgeſetzt wurde, gegen die Metalle ganz indifferent verhielten. Bei umgekehrter Anordnung der Metalle in der nicht iſolirten Säule wird die Spannung in der oberſten Platte, die in dieſem Falle eine Kupferplatte iſt, unter vorgedachter Vorausſetzung, $= -nd$. Wird aber die Säule im iſolirten Zuſtande aufgebaut, ſo iſt, weil nebſtdem, daß die Spannungen der gleichnamigen Glieder in arithmetiſcher Progreſſion fortſchreiten, auch die Summe aller Spannungen $= 0$ ſeyn muß, die Spannung der äußerſten Kupferplatte an dem einen Ende der Säule $= -n.\frac{1}{2}d$; die Spannung der nächſtfolgenden Zinkplatte, des flüſſigen Leiters und der Kupferplatte $= -n.\frac{1}{2}d + d = -(n-2).\frac{1}{2}d$, die Spannung in jedem Gliede der darauf folgenden Gruppe $= -(n-4).\frac{1}{2}d$ u. ſ. w.; an dem andern Ende der Säule kommen von der äußerſten Zinkplatte angefangen dieſelben Spannungen, jedoch mit dem Zeichen + vor. Iſt die Anzahl der Elemente gerade, ſo befinden ſich die drei Glieder in der Mitte der Säule im natürlichen Zuſtande. Man nennt die Enden einer Volta'ſchen Säule ihre Pole, den einen den poſitiven, den andern den negativen Pol. Endiget ſich die Säule, wie es bei obigen Betrachtungen angenommen wurde, beiderſeits mit einem vollſtändigen Elemente, ſo befindet ſich am poſitiven Pole eine Zinkplatte, am negativen eine Kupferplatte, weßwegen man erſteren auch den Zinkpol, letzteren den Kupferpol genannt hat. Bilden aber alle Glieder der geſchloſſenen Säule einen gleichförmigen Cyklus, wie dieß bei den aus einfachen Ketten beſtehenden Batterien der Fall iſt, ſo endiget ſie ſich mit unvollſtändigen Elementen, und dann kommt das Zink an den negativen, das Kupfer aber oder deſſen Stellvertreter an den poſitiven Pol zu ſtehen.

267. **Trockne Säulen und darauf ſich gründendes Goldblatt-Elektroſkop.** Schichtet man eine große Anzahl von Scheibchen aus Gold- und Silberpapier feſt auf einander, ſo daß die metalliſchen Flächen ſich paarweiſe zugekehrt ſind, und durchgehends in derſelben Ordnung abwechſeln, ſo entſteht eine Säule, welche an ihren Enden entgegengeſetzte, das Elektroſkop kräftig afficirende Spannungen zeigt und dieſelben fortwährend beibehält. Eine ſolche Säule heißt im Gegenſatze mit der Volta'ſchen, welche einen flüſſigen Leiter enthält, eine trockne Säule oder eine Zamboni'ſche. Man kann ſie auch

aus bloßem Goldpapier conſtruiren, das an der Rückſeite mit Braunſtein eingerieben iſt. Bei dieſen Säulen vertritt das Papier mit ſeiner Feuchtigkeit die Stelle des flüſſigen Leiters. Gewöhnlich gibt man eine ſolche Säule in eine Glasröhre, und ſchließt dieſelbe mit metallenen Faſſungen, welche mit den Enden der Säule in leitender Verbindung ſtehen. Stellt man zwei ſolche gleich ſtarke Säulen neben einander, ſo daß ſie ſich ihre entgegengeſetzten Pole zukehren, und läßt in der Mitte zwiſchen beiden Polen ein iſolirtes Pendel aus einem leitenden Materiale herabhängen, ſo bleibt dieſes, wenn es im unelektriſchen Zuſtande iſt und genau in der Mitte ſteht, im Gleichgewichte, weil es von beiden Polen gleich ſtark angezogen wird: bringt man aber dieſes Pendel mit dem einen Pole in Berührung, ſo, daß dieſer ihm ſeine Elektricität mittheilt, ſo wird es von genanntem Pole abgeſtoßen und von dem andern angezogen, kommt mit letzterem in Berührung, nimmt deſſen Elektricität an und wird nunmehr wieder zu dem erſteren Pole hingeſtoßen u. ſ. f. Auf dieſe Weiſe kann eine fortdauernde oſcillirende Bewegung des Pendels zu Stande kommen. Dasſelbe läßt ſich auch mittelſt einer einzigen Säule bewirken, wenn man an ihre Faſſungen Spangen ſetzt, welche in einander gegenüberſtehende Platten ausgehen.

Bohnenberger hat auf dieſe von den Polen einer trocknen Säule gegen einen zarten und beweglichen mit Elektricität verſehenen Leiter ausgehenden Kräfte die Conſtruction eines empfindlichen Goldblatt-Elektroſkopes gegründet. Sobald nämlich ein zwiſchen den entgegengeſetzten Polen zweier oder auch nur einer trocknen Säule hängendes Goldblättchen in den elektriſchen Zuſtand geräth, wird es von dem ungleichnamig elektriſchen Pole angezogen, von dem gleichnamigen abgeſtoßen, und man erkennt ſolchergeſtalt nicht bloß die Anweſenheit, ſondern auch die Art der Elektricität. In Verbindung mit dem Condenſator iſt ein nach dieſem Principe eingerichtetes Elektroſkop das feinſte Unterſuchungsmittel der Elektricität. Daher eignet ſich dieſes Elektroſkop ſehr gut zur Anſtellung des Volta'ſchen Fundamentalverſuches.

268. Elektriſcher Strom einer Volta'ſchen Kette und deſſen phyſiologiſche und thermiſche Effecte. Setzt man die beiden Metalle einer einfachen oder die beiden Pole einer zuſammengeſetzten Volta'ſchen Kette mittelſt eines Schließungsdrahtes in leitende Verbindung, ſo erfolgt, auf ähnliche Weiſe wie bei einer Leidner Flaſche, eine Ausgleichung der entgegengeſetzten Spannungen in der ganzen Kette, und es entſtehen darin zwei nach entgegengeſetzten Richtungen circulirende elektriſche Ströme, ein poſitiver und ein negativer, nur mit der Beſonderheit, daß ſich dieſe Ströme in Folge der Wirkſamkeit der elektromotoriſchen Kraft ſogleich wieder erneuern, was bei der Leidner Flaſche nur dann der Fall wäre, wenn dieſelbe durch eine in fortwährender Thätigkeit befindliche Elektriſirmaſchine nach jeder Entladung augenblicklich wieder geladen würde. Um nicht zu fortwährenden Unterſcheidungen genöthiget zu ſeyn, faßt man allgemein bloß den poſitiven Strom in das Auge, und meint nur dieſen, wenn von elektri-

ſcher Strömung ohne weiteren Beiſatz die Rede iſt. Da in einem Zink-Kupferelemente die poſitive Elektricität durch die elektromotoriſche Kraft vom Kupfer zum Zink getrieben wird, ſo fordert die Ausgleichung, daß dieſelbe wieder vom Zink zum Kupfer zurückkehre. In der einfachen Kette kommen die Elektromotoren erſt durch den Schließungsleiter mit einander in Contact; der elektriſche Strom circulirt alſo in ſelber vom Kupfer oder von deſſen Stellvertreter (Platin, Kohle) durch den Schließungsdraht zum Zink, und von dieſem durch die Flüſſigkeit wieder zum vorgenannten Beſtandtheile des Elementes. In einer geſchloſſenen Batterie oder Säule geht der Strom von jedem negativen Elektromotor (Kupfer, Platin, Kohle) zu dem mit ihm metalliſch verbundenen poſitiven (Zink) und von dem poſitiven Pole durch den Schließungsleiter zum negativen Pole gerade ſo wie ſich die Elektricität von der poſitiv geladenen Belegung einer Leidner Flaſche zur negativ geladenen bewegt. Nach dieſer Regel läßt ſich in jedem einzelnen Falle die Richtung des Stromes leicht angeben.

Der elektriſche Strom einer geſchloſſenen Volta'ſchen Kette bringt nicht bloß an den Körpern, durch welche er geleitet wird, merkwürdige Erſcheinungen hervor, ſondern er beſitzt auch an ſich ſelbſt ausgezeichnete Eigenſchaften, welche in dem Folgenden näher betrachtet werden. Berührt man die Pole einer Volta'ſchen Säule von 50 — 100 Elementen mit naſſen Händen, ſo empfindet man einen Schlag oder vielmehr eine Zuckung in den Armen, die ſich ſo oft erneuert als man die Kette ſchließt, und ſelbſt bei einer geringen Anzahl der Elemente bis zum Unerträglichen geſteigert wird, wenn man das Oeffnen und Schließen der Kette durch eine paſſende Vorrichtung (Unterbrecher, Blitzrad) raſch hinter einander bewerkſtelligen läßt, während man metallene, mit den Polen der Säule durch Drähte verbundene Cylinder (Conductoren) in den feuchten Händen hält. Eine einfache Kette gibt zwar, wenn man die Schließung mit den Händen macht, keinen merklichen Schlag; wohl aber, wenn man von den Elektromotoren Leitungsdrähte, einen über, den andern unter die Zunge geben läßt, wird der elektriſche Strom wahrnehmbar und gibt ſich durch eigene Geſchmacksempfindungen kund.

Ausgezeichnet ſind die Licht- und Glühphänomene einer Volta'ſchen Kette, insbeſondere nach Grove's und Bunſen's Einrichtung. Schon ein einzelnes ſolches Element macht einen in den Schließungsleiter eingeſchalteten dünnen Platindraht glühend; eine Batterie von einigen nicht zu kleinen Grove'ſchen oder Bunſen'ſchen Ketten bringt einen dickeren Platindraht zum lebhaften Glühen, ſchmilzt Eiſendraht u. dgl. Wird die Schließung unterbrochen, ſo zeigen ſich Funken, äußerſt glänzend iſt die Lichterſcheinung, welche eine kräftige Batterie gewährt, wenn man die Entladung durch einander nahe geſtellte Kohlenſtücke gehen läßt.

Die erſten Aeußerungen der Berührungs-Elektricität, welche man kennen lernte, waren jene des durch ſie bewirkten elektriſchen Stromes. Galvani entdeckte nämlich im Jahre 1790, daß der friſch abgeſchnittene

Untertheil eines Froſches in lebhafte Zuckungen geräth, wenn die Cruralnerven und Schenkelmuskel zugleich mittelſt eines, oder noch beſſer mittelſt zweier heterogenen Metallſtücke in Verbindung geſetzt werden. Er ſchrieb dieſe Wirkung einem dem Organismus des thieriſchen Körpers eigenthümlichen Agens zu, welches die Elektricitätsleiter durchſtröme, von den Nichtleitern aber aufgehalten werde, alſo mit der Elektricität identiſch ſey; aber Volta erkannte in dem Froſchpräparate nur ein ſehr empfindliches Strom-Elektroſkop und in dem Metallcontacte die wahre Quelle der hiebei ins Spiel tretenden Elektricität.

269. **Elektrolyſe.** Wird ein elektriſcher Strom von angemeſſener Stärke und Dauer durch gewiſſe chemiſch zuſammengeſetzte Stoffe geleitet, welche ſich in Folge geeigneter Temperatur, oder durch Beihilfe eines Auflöſungsmittels in tropfbarem Zuſtande befinden, ſo werden dieſelben zerlegt; ein Beſtandtheil oder eine Partie der Beſtandtheile wird an der Eintrittsſtelle des Stromes in die Flüſſigkeit, der andere Beſtandtheil oder die andere Partie der Beſtandtheile an der Austrittsſtelle des Stromes ausgeſchieden. Die Zerlegung eines Stoffes durch Einwirkung ſtrömender Elektricität heißt Elektrolyſe; ein der Elektrolyſe fähiger Stoff heißt ein Elektrolyt; die Stellen des Ein- und Austrittes des Stromes am Elektrolyten heißen die Elektroden, und zwar führt die Eintrittsſtelle oder die poſitive Elektrode insbeſondere den Namen Anode, und die Austrittsſtelle oder die negative Elektrode den Namen Kathode. Die Beſtandtheile, in welche der Elektrolyt zerfällt, heißen deſſen Jonen; das Jon, welches an der Anode auftritt, wird Anion, das zur Kathode gehende Kation genannt. Nicht immer ſtellen ſich die Jonen ſo dar, wie ſie der elektriſche Strom aus dem Elektrolyten abſcheidet, ſondern ſie werden bald durch die an den Elektrolyten grenzenden, als Elektroden dienenden Zu- und Ableiter des Stromes, bald durch Stoffe, mit welchen der Elektrolyt vor der Zerlegung verbunden war, verändert; der eigentliche Erfolg der Elektrolyſe iſt in einem ſolchen Falle gleichſam verſteckt, und es erſcheinen bloß ſecundäre Zerſetzungsreſultate. Den zur Elektrolyſe geeignetſten elektriſchen Strom liefert eine Volta'ſche Batterie; aber auch mittelſt des Stromes einer Elektriſirmaſchine laſſen ſich chemiſche Zerſetzungen bewirken: doch ſteht letzterer hierin dem erſteren, und zwar, wie die Folge näher ins Licht ſetzen wird, wegen quantitativer Verhältniſſe bei weitem nach.

Der Vorgang der Elektrolyſe hat ſich am Waſſer zuerſt dargeboten, und konnte auch, ſobald man verſuchte den Strom einer Volta'ſchen Batterie durch Waſſer zu leiten, nicht wohl verborgen bleiben. Die Zerlegung des Waſſers zeigt ſich ſogleich, wenn man zwei Platindrähte, welche mit den Polen einer Volta'ſchen Batterie leitend verbunden werden können, in Waſſer taucht und die Kette ſchließt. An den mit dem Waſſer in Berührung ſtehenden Enden der Platindrähte, welche hier die Elektroden ſind, tritt alsbald eine Gasentwickelung ein; ſie gewinnt an Lebhaftigkeit, wenn man dem Waſſer etwas Schwefelſäure zuſetzt, wodurch deſſen Leitungsfähigkeit für den elektriſchen Strom zunimmt. Läßt man die Platindrähte durch den Boden eines Glasbechers gehen, welchen man mit dem zu elektrolyſirenden Waſſer füllt, und ſetzt über die Drähte Glasröhren, die an dem oberen Ende geſchloſſen und

falls mit Waſſer gefüllt ſind, ſo kann man die Gaſe bequem auffangen und unterſuchen. Das der Anode entſprechende Gas iſt Sauerſtoffgas, das der Kathode entſprechende Waſſerſtoffgas: die Volume beider ſtehen, einen geringen Verluſt durch ungleiche Abſorption von Seite des Waſſers abgerechnet, in dem Verhältniſſe wie es die Waſſerbildung fordert. Beſteht die Anode aus einem direct oxydirbaren Metalle, z. B. aus Eiſen oder Kupfer, ſo entwickelt ſich kein Sauerſtoffgas, ſondern der aus dem Waſſer abgeſchiedene Sauerſtoff verbindet ſich ſogleich mit dieſem Metalle.

Auf ähnliche Weiſe zerlegt der Strom einer Volta'ſchen Batterie viele andere zuſammengeſetzte Stoffe. So gibt Salzſäure an der Anode Chlor, an der Kathode Waſſerſtoff; Kali, Natron ꝛc. liefern als Anion Sauerſtoff, als Kation Kalium, Natrium ꝛc. In der That hat Davy die Zerlegung dieſer Alkalien gerade durch die Volta'ſche Batterie zuerſt bewirkt. Glauberſalz (ſchwefelſaures Natron) gibt als Anion Schwefelſäure, als Kation Natron ꝛc. Schwefelſäure dagegen wird durch den elektriſchen Strom direct nicht zerlegt, iſt alſo kein Elektrolyt.

Da das Waſſer das gewöhnlichſte Auflöſungsmittel der Stoffe iſt, ſo treten ſeine Beſtandtheile häufig ins Spiel und veranlaſſen ſecundäre Erſcheinungen. So erhält man bei der elektrolytiſchen Behandlung von Jodkaliumlöſung an der Anode Jod, an der Kathode Waſſerſtoffgas und Kali; Kupfervitriol (ſchwefelſaures Kupferoxyd) gibt an der Anode Sauerſtoffgas und an der Kathode metalliſches Kupfer, entſtanden aus der Reduction des von der Schwefelſäure getrennten Kupferoxydes durch den Waſſerſtoff; eſſigſaures Bleioxyd gibt an der Anode Bleihyperoxyd, an der Kathode metalliſches Blei.

Das aus Kupfervitriollöſung durch einen nicht allzu raſch wirkenden elektriſchen Strom ausgeſchiedene Kupfer legt ſich an die Kathode, ſeiner feinſten Vertheilung ungeachtet, in cohärenter Form an; gebraucht man als wirkſamen Theil der Kathode eine Münze, eine gravirte Kupferplatte, einen mit Graphit, Silber ꝛc. an der Oberfläche leitend gemachten Gipsabguß u. dgl., ſo kann das daran abgeſetzte Kupfer als eine zuſammenhängende Maſſe abgenommen werden, welche den genaueſten Abdruck des Originals darſtellt. Hierauf beruht die Galvanoplaſtik, und wenn man ſtatt des Kupferſalzes gaſſende Gold-, Silber-, Platinverbindungen anwendet, das Vergolden, Verſilbern, Platiniren ꝛc. auf galvaniſchem Wege.

Jodkalium gehört unter die durch ſtrömende Elektricität am leichteſten zerlegbaren Stoffe, daher es durch den Strom einer zambroniſchen Saule, wie auch einer Elektriſirmaſchine in ſeine Beſtandtheile zerfällt, während die Elektricitätsquellen auf das Waſſer nicht merklich einwirken.

270. **Theoretiſche Vorſtellung des Herganges der Elektrolyſe.** Der Umſtand, daß die Jonen bei der Elektrolyſe an den Elektroden auftreten, während es doch der Begriff der Zerlegung eines zuſammengeſetzten Stoffes mit ſich bringt, daß die Beſtandtheile jedes Molekels an dem Orte, wo dasſelbe ſich befindet, von einander geſondert werden müſſen, läßt ſich erklären, wenn man annimmt, daß mit der Scheidung dieſer Beſtandtheile an einem Molekel zugleich die Vereinigung eines derſelben mit dem heterogenen Beſtandtheile des in der Richtung des elektriſchen Stromes zunächſt ſtehenden Molekels vor ſich gehe, mithin bloß die ungleichnamigen Jonen der beiden äußerſten Theilchen in Freiheit treten. Sind nämlich A, A', A'', A''' ꝛc. Theil-

chen des Anions, K, K', K'', K''' ꝛc. Theilchen des Kations, A K, A' K', A'' K'', A''' K''' ꝛc. die neben einander liegenden Theilchen des Elektrolyten vor der Zerſetzung, ſo läßt ſich der Act der Elektrolyſe als eine Wanderung der Theilchen K, K', K'', K''' ꝛc. in der Richtung des Stromes und der Theilchen A, A', A'', A''' ꝛc. in entgegengeſetzter Richtung betrachten, ſo daß, wenn beiſpielweiſe zwiſchen der Anode und Kathode bloß vier Molekel der Elektrolyten der Reihe nach Platz hätten, die in einem Augenblicke vorhandene Anordnung A K, A' K', A'' K'', A''' K''' im nächſten Augenblicke in

A, A' K, A'' K', A''' K'', K'''

übergeht, mithin an der Anode A und an der Kathode K''' ausgeſchieden wird. Da dieſe Vorſtellungsweiſe mit derjenigen übereinſtimmt, welche man ſich von dem Hergange der Ausgleichung der entgegengeſetzten Elektricitäten bei dem Stattfinden eines elektriſchen Stromes machen kann (258), ſo hat es den Anſchein, als wären die Theilchen des Anions ſchon in ihrer Verbindung mit den Theilchen des Kations mit negativer, letztere mit poſitiver Elektricität geladen, und als folgten hier nur die des flüſſigen Zuſtandes wegen leicht beweglichen Theilchen dem Zuge der Elektricitäten, welche ſich gegen die Anode und Kathode verſchieben.

Aus dieſem Grunde nennt man auch, bezüglich jeder einzelnen Verbindung, den Beſtandtheil, welcher bei der Elektrolyſe zur Anode wandert, den elektronegativen, jenen, welcher zur Kathode geht, den elektropoſitiven. Die einfachen Stoffe laſſen ſich in eine Reihe ſo ordnen, daß jedes Glied in Beziehung auf jedes folgende ſich elektronegativ, in Beziehung auf jedes vorangehende aber ſich elektropoſitiv verhält. Dieſe Reihe beginnt mit dem Sauerſtoffe als dem elektronegativſten und endiget mit dem Kalium als dem elektropoſitivſten Stoffe. Bei der Zerlegung einer Säure verhält ſich das ſäurende Princip negativ, das Radical poſitiv; bei Zerlegung eines Amphidſalzes erſcheint die Säure negativ, die Baſis poſitiv. Erhebt man dieſes Verhalten zur allgemeinen Norm, ſo gibt die Elektrolyſe, wo ſie möglich iſt, ein Mittel an die Hand, in zweifelhaften Fällen über die chemiſche Qualität eines Stoffes zu entſcheiden.

271. **Meßbarkeit der elektrolytiſchen Action.** Man leite den Strom einer kräftigen Volta'ſchen Batterie durch einen Waſſerzerſetzungsapparat; man wird während einer gewiſſen Zeit ein gewiſſes Gasquantum erhalten. Schaltet man noch einen Waſſerzerſetzungsapparat in die Kette ein, ſo daß der elektriſche Strom genöthiget iſt beide nach einander zu durchlaufen, ſo wird ſich in beiden, auch wenn die Größe und der Abſtand der Elektroden, dann der Säuerungsgrad des Waſſers verſchieden iſt, doch fortwährend gleichviel Gas ſammeln, aber binnen derſelben Zeit namhaft weniger als im vorhergehenden Falle, wo der Strom bloß durch eine einzige Waſſerſchichte zu gehen hatte. Führt man den Strom derſelben Batterie durch drei Waſſerzerſetzungsapparate, ſo erhält man in allen einerlei Gasmenge, aber während der feſtgeſetzten Zeit wieder bedeutend weniger, als bei dem vorigen Verſuche, und bei Vermehrung der Waſſerzerſetzungsapparate wird bald die Elektrolyſe ſo ſchwach, daß die Gasmengen nicht mehr meßbar ſind. Man ſieht

hieraus, daß jede neue Waſſerſchichte, welche der elektriſche Strom zu durchdringen hat, einen neuen Widerſtand in die Kette bringt, und ſomit den Strom ſchwächt, daß aber ein und derſelbe Strom ſeine beſtimmte elektrolyſirende Kraft beſitzt, die ſich durch die Zerlegung einer beſtimmten Menge Waſſer während einer feſtgeſetzten Zeit kund gibt. Bietet man dem elektriſchen Strome gleichzeitig mehrere Wege dar, ſo theilt er ſich in dieſelben, und die Gasmengen, welche jeder einzelne Theilſtrom für ſich erzeugt, geben zuſammenaddirt die Gasmenge, welche der ungetheilte Strom gleichzeitig hervorbringt. Es ſey z. B. u v (Fig 93) eine Drahtleitung, in welche der Waſſerzerſetzungsapparat A eingeſchaltet iſt; ſie ſpalte ſich bei v in die Aeſte v x und v y, wovon der erſte durch den Waſſerzerſetzungsapparat B, der zweite durch die zwei Apparate C und D führt; beide Aeſte kommen in z wieder in eine Drahtleitung zuſammen, welche weiter durch den Waſſerzerſetzungsapparat E geht. Verbindet man die Drahtenden u und z mit einer kraftigen Volta'ſchen Batterie, ſo erſcheint in A und E gleichviel Gas; eben ſo ſind die in C und D erhaltenen Gasmengen unter ſich gleich, und die Summe der Gasmengen in B und C entſpricht genau dem Quantum in A. Leitet man endlich einen elektriſchen Strom durch Waſſer und nach ſeinem Austritte aus demſelben noch durch irgend einen andern Elektrolyten, ſo zeigt es ſich, daß die Jonen des letzteren mit den Beſtandtheilen des Waſſers der Quantität nach chemiſch äquivalent ſind, und dieſelbe Uebereinſtimmung beſteht rückſichtlich der Jonen einer beliebigen Folge von Elektrolyten, welche ein und derſelbe Strom durchwandert. Dieß iſt das Geſetz der feſten elektrolytiſchen Action. Dasſelbe berechtiget uns der ſtrömenden Elektricität, ſo wie andern Stoffen, hinſichtlich ihrer chemiſchen Action, eine gewiſſe Quantität zuzuſchreiben, und dieſelbe nach der Menge irgend eines Elektrolyten zu beurtheilen, welcher durch die in Frage ſtehende bewegte Elektricität zerlegt, oder was dasſelbe heißt, nach der Menge irgend eines Jons, welches dadurch in Freiheit geſetzt wird, ohne Rückſicht auf die Zeit, welche dazu nöthig iſt. Betrachtet man aber das zerlegte Quantum eines Elektrolyten mit Rückſicht auf die Zeit, während welcher die Elektrolyſe vor ſich ging, ſo erwächſt daraus die Vorſtellung der Stromſtärke. Iſt alſo durch einen elektriſchen Strom eine gewiſſe Menge Waſſer zerlegt worden, ſo iſt eine beſtimmte Elektricitätsmenge durch das Waſſer gegangen; der Strom aber war um ſo ſtarker, je mehr Waſſer binnen einer gewiſſen Zeit zerlegt wurde, oder je kürzer die Zeit war, während welcher die Zerlegung einer gegebenen Waſſermenge erfolgte. Dieſe Beziehung der aus der Elektrolyſe entſpringenden Gasmenge zur Stromſtärke hat dem Waſſerzerſetzungsapparate mit einer graduirten Gasröhre die Benennung und den Rang eines Strommeſſers oder Volta Elektrometers erworben, nur iſt zu bemerken, daß die Anweſenheit dieſes Inſtrumentes im Schließungskreiſe auf die beſtehende Stromſtärke ſelbſt einen großen Einfluß ausübt, und noch keinen ſichern Schluß auf die Kraft geſtattet, welche eine gegebene Volta'ſche Batterie aus-

zuüben vermag, wenn das Volta-Elektrometer aus dem Schließungskreiſe entfernt wird.

272. **Chemiſcher Vorgang in der geſchloſſenen Volta'ſchen Kette.** Aus dem Vorhergehenden folgt, daß der elektriſche Strom, welcher im Schließungsleiter einer einfachen oder zuſammengeſetzten Volta'ſchen Kette erſcheint, auch in der Kette ſelbſt vorhanden iſt, und daher auf den flüſſigen Leiter, mit welchem die Elektromotoren in Berührung ſtehen, ſeinen elektrolytiſchen Einfluß ausüben müſſe, womit die Erfahrung übereinſtimmt. In einer einfachen, mit verdünnter Schwefelſäure geladenen Zink-Kupferkette wird, ſo lange die Kette geſchloſſen bleibt, das Zink, auch wenn es durch Amalgamirung vor dem gewöhnlichen Angriffe der Schwefelſäure geſchützt iſt, auf Koſten des Waſſers oxydirt und von der Schwefelſäure conſumirt, während an der Kupferplatte Waſſerſtoffgas entweicht. In der Daniell'ſchen Kette reducirt der Waſſerſtoff das Kupferoxyd und es bekleidet ſich die Kupferplatte mit einem metalliſchen Kupferüberzuge; in der Grove'ſchen oder Bunſen'ſchen Kette bemächtiget ſich der Waſſerſtoff eines Theiles des Sauerſtoffes der Salpeterſäure, welche dadurch auf eine niedrigere Oxydationsſtufe herabgeſetzt wird. Aus der Natur der Sache ergibt ſich die weitere Folge, daß die Menge des in jeder Zelle einer Volta'ſchen Batterie elektrolytiſch conſumirten Zinkes dieſelbe iſt, und mit der Stromſtärke in einem ſolchen Zuſammenhange ſteht, daß von der einen Größe auf die andere geſchloſſen werden kann. Doch muß bemerkt werden, daß die effective Conſumtion des Zinkes in einer Volta'ſchen Batterie ſich immer größer herausſtellt, als nach der auf die erhaltene Stromſtärke gegründeten Rechnung: dieß rührt von localen, nicht dem Strome der Batterie angehörenden Actionen her, welche ſich auch bei der ſorgfältigſten Anordnung der Batterie nicht gänzlich beſeitigen laſſen. In Folge des elektrolytiſchen Vorganges erleidet die Oberfläche der Elektromotoren einer gewöhnlichen Zinkkupferkette oder Volta'ſchen Säule eine Veränderung, welche auf den Effect der Kette zurückwirkt und denſelben ſchwächt. Es wird nämlich das gebildete ſchwefelſaure Zinkoxyd wieder zerlegt, und es bekleidet ſich die Kupferplatte mit metalliſchem Zinke, welches aus der Reduction des Zinkoxydes durch den Waſſerſtoff entſpringt; hiedurch muß die elektromotoriſche Action nothwendig eine Verminderung erleiden. Dieſem Uebelſtande beugt das Diaphragma der Daniell'ſchen Kette vor, weßwegen die Stromſtärke derſelben conſtant erhalten wird. Eine ähnliche Bewandtniß hat es auch mit den übrigen conſtanten Ketten.

273. **Wechſelwirkung zwiſchen einem elektriſchen Strome und einem Magnete.** Die elektriſche Strömung ertheilt den Körpern, in welchen ſie ſtatt findet, gleichſam magnetiſche Kraft, nämlich die Fähigkeit, auf einen Magnet bewegende Kräfte auszuüben und gleicherweiſe auch von einem Magnete afficirt zu werden. Um dieſe merkwürdige von Oerſted entdeckte Thatſache auf einfache Weiſe vor Augen zu legen, und zur Erkenntniß des Geſetzes der Wechſelwirkung zwiſchen ſtrömender Elektricität und Magnetismus den Weg zu bahnen,

nehme man einen geraden Draht aus einem nicht magnetiſchen Metalle, gebe ihm eine horizontale Lage, vorerſt in der Ebene des magnetiſchen Meridianes, bringe eine Magnetnadel, welche unter dem alleinigen Einfluſſe der Schwere und des Erdmagnetismus in horizontaler Stellung ruht, und nach allen Richtungen um ihren Aufhängepunct leicht beweglich iſt, einmal über, das andere Mal unter den Draht, ein drittes und viertes Mal auf die eine und auf die andere Seite neben denſelben, und leite jedesmal den Strom einer kräftigen Volta'ſchen Kette bald in der einen, bald in der entgegengeſetzten Richtung durch den Draht, ſo wird die Magnetnadel ſtets von ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt; in den beiden erſten Verſuchen bloß in horizontalem, in den beiden letztern bloß in verticalem Sinne, und nimmt eine neue Poſition des Gleichgewichtes an; ſobald aber der elektriſche Strom aufhört, kehrt ſie wieder in die frühere Gleichgewichtslage zurück. Dieſer Erfolg wird nicht merklich geändert, wenn man einen Schirm aus was immer für einem nicht magnetiſchen Stoffe, er mag ein Elektricitätsleiter ſeyn oder nicht, zwiſchen den Strom und die Magnetnadel hält; aber der Ablenkungswinkel wird kleiner, wenn die Nadel von dem Strome weiter abſteht. Denkt man ſich eine menſchliche Figur in den Draht ſo gelegt, daß der elektriſche Strom von ihren Füßen zu dem Kopfe geht, und das Geſicht derſelben gegen die Magnetnadel gewendet iſt, ſo weicht der Nordpol der Nadel bei jedem der angeführten Verſuche gegen die linke Hand der Figur hin aus. Die Einwirkung des elektriſchen Stromes auf die Magnetnadel zielt dahin, dieſer eine gegen den Draht ſenkrechte Lage zu geben, und nur die Richtkraft des Erdmagnetismus hindert dieß; denn richtet man den Draht wie immer ſenkrecht gegen die urſprüngliche Gleichgewichtslage der Nadel und leitet den Strom ſo durch ihn, daß der Nordpol in der ſo eben erklärten Bedeutung links gegen die Stromrichtung ſteht, ſo findet keine Ablenkung ſtatt, ſondern die Nadel beharrt vielmehr mit um ſo größerer Stabilität in ihrer Poſition, denn ſie ſchwingt jetzt, wenn ſie daraus abgelenkt wird, raſcher, als wenn der elektriſche Strom nicht vorhanden iſt. Dieſes Beſtreben des elektriſchen Stromes, die Nadel ſenkrecht gegen ſeine Richtung zu ſtellen, zeigt ſich auch, wenn der Strom ſehr kräftig iſt, oder wenn man die Nadel aſtatiſch macht, d. h. ſie der Richtkraft des Erdmagnetismus entzieht, entweder indem man ihr bloß geſtattet, ſich in der Ebene des magnetiſchen Aequators zu drehen, oder indem man mit ihr eine zweite Nadel in paralleler Stellung unveränderlich verbindet, deren Pole die entgegengeſetzte Lage haben. Aus den hier angedeuteten Verſuchen, wie auch aus allen Abänderungen, die man daran in Hinſicht auf die Lage des Drahtes, in welchem der elektriſche Strom fließt, und auf die Stellung der Magnetnadel gegen denſelben vornehmen mag, geht hervor, daß ein geradliniger Strom die Pole einer Magnetnadel nach Richtungen zu treiben ſucht, deren jede auf der Ebene, welche die Stromrichtung und den betreffenden Pol in ſich faßt, ſenkrecht ſteht, und zwar den Nordpol links, den Südpol rechts gegen die Stromrichtung. Aus dieſer Wu-

kungsweise folgt weiter, daß ein elektrischer Strom, dessen Einfluß auf den einen Pol eines Magnetes jenen auf den andern Pol überwiegt, dem Magnete, wenn er frei beweglich ist, eine rotirende Bewegung um den Stromleiter herum ertheilen müsse, was die Erfahrung bestätiget; denn verbindet man einen bis zu einer Quecksilberfläche fortgehenden verticalen Draht mit dem einen und die Grenze des Quecksilbers mit dem anderen Zuleiter einer Volta'schen Kette, und setzt man ein Magnetstäbchen in das Quecksilber, welches darin durch eine unten angehängte Platinmasse in verticaler Lage schwimmend erhalten wird, so läuft der Magnet um den Draht herum, und zwar vom Drahte aus gesehen, wenn der Nordpol aufwärts gekehrt ist, und auch der Strom im Drahte aufwärts geht, von der Rechten gegen die Linke, wenn aber der Strom abwärts geht, in dem entgegengesetzten Sinne, und wenn der Südpol des Magnetes oben ist, in beiden Fällen wieder entgegengesetzt, immer jedoch ganz nach der angegebenen Regel. Richtet man einen Magnetstab so vor, daß er sich bloß um seine Längenaxe, jedoch mit Leichtigkeit drehen kann, umgibt ihn bis zur Mitte mit Quecksilber und leitet einen elektrischen Strom durch den obern Theil des Magnetes und das angrenzende Quecksilber, so geräth der Magnet sogleich in Rotation. Hier hängt der Effect vornehmlich von der überwiegenden Einwirkung des auf dem Quecksilber fließenden Stromtheiles gegen die ihm zugekehrte Partie des Magnetes ab, und der Sinn der Drehung entspricht ganz der angeführten Regel.

Ist der Magnet fix, dagegen ein Theil des Schließungsleiters beweglich, wird nämlich ein kräftiger Magnet in die Nähe desselben gebracht, so entspricht der vorerwähnten Action des elektrischen Stromes auf den Magnet eine gleiche und parallel entgegengesetzte des Magnets auf den Schließungsleiter. Läßt man einen leicht beweglichen Draht auf eine Quecksilberfläche herabhängen, welche einen Pol eines fixen Magnetstabes umgibt, und leitet man einen elektrischen Strom durch den Draht und das Quecksilber, so rotirt der Draht um den Magnetpol ebenfalls nach dem obigen Gesetze. Man hat diesen Versuch auf mannigfaltige Weise abgeändert.

374. **Fundamentalgesetz der elektro-magnetischen Action.** Die Kraft, mit welcher der Strom einer Volta'schen Kette einen Magnet afficirt, hängt offenbar von dem ganzen Schließungskreise ab denn eine Magnetnadel wird nicht bloß in der Nähe des Schließungsdrahtes, sondern auch in der Nachbarschaft der Volta'schen Zelle selbst von ihrer gewöhnlichen Gleichgewichtslage abgelenkt. Es ist daher natürlich anzunehmen, daß diese Kraft das Resultat der Actionen sey, welche sämmtliche Theilchen des Stromes auf sämmtliche Theilchen des Magnetes ausüben, und es kommt nur darauf an, das Gesetz der Elementaractionen aus den Ergebnissen der Erfahrung abzuleiten.

Erstlich ist es nach den angeführten Versuchen für sich klar, daß die Action eines Stromtheilchens auf einen Magnetpol nur eine transversale seyn kann, d. h. daß die Richtung dieser Kraft senkrecht gegen die durch das Stromtheilchen und durch den Magnetpol gelegte Ebene

ſteht, ſo zwar, daß ein Nordpol von jedem Theilchen eines poſitiven elektriſchen Stromes im Sinne der im vorhergehenden Artikel angegebenen Regel zur Linken, ein Südpol zur Rechten von dieſer Ebene weggetrieben wird.

Läßt man ferner eine kleine Declinationsnadel vorerſt unter dem alleinigen Einfluſſe des Erdmagnetismus, und hierauf unter Mitwirkung eines Volta'ſchen Stromes ſchwingen, welcher durch verſchiedene kreisförmig gebogene Drähte geht, ſo zwar, daß die Ebenen der Kreiſe vertikal und gegen den magnetiſchen Meridian ſenkrecht ſtehen, und die Mitte der Nadel mit dem Kreiscentrum zuſammenfällt, ſo findet man nach der in 246 angegebenen Methode, daß die Kräfte, welche die Magnetpole von den kreisförmigen Strömen ſenkrecht gegen deren Ebene erfahren, ſich um ſo näher verkehrt verhalten, wie die Halbmeſſer der Kreiſe, je kleiner die Länge der Nadel im Vergleiche mit dieſen Halbmeſſern erſcheint. Um bei dieſem Verſuche jede andere Einwirkung auf die Nadel auszuſchließen, und ſich der Identität des Stromes zu verſichern, iſt es nöthig, den Strom durch ſämmtliche hinreichend weit von einander aufgeſtellte Kreiſe zugleich gehen zu laſſen, die Zu- und Ableiter des Stromes dicht neben einander zu legen, damit ihre Actionen auf die Nadel ſich gegenſeitig tilgen, die Volta'ſche Batterie weit von der Nadel aufzuſtellen, damit ihre unmittelbare Action auf die Nadel unmerklich werde, und darauf zu achten, ob die Ablenkung, die eine beſonders vorgerichtete Magnetnadel durch den das ganze Syſtem durchwandernden Strom erfährt, ſich während aller Beobachtungen unverändert erhalte, denn nur in ſolchem Falle iſt die Stromſtärke durchgehends dieſelbe geblieben. Bei gehöriger Anordnung des Ganzen bildet der Schließungsleiter der Batterie eine fortlaufende Drahtlinie, an der gewiſſe Stücke kreisförmig gebogen ſind, die anderen aber paarweiſe neben einander liegen, und entgegengeſetzt laufende Stromtheile enthalten.

In ſo fern die Nadel gegen den Halbmeſſer der Kreisperipherie in deren Centrum ſie ſich befindet, und welcher der elektriſche Strom folgt, ſehr klein iſt, und in ſo fern ſie Schwingungen von geringer Amplitude macht, kann man die Kräfte, welche je zwei gleiche Stromtheilchen auf ihre Pole ausüben, als gleich betrachten. Offenbar verhalten ſich die Actionen zweier kreisförmigen gleich ſtarken Ströme auf einen und denſelben in ihrem Mittelpuncte vorhandenen Magnetpol, wenn man ſich beide Ströme in Theilchen von einer und derſelben Länge getheilt denkt, wie die Producte aus der Action eines ſolchen Theilchens mit deren Anzahl, oder, weil bei feſtgeſetzter Länge der Theilchen dieſe Anzahl mit der Länge der Peripherie, d. i. mit deren Halbmeſſer in geradem Verhältniſſe ſteht, wie die Producte aus der Action eines Theilchens mit dem Halbmeſſer des betreffenden Kreiſes. Aber die Actionen der ganzen Kreiſe auf die in der Nähe ihrer Mittelpuncte aufgeſtellten Magnetpole verhalten ſich, bei gleicher Stromſtärke, dem Ergebniſſe der angeführten Erfahrung zu Folge verkehrt wie die Halbmeſſer; es müſſen daher die Actionen gleicher Stromtheilchen in beiden

Kreisen sich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Halbmesser der Kreise. Wenn also, wie hier, die Verbindungslinie eines Stromtheilchens mit einem Magnetpole eine gegen das Stromtheilchen senkrechte Lage hat, ist, unter übrigens gleichen Umständen, die Action des Stromtheilchens gegen den Magnetpol dem Quadrate der Distanz beider umgekehrt proportional.

Wie ein Stromtheilchen auf einen Magnetpol einwirkt, wenn die Verbindungslinie beider mit dem Stromtheilchen einen schiefen Winkel bildet, erhellet aus der Thatsache, daß die Action eines linearen Stromes auf einen Magnetpol nicht geändert wird, wenn der Leitungsdraht, ohne merkliche Abweichung von seiner Hauptform, beliebige sehr kleine Ausbiegungen diesseits und jenseits seines Laufes erhält. Dieß zeigt sich sogleich durch die Erfahrung, daß die Action eines nach irgend einer Richtung hin und dann zurückgehenden Stromes auf einen Magnetpol, wenn nur der directe und der zurückkehrende Strom sich unmittelbar neben einander befinden, stets Null ist, es mag der den ersteren Strom leitende Draht dem den letztern leitenden Drahte parallel seyn, oder der eine sich um den andern, von ihm durch einen Seidenüberzug isolirend getrennt, wie immer in Windungen fortschlängeln. Man kann daher sagen ein Stromtheilchen M M′ (Fig. 94) wirke auf einen Magnetpol P gerade so, wie die Folge zweier Stromtheilchen M N, N M′, welche mit ersterem ein Dreieck einschließen. Nehmen wir nun die beiden letztern in der durch das erstere und durch den Magnetpol gelegten Ebene, und lassen wir die Richtung von N M′ in dem einen oder dem andern Sinne verlängert durch P gehen, so ist die Action von N M′ auf P Null, weil die Action eines Stromtheilchens gegen einen Magnetpol nur eine laterale seyn kann, hier aber, wo durch das Stromtheilchen und den Magnetpol unendlich viele Ebenen gelegt werden können, kein Grund vorhanden ist, warum P von N M′ eher senkrecht gegen die eine als senkrecht gegen jede andere Ebene getrieben werden sollte. Es bleibt sonach bloß die Action von M N auf P übrig, welche daher der Action von M M′ auf P gleichkommt. Lassen wir noch den Winkel M N M′ einen rechten seyn, so haben die Stromtheilchen M N und M M′ ungleiche Längen, und zwar besteht die Proportion

$$MM' : MN = 1 : \sin MM'P.$$

Es muß also die Action eines mit M N gleichlangen Theilchens in der Lage von M M′ in demselben Verhältnisse schwächer seyn als in der Lage M N, in welchem M M′ länger ist als M N, d. h. die Action eines Stromtheilchens auf einen Magnetpol steht nicht bloß in geradem Verhältnisse der Länge des Stromtheilchens und im verkehrten Verhältnisse des Quadrates seiner Distanz von dem Pole, sondern auch noch in dem geraden Verhältnisse des Sinus des Winkels, welchen die von dem Pole zu dem Stromtheilchen gehende Gerade mit der Richtung dieses Stromtheilchens macht, und die Richtung dieser Kraft ist senkrecht gegen die Ebene, in welcher das Stromtheilchen und der Magnetpol liegen.

Ein Magnet kann als ein Inbegriff von unendlich kleinen in ver-

ſchiedenen Stellungen befindlichen Magnetnadeln gedacht werden; wendet man dieſes Geſetz auf jedes einzelne Theilchen eines Volta'ſchen Stromes gegenüber jedem einzelnen Elementartheilchen eines Magnetes an, ſo ergibt ſich daraus die Geſammtwirkung des elektriſchen Stromes auf den Magnet.

Auf dieſem Wege laſſen ſich alle Fragen beantworten, die man hinſichtlich der Kräfte ſtellen mag, womit ein beliebig geſtalteter linearer Leiter oder Schließungskreis in Folge der in ihm ſtrömenden Elektricität auf einen gegebenen Magnet einwirkt, vorausgeſetzt, daß man die Reduction der Elementarkräfte auf ihre Reſultirenden durchzuführen vermag, was, die leichteſten Fälle abgerechnet, die Kräfte des elementar mathematiſchen Calculs überſteigt.

Läßt man eine kleine Declinationsnadel im gewöhnlichen Zuſtande wie auch unter dem Einfluſſe eines Volta'ſchen Stromes ſchwingen, welcher durch einen horizontalen und ſenkrecht gegen den magnetiſchen Meridian geführten langen geraden Draht geht, bezüglich deſſen der Nordpol der Nadel ſich links befindet, und von dem die Volta'ſche Kette in einer ſolchen Entfernung ſteht, daß ihre Einwirkung auf die Nadel unmerklich erſcheint, und ändert man die Diſtanz der Nadel von dem Drahte mannigfaltig ab, ſo findet man nach der in 246 befolgten Methode, daß die Kräfte, welche die Magnetpole von dem Strome erfahren, ſich verkehrt verhalten wie die Diſtanzen der Pole von dem Drahte. Dieſes Geſetz ergibt ſich als Folgerung, wenn man von der Annahme ausgeht, daß jedes Stromtheilchen auf jeden Magnetpol ſenkrecht gegen die Ebene, in welcher beide liegen, mit einer Kraft einwirkt, die ſich direct verhält wie die Länge des Stromtheilchens, ferner wie der Sinus des Winkels, den die Richtung des Stromtheilchens mit der Geraden bildet, welche von dem Stromtheilchen zu dem Pole geht, und verkehrt wie das Quadrat der Länge dieſer Geraden oder der Diſtanz des Stromtheilchens von dem Pole. Um dieß zu zeigen, ſey UV (Fig 94) der geradlinige Stromleiter, P der Magnetpol, MM' irgend ein unendlich kleines Stromtheilchen. Man ziehe PM, PM', beſchreibe aus P mit dem Halbmeſſer PM den Bogen MN und fälle aus P auf UV die Senkrechte PA. Zur Abkürzung ſey PA = p, ferner der Winkel AMP = φ, AM'P = φ' und MPM' = ψ. Nach der gemachten Annahme wird die Kraft, womit das Stromtheilchen MM' den Pol P ſenkrecht gegen die Ebene MPM' treibt, durch den Ausdruck $f = \frac{MM' . \sin\varphi}{PM^2}$ gemeſſen. Da man das unendlich kleine Dreieck MM'N als ähnlich mit dem Dreiecke APM betrachten darf, ſo iſt

$$MM' : MN = PM : PA, \text{ folglich } MM' = \frac{MN . PM}{p};$$

ferner iſt der Kreisbogen $MN = PM . \psi$, alſo $MM' = \frac{PM^2 . \psi}{p}$.

Hiedurch wird $f = \frac{\psi . \sin\varphi}{p}$. Nun iſt der Winkel AM'P dem Unterſchiede der Winkel AMP und MPM' gleich, d. h. $\varphi' = \varphi - \psi$, daher hat man

$$\cos\varphi' = \cos(\varphi - \psi) = \cos\varphi \cos\psi + \sin\varphi . \sin\psi$$

Wegen der unendlichen Kleinheit von ψ kann man $\cos\psi = 1$ und $\sin\psi = \psi$ ſetzen; dieß gibt

$$\cos\varphi' = \cos\varphi + \psi . \sin\varphi, \text{ alſo } \psi . \sin\varphi = \cos\varphi' - \cos\varphi.$$

Demnach iſt $f = \frac{1}{p}(\cos\varphi' - \cos\varphi)$. Betrachten wir nun die auf MM'

unmittelbar folgenden Stromtheilchen M′M″, M″M‴ u. ſ. w. und bezeichnen wir die Winkel AM″P, AM‴P u. ſ. w. mit φ″, φ‴ u. ſ. w. und die auf die Ebene PAV ſenkrechten Kräfte, welche ſie auf P ausüben, mit f′, f″ u. ſ. w., ſo haben wir $f' = \frac{1}{p}(\cos\varphi'' - \cos\varphi')$, $f'' = \frac{1}{p}(\cos\varphi''' - \cos\varphi'')$ u. ſ. w. Alle dieſe Kräfte addiren ſich; daher iſt die Kraft; womit das Stromſtück MM‴ auf P wirkt,

$$= f + f' + f'' = \frac{1}{p}(\cos\varphi''' - \cos\varphi)$$

und aus gleichem Grunde, wenn wir den Winkel ALP = λ ſetzen, die Kraft, womit das Stromſtück ML auf P wirkt, $= \frac{1}{p}(\cos\lambda - \cos\varphi)$. Laſſen wir jetzt den Punct M nach A rücken und den Punct L in das Unendliche hinaus, ſo wird λ unendlich klein, mithin $\cos\lambda = 1$; der Winkel φ verwandelt ſich in den rechten Winkel PAV und daher wird $\cos\varphi = 0$. Hiernach iſt das Maß der Kraft, welche der Stromtheil von A gegen V hin auf P ausübt, $= \frac{1}{p}$, und da ein Gleiches auch von der Kraft gilt, womit der andere Stromtheil von U gegen A hin den Punct P afficirt, ſo iſt $\frac{2}{p}$ das Maß der Action des Stromleiters UV auf P, alſo wirklich dieſe Action dem Abſtande des Punctes P von der Geraden UV verkehrt proportionirt.

Der Fall, wenn der Stromleiter die Geſtalt eines Kreiſes hat, vertical und ſenkrecht gegen den magnetiſchen Meridian ſteht und in ſeinem Mittelpuncte ſich die Mitte einer Declinationsnadel befindet, welcher Fall uns oben zur Auffindung des Geſetzes der elektromagnetiſchen Action diente, läßt ſich jetzt in aller Schärfe behandeln, und dieſes Geſetz durch die Uebereinſtimmung des Reſultates der theoretiſchen Ueberlegung mit den Ergebniſſen ſcharfer Verſuche auf das Vollſtändigſte rechtfertigen. Iſt C (Fig. 95) der Mittelpunct des Kreiſes, M ein Punct ſeiner Peripherie, P ein Pol der Nadel, ſo wird dieſer von dem bei M liegenden Kreisſtückchen nach der in der Ebene MCP auf MP ſenkrechten Geraden Px getrieben, in der einen oder der andern Richtung, nach Maßgabe des Sinnes, in welchem die Elektricität in dem Kreiſe ſtrömt, und nach der Beſchaffenheit des in P vorhandenen Magnetismus. Die Reſultirende aller Actionen auf P fällt in die Gerade CP, folglich handelt es ſich nur um die Summe der Componenten aller längs CP zerlegten Elementaractionen. Es verhält ſich daher die Action des kreisförmigen Stromes auf P gerade wie die Peripherie deſſelben, getheilt durch das Quadrat von MP und multiplicirt mit dem Bruche $\frac{CM}{MP}$, d. h. dieſe Action wird durch den Ausdruck $\frac{CM^2}{MP^3}$ gemeſſen, oder was daſſelbe heißt, durch das Quadrat des Halbmeſſers getheilt durch den Würfel des Abſtandes des Magnetpoles von irgend einem Puncte der Peripherie.

Iſt P weit entfernt von C im Vergleiche mit dem Halbmeſſer CM, ſo kann man ſtatt MP auch CP ſetzen. Unter dieſer Form läßt ſich die Aehnlichkeit des Ausdruckes mit dem in 247 für die Action eines ſehr kleinen Magnetes auf einen in der Verlängerung ſeiner Axe liegenden Punct nicht verkennen. Ein kreisförmiger elektriſcher Strom wirkt

also so in die Ferne als ob seine Fläche dießseits und jenseits mit ungleichnamigen Magnetismen besetzt wäre, und repräsentirt sonach gleichsam eine magnetische Platte von sehr geringer Dicke. Um dieß näher zu beleuchten, nehmen wir diejenige Stromstärke als Einheit an, welche statt findet, wenn ein Leiter, dessen Länge = 1 ist, und der die Form eines mit dem Halbmesser = 1 beschriebenen Kreisbogens hat, auf die im Mittelpuncte dieses Kreisbogens concentrirt gedachte Einheit des freien Magnetismus die bewegende Kraft = 1 ausübt, und setzen wir $CP = x$, $CM = a$, ferner die Intensität des in dem vorhandenen Kreise circulirenden Stromes nach vorgedachter Einheit gemessen = S, und die bewegende Kraft, welche derselbe auf die in P befindliche Einheit des freien Magnetismus äußert, = R, so haben wir, in so fern x gegen a sehr groß ist, dem so eben Gesagten gemäß, $R = \frac{2\pi a^2 S}{x^3}$.

Eine magnetische Platte oder ein kurzer mit dem magnetischen Momente M begabter Magnet, dessen Mittelpunct in C fällt, und dessen Axe die Richtung CP hat, wirkt auf P mit der Kraft $\frac{2M}{x^3}$. Diese ist der vorgenannten R gleich, wenn $\pi a^2 S = M$ ist. Man kann daher das Product $\pi a^2 S$ füglich das magnetische Moment des Kreisstromes nennen. Wäre die Kreisfläche $\pi a^2 = 1$, so hätte man $S = M$. Es wird also die Intensität eines Stromes durch dieselbe Zahl ausgedrückt, wie das Moment eines Magnetstabes, der nach der Richtung seiner Axe in die Ferne eben die Kraft äußert, welche der Strom, wenn er die Kreisfläche = 1 umfließt, nach der von seinem Mittelpuncte senkrecht auf seine Ebene ausgehenden Richtung in gleicher Distanz ausübt.

Ein System kreisförmiger, in einerlei Sinn fließenden elektrischen Ströme, deren Mittelpuncte in sehr kleinen Abständen längs einer geraden Linie liegen und deren Ebenen gegen diese Linie senkrecht stehen, gilt daher einem Systeme an einander gelegter, sehr dünnen magnetischen Platten gleich, die auf der einen Seite nordlichen, auf der andern südlichen Magnetismus an sich tragen, und zusammen einen Magnetstab repräsentiren. Ein solches System elektrischer Ströme heißt nach Ampere ein Solenoid. Man erhält einen diesem ganz äquivalenten Effect, wenn man einen Volta'schen Strom durch einen schraubenförmig gewundenen Draht leitet, dessen jedes Ende durch die ihm entsprechende Hälfte der Schraube zurückgeht und an der Mitte austritt, wodurch die Schiefe der Gänge compensirt wird. Ein solcher Schraubendraht verhält sich, so lange Elektricität in ihm strömt, einem Magnete gegenüber, in allen Stücken wie ein Magnet, dessen Pole genau an seinen Enden liegen, wird nach dem Gesetze der magnetischen Polarität angezogen und abgestoßen, und richtet sich unter dem Einflusse des Erdmagnetismus nach den Weltgegenden. Hiernach läßt sich erwarten, daß derselbe auch einem andern Schraubendrahte, und im Allgemeinen einem elektrischen Strome gegenüber den Charakter des Magnetes behaupten werde, was die Erfahrung vollkommen bestätiget. Hieraus fließt die nothwendige Folge, daß elektrische Ströme als solche auf einander bewegende Kräfte äußern. Mit dieser wichtigen Entdeckung hat Ampere die Wissenschaft bereichert.

Auch diese gegenseitige Action elektrischer Ströme läßt sich auf Kräfte zurückführen, womit die kleinsten Theile des einen die des andern und zwar in der Richtung ihrer Verbindungslinien afficiren. Das Gesetz, welches dieser Kraftäußerung zum Grunde liegt, läßt sich auf ähnliche Weise, wie die Action zwischen den Theilchen der Magnete und elektrischen Ströme mit Hilfe der mathematischen Analyse aus den Erge-

niſſen zweckmäßig eingeleiteter Verſuche folgern; auf dieſem Wege ergibt ſich, daß die gegenſeitige Action der Theilchen elektriſcher Ströme unter übrigens gleichen Umſtänden (ſo wie alle übrigen bis jetzt bekannten Actionen in die Ferne) dem Quadrate der Diſtanz verkehrt proportional iſt, überdieß aber noch von der Lage der Richtungen der Stromtheilchen gegen einander abhängt. Die Entwickelung dieſes Gegenſtandes überſchreitet jedoch die Grenzen der hier zur Gebote ſtehenden mathematiſchen Hilfsmittel. Wir beſchränken uns daher auf die Angabe folgender, auf experimentalem Wege leicht darſtellbaren Erſcheinungen: 1) Zwei parallele elektriſche Ströme, welche in demſelben Sinne fließen, ziehen einander an. 2) Zwei parallele und entgegengeſetzte Ströme ſtoßen einander ab. 3) Zwei unter einem Winkel gegen einander geſtellte Stromtheile ſtreben ſich immer ſo zu drehen, daß ihre Richtungen parallel und übereinſtimmend werden.

Der Umſtand, daß die Action zweier Stromtheilchen längs ihrer Verbindungslinie ſtatt findet, während jene eines magnetiſchen Punctes und eines Stromtheilchens eine laterale iſt; ferner daß letztere auf erſtere reducirt werden kann, wenn man an die Stelle der magnetiſchen Elementarpartikel Solenoide ſetzt, bewog Ampère den Magnetismus für eine Wirkung elektriſcher Ströme zu erklären, welche die kleinſten Theile der magnetiſchen Körper umkreiſen. Dieſer Hypotheſe fehlt aber die Analogie mit dem ſonſtigen Verhalten der Elektricität in ſo guten Leitern wie es die magnetiſchen Metalle ſind; auch kennen wir keinen Fall eines ſelbſtſtändigen Fortbeſtehens elektriſcher Ströme, ſondern ſie ſetzen immer eine das elektriſche Gleichgewicht ſtörende, d. i. elektromotoriſche Kraft voraus. Es iſt ſonach die Ampère'ſche Anſicht um nichts einfacher als jede andere der bisher über das Weſen des Magnetismus aufgeſtellten Hypotheſen.

275. Magnetiſirungsvermögen des elektriſchen Stromes. Nach den entgegengeſetzten bewegenden Kräften, welche ein elektriſcher Strom auf ungleichnamig magnetiſirte Puncte äußert, läßt ich vermuthen, er ſey auch im Stande in einem unmagnetiſchen, aber es Magnetismus fähigen Körper die Polarität ſeiner Elemente rege, . h. den Körper magnetiſch zu machen. Die Erfahrung beſtätiget dieß ollkommen. Durch einen elektriſchen Strom, welcher an einem Stahlabe oder an einem Stabe von weichem Eiſen ſenkrecht gegen deſſen Länge orbeigeht, erhält dieſer magnetiſche Kraft; erſterer bleibend, letzter vorübergehend, d. h. ſo lange der Strom dauert, gerade ſo, als äre er nach der Länge mit einem Magnetpole geſtrichen worden: die Nordpolarität erſcheint da, wo die linke Hand einer menſchlichen Figur inweiſet, welche den Kopf nach der Richtung des Stromes und das eſicht gegen den Stab gewendet, in den Strom gelegt wird. Um die Wirkung ausgiebiger zu machen, iſt es nöthig, mehrere übereinſtimmende elektriſche Ströme transverſal am Stabe vorbei zu führen; dieſes wird eben ſo leicht als zweckmäßig erreicht, wenn man den Strom n einer Spirale um den zu magnetiſirenden Stab herumgehen läßt. ierauf gründet ſich die Conſtruction der ſo kräftigen temporären der Elektromagnete, die man erhält, wenn man einen geraden der hufeiſenförmig gebogenen Stab aus weichem Eiſen mit einer Spirale aus Kupfer- oder Meſſingdraht umwickelt, welcher durch einen olirenden Ueberzug vor dem metalliſchen Contacte mit dem Eiſen ge-

ſchützt iſt, und die Enden der Spirale mit einer kräftigen Volta'ſchen Kette verbindet. Legt man dem Hufeiſen einen Anker vor, ſo kann man eine ungeheure Tragkraft dieſes Elektromagnetes erzielen.

276. **Das Galvanometer.** Stellt man unter ein geradliniges Stück des Schließungsdrahtes einer Volta'ſchen Batterie eine Declinationsnadel, und ſchaltet zugleich einen Waſſerzerſetzungsapparat in die Kette ein, ſo zeigt ſich eine um ſo ſtärkere Ablenkung der Magnetnadel von ihrer Gleichgewichtslage, je mehr Waſſer in einer beſtimmten Zeit zerſetzt wird, d. h. je größer die Stromſtärke iſt. Es läßt ſich alſo von der magnetiſchen Kraft des Schließungsleiters einer Volta'ſchen Kette auf die in derſelben herrſchende Stromſtärke ſchließen. Zweckmäßig eingeleitete Verſuche zeigen, daß die magnetiſche Kraft des elektriſchen Stromes ſeinem elektrolytiſchen Effecte genau proportionirt iſt, alſo mit der Menge der Elektricität in geradem Verhältniſſe ſteht, welche während einer feſtgeſetzten Zeit durch einen Querſchnitt des Schließungsleiters ſtrömt. Sonach kann die Kraft, womit der elektriſche Strom auf die Magnetnadel einwirkt, als Maß der Stromſtärke dienen. Hierauf gründet ſich die Einrichtung des Galvanometers, eines für die Unterſuchung ſtrömender Elektricität höchſt nützlichen, ja unentbehrlichen Inſtrumentes, das durch die von einem elektriſchen Strome herrührende Ablenkung einer Magnetnadel aus ihrer gewöhnlichen Gleichgewichtslage das Vorhandenſeyn, die Richtung und die Stärke des Stroms anzeigt. Man hat dieſem Inſtrumente die mannigfaltigſten Einrichtungen gegeben; wir beſchränken uns hier auf die wichtigſten Formen, welche zugleich eine Meſſung der Stromſtärke zulaſſen. Sie ſind die Tangenten- und die Sinusbuſſole.

Die Tangentenbuſſole beſteht aus einem kreisförmig gebogenen Metallſtabe, deſſen Enden in der Peripherie des Kreiſes an einander grenzen und daſelbſt durch eine iſolirende Zwiſchenlage getrennt ſind, ſo daß der leitende Kreis nur an dieſer Stelle unterbrochen iſt, an welcher der Zu- und Ableiter des durch den Kreis zu ſendenden elektriſchen Stromes in deſſen Peripherie eingreifen. Die Ebene des Kreiſes ſteht vertical und der Mittelpunct deſſelben iſt zugleich der Drehungspunct einer Declinationsnadel, deren Länge gegen den Halbmeſſer des Kreiſes klein iſt. Die Zuleiter müſſen eine Strecke weit mit einander parallel fortlaufen, oder durch einen iſolirenden Ueberzug von einander getrennt und in einen Strang zuſammen gewunden ſeyn, damit wenn man einen elektriſchen Strom durch den Kreis leitet, die einander gerade entgegengeſetzten Actionen des zu- und abfließenden Stromtheiles auf die Nadel ſich genau aufheben; auch muß die Quelle des elektriſchen Stromes von der Nadel ſo weit entfernt gehalten werden, daß ſie darauf nicht merklich einzuwirken vermag. Unter ſolchen Umſtänden wird alſo die Magnetnadel bloß von der in dem Umfange des Kreiſes ſtrömenden Elektricität afficirt. Die Action derſelben auf die Nadel läßt ſich auf zwei Kräfte reduciren, welche die Pole der Nadel ſenkrecht gegen die Ebene des Kreiſes mit gleicher Intenſität nach entgegengeſetzten Seiten treiben, den Nordpol bezüglich der Stromrichtung links,

den Südpol rechts. Stellt man nun den Kreis vor der Schließung der Kette in den magnetiſchen Meridian, ſo wird die Nadel durch den elektriſchen Strom von ihrer Gleichgewichtslage um einen Winkel ω abgelenkt, deſſen trigonometriſche Tangente dem Quotienten gleich kommt, den man erhält, wenn man die Totalkraft R des Stromes in der Kreisperipherie durch die horizontale Componente H der erdmagnetiſchen Kraft dividirt, was ſich nach der in 248 angeſtellten Betrachtung ſogleich ergibt, wenn man daſelbſt ſtatt der ablenkenden Kraft R die von dem elektriſchen Strome ausgehende ſetzt. Es iſt ſonach $tang\,\omega = \frac{R}{H}$. Ergibt ſich bei einem zweiten Verſuche, wo die Stromkraft R′ herrſcht, der Ablenkungswinkel ω', ſo iſt eben ſo $tang\,\omega' = \frac{R'}{H}$ und man hat $R : R' = tang\,\omega : tang\,\omega'$. Es iſt gut zu bemerken, daß eine Aenderung des Magnetismus der Nadel auf die Werthe der Quotienten $\frac{R}{H}$, $\frac{R'}{H}$ keinen Einfluß haben kann, mithin die Winkel ω und ω' dieſelben bleiben wie vordem. Um dieſe Winkel ableſen zu können, muß die Magnetnadel mit einem getheilten Kreiſe verſehen ſeyn, deſſen Nullpunct in die Ebene des Stromes fällt.

Um, wo ſchwächere Ströme zu vergleichen ſind, die Einwirkung auf die Galvanometernadel noch merklich zu machen, kann man einen mit Seide beſponnenen Kupferdraht mehrere Male um einen kreisförmigen Rahmen herumwinden, und die Enden des Drahtes mit der Stromquelle in Verbindung ſetzen. Jede einzelne Windung wirkt da für ſich, und alle zuſammen in einerlei Sinn auf die Magnetnadel. Ein ſolches Drahtgewinde heißt ein multiplicirendes und ein damit verſehenes Galvanometer heißt ein Multiplicator.

Die Einwirkung des elektriſchen Stromes auf die Magnetnadel wird kräftiger, und daher das Galvanometer für noch ſchwächere Ströme empfindlich, wenn der die Magnetnadel umgebende Stromleiter eine ſolche Form hat, daß er allenthalben nur wenig von der Nadel abſteht, ſo auch wenn die Nadel von einem breiteren multiplicirenden Drahtgewinde umgeben iſt. In dieſem Falle ändert ſich aber die Kraft, mit welcher der Strom auf die Nadel einwirkt, zugleich mit der Stellung der Nadel gegen das Drahtgewinde, und nur wenn die Lage der Nadel bei zwei verſchiedenen Strömen in derſelben Stellung gegen das Gewinde zu bleiben genöthiget iſt, verhalten ſich die Kräfte, welche die Pole der Nadel erfahren, gerade wie die Intenſitäten der in den einzelnen Windungen vorhandenen Ströme. Will man daher mittelſt eines ſo vorgerichteten Galvanometers die Stärken S, S′ zweier Ströme mit einander vergleichen, ſo muß das Drahtgewinde um eine verticale Axe drehbar ſeyn, damit man ſeine Lage ſo abändern könne, daß die Nadel gegen das Gewinde bei beiden Verſuchen einerlei Stellung erhält, was auf vielfache Weiſe möglich iſt. Sind nun ψ und ψ' die Winkel, um welche die Nadel dabei von dem magnetiſchen Meridiane abgelenkt erſcheint, ſo hat man $S : \quad : sin\,\psi'$. Es ſey

ſteht, ſo zwar, daß ein Nordpol von jedem Theilchen eines poſitiven elektriſchen Stromes im Sinne der im vorhergehenden Artikel angegebenen Regel zur Linken, ein Südpol zur Rechten von dieſer Ebene weggetrieben wird.

Läßt man ferner eine kleine Declinationsnadel vorerſt unter dem alleinigen Einfluſſe des Erdmagnetismus, und hierauf unter Mitwirkung eines Volta'ſchen Stromes ſchwingen, welcher durch verſchiedene kreisförmig gebogene Drähte geht, ſo zwar, daß die Ebenen der Kreiſe vertikal und gegen den magnetiſchen Meridian ſenkrecht ſtehen, und die Mitte der Nadel mit dem Kreiscentrum zuſammenfällt, ſo findet man nach der in 246 angegebenen Methode, daß die Kräfte, welche die Magnetpole von den kreisförmigen Strömen ſenkrecht gegen deren Ebene erfahren, ſich um ſo näher verkehrt verhalten, wie die Halbmeſſer der Kreiſe, je kleiner die Länge der Nadel im Vergleiche mit dieſen Halbmeſſern erſcheint. Um bei dieſem Verſuche jede andere Einwirkung auf die Nadel auszuſchließen, und ſich der Identität des Stromes zu verſichern, iſt es nöthig, den Strom durch ſämmtliche hinreichend weit von einander aufgeſtellte Kreiſe zugleich gehen zu laſſen, die Zu- und Ableiter des Stromes dicht neben einander zu legen, damit ihre Actionen auf die Nadel ſich gegenſeitig tilgen, die Volta'ſche Batterie weit von der Nadel aufzuſtellen, damit ihre unmittelbare Action auf die Nadel unmerklich werde, und darauf zu achten, ob die Ablenkung, die eine beſonders vorgerichtete Magnetnadel durch den das ganze Syſtem durchwandernden Strom erfährt, ſich während aller Beobachtungen unverändert erhalte, denn nur in ſolchem Falle iſt die Stromſtärke durchgehends dieſelbe geblieben. Bei gehöriger Anordnung des Ganzen bildet der Schließungsleiter der Batterie eine fortlaufende Drahtlinie, an der gewiſſe Stücke kreisförmig gebogen ſind, die anderen aber paarweiſe neben einander liegen, und entgegengeſetzt laufende Stromtheile enthalten.

In ſo fern die Nadel gegen den Halbmeſſer der Kreisperipherie, in deren Centrum ſie ſich befindet, und welcher der elektriſche Strom folgt, ſehr klein iſt, und in ſo fern ſie Schwingungen von geringer Amplitude macht, kann man die Kräfte, welche je zwei gleiche Stromtheilchen auf ihre Pole ausüben, als gleich betrachten. Offenbar verhalten ſich die Actionen zweier kreisförmigen gleich ſtarken Ströme auf einen und denſelben in ihrem Mittelpuncte vorhandenen Magnetpol, wenn man ſich beide Ströme in Theilchen von einer und derſelben Länge getheilt denkt, wie die Producte aus der Action eines ſolchen Theilchens mit deren Anzahl, oder, weil bei feſtgeſetzter Länge der Theilchen dieſe Anzahl mit der Länge der Peripherie, d. i. mit deren Halbmeſſer in geradem Verhältniſſe ſteht, wie die Producte aus der Action eines Theilchens mit dem Halbmeſſer des betreffenden Kreiſes. Aber die Actionen der ganzen Kreiſe auf die in der Nähe ihrer Mittelpuncte aufgeſtellten Magnetpole verhalten ſich, bei gleicher Stromſtärke, dem Ergebniſſe der angeführten Erfahrung zu Folge verkehrt wie die Halbmeſſer; es müſſen daher die Actionen gleicher Stromtheilchen in beiden

Kreiſen ſich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Halbmeſſer der Kreiſe. Wenn alſo, wie hier, die Verbindungslinie eines Stromtheilchens mit einem Magnetpole eine gegen das Stromtheilchen ſenkrechte Lage hat, iſt, unter übrigens gleichen Umſtänden, die Action des Stromtheilchens gegen den Magnetpol dem Quadrate der Diſtanz beider umgekehrt proportional.

Wie ein Stromtheilchen auf einen Magnetpol einwirkt, wenn die Verbindungslinie beider mit dem Stromtheilchen einen ſchiefen Winkel bildet, erhellet aus der Thatſache, daß die Action eines linearen Stromes auf einen Magnetpol nicht geändert wird, wenn der Leitungsdraht, ohne merkliche Abweichung von ſeiner Hauptform, beliebige ſehr kleine Ausbiegungen dieſſeits und jenſeits ſeines Laufes erhält. Dieß zeigt ſich ſogleich durch die Erfahrung, daß die Action eines nach irgend einer Richtung hin und dann zurückgehenden Stromes auf einen Magnetpol, wenn nur der directe und der zurückkehrende Strom ſich unmittelbar neben einander befinden, ſtets Null iſt, es mag der den erſteren Strom leitende Draht dem den letztern leitenden Drahte parallel ſeyn, oder der eine ſich um den andern, von ihm durch einen Seidenüberzug iſolirend getrennt, wie immer in Windungen fortſchlängeln. Man kann daher ſagen ein Stromtheilchen M M′ (Fig. 94) wirke auf einen Magnetpol P gerade ſo, wie die Folge zweier Stromtheilchen M N, N M′, welche mit erſterem ein Dreieck einſchließen. Nehmen wir nun die beiden letztern in der durch das erſtere und durch den Magnetpol gelegten Ebene, und laſſen wir die Richtung von N M′ in dem einen oder dem andern Sinne verlängert durch P gehen, ſo iſt die Action von N M′ auf P Null, weil die Action eines Stromtheilchens gegen einen Magnetpol nur eine laterale ſeyn kann, hier aber, wo durch das Stromtheilchen und den Magnetpol unendlich viele Ebenen gelegt werden können, kein Grund vorhanden iſt, warum P von N M′ eher wirkt gegen die eine als ſenkrecht gegen jede andere Ebene getrieben werden ſollte. Es bleibt ſonach bloß die Action von M N auf P übrig, welche daher der Action von M M′ auf P gleichkommt. Laſſen wir noch den Winkel M N M′ einen rechten ſeyn, ſo haben die Stromtheilchen M N und M M′ ungleiche Längen, und zwar beſteht die Proportion

$$MM' : MN = 1 : \sin MM'P.$$

Es muß alſo die Action eines mit M N gleichlangen Theilchens in der Richtung von M M′ in demſelben Verhältniſſe ſchwächer ſeyn als in der Richtung M N, in welchem M M′ länger iſt als M N, d. h. die Action eines Stromtheilchens auf einen Magnetpol ſteht nicht bloß in geradem Verhältniſſe der Länge des Stromtheilchens und im verkehrten Verhältniſſe des Quadrates ſeiner Diſtanz von dem Pole, ſondern auch noch im geraden Verhältniſſe des Sinus des Winkels, welchen die von dem Pole zu dem Stromtheilchen gehende Gerade mit der Richtung des Stromtheilchens macht, und die Richtung dieſer Kraft iſt ſenkrecht gegen die Ebene, in welcher das Stromtheilchen und der Magnetpol ſind.

Ein Magnet kann als ein Inbegriff von unendlich kleinen in ver-

ſchiedenen Stellungen befindlichen Magnetnadeln gedacht werden; wendet man dieſes Geſetz auf jedes einzelne Theilchen eines Volta'ſchen Stromes gegenüber jedem einzelnen Elementartheilchen eines Magnetes an, ſo ergibt ſich daraus die Geſammtwirkung des elektriſchen Stromes auf den Magnet.

Auf dieſem Wege laſſen ſich alle Fragen beantworten, die man hinſichtlich der Kräfte ſtellen mag, womit ein beliebig geſtalteter linearer Leiter oder Schließungskreis in Folge der in ihm ſtrömenden Elektricität auf einen gegebenen Magnet einwirkt, vorausgeſetzt, daß man die Reduction der Elementarkräfte auf ihre Reſultirenden durchzuführen vermag, was, die leichteſten Fälle abgerechnet, die Kräfte des elementar mathematiſchen Calculs überſteigt.

Läßt man eine kleine Declinationsnadel im gewöhnlichen Zuſtande wie auch unter dem Einfluſſe eines Volta'ſchen Stromes ſchwingen, welcher durch einen horizontalen und ſenkrecht gegen den magnetiſchen Meridian geführten langen geraden Draht geht, bezüglich deſſen der Nordpol der Nadel ſich links befindet, und von dem die Volta'ſche Kette in einer ſolchen Entfernung ſteht, daß ihre Einwirkung auf die Nadel unmerklich erſcheint, und ändert man die Diſtanz der Nadel von dem Drahte mannigfaltig ab, ſo findet man nach der in 246 befolgten Methode, daß die Kräfte, welche die Magnetpole von dem Strome erfahren, ſich verkehrt verhalten wie die Diſtanzen der Pole von dem Drahte. Dieſes Geſetz ergibt ſich als Folgerung, wenn man von der Annahme ausgeht, daß jedes Stromtheilchen auf jeden Magnetpol ſenkrecht gegen die Ebene, in welcher beide liegen, mit einer Kraft einwirkt, die ſich direct verhält wie die Länge des Stromtheilchens, ferner wie der Sinus des Winkels, den die Richtung des Stromtheilchens mit der Geraden bildet, welche von dem Stromtheilchen zu dem Pole geht, und verkehrt wie das Quadrat der Länge dieſer Geraden oder der Diſtanz des Stromtheilchens von dem Pole. Um dieß zu zeigen, ſey UV (Fig 94) der geradlinige Stromleiter, P der Magnetpol, MM' irgend ein unendlich kleines Stromtheilchen. Man ziehe PM, PM', beſchreibe aus P mit dem Halbmeſſer PM den Bogen MN und fälle aus P auf UV die Senkrechte PA. Zur Abkürzung ſey PA = p, ferner der Winkel AMP = φ, AM'P = φ' und MPM' = ψ. Nach der gemachten Annahme wird die Kraft, womit das Stromtheilchen MM' den Pol P ſenkrecht gegen die Ebene MPM' treibt, durch den Ausdruck $f = \frac{MM' . sin\varphi}{PM^2}$ gemeſſen. Da man das unendlich kleine Dreieck MM'N als ähnlich mit dem Dreiecke APM betrachten darf, ſo iſt

$$MM' : MN = PM : PA, \text{ folglich } MM' = \frac{MN . PM}{P};$$

ferner iſt der Kreisbogen $MN = PM . \psi$, alſo $MM' = \frac{PM^2 . \psi}{P}$.

Hiedurch wird $f = \frac{\psi . sin\varphi}{P}$. Nun iſt der Winkel AM'P dem Unterſchiede der Winkel AMP und MPM' gleich, d. h. $\varphi' = \varphi - \psi$, daher hat man

$$cos\varphi' = cos(\varphi - \psi) = cos\varphi\ cos\psi + sin\varphi . sin\psi$$

Wegen der unendlichen Kleinheit von ψ kann man $cos\psi = 1$ und $sin\psi = \psi$ ſetzen; dieß gibt

$$cos\varphi' = cos\varphi + \psi . sin\varphi, \text{ alſo } \psi . sin\varphi = cos\varphi' - cos\varphi.$$

Demnach iſt $f = \frac{1}{P}(cos\varphi' - cos\varphi)$. Betrachten wir nun die auf MM

unmittelbar folgenden Stromtheilchen M′M″, M″M‴ u. s. w. und bezeichnen wir die Winkel AM″P, AM‴P u. s. w. mit φ″, φ‴ u. s. w. und die auf die Ebene PAV senkrechten Kräfte, welche sie auf P ausüben, mit f′, f″ u. s. w., so haben wir $f' = \frac{1}{p}(\cos\varphi'' - \cos\varphi')$, $f'' = \frac{1}{p}(\cos\varphi''' - \cos\varphi'')$ u. s. w. Alle diese Kräfte addiren sich; daher ist die Kraft, womit das Stromstück MM‴ auf P wirkt,

$$= f + f' + f'' = \frac{1}{p}(\cos\varphi''' - \cos\varphi)$$

und aus gleichem Grunde, wenn wir den Winkel ALP = λ setzen, die Kraft, womit das Stromstück ML auf P wirkt, $= \frac{1}{p}(\cos\lambda - \cos\varphi)$. Lassen wir jetzt den Punct M nach A rücken und den Punct L in das Unendliche hinaus, so wird λ unendlich klein, mithin $\cos\lambda = 1$; der Winkel φ verwandelt sich in den rechten Winkel PAV und daher wird $\cos\varphi = 0$. Hiernach ist das Maß der Kraft, welche der Stromtheil von A gegen V hin auf P ausübt, $= \frac{1}{p}$, und da ein Gleiches auch von der Kraft gilt, womit der andere Stromtheil von U gegen A hin den Punct P afficirt, so ist $\frac{2}{p}$ das Maß der Action des Stromleiters UV auf P, also wirklich diese Action dem Abstande des Punctes P von der Geraden UV verkehrt proportionirt.

Der Fall, wenn der Stromleiter die Gestalt eines Kreises hat, vertical und senkrecht gegen den magnetischen Meridian steht und in seinem Mittelpuncte sich die Mitte einer Declinationsnadel befindet, welcher Fall uns oben zur Auffindung des Gesetzes der elektromagnetischen Action diente, läßt sich jetzt in aller Schärfe behandeln, und dieses Gesetz durch die Uebereinstimmung des Resultates der theoretischen Ueberlegung mit den Ergebnissen scharfer Versuche auf das Vollständigste rechtfertigen. Ist C (Fig. 95) der Mittelpunct des Kreises, M ein Punct seiner Peripherie, P ein Pol der Nadel, so wird dieser von dem bei M liegenden Kreisstückchen nach der in der Ebene MCP auf MP senkrechten Geraden Px getrieben, in der einen oder der andern Richtung, nach Maßgabe des Sinnes, in welchem die Elektricität in dem Kreise strömt, und nach der Beschaffenheit des in P vorhandenen Magnetismus. Die Resultirende aller Actionen auf P fällt in die Gerade CP, folglich handelt es sich nur um die Summe der Componenten aller längs CP zerlegten Elementaractionen. Es verhält sich daher die Action des kreisförmigen Stromes auf P gerade wie die Peripherie desselben, getheilt durch das Quadrat von MP und multiplicirt mit dem Bruche $\frac{CM}{MP}$, d. h. diese Action wird durch den Ausdruck $\frac{CM^2}{MP^3}$ gemessen, oder was dasselbe heißt, durch das Quadrat des Halbmessers getheilt durch den Würfel des Abstandes des Magnetpoles von irgend einem Puncte der Peripherie.

Ist P weit entfernt von C im Vergleiche mit dem Halbmesser CM, so kann man statt MP auch CP setzen. Unter dieser Form läßt sich die Aehnlichkeit des Ausdruckes mit dem in 247 für die Action eines sehr kleinen Magnetes auf einen in der Verlängerung seiner Axe liegenden Punct nicht verkennen. Ein kreisförmiger elektr[illegible] m wirkt

alſo ſo in die Ferne als ob ſeine Fläche dießſeits und jenſeits mit ungleichnamigen Magnetismen beſetzt wäre, und repräſentirt ſonach gleichſam eine magnetiſche Platte von ſehr geringer Dicke. Um dieß näher zu beleuchten, nehmen wir diejenige Stromſtärke als Einheit an, welche ſtatt findet, wenn ein Leiter, deſſen Länge = 1 iſt, und der die Form eines mit dem Halbmeſſer = 1 beſchriebenen Kreisbogens hat, auf die im Mittelpuncte dieſes Kreisbogens concentrirt gedachte Einheit des freien Magnetismus die bewegende Kraft = 1 ausübt, und ſetzen wir $CP = x$, $CM = a$, ferner die Intenſität des in dem vorhandenen Kreiſe circulirenden Stromes nach vorgedachter Einheit gemeſſen = S, und die bewegende Kraft, welche derſelbe auf die in P befindliche Einheit des freien Magnetismus äußert, = R, ſo haben wir, in ſo fern x gegen a ſehr groß iſt, dem ſo eben Geſagten gemäß, $R = \frac{2\pi a^2 S}{x^3}$.

Eine magnetiſche Platte oder ein kurzer mit dem magnetiſchen Momente M begabter Magnet, deſſen Mittelpunct in C fällt, und deſſen Axe die Richtung CP hat, wirkt auf P mit der Kraft $\frac{2M}{x^3}$. Dieſe iſt der vorgenannten R gleich, wenn $\pi a^2 S = M$ iſt. Man kann daher das Product $\pi a^2 S$ füglich das magnetiſche Moment des Kreisſtromes nennen. Wäre die Kreisfläche $\pi a^2 = 1$, ſo hätte man $S = M$. Es wird alſo die Intenſität eines Stromes durch dieſelbe Zahl ausgedrückt, wie das Moment eines Magnetſtabes, der nach der Richtung ſeiner Axe in die Ferne eben die Kraft äußert, welche der Strom, wenn er die Kreisfläche = 1 umfließt, nach der von ſeinem Mittelpuncte ſenkrecht auf ſeine Ebene ausgehenden Richtung in gleicher Diſtanz ausübt.

Ein Syſtem kreisförmiger, in einerlei Sinn fließenden elektriſchen Ströme, deren Mittelpuncte in ſehr kleinen Abſtänden längs einer geraden Linie liegen und deren Ebenen gegen dieſe Linie ſenkrecht ſtehen, gilt daher einem Syſteme an einander gelegter, ſehr dünnen magnetiſchen Platten gleich, die auf der einen Seite nordlichen, auf der andern ſüdlichen Magnetismus an ſich tragen, und zuſammen einen Magnetſtab repräſentiren. Ein ſolches Syſtem elektriſcher Ströme heißt nach Ampere ein Solenoid. Man erhält einen dieſem ganz äquivalenten Effect, wenn man einen Volta'ſchen Strom durch einen ſchraubenförmig gewundenen Draht leitet, deſſen jedes Ende durch die ihm entſprechende Hälfte der Schraube zurückgeht und an der Mitte austritt, wodurch die Schiefe der Gange compenſirt wird. Ein ſolcher Schraubendraht verhält ſich, ſo lange Elektricität in ihm ſtrömt, einem Magnete gegenüber, in allen Stücken wie ein Magnet, deſſen Pole genau an ſeinen Enden liegen, wird nach dem Geſetze der magnetiſchen Polarität angezogen und abgeſtoßen, und richtet ſich unter dem Einfluſſe des Erdmagnetismus nach den Weltgegenden. Hiernach läßt ſich erwarten, daß derſelbe auch einem andern Schraubendrahte, und im Allgemeinen einem elektriſchen Strome gegenüber den Charakter des Magnetes behaupten werde, was die Erfahrung vollkommen beſtätiget. Hieraus fließt die nothwendige Folge, daß elektriſche Ströme als ſolche auf einander bewegende Kräfte äußern. Mit dieſer wichtigen Entdeckung hat Ampere die Wiſſenſchaft bereichert.

Auch dieſe gegenſeitige Action elektriſcher Ströme läßt ſich auf Kräfte zurückführen, womit die kleinſten Theile des einen die des andern und zwar in der Richtung ihrer Verbindungslinien afficiren. Das Geſetz, welches dieſer Kraftäußerung zum Grunde liegt, läßt ſich auf ähnliche Weiſe, wie die Action zwiſchen den Theilchen der Magnete und elektriſchen Ströme mit Hilfe der mathematiſchen Analyſe aus den Erſch-

niſſen zweckmäßig eingeleiteter Verſuche folgern; auf dieſem Wege ergibt ſich, daß die gegenſeitige Action der Theilchen elektriſcher Ströme unter übrigens gleichen Umſtänden (ſo wie alle übrigen bis jetzt bekannten Actionen in die Ferne) dem Quadrate der Diſtanz verkehrt proportional iſt, überdieß aber noch von der Lage der Richtungen der Stromtheilchen gegen einander abhängt. Die Entwickelung dieſes Gegenſtandes überſchreitet jedoch die Grenzen der hier zur Gebote ſtehenden mathematiſchen Hilfsmittel. Wir beſchränken uns daher auf die Angabe folgender, auf experimentalem Wege leicht darſtellbaren Erſcheinungen: 1) Zwei parallele elektriſche Ströme, welche in demſelben Sinne fließen, ziehen einander an. 2) Zwei parallele und entgegengeſetzte Ströme ſtoßen einander ab. 3) Zwei unter einem Winkel gegen einander geſtellte Stromtheile ſtreben ſich immer ſo zu drehen, daß ihre Richtungen parallel und übereinſtimmend werden.

Der Umſtand, daß die Action zweier Stromtheilchen längs ihrer Verbindungslinie ſtatt findet, während jene eines magnetiſchen Punctes und eines Stromtheilchens eine laterale iſt; ferner daß letztere auf erſtere reducirt werden kann, wenn man an die Stelle der magnetiſchen Elementarpartikel Solenoide ſetzt, bewog Ampère den Magnetismus für eine Wirkung elektriſcher Ströme zu erklären, welche die kleinſten Theile der magnetiſchen Körper umkreiſen. Dieſer Hypotheſe fehlt aber die Analogie mit dem ſonſtigen Verhalten der Elektricität in ſo guten Leitern wie es die magnetiſchen Metalle ſind; auch kennen wir keinen Fall eines ſelbſtſtändigen Fortbeſtehens elektriſcher Ströme, ſondern ſie ſetzen immer eine das elektriſche Gleichgewicht ſtörende, d. i. elektromotoriſche Kraft voraus. Es iſt ſonach die Ampère'ſche Anſicht um nichts einfacher als jede andere der bisher über das Weſen des Magnetismus aufgeſtellten Hypotheſen.

275. Magnetiſirungsvermögen des elektriſchen Stromes. Nach den entgegengeſetzten bewegenden Kräften, welche ein elektriſcher Strom auf ungleichnamig magnetiſirte Puncte äußert, läßt ſich vermuthen, er ſey auch im Stande in einem unmagnetiſchen, aber des Magnetismus fähigen Körper die Polarität ſeiner Elemente rege, d. h. den Körper magnetiſch zu machen. Die Erfahrung beſtätiget dieß vollkommen. Durch einen elektriſchen Strom, welcher an einem Stahlſtabe oder an einem Stabe von weichem Eiſen ſenkrecht gegen deſſen Länge vorbeigeht, erhält dieſer magnetiſche Kraft; erſterer bleibend, letzterer vorübergehend, d. h. ſo lange der Strom dauert, gerade ſo, als wäre er nach der Länge mit einem Magnetpole geſtrichen worden: die Nordpolarität erſcheint da, wo die linke Hand einer menſchlichen Figur hinweiſet, welche den Kopf nach der Richtung des Stromes und das Geſicht gegen den Stab gewendet, in den Strom gelegt wird. Um die Wirkung ausgiebiger zu machen, iſt es nöthig, mehrere übereinſtimmende elektriſche Ströme transverſal am Stabe vorbei zu führen; dieſes wird eben ſo leicht als zweckmäßig erreicht, wenn man den Strom in einer Spirale um den zu magnetiſirenden Stab herumgehen läßt. Hierauf gründet ſich die Conſtruction der ſo kräftigen temporären oder Elektromagnete, die man erhält, wenn man einen geraden oder hufeiſenförmig gebogenen Stab aus weichem Eiſen mit einer Spirale aus Kupfer- oder Meſſingdraht umwickelt, welcher durch einen iſolirenden Ueberzug vor dem metalliſchen Contacte mit dem Eiſen ge-

ſchützt iſt, und die Enden der Spirale mit einer kräftigen Volta'ſchen Kette verbindet. Legt man dem Hufeiſen einen Anker vor, ſo kann man eine ungeheure Tragkraft dieſes Elektromagnetes erzielen.

276. **Das Galvanometer.** Stellt man unter ein geradliniges Stück des Schließungsdrahtes einer Volta'ſchen Batterie eine Declinationsnadel, und ſchaltet zugleich einen Waſſerzerſetzungsapparat in die Kette ein, ſo zeigt ſich eine um ſo ſtärkere Ablenkung der Magnetnadel von ihrer Gleichgewichtslage, je mehr Waſſer in einer beſtimmten Zeit zerſetzt wird, d. h. je größer die Stromſtärke iſt. Es läßt ſich alſo von der magnetiſchen Kraft des Schließungsleiters einer Volta'ſchen Kette auf die in derſelben herrſchende Stromſtärke ſchließen. Zweckmäßig eingeleitete Verſuche zeigen, daß die magnetiſche Kraft des elektriſchen Stromes ſeinem elektrolytiſchen Effecte genau proportionirt iſt, alſo mit der Menge der Elektricität in geradem Verhältniſſe ſteht, welche während einer feſtgeſetzten Zeit durch einen Querſchnitt des Schließungsleiters ſtrömt. Sonach kann die Kraft, womit der elektriſche Strom auf die Magnetnadel einwirkt, als Maß der Stromſtärke dienen. Hierauf gründet ſich die Einrichtung des Galvanometers, eines für die Unterſuchung ſtrömender Elektricität höchſt nützlichen, ja unentbehrlichen Inſtrumentes, das durch die von einem elektriſchen Strome herrührende Ablenkung einer Magnetnadel aus ihrer gewöhnlichen Gleichgewichtslage das Vorhandenſeyn, die Richtung und die Stärke des Stroms anzeigt. Man hat dieſem Inſtrumente die mannigfaltigſten Einrichtungen gegeben; wir beſchränken uns hier auf die wichtigſten Formen, welche zugleich eine Meſſung der Stromſtärke zulaſſen. Sie ſind die Tangenten- und die Sinusbuſſole.

Die Tangentenbuſſole beſteht aus einem kreisförmig gebogenen Metallſtabe, deſſen Enden in der Peripherie des Kreiſes an einander grenzen und daſelbſt durch eine iſolirende Zwiſchenlage getrennt ſind, ſo daß der leitende Kreis nur an dieſer Stelle unterbrochen iſt, an welcher der Zu- und Ableiter des durch den Kreis zu ſendenden elektriſchen Stromes in deſſen Peripherie eingreifen. Die Ebene des Kreiſes ſteht vertical und der Mittelpunct deſſelben iſt zugleich der Drehungspunct einer Declinationsnadel, deren Länge gegen den Halbmeſſer des Kreiſes klein iſt. Die Zuleiter müſſen eine Strecke weit mit einander parallel fortlaufen, oder durch einen iſolirenden Ueberzug von einander getrennt und in einen Strang zuſammen gewunden ſeyn, damit wenn man einen elektriſchen Strom durch den Kreis leitet, die einander gerade entgegengeſetzten Actionen des zu- und ableitenden Stromtheiles auf die Nadel ſich genau aufheben, auch muß die Quelle des elektriſchen Stromes von der Nadel ſo weit entfernt gehalten werden, daß ſie darauf nicht merklich einzuwirken vermag. Unter ſolchen Umſtänden wird alſo die Magnetnadel bloß von der in dem Umfange des Kreiſes ſtrömenden Elektricität afficirt. Die Actionen derſelben auf die Nadel läßt ſich auf zwei Kräfte reduciren, welche die Pole der Nadel ſenkrecht gegen die Ebene des Kreiſes mit gleicher Intenſität nach entgegengeſetzten Seiten treiben, den Nordpol bezüglich der Stromrichtung links-

den Südpol rechts. Stellt man nun den Kreis vor der Schließung der Kette in den magnetiſchen Meridian, ſo wird die Nadel durch den elektriſchen Strom von ihrer Gleichgewichtslage um einen Winkel ω abgelenkt, deſſen trigonometriſche Tangente dem Quotienten gleich kommt, den man erhält, wenn man die Totalkraft R des Stromes in der Kreisperipherie durch die horizontale Componente H der erdmagnetiſchen Kraft dividirt, was ſich nach der in 248 angeſtellten Betrachtung ſogleich ergibt, wenn man daſelbſt ſtatt der ablenkenden Kraft R die von dem elektriſchen Strome ausgehende ſetzt. Es iſt ſonach $tang\,\omega = \frac{R}{H}$. Ergibt ſich bei einem zweiten Verſuche, wo die Stromkraft R′ herrſcht, der Ablenkungswinkel ω', ſo iſt eben ſo $tang\,\omega' = \frac{R'}{H}$ und man hat $R : R' = tang\,\omega : tang\,\omega'$. Es iſt gut zu bemerken, daß eine Aenderung des Magnetismus der Nadel auf die Werthe der Quotienten $\frac{R}{H}$, $\frac{R'}{H}$ keinen Einfluß haben kann, mithin die Winkel ω und ω' dieſelben bleiben wie vordem. Um dieſe Winkel ableſen zu können, muß die Magnetnadel mit einem getheilten Kreiſe verſehen ſeyn, deſſen Nullpunct in die Ebene des Stromes fällt.

Um, wo ſchwächere Ströme zu vergleichen ſind, die Einwirkung auf die Galvanometernadel noch merklich zu machen, kann man einen mit Seide beſponnenen Kupferdraht mehrere Male um einen kreisförmigen Rahmen herumwinden, und die Enden des Drahtes mit der Stromquelle in Verbindung ſetzen. Jede einzelne Windung wirkt da für ſich, und alle zuſammen in einerlei Sinn auf die Magnetnadel. Ein ſolches Drahtgewinde heißt ein multiplicirendes und ein damit verſehenes Galvanometer heißt ein Multiplicator.

Die Einwirkung des elektriſchen Stromes auf die Magnetnadel wird kräftiger, und daher das Galvanometer für noch ſchwächere Ströme empfindlich, wenn der die Magnetnadel umgebende Stromleiter eine ſolche Form hat, daß er allenthalben nur wenig von der Nadel abſteht, ſo auch wenn die Nadel von einem breiteren multiplicirenden Drahtgewinde umgeben iſt. In dieſem Falle ändert ſich aber die Kraft, mit welcher der Strom auf die Nadel einwirkt, zugleich mit der Stellung der Nadel gegen das Drahtgewinde, und nur wenn die Lage der Nadel bei zwei verſchiedenen Strömen in derſelben Stellung gegen das Gewinde zu bleiben genöthiget iſt, verhalten ſich die Kräfte, welche die Pole der Nadel erfahren, gerade wie die Intenſitäten der in den einzelnen Windungen vorhandenen Ströme. Will man daher mittelſt eines ſo vorgerichteten Galvanometers die Stärken S, S′ zweier Ströme mit einander vergleichen, ſo muß das Drahtgewinde um eine verticale Axe drehbar ſeyn, damit man ſeine Lage ſo abändern könne, daß die Nadel gegen das Gewinde bei beiden Verſuchen einerlei Stellung erhält, was auf vielfache Weiſe möglich iſt. Sind nun ψ und ψ' die Winkel, um welche die Nadel dabei von dem magnetiſchen Meridiane abgelenkt erſcheint, ſo hat man $S : S' = sin\,\psi : sin\,\psi'$. Es ſey

nämlich (Fig. 96) C der Drehungspunct der Nadel, NS ihre Gleichgewichtslage unter dem alleinigen Einfluſſe des Erdmagnetismus, N'S' ihre Gleichgewichtslage unter der ablenkenden Action des elektriſchen Stromes und NCN' = ϕ. Stellt NE die auf CN' ſenkrechte Componente U der Galvanometerkraft, und N'F die horizontale Componente H des Erdmagnetismus vor, ſo muß CN' mit der Richtung der Reſultirenden N'G der vorgenannten Kräfte in dieſelbe gerade Linie fallen, daher auch FN'G = ϕ ſeyn. Nun iſt wegen des rechten Winkels FGN' = EN'G

$$FG : N'F = \sin FN'G : 1, \text{ alſo } \sin\phi = \frac{U}{H}.$$

Eben ſo iſt in einem zweiten Falle $\sin\phi' = \frac{U'}{H}$, mithin

$$U : U' = \sin\phi : \sin\phi'.$$

Aber offenbar iſt wegen der gleichen Stellung der Nadel gegen den Galvanometerdraht, U : U' = S : S', woraus die oben angegebene Proportion S : S' = $\sin\phi : \sin\phi'$ folgt. Ein nach dieſem Principe eingerichtetes Galvanometer heißt eine Sinusbuſſole. In ihrer vollkommenſten Form muß ſie geſtatten, ſowohl den Drehungswinkel des Drahtes als auch die jedesmalige Stellung der Magnetnadel gegen den Draht zu meſſen. Sind mehrere Ströme zu vergleichen, ſo genügt es die Ausſchlagswinkel der Magnetnadel bei einer und derſelben Poſition des Stromes zu beſtimmen, wenn man nur ein für alle Mal die Lagen unterſucht hat, welche der Galvanometerdraht, während irgend ein Strom durch ihn geht, haben muß, damit die Magnetnadel von dem Drahte um dieſelben Winkel abweiche, wie bei den früheren Verſuchen. Man iſt im Beſitze aller Daten, um das Verhältniß jedes der erſteren Ströme zu dem letzt genannten, mithin auch die gegenſeitigen Verhältniſſe jener Ströme anzugeben.

Auch die bereits in 274 zu Hilfe genommene Schwingungsmethode läßt ſich zur Strommeſſung benützen, und es kann dieſelbe bei jedem Multiplicator in Anwendung gebracht werden, wenn man das Gewinde deſſelben ſenkrecht gegen die gewöhnliche Ruhelage der Nadel ſtellt, und dieſe einmal unter dem bloßen Einfluſſe des Erdmagnetismus, das andere Mal unter Mitwirkung des elektriſchen Stromes ſchwingen läßt, und nach 246 verfährt.

Uebrigens gilt bezüglich des Galvanometers dieſelbe Bemerkung, welche oben (271) hinſichtlich des Volta-Elektrometers gemacht wurde: das Galvanometer übt auf die Stromſtärke einen gewiſſen, nicht jederzeit zu vernachläßigenden Einfluß aus, weßwegen man mittelſt dieſes Inſtrumentes nur die Verhältniſſe jener Stromſtärken findet, welche, während es einen Theil des Schließungskreiſes ausmacht, daſelbſt vorhanden ſind. Die Principien, nach welchen der Einfluß des galvanometriſchen Leitungsdrahtes auf die Stromkraft zu beurtheilen iſt, werden ſpäter vorkommen.

Wo es ſich mehr um die Nachweiſung der Exiſtenz elektriſcher Ströme und um Angabe ihrer Richtung als um numeriſche Vergleichung ihrer

Intensitäten handelt, bedient man sich der Multiplicatoren mit astatischen Nadeln. Es sind dieß zwei parallele an einer gemeinschaftlichen Axe unveränderlich mit einander verbundene Nadeln, deren Pole eine entgegengesetzte Lage haben; eine dieser Nadeln steht über dem Drahtgewinde und die andere innerhalb desselben. Auf ein solches System von Magnetnadeln hat der Erdmagnetismus einen nur geringen Einfluß, wogegen die Actionen des elektrischen Stromes in einerlei Sinn statt finden, mithin es dem Strome um so leichter wird, die Kraft, welche der Erdmagnetismus der Ablenkung der Nadeln von ihrer gewöhnlichen Ruhelage entgegensetzt, zu überwinden und einen deutlichen Ausschlag hervorzubringen. Auch gibt man zuweilen den Multiplicatoren ein Gewinde, welches aus zwei neben einander laufenden Drähten besteht, damit man gleichzeitig durch jeden derselben einen besondern elektrischen Strom, und zwar beide Ströme im entgegengesetzten Sinne leiten und solchergestalt den Unterschied ihrer Kräfte auf die Nadel einwirken lassen könne. Ein solches Galvanometer heißt deßhalb ein Differenzial-Galvanometer.

Hat man eine bestimmte Stromstärke als Einheit der Stromintensitäten gewählt, z. B. diejenige, bei welcher eine gewisse Gewichtmenge Wasser binnen einer festgesetzten Zeit zerlegt, oder während dieser Zeit ein gewisses Volum Sauerstoffgas, Wasserstoffgas oder Knallluft entwickelt wird u. dgl., so darf man nur den Galvanometerstand bei einem Versuche beobachten, wobei die Stromintensität nach dieser Einheit direct bekannt ist, z. B. während sich gleichzeitig ein Volta-Elektrometer im Schließungskreise befindet, um im Stande zu seyn, die in jedem andern Falle statt findende Stromstärke auf die vorgedachte Einheit zu beziehen.

Die oben angegebene Einrichtung der Tangentenbussole gestattet die Stärke eines elektrischen Stromes unmittelbar mit dem Erdmagnetismus zu vergleichen, und sonach auch auf absolutes magnetisches Maß zu reduciren. Nimmt man zu diesem Behufe diejenige Stromstärke als Einheit an, welche statt findet, wenn ein Leiter, dessen Länge = 1 ist, und der die Form eines mit dem Halbmesser = 1 beschriebenen Kreisbogens hat, auf die im Mittelpuncte dieses Kreisbogens concentrirt gedachte Einheit des freien Magnetismus die bewegende Kraft = 1 ausübt, so ist die Action R des in einem Galvanometerkreise vom Halbmesser a circulirenden Stromes S auf die Einheit des Magnetismus im Mittelpuncte nach 274. Anm. $= \frac{2\pi a S}{a^2} = \frac{2\pi S}{a}$, mithin hat man, wenn die obigen Bedeutungen der Buchstaben beibehalten werden, der Gleichung $\frac{R}{H} = tang\,\omega$ zu Folge,

$$\frac{2\pi S}{Ha} = tang\,\omega, \text{ also } \frac{S}{H} = \frac{a}{2\pi}.tang\,\omega,$$

und so fern H in absolutem Maße gegeben ist,

$$S = \frac{1}{2\pi} a H.tang\,\omega.$$

277. Erregung elektrischer Ströme durch Induction. In neuerer Zeit (1831) hat Faraday in der Bewegung sowohl der Elektricität als des Magnetismus eine eigenthümliche Quelle elektrischer Ströme entdeckt, indem er folgende Gesetze thatsächlich nachwies: 1) Jeder elektrische Strom erzeugt in dem Augenblicke seines Entstehens in jedem benachbarten Elektricitätsl[illegible]er einem Strome Raum

gibt, einen elektriſchen Strom von nur momentaner Dauer, deſſen Richtung jener des erſteren entgegengeſetzt iſt. 2) Jeder elektriſche Strom erzeugt im Augenblicke ſeines Verſchwindens in jedem benachbarten Leiter einen momentanen Strom, deſſen Richtung mit jener des erſteren übereinſtimmt. 3) Wird ein Leiter, in welchem bereits ein elektriſcher Strom vorhanden iſt, einem andern Leiter raſch genähert, ſo entſteht in letzterem ein elektriſcher Strom, deſſen Richtung jener des erſteren entgegengeſetzt iſt. 4) Wird ein von Elektricität durchſtrömter Leiter plötzlich aus der Nähe eines andern Leiters entfernt, ſo entſteht in dieſem ein elektriſcher Strom, deſſen Richtung mit jener des erſteren übereinſtimmt. 5) Befindet ſich ein Magnet in Bewegung, ſo erzeugt jeder ſeiner Pole in einem benachbarten Leiter einen elektriſchen Strom, deſſen Richtung auf jener der Bewegung des Poles ſenkrecht ſteht, und für den Nordpol von der Linken zur Rechten, für den Südpol von der Rechten zur Linken einer menſchlichen Figur geht, die man ſich mit dem Kopfe vorwärts und das Geſicht gegen den Leiter gewendet mit dem Pole fortbewegt denkt. 6) Der in weichem Eiſen entſtehende oder verſchwindende Magnetismus wirkt auf benachbarte Elektricitätsleiter gerade ſo wie es ein gleichnamiger zu dem entſtehenden Pole hin, oder von dem verſchwindenden weg bewegter Magnetpol thun würde. 7) In allen dieſen Fällen bringt die Bewegung des Leiters gegen den vorhandenen Strom oder gegen einen Magnet hin denſelben Effect hervor, wie die Annäherung des Stromes oder Magnetes an den Leiter; ein Gleiches gilt bezüglich der Entfernung des Leiters vom Strome oder Magnete. Es kommt alſo nur auf die Aenderung der relativen Lage beider Körper an, und nur ſo lange eine ſolche Aenderung vorhanden iſt, wird die Elektricität im Leiter zur Bewegung angeregt. Man nennt die auf ſolche Weiſe entſtehenden elektriſchen Ströme *inducirte* und den Act ihrer Hervorrufung *Induction*. In ſo fern ein elektriſcher Strom durch einen andern hervorgerufen wird, heißt dieſer der *primäre*, jener der *ſecundäre*.

Um hinreichend deutliche Inductionseffecte zu erhalten, muß man das Princip der Multiplication zu Hilfe nehmen. Man wendet daher als Leiter, in welchem ein Strom inducirt werden ſoll, einen mit Seide beſponnenen Kupferdraht an, den man in vielen Lagen neben und über einander auf einen hohlen Cylinder aufwickelt, und verbindet die Enden dieſes Drahtes zum Behufe der Beſtimmung der Stromrichtung mit einem Galvanometer. Will man die Sätze 1) und 2) nachweiſen, ſo gibt man in die Höhlung des Cylinders ein zweites Drahtgewinde und verbindet die Enden deſſelben mit einer Volta'ſchen Kette, oder trennt die bereits beſtehende Verbindung. Im Momente des Schließens der Kette erfolgt ein Ausſchlag der Galvanometernadel, ſie kehrt aber wieder zu ihrer gewöhnlichen Gleichgewichtslage zurück und bleibt in ſelber, vorausgeſetzt, daß mit der Stärke des primären Stromes keine Aenderung vor ſich geht; wird die Schließung der Kette aufgehoben, ſo erfolgt wieder ein Ausſchlag der Nadel, aber in entgegengeſetztem Sinne. Jedes Wachſen oder Abnehmen der Stärke des pri-

mitiven Stromes hat das Entstehen eines entsprechenden secundären momentanen Stromes zur Folge. Zum Beweise der Sätze 3) und 4) schiebt man das Drahtgewinde, in welchem der primitive Strom bereits vorhanden ist, in das den Leiter für den secundären Strom vorstellende hinein, und zieht es heraus; zum Beweise des Satzes 5) führt man einen Magnetstab in das Drahtgewinde für den inducirten Strom ein und zieht ihn heraus. Hiebei ist jedoch zu bemerken, daß beide Pole zugleich inducirend wirken, also nur der vorherrschende Effect des dem Drahtgewinde näheren Poles sich kund gibt. Daher bringt die Mitte des Magnetstabes bei einer geringen Verrückung desselben keinen inducirten Strom hervor, und wenn man den ganzen Stab durch das Drahtgewinde durchzieht, gibt die zweite Hälfte desselben bezüglich der ersten den entgegengesetzten Strom. Um die Sätze 6) zu rechtfertigen, legt man in die Höhlung der Inductionsspirale einen Stab von weichem Eisen, und berührt ein Ende desselben mit einem Pole oder gleichzeitig beide Enden mit den beiden Polen eines kräftigen Magnets oder mit den ungleichnamigen Polen zweier Magnete, oder hebt den bestehenden Contact auf. Mit dem Entstehen und Vergehen des Magnetismus im weichen Eisen ist jedesmal eine momentane Stromäußerung in dem Drahtgewinde verbunden, und zwar in der durch die obige Regel bestimmten Richtung. Zum Beweise von 7) schiebt man das Inductionsgewinde über jenes, welches den primitiven Strom enthält, oder über einen Magnetstab, oder zieht es wieder ab.

Der inducirte Strom kann bei Anwendung kräftiger Erregungsmittel und des Princips der Multiplication so verstärkt werden, daß er glänzende Funken, Glühphänome, elektrolytische Erscheinungen, starke Erschütterungen des menschlichen Körpers u. s. w., kurz alle Effecte eines Volta'schen Stromes hervorbringt. Zur Erzielung solcher Wirkungen bedient man sich mit Vortheil der magneto-elektrischen Rotationsmaschine. Sie besteht aus einem Körper aus weichem Eisen in Form eines Magnet-Ankers, dessen Arme mit isolirtem Drahte bewickelt sind; dieser Körper, »Inductor« genannt, kann unter dem Einflusse einer kräftigen Magnetbatterie in Rotation versetzt werden, so daß seine Arme gleichzeitig an den Polen des Magnetes bald in der einen, bald in der andern Stellung nahe vorbeigehen. So oft dieß geschieht, wechselt die Stromrichtung in dem Inductionsgewinde, vorausgesetzt daß die Enden desselben mit einander in leitender Verbindung stehen, und daher ist in diesem Augenblicke die Stromstärke Null, in den Zwischenlagen ist sie am größten. Durch eine besondere Veranstaltung (Commutator) lassen sich die Ströme ihres steten Wechsels ungeachtet in einerlei Richtung durch die Körper führen, die man ihrer Action aussetzen will; auch kann man leicht das Zustandekommen des einen Stromes hindern, so daß nur der andere wirksam wird.

Ein durch Induction erzeugter Strom kann seinerseits einen inducirten Strom und dieser wieder einen andern hervorbringen u. s. w. Zur Hervorrufung eines inducirten Stromes durch einen andern ist nicht einmal ein abgesonderter Leiter nöthig; es kann ein elektrischer Strom in demselben Leiter, in welchem er fließt, einen Strom induciren. Daher bildet sich, wenn eine Volta'sche Kette durch ein Drahtgewinde geschlossen wird, bei Unterbrechung der Schließung darin ein inducirter Strom, dessen Stärke bedeut[illegible], wenn man in das Ge-

winde einen Kern von weichem Eiſen gibt, welches durch den primären Strom magnetiſch wird, bei dem Erlöſchen dieſes Stromes aber ſeinen Magnetismus verliert und dadurch für ſich zur Hervorrufung eines inducirten Stromes mitwirkt. Daſſelbe findet bei der oben angeführten Rotationsmaſchine ſtatt, wenn der Leitungskreis des inducirten Stromes unterbrochen wird, und es läßt ſich darauf ein Mittel zur Verſtärkung des Stromes gründen.

Es iſt bemerkenswerth, daß die Richtung des durch Bewegung eines elektriſchen Stromes oder Magnetes in einem Leiter hervorgerufenen inducirten Stromes immer die entgegengeſetzte von derjenigen iſt, die der Strom in dem Leiter haben müßte, um durch ſeine Action die vorgedachte Bewegung des primären Stromes oder des Magnetes hervorzubringen. Daher kommt eine Magnetnadel, die über einer Metallplatte ſchwingt, viel eher zur Ruhe, als wenn die Platte nicht vorhanden iſt; es entſtehen nämlich durch die Bewegung der Nadel in der Platte inducirte Ströme, welche dieſer Bewegung entgegenwirken. In Folge ſolcher inducirter Ströme geräth auch ein leicht beweglicher Magnet, unter deſſen Polen eine Metallplatte rotirt, in drehende Bewegung in demſelben Sinne wie die Platte.

278. Thermoelektricität. Durch Temperaturänderung können an gewiſſen Körpern theils Erſcheinungen der elektriſchen Spannung, theils elektriſche Ströme hervorgerufen werden. Kryſtalle, deren Flächen an den Enden einer Are nicht ſymmetriſch angeordnet ſind, gerathen durch Erwärmung in den elektriſchen Zuſtand und zeigen an einem Ende die poſitive, an dem andern die negative Elektricität; bei dem Erkalten wechſelt die elektriſche Polarität. Dieſe Eigenſchaft tritt vornehmlich am Turmalin hervor, wenn er etwas über 25° R. gleichmäßig erwärmt wird. Dieſer zu den Nichtleitern gehörende Körper zeigt dabei eine Beſchaffenheit, die man mit jener eines Stahlmagnetes vergleichen konnte; an jeder Stelle, wo man ihn zerbricht, erſcheint die Vertheilung des natürlichen Zuſtandes der Theilchen in poſitive und negative Elektricität, welche ſich an den beiden Bruchflächen der von einander geſonderten Stücke kund geben. Bei Kryſtallen mit mehren Aren von oben berührter Beſchaffenheit erſcheinen mehrere elektriſche Pole, z. B. am Boracit, welcher deren vier Paare zeigt, die den Ecken des Hexaeders entſprechen.

An guten Elektricitätsleitern, wie es die Metalle ſind, erzeugt eine ungleichformige Vertheilung der Temperatur die Tendenz zur Entwickelung eines elektriſchen Stromes, welcher zu Stande kommt, ſobald der Elektricität ein Weg zur Circulation dargeboten wird. Dieß iſt der Fall, wenn man die Enden eines größeren Metallſtückes mit einem empfindlichen Multiplicator verbindet: wird das Metall an einem Ende raſch erhitzt, ſo gibt der Ausſchlag der Magnetnadel die Anweſenheit eines elektriſchen Stromes zu erkennen. Beſonders günſtig iſt der Erzeugung eines ſolchen thermoelektriſchen Stromes eine Ungleichartigkeit in der Beſchaffenheit des Leitungskreiſes, was Statt findet, wenn in demſelben verſchiedene Metalle an einander grenzen und die Berührungsſtelle erwärmt oder erkältet wird. Aber am kräftigſten iſt die Stromerregung zwiſchen Wismuth und Spießglanz (Antimon). Löthet

man zwei Stücke aus dieſen Metallen an einander, verbindet ihre Enden durch einen Leitungsdraht und erwärmt die Löthſtelle, ſo entſteht ein elektriſcher Strom, welcher durch dieſe Stelle hindurch vom Wismuth zum Antimon geht; erkältet man die Löthſtelle, oder was dasſelbe leiſtet, erwärmt man die von einander entfernten Enden der Metalle, ſo hat der Strom die entgegengeſetzte Richtung. Man hat verſucht die Metalle in einer Reihe ſo zu ordnen, daß der Strom bei Erwärmung der Berührungsſtelle irgend eines Gliedes mit einem folgenden von erſterem zu letzterem geht. In einer ſolchen Beziehung ſtehen z. B. Wismuth, Nickel, Platin, Blei, Zinn, Kupfer, Gold, Silber, Zink, Eiſen, Antimon. Fügt man mehrere Stäbchen aus Wismuth und Antimon in abwechſelnder Folge zu einer Säule an einander, ſo daß die ungeraden Verbindungsſtellen ihrer Enden auf der einen, die geraden auf der entgegengeſetzten Seite liegen, die Stäbchen aber im übrigen Verlaufe iſolirend von einander getrennt ſind, ſo hat man eine ſogenannte thermoelektriſche Säule. Bringt man das eine Ende einer ſolchen Säule in ſiedendes Waſſer, während man das andere kühl hält, ſo entwickelt ſich bei leitender Verbindung der äußerſten Glieder der Säule ein elektriſcher Strom, welcher, wenn gleich in ſchwächerem Maße, die Effecte einer Volta'ſchen Kette nachahmt.

So wie Erwärmung und Erkältung der Verbindungsſtelle eines Wismuth-Antimonelementes elektriſche Ströme von entgegengeſetzter Richtung erzeugen, eben ſo bringen elektriſche Ströme, welche man durch ein ſolches Element leitet, nach Maßgabe ihrer Richtung an der Verbindungsſtelle Erwärmung oder Erkältung hervor, jedoch mit der Beſonderheit, daß derjenige Strom, welcher ſelbſt als Folge der Erwärmung auftritt, nämlich der vom Wismuth zum Antimon gehende, wenn er in dieſem Sinne durch die Verbindung der Metalle geleitet wird, Erkältung der Verbindungsſtelle zur Folge hat, dagegen der vom Antimon zum Wismuth gehende Erwärmung.

279. **Maß des Leitungswiderſtandes.** Schaltet man in den Schließungskreis einer Volta'ſchen Kette, einer thermoelektriſchen Säule oder einer Inductionsſpirale ein Galvanometer ein, welches durch den Ausſchlagswinkel ſeiner Magnetnadel die vorhandene Stromſtärke anzeigt, ſo findet man, daß dieſelbe bei ungeſtörter Wirkungsweiſe der Stromquelle ſich vergrößert, wenn man einen den Strom leitenden Beſtandtheil aus dem Schließungskreiſe wegnimmt, dagegen kleiner wird, wenn man zu den bereits anweſenden noch neue Leiter in den Schließungskreis einfügt. Dieſe Erſcheinung deutet augenſcheinlich darauf hin, daß jeder Theil des Schließungskreiſes für ſich genommen dem elektriſchen Strome einen gewiſſen Widerſtand entgegenſetzt, in Folge deſſen die Stärke des Stromes, welchen eine und dieſelbe Elektricitätsquelle liefert (d. i. nach dem oben (ſ. 271) aufgeſtellten Begriffe, die Elektricitätsmenge, welche während einer gegebenen Zeit durch irgend einen Querſchnitt des Schließungskreiſes ſtrömt), eine entſprechende Schwächung erleidet. Hieraus erwächſt der Begriff des Leitungswiderſtandes, deſſen Größe wir eben nach dem ſchwächenden Einfluſſe beurtheilen, den er auf die Stromſtärke ausübt. Es han-

delt ſich jetzt darum, dieſem Begriffe die zu ſeinem wiſſenſchaftlichen Gebrauche nöthige Beſtimmtheit zu geben, wozu folgende Betrachtungen behilflich ſeyn werden: Wir nennen zwei Stromleiter äquivalent, in ſo fern in einem gegebenen Stromkreiſe, der Stromſtärke unbeſchadet, der eine an die Stelle des andern geſetzt werden darf. Hier bietet ſich ſogleich die Frage dar, ob zwei Leiter, die bei einer beſtimmten Beſchaffenheit der Elektricitätsquelle und des Schließungskreiſes ſich äquivalent erwieſen haben, auch in jedem andern Falle äquivalent bleiben. Die Erfahrung lehrt, daß in dieſer Beziehung flüſſige Leiter ſich anders verhalten als feſte. Letztere, namentlich die metalliſchen Leiter, zeigen ſich, wenn ſie in irgend einer elektriſchen Kette als äquivalent erſcheinen, in ſo fern ſie am Schließungskreiſe lediglich an feſte Leiter grenzen und ihre Temperatur ungeändert bleibt, auch für alle andern elektriſchen Combinationen äquivalent; es tritt alſo jeder feſte Leiter mit ſeinem beſtimmten, von der Erregungs- und Fortpflanzungsweiſe des Stromes unabhängigen Widerſtande in den Schließungskreis ein. Hat man dagegen in einem Falle einen feſten Leiter ausgemittelt, welcher einem flüſſigen der Stromſtärke unbeſchadet ſubſtituirt werden kann, ſo gilt dieſe Aequivalenz nicht unbedingt in jedem andern Falle. Wir betrachten daher vor der Hand bloß den Widerſtand metalliſcher Leiter, und dieſen nur in ſo ferne dieſelben in cylindriſcher oder in prismatiſcher Form, nämlich als Drähte angewendet werden. In Betreff dieſer gelten, der Erfahrung gemäß, folgende Geſetze: 1) Zwei Drähte aus demſelben Metalle und von gleicher Temperatur ſind äquivalent, wenn ſich ihre Längen verhalten wie die Flächeninhalte ihrer Querſchnitte. 2) Die Längen äquivalenter Drähte von gleichen Querſchnittsflächen aus verſchiedenen Metallen, oder aus demſelben Metalle, jedoch bei verſchiedenen Temperaturen, ſtehen in einem beſtimmten Verhältniſſe, welches bloß von der materiellen Beſchaffenheit der Drähte und von den Temperaturen, nicht aber von den abſoluten Werthen ihrer Längen oder von der gemeinſchaftlichen Größe des Querſchnittes abhängt. Bezeichnen alſo l, l' die Längen und Q, Q' die Querſchnittsflächen zweier Drähte, ſo wird die Bedingung ihrer Aequivalenz durch die Gleichung $\frac{l}{Q} = \frac{kl'}{Q'}$ ausgedrückt, wobei k einen Factor bedeutet, der ſich bloß mit der materiellen Beſchaffenheit und der Temperatur der Drähte ändert. Hieraus folgt, daß der Widerſtand, den ein Draht von der Länge l und von dem Querſchnitte Q in den Schließungskreis bringt, ſich bloß nach dem Betrage des Ausdruckes $\frac{kl}{Q}$ richtet, wobei k für ein Metall und für eine gewiſſe Temperatur nach Belieben angenommen, z. B. $= 1$ geſetzt werden kann, für jedes andere Metall aber und für jede Temperatur einen beſonderen Werth hat, d. h. dieſer Widerſtand bleibt ſich in verſchiedenen Fällen gleich, wenn $\frac{kl}{Q}$ in allen dieſen Fällen einerlei Werth beſitzt.

ınd ändert ſich, wenn $\frac{kL}{Q}$ einen andern Werth erhält. Die Größe $\frac{L}{Q}$ heißt die reducirte Länge des Drahtes, denn ſie zeigt die Länge des dieſem äquivalenten Drahtes an, deſſen Querſchnitt = 1 iſt, und welcher aus dem Material beſteht und die Temperatur hat, wofür k = 1 iſt. Nun iſt es offenbar naturgemäß anzunehmen, daß aus der Einſchaltung von 2, 3, 4 ꝛc. äquivalenten Drähten in einen Stromkreis ein Widerſtand erwachſe, welcher 2, 3, 4 Mal ꝛc. ſo groß iſt als derjenige, den einer dieſer Drähte für ſich allein in den Schließungskreis gebracht hätte, d. h. es iſt naturgemäß den Leitungswiderſtand eines Drahtes ſeiner reducirten Länge proportional zu ſetzen. Da die Einheit des Leitungswiderſtandes willkürlich gewählt werden darf, ſo iſt es am einfachſten denſelben durch die reducirte Länge des betreffenden Drahtes ſelbſt auszudrücken. Bezeichnen wir ſonach mit W den Leitungswiderſtand eines Drahtes von der Länge L und vom Querſchnitte Q, ſo haben wir die Gleichung

$$W = \frac{kL}{Q},$$

welche alſo die Stelle der Definition des Leitungswiderſtandes vertritt. Der Factor k iſt der Leitungswiderſtand des Drahtes bei der Länge = 1 und dem Querſchnitte = 1. Er mag der ſpecifiſche Leitungswiderſtand genannt werden, im Gegenſatze mit dem abſoluten, deſſen Betrag W iſt. In wie fern obiger Ausdruck für W auch auf flüſſige Leiter ausgedehnt werden darf, wird ſich ſpäter zeigen.

Es iſt klar, daß die Hinzufügung eines Leitungswiderſtandes zu dem in einem Kreiſe bereits beſtehenden Widerſtande die Stärke des dieſem entſprechenden Stromes um ſo weniger ändern werde, je größer letzterer Widerſtand gegen erſteren iſt. Bei der Nachweiſung der oben für die Aequivalenz der Drähte hinſichtlich ihres Leitungswiderſtandes aufgeſtellten Geſetze iſt es daher zur Erzielung einer gewiſſen Empfindlichkeit des Stromes für Aenderungen im Schließungskreiſe nöthig, ſich einer Stromquelle zu bedienen, welche an ſich ſelbſt dem Strome keinen großen Widerſtand entgegenſtellt. Aus dieſem Grunde eignet ſich ein thermoelektriſches Element oder eine Inductionsſpirale zu derlei Unterſuchungen weit beſſer als eine Volta'ſche Kette, welche flüſſige Leiter enthält, deren Widerſtand jenen der Metalldrähte viele Male überſteigt. Wendet man ja eine ſolche an, ſo iſt auf Beſtändigkeit des Stromes und auf die Temperatur der Leitungen zu ſehen, welche ſich unter dem Einfluſſe eines kräftigen Stromes leicht erhitzen. Ein thermoelektriſches Element oder eine Thermoſäule iſt, wenn ihre entgegengeſetzten Verbindungsſtellen auf conſtanten Temperaturen erhalten werden, eine ſehr conſtante Stromquelle; ein gleiches gilt von der bei Anwendung der magnetiſchen Induction noch bequemer zu handhabenden Inductionsſpirale. Schiebt man die Spirale von einem Ende eines Magnetſtabes raſch gegen ſeine Mitte oder von dieſer gegen das Ende, ſo bildet ſich ſtets ein Strom von einerlei Effect auf die Nadel des mit der Spirale in Verbindung ſtehenden Galvanometers, wenn auch die Schnelligkeit der inducirenden Bewegung veränderlich iſt, wofern ſie überhaupt nur groß iſt. Die Galvanometernadel weicht nämlich aus ihrer Ruhelage in Folge der Impulſe, die ſie von dem inducirten Strome

empfängt; bei größerer Schnelligkeit der Bewegung der Inductionsſpirale ſind zwar die Impulſe heftiger, allein ihre Dauer iſt in eben demſelben Verhältniſſe kürzer, woraus derſelbe Totaleffect auf die Nadel entſpringt. Den Betrag des Totalimpulſes, welcher hier als eine momentane Kraftäußerung betrachtet werden darf, mißt man nach der Drehungsgeſchwindigkeit, mit welcher die Nadel ihre Gleichgewichtslage verläßt; dieſe iſt der Geſchwindigkeit gleich, mit welcher ſie unter dem Einfluſſe des Erdmagnetismus aus der erreichten Amplitude wieder in die Gleichgewichtslage eintritt, und kann, ſo wie jene eines Pendels der Quadratwurzel der Fallhöhe des Schwingungsmittelpunctes oder der Quadratwurzel des Sinus verſus, mithin dem Sinus des halben Elongationswinkels proportional iſt, eben ſo dem Sinus der Hälfte des Ausſchlagswinkels proportional geſetzt werden.

Nach den Reſultaten der Verſuche iſt, wenn der ſpecifiſche Leitungswiderſtand des Kupfers bei 0° R als Einheit angenommen wird, derſelbe Widerſtand für genanntes Metall bei 80° R. = 1 37, bei 160° R. = 1 82; für Silber iſt derſelbe bei den genannten Temperaturen 0.74; 1.05; 1 45; für Eiſen 5,63; 9,19; 14 28; für Platin 7,06; 9,15; 11,86. Es nimmt alſo der Leitungswiderſtand der Metalle mit der Temperatur zu.

280. **Das Ohm'ſche Geſetz.** Wenn irgend eine Elektricitätsquelle bei ſtets gleicher Behandlung einen Strom durch metalliſche Leitungen von verſchiedenem Widerſtande ſendet, ſo verhalten ſich, der Erfahrung gemäß, die Intenſitäten der unter dieſen Umſtänden beſtehenden Ströme verkehrt wie die Geſammtwiderſtände des Stromkreiſes, oder, was dasſelbe heißt, das Product der Stromſtärke mit dem Geſammtwiderſtande des Stromkreiſes iſt für einerlei Elektricitätsquelle eine conſtante Größe. Man überzeugt ſich hievon, wenn die Elektricitätsquelle keine flüſſigen Leiter enthält, nämlich wenn eine thermoelektriſche Säule oder eine Inductionsſpirale angewendet wird, dadurch, daß man mit Hilfe einer andern Elektricitätsquelle den Widerſtand der leitenden Beſtandtheile der erſteren Elektricitätsquelle auf den äquivalenten Widerſtand einer Drahtlänge von bekannter Beſchaffenheit reducirt, und ſodann die Kette mittelſt verſchiedener Leiter, deren Widerſtand auf dieſelbe Weiſe unterſucht wurde, ſchließt. Man kann auch folgender Maßen verfahren: Es ſeyen L, L', L''... verſchiedene Längen eines gleichförmigen Drahtes und S, S', S''... die Stromſtärken, welche ſich ergaben während dieſe Drahtlängen nach einander in den Schließungskreis der gewählten und ſtets auf einerlei Weiſe behandelten Elektricitätsquelle eingeſchaltet waren. Bezeichnet x die der Elektricitätsquelle äquivalente Länge von demſelben Drahte, ſo muß, falls das oben ausgeſprochene Geſetz richtig iſt, die Gleichung

$$S(x + L) = S'(x + L') = S''(x + L'') = \text{&c.}$$

beſtehen, mithin aus der Gleichſetzung je zweier ſolchen Producte ein und derſelbe Werth für x folgen. Dieſe Methode paßt auch auf eine Volta'ſche Kette und x gibt die ihr gewiſſer Maßen äquivalente Drahtlänge an, jedoch folgt daraus nicht, daß dieſelbe Drahtlänge den Widerſtand dieſer Volta'ſchen Kette auch in einem noch andere Elektromotoren enthaltenden Kreiſe repräſentire, wie aus dem Folgenden näher zu erſehen ſeyn wird.

Das Product aus der Stromstärke in den Gesammtwiderstand des Schließungskreises, welches für einerlei Elektricitätsquelle einerlei Werth, für verschiedene Elektricitätsquellen aber verschiedene Werthe erhält, gibt uns eine Vorstellung von der Intensität der Kraft, der die strömende Elektricität ihren Ursprung verdankt, welche Kraft man im Allgemeinen elektromotorische Kraft nennen kann. In der That ist es naturgemäß die Ursache eines elektrischen Stromes, sowohl in dem Verhältnisse für mächtiger zu halten, in welchem der Strom den sie bei festgesetztem Leitungswiderstande liefert, stärker ist, als auch in jenem, in welchem der Leitungswiderstand, bei dem sie einen Strom von festgesetzter Stärke zu liefern vermag, größer seyn kann. Da die Einheit der elektromotorischen Kräfte nach Belieben angenommen werden darf, so ist es gestattet, gedachtes Product als Maß dieser Kraft gelten zu lassen, und dem gemäß, wenn S die Stromstärke, W den Gesammtwiderstand des Schließungskreises, und E die elektromotorische Kraft, oder falls eine zusammengesetzte Elektricitätsquelle vorliegt, die Summe der elektromotorischen Kräfte bedeutet,

$$E = WS$$

zu setzen, woraus $S = \frac{E}{W}$ folgt. Dieser Ausdruck für die Stromstärke heißt nach seinem Urheber das Ohm'sche Gesetz.

281. **Ausdehnung des Ohm'schen Gesetzes auf den Fall, wenn sich im Schließungsleiter der Stromquelle Flüssigkeiten befinden.** Enthält der Leiter, durch welchen irgend eine Elektricitätsquelle geschlossen wird, Flüssigkeiten als Zwischentheile, so greifen diese in den gewöhnlichen Fällen, von welchen hier allein die Rede ist, nur durch den Contact mit Metallflächen in den Schließungskreis ein. Die Erfahrung lehrt, daß selbst vollkommen gleichartige Metalle, welche also im Contacte mit einer Flüssigkeit nicht elektromotorisch wirken, alsogleich elektromotorische Kraft erlangen, sobald sie zur Leitung eines durch die Flüssigkeit hindurchgeführten elektrischen Stromes dienen, und zwar daß sie einen elektrischen Strom zu erzeugen suchen, dessen Richtung jener des geleiteten Stromes entgegengesetzt ist. Man schreibt diesen Vorgang, der die Polarisation der Metalle genannt zu werden pflegt, mit Grund einer Veränderung zu, welche die Berührungsflächen der Metalle mit der Flüssigkeit unter dem Einflusse des elektrischen Stroms erleiden, und erklärt diese Veränderung durch die an den Metallflächen als Elektroden vor sich gehende Ablagerung der Jonen, welche aus der elektrolytischen Action des Stromes auf die Flüssigkeit entspringen. Indem nämlich diese Jonen sich entweder chemisch mit den Metallen verbinden, oder wenigstens die Oberflächen derselben überziehen, gerathen die Metalle selbst in Bezug auf einander in ungleichartige Zustände, was das Auftreten einer elektrischen Differenz zur Folge hat. Die Polarisation der Metallflächen tritt augenblicklich ein, sobald ein elektrischer Strom durch die Flüssigkeit hindurch geht, und sie hält, wenn der Strom nicht zu kurze Zeit gedauert hat, auch noch einige Zeit nach seinem Erlöschen an, wodurch

ſie leicht thatſächlich nachgewieſen werden kann. Verbindet man nämlich die gleichartigen Elektroden eines Waſſerzerſetzungsapparates, durch welchen ein elektriſcher Strom geleitet wurde, nach Unterbrechung des Stromes mit einem Galvanometer, ſo gibt ſich die Anweſenheit eines ſecundären elektriſchen Stromes zu erkennen, deſſen Richtung jener des vorigen entgegengeſetzt iſt.

Nimmt man auf die Polariſation der an eine Flüſſigkeit grenzenden Stromleiter Rückſicht, ſo läßt ſich die Ohm'ſche Formel auch auf einen mit flüſſigen Leitern verſehenen Schließungskreis ausdehnen. Man hat zu dem Ende nur von der elektromotoriſchen Kraft der Elektricitätsquelle den Geſammtbetrag der aus der Polariſation hervorgehenden Gegenkraft abzuziehen und den Leitungswiderſtand der Flüſſigkeit ganz nach dem in 279 aufgeſtellten Geſetze zu behandeln. Iſt nämlich E die elektromotoriſche Geſammtkraft der Stromquelle, W die Summe aller in ihr und in den metalliſchen Leitern liegenden Leitungswiderſtände, F die Summe aller Leitungswiderſtände der zur Schließung verwendeten Flüſſigkeiten, P die Summe aller Polariſationen und S die Stromſtärke, ſo gilt die Formel

$$S = \frac{E - P}{W + F}.$$

Die Begründung derſelben liegt darin, daß ſie die unter wie immer abgeänderten Umſtänden in jedem Schließungskreiſe ſich ergebenden Erſcheinungen vollkommen repräſentirt, und es zeigt ſich dabei, daß die Polariſation P bloß von der materiellen Beſchaffenheit der im Contacte befindlichen Metalle und Flüſſigkeiten, nicht aber von der Stromſtärke, von der Größe der Metallflächen, wenigſtens über eine gewiſſe Grenze hinaus, oder von dem Concentrationsgrade der Flüſſigkeiten abhängt.

Dieſe Formel gibt darüber Aufſchluß, warum ein Metalldraht einer Flüſſigkeitsſäule in einem elektriſchen Kreiſe nicht allgemein äquivalent ſeyn kann. Denn iſt R der Widerſtand eines mit der Flüſſigkeit, worauf ſich F und P beziehen, äquivalenten Drahtes, ſo gibt die Gleichheit der Ströme $\frac{E}{W+R} = \frac{E-P}{W+F}$, mithin $W + R = \frac{E(W+F)}{E-P}$ und $R = \frac{E(W+F)}{E-P} - W = \frac{EF+PW}{E-P}$, welcher Ausdruck, ſobald W oder E oder beide Größen ſich ändern, für R verſchiedene Werthe liefert. Soll R bei jeder dieſer Aenderungen conſtant bleiben, ſo muß P = 0 ſeyn, d. h. es darf keine Polariſation ſtatt finden.

Zur weiteren Beleuchtung des Zuſtandes der elektriſchen Polariſation der Metalle mag noch Folgendes dienen: Die Analogie mit dem ſonderbaren Verhalten der Elektrolyten bei der Leitung eines elektriſchen Stromes führt zu der Annahme, daß auch der ſchwächſte Strom eine, wenn gleich nicht ſichtbare Zerſetzung des im Contacte mit metalliſchen Elektroden ſtehenden Waſſers bewirke, in Folge deſſen die Anode A ſich mit einer Sauerſtoffgas-, die Kathode K mit einer Waſſerſtoffgasſchichte bekleidet. Dadurch aber werden die Elektroden heterogen: wenn man ſie unter einander in Verbindung ſetzt, ſpielt A in der ſolchen

gestalt gebildeten Kette die Rolle des negativen, K die des positiven Elektromotors. Somit geht jetzt in der Flüssigkeit ein Strom von K zu A; es entwickelt sich an A Wasserstoffgas und an K Sauerstoffgas, und diese Stoffe verbinden sich in ihrem Entstehungszustande sogleich, ersterer mit dem von der frühern Elektrolyse herrührenden, an A noch haftenden Sauerstoffe, letzterer mit dem an K haftenden Wasserstoffe zu Wasser, wodurch die Ungleichartigkeit von A und K und damit auch der Grund zum elektrischen Strome um so eher verschwindet, je geringer der Effect der ersten Elektrolyse war, d. h. je weniger Gas an den Platten haftet. Mit einer Reihe solcher, durch vorhergegangene Elektrolyse polarisch gemachten Plattenpaare läßt sich sogar eine galvanische Batterie darstellen; hierauf beruht die Ritter'sche Ladungssäule, welche aus abwechselnd über einander geschichteten Kupfer- und feuchten Pappscheiben besteht, für sich allein keine elektromotorischen Phänomene zeigt, aber zu einer galvanischen Säule wird, sobald sie eine Zeit lang als Schließungsleiter einer gewöhnlichen Volta'schen Kette gedient hat. Sie liefert sodann für sich allein geschlossen einen umgekehrten Strom, welcher den als Elektromotoren auftretenden ungleichartig afficirten Flächen der Kupferplatten seinen Ursprung verdankt. Daß der bloße Contact mit Sauerstoff- und Wasserstoffgas Metallplatten heterogen machen kann, zeigt Grove's Gasbatterie. Sie besteht aus Platinplatten, deren jede zum Theile in gesäuertes Wasser getaucht, zum Theile von Gas umgeben ist, abwechselnd die einen von Sauerstoffgas, die anderen von Wasserstoffgas. Je zwei Platinplatten sind mit einander metallisch verbunden, und je zwei benachbarte nicht metallisch zusammenhängende Platten befinden sich in einer gemeinschaftlichen Flüssigkeitszelle. Der elektrische Strom, den eine solche Batterie im geschlossenen Zustande gibt, geht in der Flüssigkeit von den mit Wasserstoffgas in Berührung stehenden Platten zu den von Sauerstoffgas umgebenen, und es verschwinden die Gase während der Circulation des Stromes allmälig, und zwar in dem Verhältnisse, in welchem sie Wasser bilden.

282. **Abhängigkeit des Effectes einer geschlossenen elektrischen Kette von der Anzahl und Größe der Elemente.** Mit Hilfe des Ohm'schen Gesetzes läßt sich beurtheilen, welchen Einfluß die Anzahl und die Größe der Elemente einer Volta'schen Kette, die Gliederzahl einer thermoelektrischen Säule, die Länge des Drahtes einer Inductionsspirale auf die Leistung desselben hat, also eine Theorie der Wirkungen dieser Apparate geben.

Es sey eine Zink- und eine Kupferplatte zu einer einfachen Volta'schen Kette combinirt, und durch einen Leiter geschlossen. Stellt E die elektromotorische Kraft der Kette vor, die Polarisation der Elektromotoren mit eingerechnet, W den Widerstand in der Kette, R den Widerstand im Schließungsleiter, und S die erhaltene Stromstärke, so ist $S = \frac{E}{W+R}$. Man bilde nun eine Batterie aus n solchen einfachen Ketten, und schließe sie durch denselben Leiter, wie vorhin. Die elektromotorische Gesammtkraft ist jetzt nE, der Gesammtwiderstand in der Batterie nW, folglich kommt die Stromstärke $S' = \frac{nE}{nW+R}$ zu Stande. Endlich vereinige man sämmtliche Zink- und eben so sämmtliche Kupferplatten dieser Batterie zu einer einzigen großen Zink- und

winde einen Kern von weichem Eiſen gibt, welches durch den primären Strom magnetiſch wird, bei dem Erlöſchen dieſes Stromes aber ſeinen Magnetismus verliert und dadurch für ſich zur Hervorrufung eines inducirten Stromes mitwirkt. Dasſelbe findet bei der oben angeführten Rotationsmaſchine ſtatt, wenn der Leitungskreis des inducirten Stromes unterbrochen wird, und es läßt ſich darauf ein Mittel zur Verſtärkung des Stromes gründen.

Es iſt bemerkenswerth, daß die Richtung des durch Bewegung eines elektriſchen Stromes oder Magnetes in einem Leiter hervorgerufenen inducirten Stromes immer die entgegengeſetzte von derjenigen iſt, die der Strom in dem Leiter haben müßte, um durch ſeine Action die vorgedachte Bewegung des primären Stromes oder des Magnetes hervorzubringen. Daher kommt eine Magnetnadel, die über einer Metallplatte ſchwingt, viel eher zur Ruhe, als wenn die Platte nicht vorhanden iſt; es entſtehen nämlich durch die Bewegung der Nadel in der Platte inducirte Ströme, welche dieſer Bewegung entgegenwirken. In Folge ſolcher inducirter Ströme geräth auch ein leicht beweglicher Magnet, unter deſſen Polen eine Metallplatte rotirt, in drehende Bewegung in demſelben Sinne wie die Platte.

278. Thermoelektricität. Durch Temperaturänderung können an gewiſſen Körpern theils Erſcheinungen der elektriſchen Spannung, theils elektriſche Ströme hervorgerufen werden. Kryſtalle, deren Flächen an den Enden einer Axe nicht ſymmetriſch angeordnet ſind, gerathen durch Erwärmung in den elektriſchen Zuſtand und zeigen an einem Ende die poſitive, an dem andern die negative Elektricität; bei dem Erkalten wechſelt die elektriſche Polarität. Dieſe Eigenſchaft tritt vornehmlich am Turmalin hervor, wenn er etwas über 25° R. gleichmäßig erwärmt wird. Dieſer zu den Nichtleitern gehörende Körper zeigt dabei eine Beſchaffenheit, die man mit jener eines Stahlmagnetes vergleichen könnte; an jeder Stelle, wo man ihn zerbricht, erſcheint die Vertheilung des natürlichen Zuſtandes der Theilchen in poſitive und negative Elektricität, welche ſich an den beiden Bruchflächen der von einander geſonderten Stücke kund geben. Bei Kryſtallen mit mehren Axen von oben berührter Beſchaffenheit erſcheinen mehrere elektriſche Pole, z. B. am Boracit, welcher deren vier Paare zeigt, die den Ecken des Hexaeders entſprechen.

An guten Elektricitätsleitern, wie es die Metalle ſind, erzeugt eine ungleichförmige Vertheilung der Temperatur die Tendenz zur Entwickelung eines elektriſchen Stromes, welcher zu Stande kommt, ſobald der Elektricität ein Weg zur Circulation dargeboten wird. Dieß iſt der Fall, wenn man die Enden eines größeren Metallſtückes mit einem empfindlichen Multiplicator verbindet: wird das Metall an einem Ende raſch erhitzt, ſo gibt der Ausſchlag der Magnetnadel die Anweſenheit eines elektriſchen Stromes zu erkennen. Beſonders günſtig iſt der Erzeugung eines ſolchen thermoelektriſchen Stromes eine Ungleichartigkeit in der Beſchaffenheit des Leitungskreiſes, was Statt findet, wenn in demſelben verſchiedene Metalle an einander grenzen und ihre Berührungsſtelle erwärmt oder erkältet wird. Aber am kräftigſten iſt die Stromerregung zwiſchen Wismuth und Spießglanz (Antimon). Löthet

man zwei Stücke aus dieſen Metallen an einander, verbindet ihre Enden durch einen Leitungsdraht und erwärmt die Löthſtelle, ſo entſteht ein elektriſcher Strom, welcher durch dieſe Stelle hindurch vom Wismuth zum Antimon geht; erkältet man die Löthſtelle, oder was dasſelbe leiſtet, erwärmt man die von einander entfernten Enden der Metalle, ſo hat der Strom die entgegengeſetzte Richtung. Man hat verſucht die Metalle in einer Reihe ſo zu ordnen, daß der Strom bei Erwärmung der Berührungsſtelle irgend eines Gliedes mit einem folgenden von erſterem zu letzterem geht. In einer ſolchen Beziehung ſtehen z. B. Wismuth, Nickel, Platin, Blei, Zinn, Kupfer, Gold, Silber, Zink, Eiſen, Antimon. Fügt man mehrere Stäbchen aus Wismuth und Antimon in abwechſelnder Folge zu einer Säule an einander, ſo daß die ungeraden Verbindungsſtellen ihrer Enden auf der einen, die geraden auf der entgegengeſetzten Seite liegen, die Stäbchen aber im übrigen Verlaufe iſolirend von einander getrennt ſind, ſo hat man eine ſogenannte thermoelektriſche Säule. Bringt man das eine Ende einer ſolchen Säule in ſiedendes Waſſer, während man das andere kühl hält, ſo entwickelt ſich bei leitender Verbindung der äußerſten Glieder der Säule ein elektriſcher Strom, welcher, wenn gleich in ſchwächerem Maße, die Effecte einer Volta'ſchen Kette nachahmt.

So wie Erwärmung und Erkältung der Verbindungsſtelle eines Wismuth-Antimonelementes elektriſche Ströme von entgegengeſetzter Richtung erzeugen, eben ſo bringen elektriſche Ströme, welche man durch ein ſolches Element leitet, nach Maßgabe ihrer Richtung an der Verbindungsſtelle Erwärmung oder Erkältung hervor, jedoch mit der Beſonderheit, daß derjenige Strom, welcher ſelbſt als Folge der Erwärmung auftritt, nämlich der vom Wismuth zum Antimon gehende, wenn er in dieſem Sinne durch die Verbindung der Metalle geleitet wird, Erkältung der Verbindungsſtelle zur Folge hat, dagegen der vom Antimon zum Wismuth gehende Erwärmung.

279. **Maß des Leitungswiderſtandes.** Schaltet man in den Schließungskreis einer Volta'ſchen Kette, einer thermoelektriſchen Säule oder einer Inductionsſpirale ein Galvanometer ein, welches durch den Ausſchlagswinkel ſeiner Magnetnadel die vorhandene Stromſtärke anzeigt, ſo findet man, daß dieſelbe bei ungeſtörter Wirkungsweiſe der Stromquelle ſich vergrößert, wenn man einen den Strom leitenden Beſtandtheil aus dem Schließungskreiſe wegnimmt, dagegen kleiner wird, wenn man zu den bereits anweſenden noch neue Leiter in den Schließungskreis einfügt. Dieſe Erſcheinung deutet augenſcheinlich darauf hin, daß jeder Theil des Schließungskreiſes für ſich genommen dem elektriſchen Strome einen gewiſſen Widerſtand entgegenſetzt, in Folge deſſen die Stärke des Stromes, welchen eine und dieſelbe Elektricitätsquelle liefert (d. i. nach dem oben (ſ. 271) aufgeſtellten Begriffe, die Elektricitätsmenge, welche während einer gegebenen Zeit durch irgend einen Querſchnitt des Schließungskreiſes ſtrömt), eine entſprechende Schwächung erleidet. Hieraus erwächſt der Begriff des Leitungswiderſtandes, deſſen Größe wir eben nach dem ſchwächenden Einfluſſe beurtheilen, den er auf die Stromſtärke ausübt. Es han-

delt ſich jetzt darum, dieſem Begriffe die zu ſeinem wiſſenſchaftlichen Gebrauche nöthige Beſtimmtheit zu geben, wozu folgende Betrachtungen behilflich ſeyn werden: Wir nennen zwei Stromleiter äquivalent, in ſo fern in einem gegebenen Stromkreiſe, der Stromſtärke unbeſchadet, der eine an die Stelle des andern geſetzt werden darf. Hier bietet ſich ſogleich die Frage dar, ob zwei Leiter, die bei einer beſtimmten Beſchaffenheit der Elektricitätsquelle und des Schließungskreiſes ſich äquivalent erwieſen haben, auch in jedem andern Falle äquivalent bleiben. Die Erfahrung lehrt, daß in dieſer Beziehung flüſſige Leiter ſich anders verhalten als feſte. Letztere, namentlich die metalliſchen Leiter, zeigen ſich, wenn ſie in irgend einer elektriſchen Kette als äquivalent erſcheinen, in ſo fern ſie am Schließungskreiſe lediglich an feſte Leiter grenzen und ihre Temperatur ungeändert bleibt, auch für alle andern elektriſchen Combinationen äquivalent; es tritt alſo jeder feſte Leiter mit ſeinem beſtimmten, von der Erregungs- und Fortpflanzungsweiſe des Stromes unabhängigen Widerſtande in den Schließungskreis ein. Hat man dagegen in einem Falle einen feſten Leiter ausgemittelt, welcher einem flüſſigen der Stromſtärke unbeſchadet ſubſtituirt werden kann, ſo gilt dieſe Aequivalenz nicht unbedingt in jedem andern Falle. Wir betrachten daher vor der Hand bloß den Widerſtand metalliſcher Leiter, und dieſen nur in ſo ferne dieſelben in cylindriſcher oder in prismatiſcher Form, nämlich als Drähte angewendet werden. In Betreff dieſer gelten, der Erfahrung gemäß, folgende Geſetze: 1) Zwei Drähte aus demſelben Metalle und von gleicher Temperatur ſind äquivalent, wenn ſich ihre Längen verhalten wie die Flächeninhalte ihrer Querſchnitte. 2) Die Längen äquivalenter Drähte von gleichen Querſchnittsflächen aus verſchiedenen Metallen, oder aus demſelben Metalle, jedoch bei verſchiedenen Temperaturen, ſtehen in einem beſtimmten Verhältniſſe, welches bloß von der materiellen Beſchaffenheit der Drähte und von den Temperaturen, nicht aber von den abſoluten Werthen ihrer Längen oder von der gemeinſchaftlichen Größe des Querſchnittes abhängt. Bezeichnen alſo l, l' die Längen und Q, Q' die Querſchnittsflächen zweier Drähte, ſo wird die Bedingung ihrer Aequivalenz durch die Gleichung $\frac{l}{Q} = \frac{h\,l'}{Q'}$ ausgedrückt, wobei h einen Factor bedeutet, der ſich bloß mit der materiellen Beſchaffenheit und der Temperatur der Drähte ändert. Hieraus folgt, daß der Widerſtand, den ein Draht von der Länge l und von dem Querſchnitte Q in den Schließungskreis bringt, ſich bloß nach dem Betrage des Ausdruckes $\frac{h\,l}{Q}$ richtet, wobei h für ein Metall und für eine gewiſſe Temperatur nach Belieben angenommen, z. B. $= 1$ geſetzt werden kann, für jedes andere Metall aber und für jede Temperatur einen beſonderen Werth hat, d. h. dieſer Widerſtand bleibt ſich in verſchiedenen Fällen gleich, wenn $\frac{h\,l}{Q}$ in allen dieſen Fällen einerlei Werth beſitzt.

nd ändert ſich, wenn $\frac{kL}{Q}$ einen andern Werth erhält. Die Größe $\frac{L}{Q}$ heißt die reducirte Länge des Drahtes, denn ſie zeigt die änge des dieſem äquivalenten Drahtes an, deſſen Querſchnitt = 1 ſt, und welcher aus dem Material beſteht und die Temperatur hat, ofür k = 1 iſt. Nun iſt es offenbar naturgemäß anzunehmen, daß us der Einſchaltung von 2, 3, 4 ꝛc. äquivalenten Drähten in einen Stromkreis ein Widerſtand erwachſe, welcher 2, 3, 4 Mal ꝛc. ſo groß t als derjenige, den einer dieſer Drähte für ſich allein in den Schlieungskreis gebracht hätte, d. h. es iſt naturgemäß den Leitungswiderand eines Drahtes ſeiner reducirten Länge proportional zu ſetzen. Da ie Einheit des Leitungswiderſtandes willkürlich gewählt werden darf,) iſt es am einfachſten denſelben durch die reducirte Länge des betreffenden Drahtes ſelbſt auszudrücken. Bezeichnen wir ſonach mit W den eitungswiderſtand eines Drahtes von der Länge L und vom Querhnitte Q, ſo haben wir die Gleichung

$$W = \frac{kL}{Q},$$

elche alſo die Stelle der Definition des Leitungswiderſtandes vertritt. Der Factor k iſt der Leitungswiderſtand des Drahtes bei der Länge = 1 und dem Querſchnitte = 1. Er mag der ſpecifiſche Leiungswiderſtand genannt werden, im Gegenſatze mit dem abſoluten, eſſen Betrag W iſt. In wie fern obiger Ausdruck für W auch auf üſſige Leiter ausgedehnt werden darf, wird ſich ſpäter zeigen.

Es iſt klar, daß die Hinzufügung eines Leitungswiderſtandes zu dem in einem Kreiſe bereits beſtehenden Widerſtande die Stärke des dieſem entſprechenden Stromes um ſo weniger ändern werde, je größer letzterer Widerſtand gegen erſteren iſt. Bei der Nachweiſung der oben für die Aequivalenz der Drähte hinſichtlich ihres Leitungswiderſtandes aufgeſtellten Geſetze iſt es daher zur Erzielung einer gewiſſen Empfindlichkeit des Stromes für Aenderungen im Schließungskreiſe nöthig, ſich einer Stromquelle zu bedienen, welche an ſich ſelbſt dem Strome keinen großen Widerſtand entgegenſtellt. Aus dieſem Grunde eignet ſich ein thermoelektriſches Element oder eine Inductionsſpirale zu derlei Unterſuchungen weit beſſer als eine Volta'ſche Kette, welche flüſſige Leiter enthält, deren Widerſtand jenen der Metalldrähte viele Male überſteigt. Wendet man ja eine ſolche an, ſo iſt auf Beſtändigkeit des Stromes und auf die Temperatur der Leitungen zu ſehen, welche ſich unter dem Einfluſſe eines kräftigen Stromes leicht erhitzen. Ein thermoelektriſches Element oder eine Thermoſäule iſt, wenn ihre entgegengeſetzten Verbindungsſtellen auf conſtanten Temperaturen erhalten werden, eine ſehr conſtante Stromquelle; ein gleiches gilt von der bei Anwendung der magnetiſchen Induction noch bequemer zu handhabenden Inductionsſpirale. Schiebt man die Spirale von einem Ende eines Magnetſtabes raſch gegen ſeine Mitte oder von dieſer gegen das Ende, ſo bildet ſich ſtets ein Strom von einerlei Effect auf die Nadel des mit der Spirale in Verbindung ſtehenden Galvanometers, wenn auch die Schnelligkeit der inducirenden Bewegung veränderlich iſt, wofern ſie überhaupt nur groß iſt. Die Galvanometernadel weicht nämlich aus ihrer Ruhelage in Folge der Impulſe, die ſie von dem inducirten Strome

empfängt; bei größerer Schnelligkeit der Bewegung der Inductionsſpirale ſind zwar die Impulſe heftiger, allein ihre Dauer iſt in eben demſelben Verhältniſſe kürzer, woraus derſelbe Totaleffect auf die Nadel entſpringt. Den Betrag des Totalimpulſes, welcher hier als eine momentane Kraftäußerung betrachtet werden darf, mißt man nach der Drehungsgeſchwindigkeit, mit welcher die Nadel ihre Gleichgewichtslage verläßt; dieſe iſt der Geſchwindigkeit gleich, mit welcher ſie unter dem Einfluſſe des Erdmagnetismus aus der erreichten Amplitude wieder in die Gleichgewichtslage eintritt, und kann, ſo wie jene eines Pendels der Quadratwurzel der Fallhöhe des Schwingungsmittelpunctes oder der Quadratwurzel des Sinus verſus, mithin dem Sinus des halben Elongationswinkels proportional iſt, eben ſo dem Sinus der Hälfte des Ausſchlagswinkels proportional geſetzt werden.

Nach den Reſultaten der Verſuche iſt, wenn der ſpecifiſche Leitungswiderſtand des Kupfers bei 0° R als Einheit angenommen wird, dieſer Widerſtand für genanntes Metall bei 80° R. = 1 37, bei 160° R. = 1 82; für Silber iſt derſelbe bei den genannten Temperaturen 0.74; 1.05; 1 45; für Eiſen 5,63; 9,19; 14 28; für Platin 7,06; 9,15; 11,68. Es nimmt alſo der Leitungswiderſtand der Metalle mit der Temperatur zu.

280. **Das Ohm'ſche Geſetz.** Wenn irgend eine Elektricitätsquelle bei ſtets gleicher Behandlung einen Strom durch metalliſche Leitungen von verſchiedenem Widerſtande ſendet, ſo verhalten ſich, der Erfahrung gemäß, die Intenſitäten der unter dieſen Umſtänden beſtehenden Ströme verkehrt wie die Geſammtwiderſtände des Stromkreiſes, oder, was dasſelbe heißt, das Product der Stromſtärke mit dem Geſammtwiderſtande des Stromkreiſes iſt für einerlei Elektricitätsquelle eine conſtante Größe. Man überzeugt ſich hievon, wenn die Elektricitätsquelle keine flüſſigen Leiter enthält, nämlich wenn eine thermoelektriſche Säule oder eine Inductionsſpirale angewendet wird, dadurch, daß man mit Hilfe einer andern Elektricitätsquelle den Widerſtand der leitenden Beſtandtheile der erſteren Elektricitätsquelle auf den äquivalenten Widerſtand einer Drahtlänge von bekannter Beſchaffenheit reducirt, und ſodann die Kette mittelſt verſchiedener Leiter, deren Widerſtand auf dieſelbe Weiſe unterſucht wurde, ſchließt. Man kann auch folgender Maßen verfahren: Es ſeyen L, L', L''... verſchiedene Längen eines gleichförmigen Drahtes und S, S', S''... die Stromſtärken, welche ſich ergaben während dieſe Drahtlängen nach einander in den Schließungskreis der gewählten und ſtets auf einerlei Weiſe behandelten Elektricitätsquelle eingeſchaltet waren. Bezeichnet x die der Elektricitätsquelle äquivalente Länge von demſelben Drahte, ſo muß, falls das oben ausgeſprochene Geſetz richtig iſt, die Gleichung

$$S(x + L) = S'(x + L') = S''(x + L'') = \text{&c.}$$

beſtehen, mithin aus der Gleichſetzung je zweier ſolchen Producte ein und derſelbe Werth für x folgen. Dieſe Methode paßt auch auf eine Volta'ſche Kette und x gibt die ihr gewiſſer Maßen äquivalente Drahtlänge an, jedoch folgt daraus nicht, daß dieſelbe Drahtlänge den Widerſtand dieſer Volta'ſchen Kette auch in einem noch andere Elektromotoren enthaltenden Kreiſe repräſentire, wie aus dem Folgenden näher zu erſehen ſeyn wird.

Das Product aus der Stromstärke in den Gesammtwiderstand des Schließungskreises, welches für einerlei Elektricitätsquelle einerlei Werth, für verschiedene Elektricitätsquellen aber verschiedene Werthe erhält, gibt uns eine Vorstellung von der Intensität der Kraft, der die strömende Elektricität ihren Ursprung verdankt, welche Kraft man im Allgemeinen elektromotorische Kraft nennen kann. In der That ist es naturgemäß die Ursache eines elektrischen Stromes, sowohl in dem Verhältnisse für mächtiger zu halten, in welchem der Strom den sie bei festgesetztem Leitungswiderstande liefert, stärker ist, als auch in jenem, in welchem der Leitungswiderstand, bei dem sie einen Strom von festgesetzter Stärke zu liefern vermag, größer seyn kann. Da die Einheit der elektromotorischen Kräfte nach Belieben angenommen werden darf, so ist es gestattet, gedachtes Product als Maß dieser Kraft gelten zu lassen, und dem gemäß, wenn S die Stromstärke, W den Gesammtwiderstand des Schließungskreises, und E die elektromotorische Kraft, oder falls eine zusammengesetzte Elektricitätsquelle vorliegt, die Summe der elektromotorischen Kräfte bedeutet,

$$E = WS$$

zu setzen, woraus $S = \frac{E}{W}$ folgt. Dieser Ausdruck für die Stromstärke heißt nach seinem Urheber das Ohm'sche Gesetz.

281. **Ausdehnung des Ohm'schen Gesetzes auf den Fall, wenn sich im Schließungsleiter der Stromquelle Flüssigkeiten befinden.** Enthält der Leiter, durch welchen irgend eine Elektricitätsquelle geschlossen wird, Flüssigkeiten als Zwischentheile, so greifen diese in den gewöhnlichen Fällen, von welchen hier allein die Rede ist, nur durch den Contact mit Metallflächen in den Schließungskreis ein. Die Erfahrung lehrt, daß selbst vollkommen gleichartige Metalle, welche also im Contacte mit einer Flüssigkeit nicht elektromotorisch wirken, alsogleich elektromotorische Kraft erlangen, sobald sie zur Leitung eines durch die Flüssigkeit hindurchgeführten elektrischen Stromes dienen, und zwar daß sie einen elektrischen Strom zu erzeugen suchen, dessen Richtung jener des geleiteten Stromes entgegengesetzt ist. Man schreibt diesen Vorgang, der die Polarisation der Metalle genannt zu werden pflegt, mit Grund einer Veränderung zu, welche die Berührungsflächen der Metalle mit der Flüssigkeit unter dem Einflusse des elektrischen Stroms erleiden, und erklärt diese Veränderung durch die an den Metallflächen als Elektroden vor sich gehende Ablagerung der Jonen, welche aus der elektrolytischen Action des Stromes auf die Flüssigkeit entspringen. Indem nämlich diese Jonen sich entweder chemisch mit den Metallen verbinden, oder wenigstens die Oberflächen derselben überziehen, gerathen die Metalle selbst in Bezug auf einander in ungleichartige Zustände, was das Auftreten einer elektrischen Differenz zur Folge hat. Die Polarisation der Metallflächen tritt augenblicklich ein, sobald ein elektrischer Strom durch die Flüssigkeit hindurch geht, und sie hält, wenn der Strom nicht zu kurze Zeit gedauert hat, auch noch einige Zeit nach seinem Erlöschen an, wodurch

ſie leicht thatſächlich nachgewieſen werden kann. Verbindet man nämlich die gleichartigen Elektroden eines Waſſerzerſetzungsapparates, durch welchen ein elektriſcher Strom geleitet wurde, nach Unterbrechung des Stromes mit einem Galvanometer, ſo gibt ſich die Anweſenheit eines ſecundären elektriſchen Stromes zu erkennen, deſſen Richtung jener des vorigen entgegengeſetzt iſt.

Nimmt man auf die Polariſation der an eine Flüſſigkeit grenzenden Stromleiter Rückſicht, ſo läßt ſich die Ohm'ſche Formel auch auf einen mit flüſſigen Leitern verſehenen Schließungskreis ausdehnen. Man hat zu dem Ende nur von der elektromotoriſchen Kraft der Elektricitätsquelle den Geſammtbetrag der aus der Polariſation hervorgehenden Gegenkraft abzuziehen und den Leitungswiderſtand der Flüſſigkeit ganz nach dem in 279 aufgeſtellten Geſetze zu behandeln. Iſt nämlich E die elektromotoriſche Geſammtkraft der Stromquelle, W die Summe aller in ihr und in den metalliſchen Leitern liegenden Leitungswiderſtände, F die Summe aller Leitungswiderſtände der zur Schließung verwendeten Flüſſigkeiten, P die Summe aller Polariſationen und S die Stromſtärke, ſo gilt die Formel

$$S = \frac{E - P}{W + F}.$$

Die Begründung derſelben liegt darin, daß ſie die unter wie immer abgeänderten Umſtänden in jedem Schließungskreiſe ſich ergebenden Erſcheinungen vollkommen repräſentirt, und es zeigt ſich dabei, daß die Polariſation P bloß von der materiellen Beſchaffenheit der im Contacte befindlichen Metalle und Flüſſigkeiten, nicht aber von der Stromſtärke, von der Größe der Metallflächen, wenigſtens über eine gewiſſe Grenze hinaus, oder von dem Concentrationsgrade der Flüſſigkeiten abhängt.

Dieſe Formel gibt darüber Aufſchluß, warum ein Metalldraht einer Flüſſigkeitsſäule in einem elektriſchen Kreiſe nicht allgemein äquivalent ſeyn kann. Denn iſt R der Widerſtand eines mit der Flüſſigkeit, worauf ſich F und P beziehen, äquivalenten Drahtes, ſo gibt die Gleichheit der Ströme $\frac{E}{W+R} = \frac{E-P}{W+F}$, mithin $W + R = \frac{E(W+F)}{E-P}$ und $R = \frac{E(W+F)}{E-P} - W = \frac{EF+PW}{E-P}$, welcher Ausdruck, ſobald W oder E oder beide Größen ſich ändern, für R verſchiedene Werthe liefert. Soll R bei jeder dieſer Aenderungen conſtant bleiben, ſo muß P = 0 ſeyn, d. h. es darf keine Polariſation ſtatt finden.

Zur weiteren Beleuchtung des Zuſtandes der elektriſchen Polariſation der Metalle mag noch Folgendes dienen: Die Analogie mit dem ſonderbaren Verhalten der Elektrolyten bei der Leitung eines elektriſchen Stromes führt zu der Annahme, daß auch der ſchwächſte Strom eine, wenn gleich nicht ſichtbare Zerſetzung des im Contacte mit metalliſchen Elektroden ſtehenden Waſſers bewirke, in Folge deſſen die Anode A ſich mit einer Sauerſtoffgas-, die Kathode K mit einer Waſſerſtoffgasſchichte bekleidet. Dadurch aber werden die Elektroden befähigt, wenn man ſie unter einander in Verbindung ſetzt, ſpielt A in der ſolchen

gestalt gebildeten Kette die Rolle des negativen, K die des positiven Elektromotors. Somit geht jetzt in der Flüssigkeit ein Strom von K zu A; es entwickelt sich an A Wasserstoffgas und an K Sauerstoffgas, und diese Stoffe verbinden sich in ihrem Entstehungszustande sogleich, ersterer mit dem von der frühern Elektrolyse herrührenden, an A noch haftenden Sauerstoffe, letzterer mit dem an K haftenden Wasserstoffe zu Wasser, wodurch die Ungleichartigkeit von A und K und damit auch der Grund zum elektrischen Strome um so eher verschwindet, je geringer der Effect der ersten Elektrolyse war, d. h. je weniger Gas an den Platten haftet. Mit einer Reihe solcher, durch vorhergegangene Elektrolyse polarisch gemachten Plattenpaare läßt sich sogar eine galvanische Batterie darstellen; hierauf beruht die Ritter'sche Ladungssäule, welche aus abwechselnd über einander geschichteten Kupfer- und feuchten Pappscheiben besteht, für sich allein keine elektromotorischen Phänomene zeigt, aber zu einer galvanischen Säule wird, sobald sie eine Zeit lang als Schließungsleiter einer gewöhnlichen Volta'schen Kette gedient hat. Sie liefert sodann für sich allein geschlossen einen umgekehrten Strom, welcher den als Elektromotoren auftretenden ungleichartig afficirten Flächen der Kupferplatten seinen Ursprung verdankt. Daß der bloße Contact mit Sauerstoff- und Wasserstoffgas Metallplatten heterogen machen kann, zeigt Grove's Gasbatterie. Sie besteht aus Platinplatten, deren jede zum Theile in gesäuertes Wasser getaucht, zum Theile von Gas umgeben ist, abwechselnd die einen von Sauerstoffgas, die anderen von Wasserstoffgas. Je zwei Platinplatten sind mit einander metallisch verbunden, und je zwei benachbarte nicht metallisch zusammenhängende Platten befinden sich in einer gemeinschaftlichen Flüssigkeitszelle. Der elektrische Strom, den eine solche Batterie im geschlossenen Zustande gibt, geht in der Flüssigkeit von den mit Wasserstoffgas in Berührung stehenden Platten zu den von Sauerstoffgas umgebenen, und es verschwinden die Gase während der Circulation des Stromes allmälig, und zwar in dem Verhältnisse, in welchem sie Wasser bilden.

282. Abhängigkeit des Effectes einer geschlossenen elektrischen Kette von der Anzahl und Größe der Elemente. Mit Hilfe des Ohm'schen Gesetzes läßt sich beurtheilen, welchen Einfluß die Anzahl und die Größe der Elemente einer Volta'schen Kette, die Gliederzahl einer thermoelektrischen Säule, die Länge des Drahtes einer Inductionsspirale auf die Leistung desselben hat, also eine Theorie der Wirkungen dieser Apparate geben.

Es sey eine Zink- und eine Kupferplatte zu einer einfachen Volta'schen Kette combinirt, und durch einen Leiter geschlossen. Stellt E die elektromotorische Kraft der Kette vor, die Polarisation der Elektromotoren mit eingerechnet, W den Widerstand in der Kette, R den Widerstand im Schließungsleiter, und S die erhaltene Stromstärke, so ist $S = \frac{E}{W+R}$. Man bilde nun eine Batterie aus n solchen einfachen Ketten, und schließe sie durch denselben Leiter, wie vorhin. Die elektromotorische Gesammtkraft ist jetzt nE, der Gesammtwiderstand in der Batterie nW, folglich kommt die Stromstärke $S' = \frac{nE}{nW+R}$ zu Stande. Endlich vereinige man sämmtliche Zink- und eben so sämmtliche Kupferplatten dieser Batterie zu einer einzigen großen Zink- und

zu einer Kupferplatte und gebe der Flüſſigkeitsſchichte zwiſchen denſelben die nämliche Dicke, wie in den vorigen Fällen, ſo herrſcht nunmehr dieſelbe elektromotoriſche Kraft E wie im erſten Falle, weil dieſe Kraft von der Größe der Erreger unabhängig iſt; der Widerſtand in der Kette iſt aber jetzt wegen des n Mal größeren Querſchnittes $\frac{W}{n}$; wird die Kette wieder mit dem nämlichen Leiter, wie vorhin geſchloſſen, ſo entſteht die Stromſtärke

$$S'' = \frac{E}{\frac{W}{n} + R} = \frac{nE}{W + nR}.$$

Dieſe Ausdrücke zeigen, daß der Effect bei dem Uebergange von dem erſten Falle zu dem zweiten oder dritten ſich auf eine ſehr verſchiedene Weiſe geſtaltet, je nachdem R im Vergleiche mit W größer oder kleiner iſt. Um dieß auf eine ſchlagende Weiſe zu ſehen, faſſen wir die hiebei möglichen äußerſten Fälle in das Auge, nämlich, wenn der Widerſtand im Schließungsleiter gegen jenen in der Kette ſehr groß, und wenn erſterer gegen letzteren ſehr klein iſt. Darf man nicht bloß W, ſondern auch n W im Vergleiche mit R vernachläßigen, ſo iſt ſehr nahe

$$S = \frac{E}{R}, \quad S' = \frac{nE}{R}, \quad S'' = \frac{nE}{nR} = \frac{E}{R},$$

mithin $S' = nS$ und $S'' = S$. Bei einem ſehr großen Widerſtande im Schließungsleiter nützt daher die Vergrößerung der Erregerplatten nichts; aber die Vermehrung der Anzahl der Elemente ſteigert den Effect in eben dem Verhältniſſe. Iſt dagegen R, ja ſogar nR eine gegen W zu vernachläßigende Größe, ſo hat man näherungsweiſe

$$S = \frac{E}{W}, \quad S' = \frac{nE}{nW} = \frac{E}{W}, \quad S'' = \frac{nE}{W},$$

folglich $S' = S$ und $S'' = nS$. Bei einem ſehr kleinen Widerſtande im Schließungsleiter nützt alſo die Vermehrung der Elemente nichts, aber die Vergrößerung der Erregerplatten ſteigert den Effect in demſelben Verhältniſſe. Aehnliche Betrachtungen gelten auch für thermoelektriſche Ketten.

Denken wir uns in dem Ausdrucke $S' = \frac{nE}{nW + R} = \frac{E}{W + \frac{R}{n}}$ die Zahl n ohne Ende wachſend, ſo nähert ſich der Werth von S', weil $\frac{R}{n}$ immer kleiner wird, immer mehr dem Grenzwerthe $\frac{E}{W}$, und es kann S' durch gehörige Vergrößerung von n dieſem Grenzwerthe ſo nahe gebracht werden, als man will, ohne ihn je völlig zu erreichen, oder gar zu übertreffen. Der höchſte Effect, den man bei irgend einem in den Schließungskreis einer Batterie eingeſchalteten Widerſtande R durch Vermehrung der Elemente erreichen kann, wird alſo ſtets kleiner ſeyn als $\frac{E}{W}$, d. h. als der Effect, den ein einziges Element der Batterie

gibt, wenn es durch einen Leiter, deſſen Widerſtand gänzlich vernachläßigt werden darf, geſchloſſen wird. Wäre alſo zur Erzielung einer gewiſſen Wirkung ein Strom nöthig, deſſen Intenſität den Betrag $\frac{E}{W}$ überſteigt, ſo kann man dieſe Wirkung durch Aneinanderfügung von noch ſo vielen Elementen der vorliegenden Art nicht erreichen. Man muß daher in ſolchem Falle zu einer Batterie ſeine Zuflucht nehmen, in Bezug auf welche E einen größeren oder W einen kleineren Werth hat, oder beides zugleich ſtatt findet. Schon durch bloße Vergrößerung der mit der Flüſſigkeit in Berührung ſtehenden Plattenfläche einer Volta'ſchen Batterie wird W in dem Verhältniſſe dieſer Vergrößerung kleiner, und es kann durch dieſes Mittel allein der Quotient $\frac{E}{W}$ ſo groß gemacht werden als man will, mithin jeder beliebige Effect erreicht werden.

Soll eine Batterie einen Strom von vorgeſchriebener Stärke σ durch einen den Widerſtand R leiſtenden Schließungsleiter hindurchtreiben, ſo iſt dazu, nach der Gleichung $\frac{nE}{nW+R} = \sigma$, die Anzahl $n = \frac{R\sigma}{E - W\sigma}$ von Elementen nöthig. Zur Realiſirung der Forderung muß vor allem $E - W\sigma$ poſitiv, d. h. im Einklange mit dem Obigen $\frac{E}{W} > \sigma$ ſeyn. Dieß vorausgeſetzt wird n jedenfalls größer als der Betrag von $\frac{R\sigma}{E}$ ſeyn müſſen, und dieſe Grenze um ſo weniger überſteigen, je kleiner W iſt.

Fügt man zu dem im Schließungskreiſe einer Kette, deren elektromotoriſche Geſammtkraft E iſt, bereits beſtehenden Widerſtande W einen neuen R hinzu, ſo nimmt die Stromſtärke ab, denn es geht ihr Ausdruck $\frac{E}{W}$ in $\frac{E}{W+R}$ über, d. h. es verhält ſich die Stromſtärke im erſten und im zweiten Falle wie $\frac{1}{W} : \frac{1}{W+R} = W+R : W$ oder wie $1 + \frac{R}{W} : 1$. Dieſes Verhältniß entfernt ſich um ſo weniger von jenem der Gleichheit, je geringer R in Bezug auf W iſt. Je größer daher der Widerſtand iſt, den ein Strom bereits überwunden hat, deſto weniger verliert er an Stärke durch Hinzutreten eines neuen Widerſtandes. Dagegen ſinkt ein bei kleinem urſprünglichen Widerſtande gebildeter, wenn gleich kräftiger Strom ſehr herab, ſobald er genöthiget wird einen Leiter von größerem Widerſtande zu durchlaufen. Hiernach erklärt es ſich, warum eine Volta'ſche Säule mit einer großen Anzahl kleiner Platten im menſchlichen Körper ſtarke Erſchütterungen hervorbringt, aber keine Glühphänomene, wogegen eine einfache Kette mit großen Platten auf den menſchlichen Körper nicht merklich einwirkt, aber ausgezeichnete Glühphänomene darbietet; warum eine thermoelektriſche Säule, welche durch einen Leitungsdraht von geringer Länge und größerem Querſchnitte geſchloſſen einen kräftigen

Strom liefert, in Bezug auf Zerſetzung des Waſſers wie auch in phyſiologiſcher Hinſicht ſo wenig leiſtet; warum man den Inductor einer magneto-elektriſchen Rotationsmaſchine, welcher Glühphänomene, Magnetismus u. dgl. hervorbringen ſoll, mit einer kürzeren Spirale aus dickerem Drahte verſehen muß, wogegen zu jenem Inductor, welcher zu chemiſchen und phyſiologiſchen Effecten beſtimmt iſt, viele Windungen eines dünnen Drahtes gehören (Quantitäts- und Intenſitätsinductor) u. dgl. m.

283. Größte Wirkung einer Volta'ſchen Batterie bei gegebenem Materiale. Soll aus einer beſtimmten Quantität Zink- und Kupferblech oder aus irgend welchem anderen Material eine Volta'ſche Batterie conſtruirt werden, ſo kann man derſelben entweder eine geringere Anzahl von Elementen und dafür jedem Elemente eine größere Fläche geben, oder man kann die Anzahl der Elemente auf Koſten ihrer Größe vermehren. Für jeden beſonderen in den Schließungskreis der Batterie aufzunehmenden Leitungswiderſtand wird bei einer gewiſſen Anzahl von Elementen der größte Effect eintreten. Um dieſe Anzahl, welche n heißen mag, kennen zu lernen, ſey R der Widerſtand des Körpers, durch den der Strom der Batterie geleitet werden ſoll, E die elektromotoriſche Kraft, W der Widerſtand, welcher in der Kette für ſich allein ſtatt fände, wenn aus dem gegebenen Material bloß ein Element gebildet würde, ſo iſt n W der Widerſtand in jedem der n Elemente, und $n^2 W$ der Geſammtwiderſtand in der Batterie; mithin ergibt ſich für die Stromſtärke S der Ausdruck

$$S = \frac{nE}{n^2 W + R} = \frac{E}{nW + \frac{R}{n}}.$$

Dieſer Bruch erhält bei jener Annahme für n den größten Werth, bezüglich welcher ſein Nenner $nW + \frac{R}{n}$ am kleinſten ausfällt. Man denke ſich n ſo gewählt, daß dieß der Fall iſt, ſo muß für jeden anderen Werth n' dieſer Zahl $n'W + \frac{R}{n'} > nW + \frac{R}{n}$ werden, mithin die Differenz $n'W + \frac{R}{n'} - \left(nW + \frac{R}{n}\right)$ oder der ihr gleiche Ausdruck $(n'-n)W + R\left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n}\right) = (n'-n)\left(W - \frac{R}{nn'}\right)$ ſtets poſitiv erſcheinen. Iſt alſo $n' > n$, mithin der eine Factor $n'-n$ des vorliegenden Productes poſitiv, ſo muß auch der andere Factor $W - \frac{R}{nn'}$ poſitiv, folglich $\frac{R}{nn'} < W$ ſeyn; iſt dagegen $n' < n$, alſo $n'-n$ negativ, ſo muß, damit ein poſitives Product herauskomme, auch $W - \frac{R}{nn'}$ negativ, folglich $\frac{R}{nn'} > W$ ſeyn. Läßt man nun n' von 0 an fortwährend wachſen, ſo nimmt $\frac{R}{nn'}$ offenbar fortwährend ab, und da, nach dem ſo eben Gefundenen, ſo lange n' unter n ſteht,

$\frac{R}{n'}$ größer als W, und ſobald n' den Werth von n überſteigt, $\frac{R}{n\,n'}$ einer als W erſcheint, ſo muß, wenn man $n' = n$ annimmt, nothwendig $\frac{R}{n\,n} = W$ werden, woraus $n = \sqrt{\frac{R}{W}}$ folgt. Es erfordert daher zur Erzielung des größten Effectes die Batterie ſo viele Elemente, als die ganze Zahl, welche der Größe $\sqrt{\frac{R}{W}}$ am nächſten liegt, Einheiten enthält. Die größtmögliche Stromſtärke wird, weil hier, dem eben erhaltenen Reſultate gemäß, $n^2 W = R$ ſeyn muß, durch die Formel

$$S = \frac{nE}{2R} = \frac{E}{2R}\sqrt{\frac{R}{W}} = \frac{E}{2\sqrt{R\,W}}$$

angezeigt. Da $n^2 W$ den Geſammtwiderſtand der Batterie vorſtellt, ſo drückt die Gleichung $n^2 W = R$ folgende Regel aus: »Bei einer gegebenen Quantität des Materiales liefert jene Volta'ſche Batterie den ſtärkſten Strom, deren Geſammtwiderſtand jenem des Körpers, durch den der Strom geleitet werden ſoll, gleich kommt.«

Wird die ſolcherweiſe angeordnete Batterie durch einen Leiter geſchloſſen, deſſen Widerſtand ſeiner Geringfügigkeit wegen vernachläßigt werden darf, ſo entſpricht die Stromſtärke dem Ausdrucke

$$\frac{nE}{n^2 W} = \frac{E}{\sqrt{R\,W}}.$$

Sie fällt alſo gerade doppelt ſo groß aus, als wenn der Schließungsleiter den vorgezeichneten Widerſtand R darbietet. Hiernach läßt ſich in jedem einzelnen Falle leicht erkennen, ob eine Batterie den größten Effect gibt, deſſen ſie bei der vorhandenen Quantität des Materiales bezüglich des Widerſtandes des Schließungsleiters fähig iſt.

Beſchränkt man ſich auf einen feſtgeſetzten Betrag der Anſchaffungskoſten des Materials und ſieht man nur auf die Größe der Leiſtung, ſo gibt obige Regel für jeden beſtimmten Widerſtand des Schließungsleiters die wirkſamſte Diſpoſition der Batterie an die Hand. In ökonomiſcher Hinſicht iſt aber noch die Abnützung der Batterie durch die während ihres Wirkens ſtatt findende elektrolytiſche Conſumtion in Betracht zu ziehen. Dieſe Abnützung iſt in allen Zellen der Batterie dieſelbe, oder allgemeiner geſprochen, chemiſch äquivalent, und hängt lediglich von der Stromſtärke ab, mit der ſie in geradem Verhältniſſe ſteht. Unter übrigens gleichen Umſtänden wird alſo von zwei Batterien diejenige, welche die beabſichtigte Wirkung mit einer geringeren Anzahl von Elementen hervorbringt, die vortheilhaftere ſeyn.

284. Betrachtung der galvanometriſchen Apparate hinſichtlich ihres Leitungswiderſtandes. Bereits bei der Erklärung der Conſtruction und des Gebrauches der Galvanometer und des Volta-Elektrometers iſt auf den Einfluß aufmerkſam gemacht worden, den dieſe Apparate auf die Intenſität des durch ſelbe geleiteten Stromes ausüben, in Folge deſſen der Strom, welcher der Meſſung dargeboten wird, von der Beſchaffenheit des zur Meſſung in Anwendung gebrachten Werkzeuges ſelbſt abhängt Mit Hilfe der im Vorhergehenden entwickelten Lehren läßt ſich dieſer Einfluß nicht bloß beurtheilen, ſondern

auch auf die dem Zwecke der Meſſung am beſten zuſagende Weiſe regulieren.

Betrachten wir, um bezüglich der Galvanometer ſogleich den allgemeinſten Fall vor Augen zu haben, ein multiplicirendes Inſtrument dieſer Art mit n Drahtwindungen, deren jede dem hindurchgehenden Strome den Widerſtand r entgegenſetzt. Iſt E die elektromotoriſche Kraft, W der eigene Widerſtand der Stromquelle, ſo ergibt ſich, wenn das Galvanometer ſich im Schließungskreiſe befindet, für die Stromſtärke in jeder Windung der Ausdruck $\frac{E}{W+nr}$. Nehmen wir zur Erleichterung unſerer Betrachtung an, die Actionen ſämmtlicher Windungen auf die Magnetnadel ſeyen einander gleich. Da die Kraft, womit jede Windung auf die Magnetnadel einwirkt, der in dieſer Windung herrſchenden Stromſtärke proportional iſt, ſo können wir jede einzelne ſolche Action durch den Ausdruck $\frac{hE}{W+nr}$ vorſtellen, wobei h einen bloß von der Geſtalt des Drahtes und von dem Magnetismus der Nadel abhängenden Factor bedeutet. Die Geſammtwirkung des Galvanometergewindes auf die Nadel iſt ſonach $= \frac{nhE}{W+nr}$. Gibt man dieſem Ausdrucke die Form $\frac{hE}{\frac{W}{n}+r}$, ſo ſieht man, daß die ſo eben genannte Action auf die Nadel um ſo größer ausfällt, je mehr Drahtwindungen das Galvanometer enthält, daß aber dieſe Kraft auch bei noch ſo vielen Windungen nicht über die Grenze $\frac{hE}{r}$ hinausgetrieben werden kann, und dieß um ſo weniger, als der Effect der von der Nadel entfernteren Windungen offenbar geringer iſt, als derjenigen, welche der Nadel näher liegen. Erhält der Bruch $\frac{hE}{r}$ nur einen ſehr kleinen Werth, ſo kommt mittelſt eines ſolchen Galvanometers kein deutlicher Ausſchlag der Nadel zu Stande; in dieſem Falle muß man, da ſich lediglich der Werth von r einer Aenderung unterwerfen läßt, zu dickerem Drahte ſeine Zuflucht nehmen; in der That gibt oft ein Galvanometer mit wenigen Windungen dickeren Drahtes einen weit größeren Effect, als ein anderes, welches zahlreiche Windungen feineren Drahtes an ſich trägt. Bleibt die Summe der Querſchnitte aller Windungen und deren Geſtalt, mithin auch die Drahtmaſſe dieſelbe und wird nur die Anzahl der Windungen entſprechend geändert, ſo gibt es immer eine Anordnung des Gewindes, welche die größte Action auf die Nadel darbietet. Denn iſt A der geringſte unter der hier angenommenen Vorausſetzung mögliche Widerſtand der Galvanometerleitung, jener nämlich, welcher obwaltet, wenn alle Windungen in eine einzige vereiniget ſind, ſo iſt bezüglich der Abtheilung der Drahtmaſſe in n Windungen der Widerſtand einer Windung $= n\,A$ und der Widerſtand aller Windungen $= n^2 A$, mithin die Action des ganzen Gewin-

es auf die Nadel $= \frac{n h E}{W + n^2 A}$. Auf dieſelbe Weiſe wie in 283 er-
ibt ſich, daß dieſer Ausdruck ſeinen größten Werth erhält, wenn
er Widerſtand des Galvanometergewindes jenem der Stromquelle
leich kommt, nämlich wenn $n^2 A = W$ oder $n = \sqrt{\frac{W}{A}}$ wird,
obei alſo die Action $\frac{h E}{2\sqrt{W A}}$ auf die Nadel ſtatt findet. Iſt $A = W$
der $A > W$, ſo iſt dem gemäß bei gleicher Drahtmaſſe eine einzige
Bindung zur Wahrnehmung ſchwacher Ströme vortheilhafter als meh-
ere von derſelben Geſtalt. Hierauf beruht die Einrichtung des Fech-
er'ſchen Galvanometers für thermoelektriſche Verſuche.

285. **Vergleichung und Meſſung der Beſtimmungsſtücke der Stromquellen.** Die Stücke, von welchen die Wirkſamkeit einer Stromquelle abhängt, ſind die elektromotoriſche Kraft, und der in der Stromquelle ſelbſt vorhandene Widerſtand. Die im Vorhergehenden entwickelten Principien geben uns die Mittel an die Hand, dieſe Stücke an verſchiedenen Stromquellen mit einander zu vergleichen, ja ſogar dieſelben auf fixe Maße zurückzuführen und ihre abſoluten Werthe darnach auszumitteln. In vielen Fällen handelt es ſich bloß um die Beurtheilung des Effectes den eine zuſammengeſetzte Kette, wenn ſo fern die Anzahl ihrer Glieder nach Belieben vermehrt werden kann, zu gewähren vermag. Dieſer Effect kommt mit jenem überein, den ein einziges Glied der Kette durch einen Leiter von verſchwindendem Widerſtande geſchloſſen darbietet, und wird durch den Quotienten aus der Diviſion der elektromotoriſchen Kraft der Stromquelle mit deren Widerſtande gemeſſen. Zur Vergleichung dieſer Quotienten bei Volta'ſchen Batterien eignet ſich beſonders die in 276 beſchriebene Tangentenbuſſole, deren Widerſtand im Vergleiche mit jenem der Stromquelle vernachläßiget werden darf. Die auf zwei verſchiedene ſolche Batterien ſich beziehenden Quotienten verhalten ſich wie die Tangenten der Ablenkungswinkel der Nadel. Die Vergleichung der elektromotoriſchen Kräfte zweier Stromquellen läßt ſich am leichteſten mittelſt eines Galvanometers vollziehen, deſſen Leitungswiderſtand im Vergleiche mit jenem der Stromquelle ſehr groß iſt. Nach dem im vorhergehenden Artikel Geſagten verhalten ſich die elektromotoriſchen Kräfte wie die nach Einſchaltung eines ſolchen Galvanometers in den Schließungskreis ſtatt findenden Stromſtärken. Die abſoluten Werthe der elektromotoriſchen Geſammtkraft E und des Widerſtandes W einer Stromquelle ergeben ſich durch Combination der Reſultate einer hinreichenden Anzahl von Verſuchen, die man auf verſchiedene Arten einleiten kann. Ein einfaches Verfahren iſt folgendes: Man beobachte die Stromſtärken wenn einmal ein bekannter Widerſtand R, das zweitemal irgend ein anderer Widerſtand R', und das drittemal die Summe dieſer Widerſtände zur Schließung der Kette dient. Sind S, S', S'' die entſprechenden Stromſtärken, ſo hat man die Gleichungen

$$W + R = \frac{E}{s}, \quad W + R' = \frac{E}{s'}, \quad W + R + R' = \frac{E}{s''}.$$

Durch Subtraction der zweiten Gleichung von der dritten erhält man

$$R = E\left(\frac{1}{s''} - \frac{1}{s'}\right),$$

wornach man E durch R ausdrücken kann. Die erſte Gleichung gibt mit Rückſicht auf dieſes Reſultat

$$W = E\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} - \frac{1}{s''}\right),$$

ſomit läßt ſich auch W durch R ausdrücken.

Auf das Volta-Elektrometer ſind ähnliche Betrachtungen anwendbar; durch paſſende Verſuche gelangt man zur Kenntniß des Betrages ſowohl der Polariſation als auch des Widerſtandes, den dieſer Apparat in die Kette bringt, und kann dieſe Größen anderweitigen Meſſungen galvaniſcher Ströme mittelſt dieſes Inſtrumentes zum Grunde legen. Doch geſtattet das Volta-Elektrometer bei weitem nicht dieſelbe Präciſion, wie das Galvanometer, und muß daher bei feineren Unterſuchungen letzterem Inſtrumente weichen.

286. Stromtheilung. Spaltet ſich ein Stromleiter an einer Stelle in zwei ſich wieder vereinigende Aeſte, ſo wird ein elektriſcher Strom, welcher dieſem Leiter folgt, daſelbſt in zwei Seitenſtröme getheilt. Es ſey u der Widerſtand des einen, u' jener des zweiten Aſtes. Man kann dieſe Widerſtände ſtets durch diejenigen repräſentiren, welche gleich lange, ſich bloß im Querſchnitte unterſcheidende Drähte aus einerlei Material leiſten; nennen wir die gemeinſchaftliche Länge dieſer Drähte λ, ihren ſpecifiſchen Leitungswiderſtand h, den Querſchnitt des erſten q und den des zweiten q', ſo haben wir $u = \frac{h\lambda}{q}$, $u' = \frac{h\lambda}{q'}$, mithin $q = \frac{h\lambda}{u}$, $q' = \frac{h\lambda}{u'}$. Dieſe zwei Drähte zuſammen gelten in Bezug auf Stromleitung offenbar eben ſo viel wie ein einziger Draht von demſelben Material und von derſelben Länge, deſſen Querſchnitt der Summe der Querſchnitte erſterer $q + q'$ gleich kommt. Stellt U den Widerſtand dieſes letzteren Drahtes vor, ſo iſt $q + q' = \frac{h\lambda}{U}$, mithin beſteht die Gleichung

$$\frac{h\lambda}{U} = \frac{h\lambda}{u} + \frac{h\lambda}{u'}, \quad \text{woraus} \quad \frac{1}{U} = \frac{1}{u} + \frac{1}{u'}$$

folgt. Bezeichnet S die Intenſität des ungetheilten Stromes, und ſind s, s' die Intenſitäten der Seitenſtröme, ſo haben wir, weil bei der Spaltung eines elektriſchen Stromes in gleich lange Aeſte von gleicher materieller Beſchaffenheit offenbar jeder einzelne Aſt einen ſeiner Querſchnitte proportionalen Theil des Stromes empfängt, gerade ſo, als wären beide Aeſte beiſammen und zu einem Leiter mit größerem Querſchnitte verbunden, $s : s' : S = \frac{1}{u} : \frac{1}{u'} : \frac{1}{U}$,

mithin wird $s = S.\frac{U}{u}$, $s' = S.\frac{U}{u'}$.

Die obige Gleichung gibt $U = \frac{u\,u'}{u+u'}$,

daher iſt $s = \frac{S\,u'}{u+u'}$ und $s' = \frac{S\,u}{u+u'}$.

Eben ſo berechnet man die Stromſpaltung in mehr als zwei Aeſte.

Eine Größe wie $\frac{1}{u}$, nämlich der reciproke Werth des Leitungswiderſtandes, kann als das Maß der Leitungsgüte oder der Leitungsfähigkeit angeſehen werden. In dieſem Sinne zeigt die Gleichung $\frac{1}{U} = \frac{1}{u} + \frac{1}{u'}$, daß die Leitungsfähigkeit des Aggregates zweier, von einem und demſelben Puncte ausgehenden und ſich in einem andern Puncte vereinigenden Leiter der Summe ihrer zugehörigen Leitungsfähigkeiten gleichkommt, und aus der oben aufgeſtellten Proportion erhellet, daß ſich der Hauptſtrom in Seitenwege nach dem Verhältniſſe ihrer relativen Leitungsfähigkeiten theilt.

Das Theilungsgeſetz der elektriſchen Ströme geſtattet eine nützliche galvanometriſche Anwendung. Ein empfindliches, bloß auf die Anzeige ſchwacher elektriſchen Ströme berechnetes Galvanometer kann man nicht in den Schließungskreis einer kräftig wirkenden Stromquelle bringen. Dem ungeachtet kann dasſelbe auch noch in dieſem Falle gebraucht werden, wenn man nur einen Theil des Stromes durch den Galvanometerdraht ſendet. Dieſes geſchieht, wenn man die beiden Drahtenden in einer geringen Entfernung von einander an den die Schließung der Kette bereits bewirkenden Leiter, welcher der Hauptleiter heißen mag, anlegt, ſo daß zwiſchen denſelben ein Stück z dieſes Hauptleiters enthalten iſt, deſſen Widerſtand = u ſey. Der elektriſche Strom wird jetzt nicht mehr durch z allein gehen; der Galvanometerdraht, deſſen Widerſtand m ſey, bietet ihm noch einen zweiten Weg dar; es verhält ſich die Sache ſo, als wäre z aus der Hauptleitung herausgenommen, und dafür ein etwas beſſer leitendes Stück, das nunmehr bloß den Widerſtand U darbietet, eingefügt worden. Deßhalb nimmt die Stromſtärke, welche ſich im übrigen Theile des Schließungskreiſes kund gibt, um etwas zu, in z aber nimmt ſie um etwas ab, indem jetzt ein Stromzweig auch durch den Galvanometerdraht geht. Es ſey S die jetzt im Ganzen beſtehende Stromſtärke, E die elektromotoriſche Kraft der Stromquelle, W der Widerſtand, den die Stromquelle und der Schließungsleiter, jedoch das Stück z abgerechnet, leiſten, s die Stromſtärke in z und s' jene im Galvanometerdrahte, ſo hat man

$$S = \frac{E}{W+U} \text{ und } U = \frac{u\,m}{u+m},$$

mithin

$$S = \frac{E(u+m)}{W(u+m)+u\,m},$$

und ſonach

$$s = \frac{E\,m}{W(u+m)+u\,m}, \quad s' = \frac{E\,u}{W(u+m)+u\,m}.$$

Iſt u im Vergleiche mit m ſehr klein, was der Fall iſt, wenn z aus einem kurzen dicken Drahte, aus einem ſtarken Metallſtreifen, aus einer Queckſilbermaſſe in einer gleichförmigen Rinne ꝛc., das Galva-

nometergewinde dagegen aus einem langen und dünnen Drahte beſteht, oder wenigſtens demſelben ein großer Leitungswiderſtand beigefügt wird, ſo kann man $s' = \frac{E u}{(W + u) m}$ ſetzen, und iſt auch noch W gegen u ſehr groß, ſo hat man mit großer Näherung $s' = \frac{E}{W} \cdot \frac{u}{m}$. Unter dieſen Umſtänden iſt bei Anwendung derſelben Stromquelle die Intenſität s' des Nebenſtromes der Diſtanz der Galvanometer-Enden oder der Länge von u (wornach ſich u richtet) proportional. Darnach laſſen ſich die Werthe der Scalentheile eines jeden Galvanometers oder Multiplicators leicht beſtimmen, auch genügt es zur Vergleichung der Werthe von $\frac{E}{W}$ in verſchiedenen Fällen, u ſo zu reguliren, daß einerlei Ausſchlag der Galvanometernadel erfolgt; die Werthe des genannten Quotienten verhalten ſich dann umgekehrt wie die entſprechenden Längen von u. Dieſe ſinnreiche galvanometriſche Methode wurde von Profeſſor Petrina angegeben.

287. **Ueberſicht der bis jetzt bekannten Erregungsweiſen der Elektricität.** Im Vorhergehenden mußten mit der Betrachtung der Geſetze der Elektricität zugleich die Mittel angegeben werden, dieſelbe in den Zuſtand der Spannung wie auch der Strömung zu verſetzen, jedoch kamen dabei nur jene Elektricitätsquellen in Erwägung, auf welche ſich die brauchbarſten Apparate und Unterſuchungsmethoden gründen. Die bereits betrachteten Mittel zur Hervorrufung der Elektricität ſind: 1) Reibung, 2) Berührung, 3) Induction, 4) Wärme. Dieſen können noch folgende beigefügt werden: 5) Druck, 6) mechaniſche Trennung der Körpertheile, 7) chemiſche Action, 8) Lebensproceß, welche nunmehr in Kürze berührt werden ſollen.

Der Druck iſt ein ſehr allgemeines Mittel, Elektricität rege zu machen. Sobald man einen Körper preßt und ihn dadurch örtlich verdichtet, wird Elektricität frei und läßt ſich am Elektroſkop nachweiſen. In ausgezeichnetem Grade beſitzt der Kalkſpath dieſe Eigenſchaft, welcher durch bloßes Zuſammendrücken zwiſchen den Fingern poſitive Elektricität erhält; aber fernere Verſuche lehrten, daß je zwei Körper, zwiſchen welchen Heterogenität obwaltet, und ſey es nur in Folge einer Temperaturdifferenz, durch Aneinanderdrücken entgegengeſetzte elektriſche Zuſtände annehmen, und zwar daß die Elektricitätsentwickelung mit der Stärke des Druckes zunimmt.

Wird ein Körper geſpalten, ſo entſteht gleichfalls Elektricität. Dieſes läßt ſich beſonders an jenen Körpern nachweiſen, welche regelmäßige Theilbarkeit beſitzen, als Glimmer ꝛc.

Wo chemiſche Vorgänge, Vereinigungen heterogener Stoffe ſowohl als Scheidungen derſelben ſtatt finden, tritt jederzeit Elektricität ins Spiel. So wird bei dem Verbrennungsproceſſe Elektricität erregt, der verbrennende Körper erhält die eine, der das Verbrennen unterhaltende, wie auch das Verbrennungsproduct erhält die andere Elektricität. Verbrennt man Kohle, welche mit der Collectorplatte eines condenſirenden Elektroſkops in Verbindung iſt, ſo zeigt ſich der

Kohle negativ elektrisch; leitet man den Strom des sich dabei bildenden Kohlensäuregases gegen die Collectorplatte, so gibt sich positive Elektricität zu erkennen. Ueberhaupt nimmt der Sauerstoff, wo er Verbindungen mit andern Stoffen eingeht, die positive Elektricität an. Aehnliche Erscheinungen treten bei chemischen Scheidungen ein. Schon die bloße Trennung des Auflösungsmittels vom aufgelösten Stoffe ist ein Grund zur Elektricitätserregung. So erhält man bei dem Abdampfen wässeriger Lösungen am entweichenden Wasserdampfe stets Zeichen elektrischer Spannung. Das Verdampfen des reinen Wassers an sich bewirkt keine Elektricitätsentwickelung.

Auch bei dem Vegetationsprocesse und bei Vorgängen im thierischen Organismus hat man Erregung elektrischer Zustände wahrgenommen. Besonders merkwürdig sind die elektrischen Fische (Zitterrochen, Zitteraal u. a.), welche mit Organen zur Entwickelung sehr kräftiger elektrischen Ströme versehen sind, die mit den Strömen der Volta'schen Apparate die größte Aehnlichkeit zeigen, und nicht bloß durch sehr starke Erschütterungen fühlbar werden, sondern, wie durch Versuche nachgewiesen worden ist, auch alle übrigen Erscheinungen galvanischer Ströme (Funken, Magnetismus, Induction ꝛc.) hervorbringen.

Mehrere Physiker sehen die chemische Action als den eigentlichen Grund der sogenannten Contactelektricität an. Sie betrachten die in der geschlossenen Volta'schen Kette statt findende elektrolytische Action als die Ursache, nicht als die Wirkung der circulirenden Elektricität, und gehen sogar so weit, selbst den Volta'schen Fundamentalversuch auf den chemischen Angriff, den das Zink vom Sauerstoffe der Luft erfährt, zurückführen zu wollen. Die Verschiedenheit der über die Zulässigkeit der Contacttheorie herrschenden Meinungen hat zu einem lebhaften Streite Veranlassung gegeben, welcher, so viel auch über diesen Gegenstand geschrieben, wohl auch experimentirt worden ist, der chemischen Hypothese noch nicht die Beistimmung aller Physiker zu erwerben vermochte.

288. **Atmosphärische Elektricität.** Die Aehnlichkeit des Funkens am Conductor einer kräftig wirkenden Elektrisirmaschine mit dem Blitze hat die Physiker zur Erkenntniß der wahren Natur des letzteren geführt. Der Blitz ist nichts anderes als eine elektrische Entladung in großem Maßstabe; der Donner ist der Knall, welchen der gewaltige elektrische Funke bei seinem Durchgange durch die Luft erzeugt, die er bei Seite schiebt und dadurch heftig erschüttert. Die Identität des Blitzes mit einem elektrischen Funken wird nicht bloß durch sein Verhalten bei dem Einschlagen gerechtfertiget, wobei er stets dem besten Leiter folgt und Wirkungen hervorbringt, die man sämmtlich mittelst der Reibungselektricität im Kleinen nachahmen kann (Erschütterungen, Durchbohren und Zersprengen schlechter Leiter, Schmelzen der Metalle, Entzündung brennbarer Stoffe u. dgl.), sondern sie ist auch durch directe Versuche bewiesen. Man ließ papierne Drachen, an deren Schnur ein Metalldraht herablief, zur Zeit als Gewitterwolken am Himmel standen, in die Luft steigen, und erhielt von einer mit dem Ende des Drahtes verbundenen isolirt gehaltenen Metallkugel, ge-

rade ſo wie vom Conductor einer Elektriſirmaſchine Funken, man konnte daran Flaſchen laden und die gewöhnlichen Zeichen elektriſcher Spannung, Anziehung und Abſtoßung wahrnehmen. Daß ſolche Verſuche gefahrlich ſind und daher große Vorſicht erfordern, iſt für ſich klar. Das Zeitintervall, welches zwiſchen Blitz und Donner verfließt, wird durch die Entfernung des Ortes der elektriſchen Exploſion vom Beobachter bedingt; das Rollen des Donners iſt eine Folge theils der ungleichen Entfernung der in der Luftſtrecke, welche der Blitz durchlief, erſchütterten Stellen vom Beobachtungsorte, theils des durch Reflexion des Schalles erzeugten Wiederhalles. Befindet man ſich in der Nähe des Ortes, wo der Blitz einſchlägt, ſo hört man bloß einen momentanen Knall, der gleichzeitig mit dem Blitze entſteht. Auf die elektriſche Beſchaffenheit des Blitzes gründet ſich die ſchützende Wirkung der **Blitzableiter**, dicker eiſerner Stangen, die man an den höchſten Puncten eines Gebäudes aufſtellt, und ſowohl unter einander als auch mit der Erde durch maſſive metalliſche Leitungen verbindet. Iſt das Gebäude mit einem Metalldache verſehen, ſo genügt es, dieſes mit der Erde zu leitende Verbindung zu ſetzen.

Schwieriger als die Natur des Blitzes zu erkennen iſt es, ſich eine haltbare Vorſtellung von der Quelle zu machen, aus welcher er herſtammt. Eine aufmerkſame Erwägung der ein Gewitter begleitenden Erſcheinungen laßt ſchließen, daß die Elektricität erſt bei dem Verdichten des Waſſerdampfes zu tropfbarem Waſſer in der hohen Spannung hervortrete, welche im Blitze ihre Ausgleichung findet, denn bei jedem Blitzſchlage verſtärkt ſich der Regen, auch zeigen die Wolken in der Regel nicht die der gewaltigen Entladung angemeſſene Spannung, endlich ſind Thau und Nebel ſtets mit ſehr merklicher Elektricität verſehen. Auf Grundlage der Verſuche, welche nachgewieſen haben, daß bei der Abſcheidung des Waſſers von Salzen der Waſſerdampf mit poſitiver Elektricität entweicht, deßgleichen bei Verbrennungsproceſſen die gasformigen Producte, ſieht man gewohnlich dieſe Vorgänge als die Quelle der Elektricität an, welche die Luft ſelbſt bei völlig heiterem Himmel zeigt, und die ſich mittelſt elektroſkopiſcher Vorrichtungen (Luftelektroſkop) ſichtbar machen läßt. Auf dieſelbe Quelle wäre ſonach auch die Elektricität der Wolken zurückzuführen. Es iſt nach den bekannten Geſetzen der elektriſchen Vertheilung evident, daß die elektriſche Ladung einer Gewitterwolke den entgegengeſetzten Zuſtand an der Erdfläche und an benachbarten Wolken hervorrufen müſſe. Man klart ſich daraus den **Rückſchlag**, worunter man die Einwirkung eines Blitzſchlages auf Orte verſteht, die er nicht [illegible]

Sind nämlich die Elektricität
von einander getrennt worde-
lende Elektricität weggeſche
dieß nicht minder kraftige A
bare Entladung jener Elek
Elektricität reich, ſo l
Enden verſehene G

n der Schiffe u. dgl.) gerade so wie eine Spitze leuchtet, die man n geladenen Conductor einer Elektrisirmaschine gegenüber hält.

Obgleich man bis jetzt nicht im Stande ist das Nordlicht auf eine überzeugende Weise zu erklären, so vermuthet man doch, daß es gleichfalls eine in der Atmosphäre vor sich gehende elektrische Erscheinung sey. Es besteht in Lichtbüscheln, die von einer Stelle am nördlichen Horizonte sich gegen das Zenith zu bewegen scheinen, und wird vornehmlich in den nördlichen Gegenden sehr häufig gesehen, wo es sogar zur Erhellung der langen Nächte beiträgt. In der That hat man durch viele Beobachtungen einen Zusammenhang zwischen auffallenden Störungen der Stellung der Magnetnadel und dem Auftreten eines, wenn gleich entfernten, und daher am Beobachtungsorte nicht unmittelbar wahrnehmbaren Nordlichtes außer Zweifel gesetzt, auch erscheint strömende Elektricität in verdünnter Luft leuchtend. Ueberhaupt mögen die fortwährenden Aenderungen der Bestimmungsstücke des Erdmagnetismus zum Theile von elektrischen Strömen herrühren, und es können letztere gar wohl durch Temperaturänderungen der Erdfläche zu Stande kommen.

Zwölftes Hauptstück.

Licht.

289. Verschiedenheiten der Körper bezüglich des Lich-

. Zum Sehen reicht bekanntlich nicht der bloße Besitz des Gesichts-anes oder Auges und dessen gehörige Beschaffenheit hin, sondern es azu nebstdem noch ein eigenthümlicher Zustand der Körper erfor-ch, welcher unzählige Abstufungen zuläßt und den man im Allge-en mit dem Worte Helligkeit bezeichnet. Geringere Grade Helligkeit nennt man Dunkelheit; gänzlichen Mangel derselFinsterniß. Der objective Grund der Helligkeit heißt Licht. s stammt immer von einer gewissen materiellen Quelle her, und von jedem sichtbaren Körper den übrigen mitgetheilt. Körper, für sich selbst, d. h. ohne der Gegenwart eines andern Körpers ürfen, hell sind und Helligkeit verbreiten, heißen leuchtende ; diejenigen, welche erst in Folge der Anwesenheit leuchtender sich im Zustande der Helligkeit befinden, heißen beleuchtete: gt die ersteren senden das Licht aus, die letzteren empfangen es Einige Körper hindern das Sehen und die Beleuchtung der Kör-, wenn sie sich zwischen dem Auge und dem zu betrachtenden oder zwischen der Lichtquelle und dem zu beleuchtenden befin-sagt, sie lassen das Licht durch sich hindurch, und nennt sie tige Körper; andere dagegen hemmen die Wirkung des ßen undurchsichtige Körper. Es gibt verschiedene chsichtigkeit; weniger durchsichtige Körper heißen durch-

onne, die Fixsterne, alle brennenden tricität in Funkenform kommt die Fä-chtig sind die Luftarten, das Wasser

Strom liefert, in Bezug auf Zerſetzung des Waſſers wie auch in phyſiologiſcher Hinſicht ſo wenig leiſtet; warum man den Inductor einer magneto-elektriſchen Rotationsmaſchine, welcher Glühphänomene, Magnetismus u. dgl. hervorbringen ſoll, mit einer kürzeren Spirale aus dickerem Drahte verſehen muß, wogegen zu jenem Inductor, welcher zu chemiſchen und phyſiologiſchen Effecten beſtimmt iſt, viele Windungen eines dünnen Drahtes gehören (Quantitäts- und Intenſitätsinductor) u. dgl. m.

283. Größte Wirkung einer Volta'ſchen Batterie bei gegebenem Materiale. Soll aus einer beſtimmten Quantität Zink- und Kupferblech oder aus irgend welchem anderen Material eine Volta'ſche Batterie conſtruirt werden, ſo kann man derſelben entweder eine geringere Anzahl von Elementen und dafür jedem Elemente eine größere Fläche geben, oder man kann die Anzahl der Elemente auf Koſten ihrer Größe vermehren. Für jeden beſonderen in den Schließungskreis der Batterie aufzunehmenden Leitungswiderſtand wird bei einer gewiſſen Anzahl von Elementen der größte Effect eintreten. Um dieſe Anzahl, welche n heißen mag, kennen zu lernen, ſey R der Widerſtand des Körpers, durch den der Strom der Batterie geleitet werden ſoll, E die elektromotoriſche Kraft, W der Widerſtand, welcher in der Kette für ſich allein ſtatt fände, wenn aus dem gegebenen Material bloß ein Element gebildet würde, ſo iſt n W der Widerſtand in jedem der n Elemente, und n^2 W der Geſammtwiderſtand in der Batterie; mithin ergibt ſich für die Stromſtärke S der Ausdruck

$$S = \frac{nE}{n^2 W + R} = \frac{E}{nW + \frac{R}{n}}.$$

Dieſer Bruch erhält bei jener Annahme für n den größten Werth, bezüglich welcher ſein Nenner $nW + \frac{R}{n}$ am kleinſten ausfällt. Man denke ſich n ſo gewählt, daß dieß der Fall iſt, ſo muß für jeden anderen Werth n' dieſer Zahl $n'W + \frac{R}{n'} > nW + \frac{R}{n}$ werden, mithin die Differenz $n'W + \frac{R}{n'} - \left(nW + \frac{R}{n}\right)$ oder der ihr gleiche Ausdruck $(n'-n)W + R\left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n}\right) = (n'-n)\left(W - \frac{R}{nn'}\right)$ ſtets poſitiv erſcheinen. Iſt alſo $n' > n$, mithin der eine Factor $n'-n$ des vorliegenden Productes poſitiv, ſo muß auch der andere Factor $W - \frac{R}{nn'}$ poſitiv, folglich $\frac{R}{nn'} < W$ ſeyn; iſt dagegen $n' < n$, alſo $n'-n$ negativ, ſo muß, damit ein poſitives Product herauskomme, auch $W - \frac{R}{nn'}$ negativ, folglich $\frac{R}{nn'} > W$ ſeyn. Läßt man nun n' von 0 an fortwährend wachſen, ſo nimmt $\frac{R}{nn'}$ offenbar fortwährend ab, und da, nach dem ſo eben Gefundenen, ſo lange n' unter n ſteht,

$\frac{R}{n\,n'}$ größer als W, und ſobald n' den Werth von n überſteigt, $\frac{R}{n\,n'}$ kleiner als W erſcheint, ſo muß, wenn man $n' = n$ annimmt, nothwendig $\frac{R}{n\,n} = W$ werden, woraus $n = \sqrt{\frac{R}{W}}$ folgt. Es erfordert daher zur Erzielung des größten Effectes die Batterie ſo viele Elemente, als die ganze Zahl, welche der Größe $\sqrt{\frac{R}{W}}$ am nächſten liegt, Einheiten enthält. Die größtmögliche Stromſtärke wird, weil hier, dem ſo eben erhaltenen Reſultate gemäß, $n^2 W = R$ ſeyn muß, durch die Formel

$$S = \frac{nE}{2R} = \frac{E}{2\frac{R}{n}\sqrt{\frac{R}{W}}} = \frac{E}{2\sqrt{R\,W}}$$

angezeigt. Da $n^2 W$ den Geſammtwiderſtand der Batterie vorſtellt, ſo ſpricht die Gleichung $n^2 W = R$ folgende Regel aus: »Bei einer gegebenen Quantität des Materiales liefert jene Volta'ſche Batterie den ſtärkſten Strom, deren Geſammtwiderſtand jenem des Körpers, durch den der Strom geleitet werden ſoll, gleich kommt.«

Wird die ſolcherweiſe angeordnete Batterie durch einen Leiter geſchloſſen, deſſen Widerſtand ſeiner Geringfügigkeit wegen vernachläßigt werden darf, ſo entſpricht die Stromſtärke dem Ausdrucke

$$\frac{nE}{n^2 W} = \frac{E}{\sqrt{R\,W}}.$$

Sie fällt alſo gerade doppelt ſo groß aus, als wenn der Schließungsleiter den vorgezeichneten Widerſtand R darbietet. Hiernach läßt ſich in jedem einzelnen Falle leicht erkennen, ob eine Batterie den größten Effect gibt, deſſen ſie bei der vorhandenen Quantität des Materiales bezüglich des Widerſtandes des Schließungsleiters fähig iſt.

Beſchränkt man ſich auf einen feſtgeſetzten Betrag der Anſchaffungskoſten des Materials und ſieht man nur auf die Größe der Leiſtung, ſo gibt obige Regel für jeden beſtimmten Widerſtand des Schließungsleiters die wirkſamſte Diſpoſition der Batterie an die Hand. In ökonomiſcher Hinſicht iſt aber noch die Abnützung der Batterie durch die während ihres Wirkens ſtatt findende elektrolytiſche Conſumtion in Betracht zu ziehen. Dieſe Abnützung iſt in allen Zellen der Batterie dieſelbe, oder allgemeiner geſprochen, chemiſch äquivalent, und hängt lediglich von der Stromſtärke ab, mit der ſie in geradem Verhältniſſe ſteht. Unter übrigens gleichen Umſtänden wird alſo von zwei Batterien diejenige, welche die beabſichtigte Wirkung mit einer geringeren Anzahl von Elementen hervorbringt, die vortheilhaftere ſeyn.

284. Betrachtung der galvanometriſchen Apparate hinſichtlich ihres Leitungswiderſtandes. Bereits bei der Erklärung der Conſtruction und des Gebrauches der Galvanometer und des Volta-Elektrometers iſt auf den Einfluß aufmerkſam gemacht worden, den dieſe Apparate auf die Intenſität des durch ſelbe geleiteten Stromes ausüben, in Folge deſſen der Strom, welcher der Meſſung dargeboten wird, von der Beſchaffenheit des zur Meſſung in Anwendung gebrachten Werkzeuges ſelbſt abhängt Mit Hilfe der im Vorhergehenden entwickelten Lehren läßt ſich dieſer Einfluß nicht bloß beurtheilen, ſondern

auch auf die dem Zwecke der Meſſung am beſten zuſagende Weiſe reguliren.

Betrachten wir, um bezüglich der Galvanometer ſogleich den allgemeinſten Fall vor Augen zu haben, ein multiplicirendes Inſtrument dieſer Art mit n Drahtwindungen, deren jede dem hindurchgehenden Strome den Widerſtand r entgegenſetzt. Iſt E die elektromotoriſche Kraft, W der eigene Widerſtand der Stromquelle, ſo ergibt ſich, wenn das Galvanometer ſich im Schließungskreiſe befindet, für die Stromſtärke in jeder Windung der Ausdruck $\frac{E}{W+nr}$. Nehmen wir zur Erleichterung unſerer Betrachtung an, die Actionen ſämmtlicher Windungen auf die Magnetnadel ſeyen einander gleich. Da die Kraft, womit jede Windung auf die Magnetnadel einwirkt, der in dieſer Windung herrſchenden Stromſtärke proportional iſt, ſo können wir jede einzelne ſolche Action durch den Ausdruck $\frac{hE}{W+nr}$ vorſtellen, wobei h einen bloß von der Geſtalt des Drahtes und von dem Magnetismus der Nadel abhängenden Factor bedeutet. Die Geſammtwirkung des Galvanometergewindes auf die Nadel iſt ſonach $= \frac{nhE}{W+nr}$. Gibt man dieſem Ausdrucke die Form $\frac{bE}{\frac{W}{n}+r}$, ſo ſieht man, daß die ſo eben genannte Action auf die Nadel um ſo größer ausfällt, je mehr Drahtwindungen das Galvanometer enthält, daß aber dieſe Kraft auch bei noch ſo vielen Windungen nicht über die Grenze $\frac{hE}{r}$ hinausgetrieben werden kann, und dieß um ſo weniger, als der Effect der von der Nadel entfernteren Windungen offenbar geringer iſt, als derjenigen, welche der Nadel näher liegen. Erhält der Bruch $\frac{hE}{r}$ nur einen ſehr kleinen Werth, ſo kommt mittelſt eines ſolchen Galvanometers kein deutlicher Ausſchlag der Nadel zu Stande; in dieſem Falle muß man, da ſich lediglich der Werth von r einer Aenderung unterwerfen läßt, zu dickerem Drahte ſeine Zuflucht nehmen; in der That gibt oft ein Galvanometer mit wenigen Windungen dickeren Drahtes einen weit größeren Effect, als ein anderes, welches zahlreiche Windungen feineren Drahtes an ſich trägt. Bleibt die Summe der Querſchnitte aller Windungen und deren Geſtalt, mithin auch die Drahtmaſſe dieſelbe und wird nur die Anzahl der Windungen entſprechend geändert, ſo gibt es immer eine Anordnung des Gewindes, welche die größte Action auf die Nadel darbietet. Denn iſt A der geringſte unter der hier angenommenen Vorausſetzung mögliche Widerſtand der Galvanometerleitung, jener nämlich, welcher obwaltet, wenn alle Windungen in eine einzige vereiniget ſind, ſo iſt bezüglich der Abtheilung der Drahtmaſſe in n Windungen der Widerſtand einer Windung $= nA$ und der Widerſtand aller Windungen $= n^2 A$, mithin die Action des ganzen Gewin-

des auf die Nadel $= \frac{n h E}{W + n^2 A}$. Auf dieſelbe Weiſe wie in 283 ergibt ſich, daß dieſer Ausdruck ſeinen größten Werth erhält, wenn der Widerſtand des Galvanometergewindes jenem der Stromquelle gleich kommt, nämlich wenn $n^2 A = W$ oder $n = \sqrt{\frac{W}{A}}$ wird, wobei alſo die Action $\frac{h E}{2\sqrt{W A}}$ auf die Nadel ſtatt findet. Iſt $A = W$ oder $A > W$, ſo iſt dem gemäß bei gleicher Drahtmaſſe eine einzige Windung zur Wahrnehmung ſchwacher Ströme vortheilhafter als mehrere von derſelben Geſtalt. Hierauf beruht die Einrichtung des Fechner'ſchen Galvanometers für thermoelektriſche Verſuche.

285. **Vergleichung und Meſſung der Beſtimmungsſtücke der Stromquellen.** Die Stücke, von welchen die Wirkſamkeit einer Stromquelle abhängt, ſind die elektromotoriſche Kraft, und der in der Stromquelle ſelbſt vorhandene Widerſtand. Die im Vorhergehenden entwickelten Principien geben uns die Mittel an die Hand, dieſe Stücke an verſchiedenen Stromquellen mit einander zu vergleichen, ja ſogar dieſelben auf fixe Maße zurückzuführen und ihre abſoluten Werthe darnach auszumitteln. In vielen Fällen handelt es ſich bloß um die Beurtheilung des Effectes den eine zuſammengeſetzte Kette, in ſo fern die Anzahl ihrer Glieder nach Belieben vermehrt werden kann, zu gewähren vermag. Dieſer Effect kommt mit jenem überein, den ein einziges Glied der Kette durch einen Leiter von verſchwindendem Widerſtande geſchloſſen darbietet, und wird durch den Quotienten aus der Diviſion der elektromotoriſchen Kraft der Stromquelle mit deren Widerſtande gemeſſen. Zur Vergleichung dieſer Quotienten bei Volta'ſchen Batterien eignet ſich beſonders die in 276 beſchriebene Tangentenbuſſole, deren Widerſtand im Vergleiche mit jenem der Stromquelle vernachläßiget werden darf. Die auf zwei verſchiedene ſolche Batterien ſich beziehenden Quotienten verhalten ſich wie die Tangenten der Ablenkungswinkel der Nadel. Die Vergleichung der elektromotoriſchen Kräfte zweier Stromquellen läßt ſich am leichteſten mittelſt eines Galvanometers vollziehen, deſſen Leitungswiderſtand im Vergleiche mit jenem der Stromquelle ſehr groß iſt. Nach dem im vorhergehenden Artikel Geſagten verhalten ſich die elektromotoriſchen Kräfte wie die nach Einſchaltung eines ſolchen Galvanometers in den Schließungskreis ſtatt findenden Stromſtärken. Die abſoluten Werthe der elektromotoriſchen Geſammtkraft E und des Widerſtandes W einer Stromquelle ergeben ſich durch Combination der Reſultate einer hinreichenden Anzahl von Verſuchen, die man auf verſchiedene Arten einleiten kann. Ein einfaches Verfahren iſt folgendes: Man beobachte die Stromſtärken wenn einmal ein bekannter Widerſtand R, das zweitemal irgend ein anderer Widerſtand R′, und das drittemal die Summe dieſer Widerſtände zur Schließung der Kette dient. Sind S, S′, S″ die entſprechenden Stromſtärken, ſo hat man

$$W + R = \frac{E}{S}, \quad W + R' = \frac{E}{S'}, \quad W + R + R' = \frac{E}{S''}.$$

Durch Subtraction der zweiten Gleichung von der dritten erhält man

$$R = E\left(\frac{1}{S''} - \frac{1}{S'}\right),$$

wornach man E durch R ausdrücken kann. Die erſte Gleichung gibt mit Rückſicht auf dieſes Reſultat

$$W = E\left(\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} - \frac{1}{S''}\right),$$

ſomit läßt ſich auch W durch R ausdrücken.

Auf das Volta-Elektrometer ſind ähnliche Betrachtungen anwendbar; durch paſſende Verſuche gelangt man zur Kenntniß des Betrages ſowohl der Polariſation als auch des Widerſtandes, den dieſer Apparat in die Kette bringt, und kann dieſe Größen anderweitigen Meſſungen galvaniſcher Ströme mittelſt dieſes Inſtrumentes zum Grunde legen. Doch geſtattet das Volta-Elektrometer bei weitem nicht dieſelbe Präciſion, wie das Galvanometer, und muß daher bei feineren Unterſuchungen letzterem Inſtrumente weichen.

286. Stromtheilung. Spaltet ſich ein Stromleiter an einer Stelle in zwei ſich wieder vereinigende Aeſte, ſo wird ein elektriſcher Strom, welcher dieſem Leiter folgt, daſelbſt in zwei Seitenſtröme getheilt. Es ſey u der Widerſtand des einen, u' jener des zweiten Aſtes. Man kann dieſe Widerſtände ſtets durch diejenigen repräſentiren, welche gleich lange, ſich bloß im Querſchnitte unterſcheidende Drähte aus einerlei Material leiſten; nennen wir die gemeinſchaftliche Länge dieſer Drähte λ, ihren ſpecifiſchen Leitungswiderſtand h, den Querſchnitt des erſten q und den des zweiten q', ſo haben wir $u = \frac{h\lambda}{q}$, $u' = \frac{h\lambda}{q'}$, mithin $q = \frac{h\lambda}{u}$, $q' = \frac{h\lambda}{u'}$. Dieſe zwei Drähte zuſammen gelten in Bezug auf Stromleitung offenbar eben ſo viel wie ein einziger Draht von demſelben Material und von derſelben Länge, deſſen Querſchnitt der Summe der Querſchnitte erſterer $q + q'$ gleich kommt. Stellt U den Widerſtand dieſes letzteren Drahtes vor, ſo iſt $q + q' = \frac{h\lambda}{U}$, mithin beſteht die Gleichung

$$\frac{h\lambda}{U} = \frac{h\lambda}{u} + \frac{h\lambda}{u'}, \quad \text{woraus} \quad \frac{1}{U} = \frac{1}{u} + \frac{1}{u'}$$

folgt. Bezeichnet S die Intenſität des ungetheilten Stromes, und ſind s, s' die Intenſitäten der Seitenſtröme, ſo haben wir, weil bei der Spaltung eines elektriſchen Stromes in gleich lange Aeſte von gleicher materieller Beſchaffenheit offenbar jeder einzelne Aſt einen ſeiner Querſchnitte proportionalen Theil des Stromes empfängt, gerade ſo, als wären beide Aeſte beiſammen und zu einem Leiter mit größerem Querſchnitte verbunden, $s : s' : S = \frac{1}{u} : \frac{1}{u'} : \frac{1}{U}$,

mithin wird $s = S.\frac{U}{u}$, $s' = S.\frac{U}{u'}$.

Die obige Gleichung gibt $U = \frac{u\,u'}{u+u'}$,

daher ist $s = \frac{S\,u'}{u+u'}$ und $s' = \frac{S\,u}{u+u'}$.

Eben so berechnet man die Stromspaltung in mehr als zwei Aeste.

Eine Größe wie $\frac{1}{u}$, nämlich der reciproke Werth des Leitungswiderstandes, kann als das Maß der Leitungsgüte oder der Leitungsfähigkeit angesehen werden. In diesem Sinne zeigt die Gleichung $\frac{1}{U} = \frac{1}{u} + \frac{1}{u'}$, daß die Leitungsfähigkeit des Aggregates zweier, von einem und demselben Puncte ausgehenden und sich in einem andern Puncte vereinigenden Leiter der Summe ihrer zugehörigen Leitungsfähigkeiten gleichkommt, und aus der oben aufgestellten Proportion erhellet, daß sich der Hauptstrom in Seitenwege nach dem Verhältnisse ihrer relativen Leitungsfähigkeiten theilt.

Das Theilungsgesetz der elektrischen Ströme gestattet eine nützliche galvanometrische Anwendung. Ein empfindliches, bloß auf die Anzeige schwacher elektrischen Ströme berechnetes Galvanometer kann man nicht in den Schließungskreis einer kräftig wirkenden Stromquelle bringen. Dem ungeachtet kann dasselbe auch noch in diesem Falle gebraucht werden, wenn man nur einen Theil des Stromes durch den Galvanometerdraht sendet. Dieses geschieht, wenn man die beiden Drahtenden in einer geringen Entfernung von einander an den die Schließung der Kette bereits bewirkenden Leiter, welcher der Hauptleiter heißen mag, anlegt, so daß zwischen denselben ein Stück z dieses Hauptleiters enthalten ist, dessen Widerstand = u sey. Der elektrische Strom wird jetzt nicht mehr durch z allein gehen; der Galvanometerdraht, dessen Widerstand m sey, bietet ihm noch einen zweiten Weg dar; es verhält sich die Sache so, als wäre z aus der Hauptleitung herausgenommen, und dafür ein etwas besser leitendes Stück, das nunmehr bloß den Widerstand U darbietet, eingefügt worden. Deßhalb nimmt die Stromstärke, welche sich im übrigen Theile des Schließungskreises kund gibt, um etwas zu, in z aber nimmt sie um etwas ab, indem jetzt ein Stromzweig auch durch den Galvanometerdraht geht. Es sey S die jetzt im Ganzen bestehende Stromstärke, E die elektromotorische Kraft der Stromquelle, W der Widerstand, den die Stromquelle und der Schließungsleiter, jedoch das Stück z abgerechnet, leisten, s die Stromstärke in z und s' jene im Galvanometerdrahte, so hat man

$$S = \frac{E}{W+U} \text{ und } U = \frac{u\,m}{u+m},$$

mithin $$S = \frac{E(u+m)}{W(u+m)+u\,m},$$

und sonach

$$s = \frac{E\,m}{W(u+m)+u\,m}, \quad s' = \frac{E\,u}{W(u+m)+u\,m}.$$

Ist u im Vergleiche mit m sehr klein, was der Fall ist, wenn z aus einem kurzen dicken Drahte, aus einem starken Metallstreifen, aus einer Quecksilbermasse in einer gleichförmigen Rinne ꝛc., das Galva-

…ole negativ elektrisch; leitet man den Strom des sich dabei bildenden …oblensäuregases gegen die Collectorplatte, so gibt sich positive Elektri… zu erkennen. Ueberhaupt nimmt der Sauerstoff, wo er Verbin…gen mit andern Stoffen eingeht, die positive Elektricität an. Aehn…e Erscheinungen treten bei chemischen Scheidungen ein. Schon die …ße Trennung des Auflösungsmittels vom aufgelösten Stoffe ist ein …rund zur Elektricitätserregung. So erhält man bei dem Abdampfen …sseriger Lösungen am entweichenden Wasserdampfe stets Zeichen elek…rischer Spannung. Das Verdampfen des reinen Wassers an sich be…rkt keine Elektricitätsentwickelung.

Auch bei dem Vegetationsprocesse und bei Vorgängen im thieri…en Organismus hat man Erregung elektrischer Zustände wahrgenom…en. Besonders merkwürdig sind die elektrischen Fische (Zitterrochen, …tteraal u. a.), welche mit Organen zur Entwickelung sehr kräftiger …ektrischen Ströme versehen sind, die mit den Strömen der Volta'…en Apparate die größte Aehnlichkeit zeigen, und nicht bloß durch …r starke Erschütterungen fühlbar werden, sondern, wie durch Ver…che nachgewiesen worden ist, auch alle übrigen Erscheinungen galva…scher Ströme (Funken, Magnetismus, Induction ꝛc.) hervorbringen.

Mehrere Physiker sehen die chemische Action als den eigentlichen Grund der sogenannten Contactelektricität an. Sie betrachten die in der geschlossenen Volta'schen Kette statt findende elektrolytische Action als die Ursache, nicht als die Wirkung der circulirenden Elektricität, und gehen sogar so weit, selbst den Volta'schen Fundamentalversuch auf den chemischen Angriff, den das Zink vom Sauerstoffe der Luft erfährt, zurückführen zu wollen. Die Verschiedenheit der über die Zulässigkeit der Contacttheorie herrschenden Meinungen hat zu einem lebhaften Streite Veranlassung gegeben, welcher, so viel auch über diesen Gegenstand geschrieben, wohl auch experimentirt worden ist, der chemischen Hypothese noch nicht die Beistimmung aller Physiker zu erwerben vermochte.

288. **Atmosphärische Elektricität.** Die Aehnlichkeit des Funkens am Conductor einer kräftig wirkenden Elektrisirmaschine mit dem Blitze hat die Physiker zur Erkenntniß der wahren Natur des letzteren geführt. Der Blitz ist nichts anderes als eine elektrische Entladung in großem Maßstabe; der Donner ist der Knall, welchen der gewaltige elektrische Funke bei seinem Durchgange durch die Luft erzeugt, die er bei Seite schiebt und dadurch heftig erschüttert. Die Identität des Blitzes mit einem elektrischen Funken wird nicht bloß durch sein Verhalten bei dem Einschlagen gerechtfertiget, wobei er stets dem besten Leiter folgt und Wirkungen hervorbringt, die man sämmtlich mittelst der Reibungselektricität im Kleinen nachahmen kann (Erschütterungen, Durchbohren und Zersprengen schlechter Leiter, Schmelzen der Metalle, Entzündung brennbarer Stoffe u. dgl.), sondern sie ist auch durch directe Versuche bewiesen. Man ließ papierne Drachen, an deren Schnur ein Metalldraht herablief, zur Zeit als Gewitterwolken am Himmel standen, in die Luft steigen, und erhielt von einer mit dem Ende des Drahtes verbundenen isolirt gehaltenen Metallkugel, ge-

nometergewinde dagegen aus einem langen und dünnen Drahte beſteht, oder wenigſtens demſelben ein großer Leitungswiderſtand beigefügt wird, ſo kann man $s' = \frac{E\,u}{(W+u)\,m}$ ſetzen, und iſt auch noch W gegen u ſehr groß, ſo hat man mit großer Näherung $s' = \frac{E}{W} \cdot \frac{u}{m}$. Unter dieſen Umſtänden iſt bei Anwendung derſelben Stromquelle die Intenſität s' des Nebenſtromes der Diſtanz der Galvanometer-Enden oder der Länge von u (wornach ſich u richtet) proportional. Darnach laſſen ſich die Werthe der Scalentheiſe eines jeden Galvanometers oder Multiplicators leicht beſtimmen, auch genügt es zur Vergleichung der Werthe von $\frac{E}{W}$ in verſchiedenen Fällen, u ſo zu reguliren, daß einerlei Ausſchlag der Galvanometernadel erfolgt; die Werthe des genannten Quotienten verhalten ſich dann umgekehrt wie die entſprechenden Längen von u. Dieſe ſinnreiche galvanometriſche Methode wurde von Profeſſor Petrina angegeben.

287. Ueberſicht der bis jetzt bekannten Erregungsweiſen der Elektricität. Im Vorhergehenden mußten mit der Betrachtung der Geſetze der Elektricität zugleich die Mittel angegeben werden, dieſelbe in den Zuſtand der Spannung wie auch der Strömung zu verſetzen, jedoch kamen dabei nur jene Elektricitätsquellen in Erwägung, auf welche ſich die brauchbarſten Apparate und Unterſuchungsmethoden gründen. Die bereits betrachteten Mittel zur Hervorrufung der Elektricität ſind: 1) Reibung, 2) Berührung, 3) Induction, 4) Wärme. Dieſen können noch folgende beigefügt werden: 5) Druck, 6) mechaniſche Trennung der Körpertheile, 7) chemiſche Action, 8) Lebensproceß, welche nunmehr in Kürze berührt werden ſollen.

Der Druck iſt ein ſehr allgemeines Mittel, Elektricität rege zu machen. Sobald man einen Körper preßt und ihn dadurch örtlich verdichtet, wird Elektricität frei und läßt ſich am Elektroſkop nachweiſen. In ausgezeichnetem Grade beſitzt der Kalkſpath dieſe Eigenſchaft, welcher durch bloßes Zuſammendrücken zwiſchen den Fingern poſitive Elektricität erhält; aber fernere Verſuche lehrten, daß je zwei Körper, zwiſchen welchen Heterogenität obwaltet, und ſey es nur in Folge einer Temperaturdifferenz, durch Aneinanderdrücken entgegengeſetzte elektriſche Zuſtände annehmen, und zwar daß die Elektricitätsentwickelung mit der Stärke des Druckes zunimmt.

Wird ein Körper geſpalten, ſo entſteht gleichfalls Elektricität. Dieſes läßt ſich beſonders an jenen Körpern nachweiſen, welche regelmäßige Theilbarkeit beſitzen, als Glimmer ꝛc.

Wo chemiſche Vorgänge, Vereinigungen heterogener Stoffe ſowohl als Scheidungen derſelben ſtatt finden, tritt jederzeit Elektricität ins Spiel. So wird bei dem Verbrennungsproceſſe Elektricität erregt, der verbrennende Körper erhält die eine, der das Verbrennen unterhaltende, wie auch das Verbrennungsproduct erhält die andere Elektricität. Verbrennt man Kohle, welche mit der Collectorplatte eines condenſirenden Elektroſkops in Verbindung iſt, ſo zeigt ſich die

Kohle negativ elektrisch; leitet man den Strom des sich dabei bildenden Kohlensäuregases gegen die Collectorplatte, so gibt sich positive Elektricität zu erkennen. Ueberhaupt nimmt der Sauerstoff, wo er Verbindungen mit andern Stoffen eingeht, die positive Elektricität an. Aehnliche Erscheinungen treten bei chemischen Scheidungen ein. Schon die bloße Trennung des Auflösungsmittels vom aufgelösten Stoffe ist ein Grund zur Elektricitätserregung. So erhält man bei dem Abdampfen wässeriger Lösungen am entweichenden Wasserdampfe stets Zeichen elektrischer Spannung. Das Verdampfen des reinen Wassers an sich bewirkt keine Elektricitätsentwickelung.

Auch bei dem Vegetationsprocesse und bei Vorgängen im thierischen Organismus hat man Erregung elektrischer Zustände wahrgenommen. Besonders merkwürdig sind die elektrischen Fische (Zitterrochen, Zitteraal u. a.), welche mit Organen zur Entwickelung sehr kräftiger elektrischen Ströme versehen sind, die mit den Strömen der Volta'schen Apparate die größte Aehnlichkeit zeigen, und nicht bloß durch sehr starke Erschütterungen fühlbar werden, sondern, wie durch Versuche nachgewiesen worden ist, auch alle übrigen Erscheinungen galvanischer Ströme (Funken, Magnetismus, Induction ꝛc.) hervorbringen.

Mehrere Physiker sehen die chemische Action als den eigentlichen Grund der sogenannten Contactelektricität an. Sie betrachten die in der geschlossenen Volta'schen Kette statt findende elektrolytische Action als die Ursache, nicht als die Wirkung der circulirenden Elektricität, und gehen sogar so weit, selbst den Volta'schen Fundamentalversuch auf den chemischen Angriff, den das Zink vom Sauerstoffe der Luft erfährt, zurückführen zu wollen. Die Verschiedenheit der über die Zulässigkeit der Contacttheorie herrschenden Meinungen hat zu einem lebhaften Streite Veranlassung gegeben, welcher, so viel auch über diesen Gegenstand geschrieben, wohl auch experimentirt worden ist, der chemischen Hypothese noch nicht die Beistimmung aller Physiker zu erwerben vermochte.

288. **Atmosphärische Elektricität.** Die Aehnlichkeit des Funkens am Conductor einer kräftig wirkenden Elektrisirmaschine mit dem Blitze hat die Physiker zur Erkenntniß der wahren Natur des letzteren geführt. Der Blitz ist nichts anderes als eine elektrische Entladung in großem Maßstabe; der Donner ist der Knall, welchen der gewaltige elektrische Funke bei seinem Durchgange durch die Luft erzeugt, die er bei Seite schiebt und dadurch heftig erschüttert. Die Identität des Blitzes mit einem elektrischen Funken wird nicht bloß durch sein Verhalten bei dem Einschlagen gerechtfertiget, wobei er stets dem besten Leiter folgt und Wirkungen hervorbringt, die man sämmtlich mittelst der Reibungselektricität im Kleinen nachahmen kann (Erschütterungen, Durchbohren und Zersprengen schlechter Leiter, Schmelzen der Metalle, Entzündung brennbarer Stoffe u. dgl.), sondern sie ist auch durch directe Versuche bewiesen. Man ließ papierne Drachen, an deren Schnur ein Metalldraht herablief, zur Zeit als Gewitterwolken am Himmel standen, in die Luft steigen, und erhielt von einer mit dem Ende des Drahtes verbundenen isolirt gehaltenen Metallkugel, ge-

rade ſo wie vom Conductor einer Elektriſirmaſchine Funken, man konnte daran Flaſchen laden und die gewöhnlichen Zeichen elektriſcher Spannung, Anziehung und Abſtoßung wahrnehmen. Daß ſolche Verſuche gefährlich ſind und daher große Vorſicht erfordern, iſt für ſich klar. Das Zeitintervall, welches zwiſchen Blitz und Donner verfließt, wird durch die Entfernung des Ortes der elektriſchen Explosion vom Beobachter bedingt; das Rollen des Donners iſt eine Folge theils der ungleichen Entfernung der in der Luftſtrecke, welche der Blitz durchlief, erſchütterten Stellen vom Beobachtungsorte, theils des durch Reflexion des Schalles erzeugten Wiederhalles. Befindet man ſich in der Nähe des Ortes, wo der Blitz einſchlägt, ſo hört man bloß einen momentanen Knall, der gleichzeitig mit dem Blitze entſteht. Auf die elektriſche Beſchaffenheit des Blitzes gründet ſich die ſchützende Wirkung der Blitzableiter, dicker eiſerner Stangen, die man an den höchſten Puncten eines Gebäudes aufſtellt, und ſowohl unter einander als auch mit der Erde durch maſſive metalliſche Leitungen verbindet. Iſt das Gebäude mit einem Metalldache verſehen, ſo genügt es, dieſes mit der Erde in leitende Verbindung zu ſetzen.

Schwieriger als die Natur des Blitzes zu erkennen iſt es, ſich eine haltbare Vorſtellung von der Quelle zu machen, aus welcher er herſtammt. Eine aufmerkſame Erwägung der ein Gewitter begleitenden Erſcheinungen läßt ſchließen, daß die Elektricität erſt bei dem Verdichten des Waſſerdampfes zu tropfbarem Waſſer in der hohen Spannung hervortrete, welche im Blitze ihre Ausgleichung findet, denn bei jedem Blitzſchlage verſtärkt ſich der Regen, auch zeigen die Wolken in der Regel nicht die der gewaltigen Entladung angemeſſene Spannung, endlich ſind Thau und Nebel ſtets mit ſehr merklicher Elektricität verſehen. Auf Grundlage der Verſuche, welche nachgewieſen haben, daß bei der Abſcheidung des Waſſers von Salzen der Waſſerdampf mit poſitiver Elektricität entweicht, deßgleichen bei Verbrennungsproceſſen die gasförmigen Producte, ſieht man gewöhnlich dieſe Vorgänge als die Quelle der Elektricität an, welche die Luft ſelbſt bei völlig heiterem Himmel zeigt, und die ſich mittelſt elektroſkopiſcher Vorrichtungen (Luftelektroſkop) ſichtbar machen läßt. Auf dieſelbe Quelle wäre ſonach auch die Elektricität der Wolken zurückzuführen. Es iſt nach den bekannten Geſetzen der elektriſchen Vertheilung evident, daß die elektriſche Ladung einer Gewitterwolke den entgegengeſetzten Zuſtand an der Erdfläche und an benachbarten Wolken hervorrufen müſſe. Man erklärt ſich daraus den Rückſchlag, worunter man die Einwirkung eines Blitzſchlages auf Orte verſteht, die er nicht unmittelbar traf. Sind nämlich die Elektricitäten in einem Körper durch Vertheilung von einander getrennt worden, ſo müſſen ſie ſich, ſobald die vertheilende Elektricität weggeſchafft wird, wieder vereinigen, und es kann dieß nicht minder kräftige Wirkungen hervorbringen, als die unmittelbare Entladung jener Elektricität gegen den Körper. Iſt die Luft an Elektricität reich, ſo leuchten manchmal in die Höhe ragende, mit ſpitzen Enden verſehene Gegenſtände (Kreuze auf Thürmen, Blitzableiter, Ma-

ſten der Schiffe u. dgl.) gerade ſo wie eine Spitze leuchtet, die man dem geladenen Conductor einer Elektriſirmaſchine gegenüber hält.

Obgleich man bis jetzt nicht im Stande iſt das Nordlicht auf eine überzeugende Weiſe zu erklären, ſo vermuthet man doch, daß es gleichfalls eine in der Atmoſphäre vor ſich gehende elektriſche Erſcheinung ſey. Es beſteht in Lichtbüſcheln, die von einer Stelle am nördlichen Horizonte ſich gegen das Zenith zu bewegen ſcheinen, und wird vornehmlich in den nördlichen Gegenden ſehr häufig geſehen, wo es ſogar zur Erhellung der langen Nächte beiträgt. In der That hat man durch viele Beobachtungen einen Zuſammenhang zwiſchen auffallenden Störungen der Stellung der Magnetnadel und dem Auftreten eines, wenn gleich entfernten, und daher am Beobachtungsorte nicht unmittelbar wahrnehmbaren Nordlichtes außer Zweifel geſetzt, auch erſcheint ſtrömende Elektricität in verdünnter Luft leuchtend. Ueberhaupt mögen die fortwährenden Aenderungen der Beſtimmungsſtücke des Erdmagnetismus zum Theile von elektriſchen Strömen herrühren, und es können letztere gar wohl durch Temperaturänderungen der Erdfläche zu Stande kommen.

Zwölftes Hauptſtück.

Licht.

289. Verſchiedenheiten der Körper bezüglich des Lichtes. Zum Sehen reicht bekanntlich nicht der bloße Beſitz des Geſichtsorganes oder Auges und deſſen gehörige Beſchaffenheit hin, ſondern es iſt dazu nebſtdem noch ein eigenthümlicher Zuſtand der Körper erforderlich, welcher unzählige Abſtufungen zuläßt und den man im Allgemeinen mit dem Worte Helligkeit bezeichnet. Geringere Grade von Helligkeit nennt man Dunkelheit; gänzlichen Mangel derſelben Finſterniß. Der objective Grund der Helligkeit heißt Licht. Dieſes ſtammt immer von einer gewiſſen materiellen Quelle her, und wird von jedem ſichtbaren Körper den übrigen mitgetheilt. Körper, welche für ſich ſelbſt, d. h. ohne der Gegenwart eines andern Körpers zu bedürfen, hell ſind und Helligkeit verbreiten, heißen leuchtende Körper; diejenigen, welche erſt in Folge der Anweſenheit leuchtender Körper ſich im Zuſtande der Helligkeit befinden, heißen beleuchtete: man ſagt die erſteren ſenden das Licht aus, die letzteren empfangen es bloß Einige Körper hindern das Sehen und die Beleuchtung der Körper nicht, wenn ſie ſich zwiſchen dem Auge und dem zu betrachtenden Körper, oder zwiſchen der Lichtquelle und dem zu beleuchtenden befinden; man ſagt, ſie laſſen das Licht durch ſich hindurch, und nennt ſie durchſichtige Körper; andere dagegen hemmen die Wirkung des Lichtes und heißen undurchſichtige Körper. Es gibt verſchiedene Grade der Durchſichtigkeit; weniger durchſichtige Körper heißen durchſcheinend.

Selbſtleuchtende Körper ſind die Sonne, die Fixſterne, alle brennenden Körper u. m. a.; auch der Elektricität in Funkenform kommt die Fähigkeit zu leuchten zu. Durchſichtig ſind die Luftarten, das Waſſer

und viele andere tropfbare Flüssigkeiten, das Glas, viele krystallisirte Körper u. dgl. Mehrere undurchsichtige Stoffe sind in dünnen Blättchen durchscheinend.

290. **Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes.** Die Wirkung des Lichtes geht im leeren Raume und in einem gleichförmigen durchsichtigen Medium nach gerader Richtung vor sich, denn ein Punct eines hellen Gegenstandes ist nur dann nicht sichtbar, wenn die gerade Linie, welche von diesem Puncte zum Auge geht, durch einen undurchsichtigen Körper unterbrochen wird, so wie ein undurchsichtiger Körper die von einer Lichtquelle ausgehende Beleuchtung nur nach der Gegend hin hindert, welche von den gemeinschaftlichen Tangenten der Begrenzung des undurchsichtigen und des leuchtenden Körpers umschlossen wird. Jede von einem leuchtenden Puncte ausgehende gerade Linie kann also als eine Folge von Puncten betrachtet werden, auf welche sich, in so fern kein Hinderniß im Wege steht, die Wirkung des Lichtes erstreckt; jede solche gerade Linie wird ein Lichtstrahl genannt. Der Raum, in welchen das Licht wegen der Anwesenheit eines undurchsichtigen Körpers nicht kommen kann, wie auch jeder Durchschnitt dieses Raumes mit einer ebenen und krummen Fläche, heißt Schatten. In Folge der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes reducirt sich die Bestimmung der Grenzen des Raumes, welcher von einem leuchtenden Puncte Licht empfängt oder nicht, auf ein bloßes Problem der Geometrie. Wir beschränken uns hier auf die Betrachtung einiger einfachen Fälle, woraus das allgemeine Verfahren leicht zu ersehen ist.

1) Es sey A (Fig. 97) ein leuchtender Punct oder ein so kleiner Körper, daß man seine Ausdehnung vernachläßigen darf, und HK ein undurchsichtiger Körper, an welchem eine Dimension verwaltet, z. B. ein Stab. Zieht man die Geraden AHu, AKv, so ist uHKv der Raum, in welchen von A kein Licht kommt, also der Schatten. Wird dieser Raum durch eine Fläche MN durchschnitten, so erscheint das Stück hk derselben dunkel, die angrenzenden Stücke hM, kN aber hell; es ist also hk der Schatten, welchen der Gegenstand HK auf die Fläche MN wirft. Wäre aber HK eine Oeffnung in einem undurchsichtigen Schirm RS, so fiele bloß auf hk Licht, hingegen hM und kN lagen im Dunkeln.

2) Es sey AB (Fig. 98) eine leuchtende Linie, HK eine mit der vorgenannten in derselben Ebene liegende, von ersterer beleuchtete, undurchsichtige Linie, so ist wie vorhin uHKv der Raum, in welchen von A kein Licht gelangt; eben so ist xHKy der Raum, in welchen von B kein Licht eindringt, und auf gleiche Weise ergibt sich der Raum rHKs, in welchen irgend ein zwischen A und B befindlicher Punct C kein Licht sendet. Man sieht hieraus, daß nur der Raum außerhalb xHKv von AB volles Licht empfängt, in den Raum uHKy zu kein Licht von AB eindringen kann, und die Räume xHu und yKv bloß theilweise von AB Licht erhalten. Zu den in der Geraden Hr liegenden Puncten des Raumes xHu kommt nämlich bloß von den zwischen A und C enthaltenen Puncten Licht, keines aber von dem Theil

CB der Lichtquelle. Je näher die Hr an Hu fällt, deſto näher rückt C an A, deſto kleiner iſt alſo der Theil von AB, welcher zur Beleuchtung der längs Hr liegenden Theilchen des Raumes xAu beiträgt. Sonach muß die Lichtſtärke längs den von H ausgehenden geraden Linien im Raume xHu, von der Grenze Hx angefangen gegen Hu hin bis zum völligen Verſchwinden des Lichtes fortwährend abnehmen. Daſſelbe läßt ſich auch vom Raume yKv ſagen, worin ebenfalls die Lichtſtärke von der Grenze Kv angefangen gegen Ky hin in allen von K ausgehenden geraden Linien bis Null abnimmt. Man nennt den alles Lichtes von AB beraubten Raum uHKy, wie auch jeden Durchſchnitt deſſelben den Kernſchatten, die Räume xHu, yKv, zu welchen nur von einem Theile der Lichtquelle Strahlen gelangen, den Halbſchatten des undurchſichtigen Gegenſtandes HK. Es iſt aus dem Vorhergehenden klar, daß die Bildung des Halbſchattens eine Folge der räumlichen Ausdehnung der Lichtquelle iſt, und immer eintritt, ſobald dieſelbe aus mehr als einem leuchtenden Puncte beſteht. Wäre HK eine Oeffnung in einem undurchſichtigen Schirme, ſo erhielte der Raum uHKy volles Licht von AB; die ſeitwärts daran grenzenden Raumtheile uHx, yKv befänden ſich im Halblichte, deſſen Intenſität gegen Hx und Kv fortwährend abnimmt, und an den genannten Grenzen ſelbſt in völlige Dunkelheit übergeht.

3) Es ſey A (Fig. 99) der Mittelpunct einer leuchtenden Kugel, K der Mittelpunct einer kleinern undurchſichtigen und von erſterer beleuchteten Kugel. Zieht man zu den Kreiſen, in welchen beide Kugeln von einer durch ihre Mittelpuncte gelegten Ebene geſchnitten werden, die vier gemeinſchaftlichen Tangenten BLu, CMv, DNx, EPy, wovon die zwei erſten mit der Verlängerung der Geraden AK in F zuſammentreffen, die beiden letztern aber ſich in einem zwiſchen A und K liegenden Puncte der AK kreuzen; denkt man ſich ferner die ſo entſtandene Figur um die Axe AF herumgedreht, ſo beſchreiben die beiden Kreiſe die ihnen entſprechenden Kugeln, die Tangenten aber kegelförmige Räume. Auf ähnliche Weiſe wie in 2) überzeugt man ſich leicht, daß der Kegel LFM der Kernſchatten der Kugel K iſt, alle übrigen Theile des Raumes yPNx aber zu dem Halbſchatten gehören, da ſie von einem Stücke der Kugel A Licht empfangen, welches kleiner iſt als dasjenige, von dem ſie beleuchtet würden, wenn K nicht vorhanden wäre. Das Stück der Kugel A, welches irgend einem Orte Licht zuſendet, iſt zugleich der Theil genannter Kugel, welcher von einem an dieſem Orte befindlichen Auge geſehen werden kann. Für alle Puncte des Raumes LFM iſt die Kugel A durch K ganz verdeckt; in den Puncten der Räume yPFv, xNFu erſcheint die Kugel bloß als ein ſichelförmig ausgeſchnittener Theil eines Kreiſes; in den Puncten des Raumes uFv erſcheint ſie ringförmig. Setzt man AB = R, KL = r, AK = d, KF = z, ſo hat man wegen AB : KL = AF : KF oder R : r = d + z : z die Proportion R — r : r = d : z, mithin die Länge des Schattenkegels $z = \frac{rd}{R-r}$.

Diese Betrachtungen finden in der Lehre von den Sonnen- und Mondesfinsternissen Anwendung. Stellt A die Sonne, K die Erde vor, so verhält sich K zu r wie die Hälfte des Winkels, unter welchem die Sonne von der Erde aus gesehen wird, zur horizontalen Sonnenparallaxe, mithin wenn man ersteren Winkel im Mittel = 32 Minuten und letzteren = 8,6 Secunden setzt, wie 16.60 : 8,6 oder wie 112 : 1. Sonach ist K = 112 r, ferner ist d = 23984 r (s. S. 192), folglich die Länge des Kernschattens der Erde = $\frac{23984\,r}{111}$ = 216 Erdhalbmesser.

Da die Distanz des Mondes im Mittel nur 60 Erdhalbmesser beträgt, so kann derselbe bei seiner Opposition mit der Sonne allerdings in den Erdschatten gerathen. Beschreibt man mit der Distanz des Mondes vom Erdmittelpuncte, welche durch KQ vorgestellt werde, den Bogen QS, so zeigt dieser den Halbmesser des Erdschattens in der Distanz des Mondes an, und es ist SKQ der Winkel, unter welchem dieser Halbmesser von der Erde aus gesehen erscheint. Verlängert man BA nach W und zieht BK, so ist der Winkel SKQ = BKW — BKA = KSL + KBL — BKA. Hier ist KSL die horizontale Parallaxe des Mondes im Mittel = 57′, BKA ist die scheinbare Größe des Sonnenhalbmessers = 16′ und KBL kommt sehr nahe der Sonnenparallaxe gleich; sonach ist SKQ = 57′ + 8″,5 — 16′ = 41′, während der Mondhalbmesser von der Erde aus gesehen nur unter dem Winkel 15 Minuten erscheint. Daraus erhellet die Möglichkeit einer totalen Mondesfinsterniß, und es läßt sich hiernach mit Hilfe der Bewegung der Erde und des Mondes auch auf die größtmögliche Dauer einer solchen Verfinsterung schließen. Denkt man sich unter K den Mond, und einen Ort der Erdfläche in der Richtung der Linie KF, so tritt eine centrale Sonnenfinsterniß ein, und zwar je nachdem die Distanz dieses Ortes vom Mittelpuncte des Mondes größer ist als KF oder nicht, eine ringförmige oder eine totale. Fällt gerade der Punct F auf die Erdfläche, so ist die Verfinsterung der Sonne nur einen Augenblick total.

291. **Intensität der Beleuchtung.** Wird eine Fläche in verschiedene Stellungen gegen eine Lichtquelle gebracht, so ändert sich die Dichte der Lichtstrahlen, welche diese Fläche treffen, oder die Beleuchtungsstärke. Folgende Betrachtungen werden zur Kenntniß der Umstände, von welchen sie abhängt, führen. 1) Es sey A (Fig. 100) ein leuchtender Punct und BC irgend ein sehr kleines Stück einer von demselben beleuchteten Ebene MN. Man denke sich diese Ebene in ihrer früheren Lage parallel nach M′N′ in eine größere Entfernung von A gebracht, so breitet sich die Lichtmenge, welche früher auf BC fiel, nunmehr auf ein größeres Flächenstückchen B′C′ aus; die Dichte der Lichtstrahlen nimmt daher in dem Verhältnisse ab, in welchem B′C′ größer ist als BC, d. h. wenn J, J′ die Intensitäten der Beleuchtung in BC, B′C′ vorstellen, so ist J : J′ = B′C′ : BC. Zieht man AD, AD′ senkrecht auf die genannten Ebenen, so ist der bekannten Eigenschaft paralleler Schnittflächen an Pyramiden oder Kegeln zufolge

$$B'C' : BC = AD'^2 : AD^2,$$

mithin besteht die Proportion

$$J : J' = AD'^2 : AD^2.$$

„Bei gleicher Stellung beleuchteter Ebenen gegen die von einer Lichtquelle auf sie gefallten Senkrechten verhalten sich also die Beleuch-

»tungsintenſitäten verkehrt wie die Quadrate der Diſtanzen dieſer Ebe»nen von der Lichtquelle.« 2) Es falle der Lichtſtrahl AB (Fig. 101) von dem leuchtenden Puncte A ſenkrecht auf die Ebene MN und es ſey BC ein ſo kleines Stück derſelben, daß man alle von A zu deſſen Begrenzung gehenden geraden Linien als parallel betrachten darf. Nimmt nun die Ebene MN, indem ſie ſich um eine in ihr enthaltene, durch B gehende Are dreht, eine andere Lage PQ an, ſo verbreitet ſich das Licht, welches früher auf BC fiel, nunmehr über ein größeres Stückchen BE, und wenn J, J' die Intenſitäten der Beleuchtung im erſteren und letzteren Falle bezeichnen, iſt $J : J' = BE : BC$. Aber es verhalten ſich, wenn man die beleuchtete Ebene durch ſenkrecht gegen die Drehungsare geführte gerade Linien in unendlich ſchmale Streifen zertheilt, je zwei Streifen, auf welche dieſelbe Lichtmenge fällt, wie die Flächen BE, BC, und wenn die Linien BE und BC die Längen zweier ſolchen Streifen vorſtellen, iſt

$$BE : BC = 1 : \sin AEB = 1 : \sin ABP,$$

mithin hat man

$$J : J' = 1 : \sin ABP.$$

»Die Intenſität der Beleuchtung eines jeden Flächenſtückchens iſt alſo »unter übrigens gleichen Umſtänden dem Sinus des Winkels propor»tional, unter welchem das Licht dieſes Flächenſtückchen trifft.«

Auf den Satz 1) läßt ſich eine Methode gründen, die Leuchtkräfte zweier Lichtquellen mit einander zu vergleichen. Es verhalten ſich nämlich dieſe Leuchtkräfte wie die Beleuchtungsſtärken, die ſie in gleicher Diſtanz hervorbringen. Reguliert man alſo die Diſtanzen beider Lichtquellen von einer beleuchteten Fläche dergeſtalt, daß ſie eine gleich ſtarke Beleuchtung hervorbringen, ſo verhalten ſich die Leuchtkräfte gerade wie die Quadrate der Diſtanzen. Es gibt mehrere Inſtrumente, welche zur Handhabung dieſes Principes dienen. Man nennt ſie Photometer. Man kann zu dieſem Zwecke auch die Vergleichung der Schatten benützen, welche ein von beiden Lichtquellen zugleich beleuchteter Gegenſtand auf eine Fläche wirft. Dem ſtärkeren Lichte gehört offenbar der ſtärkere Schatten, und ſind die Lichtquellen ſo geſtellt, daß die Schatten gleiche Dunkelheit beſitzen, ſo iſt das Verhältniß der Quadrate der Diſtanzen der Lichtquellen von dem den Schatten gebenden Objecte jenes ihrer Leuchtkräfte.

292. Geſetze der Reflexion des Lichtes. Fällt Licht auf eine glatte Fläche, ſo wird es daran im Allgemeinen reflectirt, d. h. es bildet ſich ein neuer Lichtbündel, der in das vorige Medium zurückkehrt. Es ſey H (Fig. 102) ein Punct der das Licht reflectirenden Fläche, in welchem dieſelbe von dem Strahle AH getroffen wird; MN dieſe Fläche ſelbſt, wenn ſie eben iſt, oder im entgegengeſetzten Falle die zu H gehörende tangirende Ebene der Fläche, und HP eine auf der Ebene MN ſenkrechte Gerade, ſo heißt AH der einfallende Strahl, H der Einfallspunct, HP das Einfallsloth, die durch AH und HP gelegte Ebene die Einfallsebene und der Winkel AHP, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe bildet, der Einfallswinkel. Stellt die Gerade HR den reflectirten Strahl vor, ſo heißt eben ſo die Ebene, worin dieſer und das

Einfallsloth liegen, die Reflexionsebene und der Winkel RHP der Reflexionswinkel. Jede polirte Fläche wird, in ſo fern ſie zur Reflexion des Lichtes dient, ein Spiegel genannt. Dieſe Benennungen vorausgeſetzt, laſſen ſich die Geſetze, nach welchen die Reflexion des Lichtes vor ſich geht, folgender Maßen ausſprechen: 1) Der reflectirte Strahl liegt ſtets in der erweiterten Einfallsebene und bezüglich des einfallenden Strahles auf der entgegengeſetzten Seite des Einfallslothes; die Reflexionsebene iſt ſonach mit der Einfallsebene einerlei. 2) Der Reflexionswinkel iſt dem Einfallswinkel gleich. Man überzeugt ſich leicht von der Richtigkeit dieſer Geſetze, wenn man einen Sonnenſtrahl durch eine am Fenſterladen angebrachte kleine Oeffnung in ein verfinſtertes Zimmer treten läßt, denſelben mit einer polirten Glastafel oder noch beſſer mit einer polirten Metallplatte in verſchiedenen Lagen auffängt und die Poſition des reflectirten Strahles geometriſch unterſucht. Schon der bloße Anblick des Herganges der Reflexion des Sonnenlichtes an der Oberfläche eines ruhenden Gewäſſers mußte längſt auf die Erkenntniß dieſer ſo einfachen Geſetze führen, welche ſich bei der ſchärfſten Prüfung bewähren.

Eine rauhe Fläche kann als ein Aggregat ſehr vieler in verſchiedenen Lagen gegen einander geſtellten äußerſt kleinen Flächenſtücke betrachtet werden; eine ſolche Fläche wirft die Theile eines auf ſie fallenden Lichtbündels nach allen Seiten, es bilden ſich ſonach unzählige reflectirte Strahlen nach allen Richtungen, deren jeder einzelne eine nur geringe Lichtſtärke mit ſich trägt. Man nennt dieſen Hergang die unregelmäßige Reflexion oder die Zerſtreuung des Lichtes, im Gegenſatze mit der oben betrachteten regelmäßigen Reflexion. Auch bei der vollkommenſten Politur, welche wir einer ſpiegelnden Fläche zu geben im Stande ſind, bleibt noch ein gewiſſer Grad von Rauhigkeit zurück, es findet deßhalb am Einfallspuncte nebſt der regelmäßigen Reflexion immer noch eine Zerſtreuung des Lichtes ſtatt, wie der Umſtand beweiſet, daß man die im finſteren Zimmer von einem Lichtbündel getroffene Stelle eines Spiegels an allen Orten außerhalb des reflectirten Lichtbündels ſieht.

293. **Erſcheinungen an einem ebenen Spiegel.** Es ſey A (Fig. 103) ein leuchtender Punct, von welchem Licht auf eine ſpiegelnde Ebene fällt, MN die Gerade, in welcher dieſe Ebene von einer gegen ſie durch den Lichtſtrahl AH, deſſen Reflexion wir unterſuchen wollen, ſenkrecht gelegten Ebene geſchnitten wird. Man errichte in dem Einfallspuncte H das Einfallsloth HP und ziehe in der Ebene AHN die Gerade HR ſo, daß der Winkel PHR = PHA wird, ſo iſt HR die Richtung des reflectirten Strahles. Man verlängere die Gerade HR rückwärts, bis ſie mit der Verlängerung der von A auf MN ſenkrecht gezogenen AS zuſammentrifft, was im Puncte a geſchehe, es iſt Sa = SA. Es iſt hier nämlich wegen der Gleichheit der Winkel SHa und RHN, ferner der Winkel SHA und RHN, auch SHa = SHA; da nun überdieß die rechten Winkel HSa und HSA gleich ſind, ſo ſind die Dreiecke SHa, SHA, welchen die Seite HS ge-

meinſchaftlich angehört, congruent, mithin iſt S a = S A. Dieſe Gleichheit kann erwieſen werden, welche Lage A H', A H'' ꝛc. auch immer der einfallende Strahl A H in der Ebene A S N oder in einer anderen haben mag; ſtets trifft der ihm zugehörende reflectirte H' R', H'' R'' ꝛc., rückwärts gezogen die Verlängerung der vom leuchtenden Puncte auf die Spiegelebene gefällten Senkrechten in dem Puncte a, welcher eben ſo weit hinter der Spiegelebene liegt, als der leuchtende Punct A vor dieſer Ebene. Die von A zur ſpiegelnden Ebene gelangenden Strahlen werden alſo von dieſer Ebene ſo reflectirt, als ob die reflectirten Strahlen ſämmtlich von a ausgegangen wären. Wir verſetzen in Folge des Eindruckes, den die von einem leuchtenden Puncte ausgehenden und unmittelbar in unſer Auge eindringenden Lichtſtrahlen auf dasſelbe machen, den leuchtenden Punct an die Spitze des Strahlenkegels, welchen das Auge empfängt. Treffen nun Strahlen, welche ſo gegen einander geneigt ſind, als kämen ſie von einem und demſelben Puncte her, unſer Auge, ſo wird derſelbe Eindruck wie im vorhergehenden Falle hervorgerufen. Wenn daher einige der vorgenannten von der Spiegelebene M N reflectirten Strahlen H R, H' R', H'' R'' ꝛc. in das Auge eines Beobachters eindringen, ſo glaubt dieſer in a einen mit A identiſchen leuchtenden Punct wahrzunehmen. Der Punct a heißt das Bild des Punctes A. Es gilt ſonach der Satz: »Ein ebener »Spiegel erzeugt von jedem vor ihm befindlichen leuchtenden Punct ein »Bild, welches hinter dem Spiegel, in der vom leuchtenden Puncte »auf die Spiegelebene geführten Senkrechten und eben ſo weit von der »Spiegelebene entfernt erſcheint, als der leuchtende Punct vor ihr liegt.«

Mit Hilfe dieſes Satzes läßt ſich der Ort des Bildes eines jeden Punctes der Oberfläche eines vor einem ebenen Spiegel befindlichen Gegenſtandes angeben: der Inbegriff der Bilder ſämmtlicher Puncte eines Gegenſtandes iſt das Bild des Gegenſtandes ſelbſt. Es ſey z. B. M N (Fig. 104) der Spiegel und A B C ſeyen Puncte an der Oberfläche eines Körpers; man ziehe A S, B T, C U ſenkrecht auf M N und mache deren Verlängerungen S a = A S, T b = B T, U c = C U, ſo erſcheint, wenn der Körper Licht gegen den Spiegel ſendet, das Bild von A in a, von B in b, von C in c; es wird ſonach der Körper A B C mittelſt des Spiegels in a b c geſehen. Da in Folge dieſer Conſtruction ſämmtliche Puncte des Bildes gegen die Ebene des Spiegels genau dieſelbe Lage haben, wie die entſprechenden Puncte des Gegenſtandes, ſo ſtimmt das Bild der Geſtalt und Größe nach mit dem Gegenſtande völlig überein, nur iſt die Anordnung der Theile des Bildes rückſichtlich jener des Gegenſtandes im Sinne von rechts und links verwechſelt. Aus derſelben Conſtruction folgt weiter, daß eine Veränderung der Lage des Gegenſtandes bezüglich der ſpiegelnden Ebene eine gleiche Aenderung der Lage des Bildes bezüglich genannter Ebene nach ſich zieht. Die vollkommene Uebereinſtimmung aller ſolchergeſtalt aus dem Grundgeſetze der Reflexion des Lichtes abgeleiteten Erſcheinungen mit der Erfahrung beſtätiget die Richtigkeit dieſes Geſetzes in vollem Maße.

Zur Erweiterung der Einsicht in die Wirkungsweise eines ebenen Spiegels wird es nützlich seyn, noch in folgende nähere Erörterungen einzugehen: 1) Hat man von einem leuchtenden Puncte A (Fig. 103) auf die Spiegelebene M N die Senkrechte A S gezogen und diese bis a verlängert, so daß S a = A S ist, so ergibt sich für jeden auf den Spiegel fallenden Strahl A H sogleich die Richtung des reflectirten, wenn man von dem Puncte a durch den Einfallspunct H eine gerade Linie zieht. Die Verlängerung H R dieser Linie ist die Richtung des reflectirten Strahles. Es liegt hier nämlich H R mit A H und A S, folglich auch H R mit A H und H P in einerlei Ebene, und überdieß ist in Folge der Congruenz der rechtwinkligen Dreiecke A S H, a S H der Winkel a H S = A H S, mithin auch R H N = A H S und R H P = A H P. 2) Ist R ein Punct auf derselben Seite der Spiegelebene, auf welcher der leuchtende Punct A liegt, und zieht man a R, so bezeichnet der Durchschnitt dieser Geraden mit der Spiegelebene den Punct H, in welchem ein von A ausgehender Strahl den Spiegel treffen muß, damit er nach R hin reflectirt werde. Erstreckt sich der Spiegel nicht so weit, daß H auf demselben Platz findet, so kann ein in R befindliches Auge das Bild a des Punctes A mittelst dieses Spiegels nicht sehen. 3) Es sey A B (Fig. 105) eine Dimension eines vor dem ebenen Spiegel M N befindlichen Gegenstandes, a b das Bild von A B, R der Ort eines Auges, so sieht dieses das Bild a b mittelst des Stückes H K des Spiegels, dessen Länge durch die Durchschnittspuncte H, K der von a und b nach R gezogenen Geraden mit der Spiegelfläche bestimmt wird. Je näher R am Spiegel steht, ein desto kleineres Spiegelstück reicht zur Uebersicht von a b hin. Hat der Spiegel M N eine verticale Lage und ist A B die Höhe eines vor demselben stehenden Menschen und O dessen Auge, so hat der wirksame Theil E F des Spiegels die Hälfte der Höhe von A B. Es ist nämlich

$$E F : a b = O E : O a = A S : A a = 1 : 2.$$

4) Bewegt sich der ebene Spiegel M N (Fig. 106) seiner ursprünglichen Lage parallel nach M' N', wodurch das Bild a des Punctes A nach a' rucke, so beschreibt es einen doppelt so langen Weg als der Spiegel, d. h. es ist a a' = 2 H H'. Denn es ist a H = H A, a' H' = H' A, mithin a H — a' H' = H A — H' A = H H'. Addirt man beiderseits H H', so wird a H + H H' — a' H' = 2 H H' oder a H' — a' H' = 2 H H', mithin a a' = 2 H H'. 5) Dreht sich die Spiegelebene M N (Fig. 107) um eine in ihrer Ebene liegende Axe, in Folge dessen sie die Lage M' N' annimmt, so beschreibt das Bild a eines Punctes A um eben diese Axe einen Kreisbogen a a', dessen Halbmesser der Entfernung des Punctes A von genannter Axe gleichkommt, und es ist der Drehungswinkel des Bildes doppelt so groß als jener des Spiegels, d. h. wenn F den Punct vorstellt, in welchem die Drehungsaxe von der aus A auf sie gefallten Senkrechten getroffen wird, so ist a F a' = 2 M F M'. Man hat nämlich, wenn A a auf M N, A a' auf M' N' senkrecht steht, und a S = A S, a' S' = A S' ist, auch a F M = A F M, a' F M' = A F M', in Folge a' F M' — A F M = A F M' — A F M oder a' F M' — a F M = M F M'. Addirt man beiderseits M F M', so wird a' F M — a F M = 2 M F M', folglich a F a' = 2 M F M'. 6) Hat ein Gegenstand A B (Fig. 108) gegen die Spiegelebene M N eine Neigung von 45°, so hat das Bild a b gegen diese Ebene gleichfalls die Neigung von 45°, und daher steht seine Richtung auf jener des Gegenstandes senkrecht. Es ist dieß ein Mittel einen liegenden Gegenstand aufrecht, einen aufrechten liegend erscheinen zu lassen. 7) Befindet sich ein leuchtender Punct A innerhalb des Winkels M Z N (Fig. 109) zweier ebenen Spiegel Z M, Z N, deren spiegelnde Flächen einander zugekehrt sind, so gibt A nicht bloß in jedem der bei-

den Spiegel ein Bild, nämlich a in ZM und b in ZN, sondern es kann jedes dieser Bilder (z. B. a) bezüglich des andern Spiegels (ZN) die Stelle eines Objectes vertreten, weil letzterer Spiegel die reflectirten Strahlen so empfängt, als ob sie von dem Bilde (a) herkämen und erzeugt sonach wieder ein Bild (c) u. s. w. Hiedurch entstehen mehrfache Bilder. Offenbar ist aZM = AZM und bZN = AZN, ferner aZ = AZ = bZ und aus gleichem Grunde muß cZN = aZN und cZ = aZ seyn. Macht man den Winkel PZN = MZN, so ergibt sich cZP = aZM. Beschreibt man daher aus Z mit dem Halbmesser ZA einen Kreis, so liegen sämmtliche Bilder in der Peripherie desselben, und trägt man den zwischen den Spiegeln enthaltenen Bogen mn auf diese Peripherie so oft es angeht auf, so fällt in jeden Bogen ein Bild und diese Bilder haben paarweise von dem zwischen ihnen liegenden Theilungspuncte des Kreises gleiche Abstände, sie sind also symmetrisch geordnet. Ist der Winkel MZN ein aliquoter Theil von 360°, so bietet der Gegenstand mit seinen Bildern eine symmetrische Figur dar mit so viel Abtheilungen, als der Quotient $\frac{360^\circ}{MZN}$ Einheiten enthält. 8) Steht ein Gegenstand zwischen parallelen Spiegeln, so werden die von ihm ausgehenden Strahlen abwechselnd von dem einen auf den andern Spiegel geworfen und es müßten sonach unendlich viele in regelmäßiger Folge hinter einander stehende Bilder zum Vorschein kommen, wenn nicht mit den vielfachen Reflexionen eine Schwächung des Lichtes verbunden wäre, in Folge deren die entfernteren Bilder unmerklich werden. Auf der Wirkung der unter einem Winkel gestellten Spiegel beruht das Kaleidoskop; auf der Verbindung dieser mit der Wirkung der Parallelspiegel beruht der Effect der Spiegelzimmer. Da die gewöhnlichen Wandspiegel aus Glastafeln bestehen, welche an der Rückseite mit Zinnamalgam (Spiegelfolie) belegt sind, so wird ein Theil des Lichtes an der Vorderfläche, der übrige in das Glas eindringende Theil an der Hinterfläche des Spiegels reflectirt. Letzterer Theil, welcher der größere ist, erleidet bei seinem Austritte aus dem Glase an der Vorderfläche wieder eine partielle Reflexion u. s. w. Es entstehen daher an einem solchen Spiegel mehrere Bilder, die sich gewöhnlich decken, aber bei feineren Apparaten störend einwirken. Man sieht diese Vervielfachung der Bilder leicht, wenn man eine Lichtflamme als Object wählt. Wo es auf reine Bilder ankommt, muß man daher Metallspiegel anwenden.

294. **Der Heliostat.** Bei mancherlei optischen Versuchen ist es nöthig einen Sonnenstrahl nach einer bestimmten Richtung in ein verfinstertes Zimmer zu leiten. Man bewerkstelliget dieses durch einen Planspiegel, dem man eine solche Lage gibt, daß er das Sonnenlicht nach der erforderlichen Richtung reflectirt. Weil aber der Stand der Sonne sich jeden Augenblick ändert, so muß, wenn die Richtung des reflectirten Lichtstrahles unverändert bleiben soll, der Spiegel fortwährend in einer entsprechenden Bewegung erhalten werden. Eine hiezu dienliche Vorrichtung heißt ein Heliostat. Da es nicht immer thunlich ist, dem Spiegel die erforderliche Bewegung mit der Hand zu geben, so verbindet man ihn mit einem Uhrwerke, welches ihn nach der Sonne dreht. Es ist klar, daß es genügt den reflectirten Sonnenstrahl in irgend einer fixen Richtung zu erhalten; mittelst eines zweiten Spiegels kann man diesem sodann jede beliebige andere Richtung geben. Als Fundamentalrichtung des reflec[illegible] es dient am be-

sten jene der Weltaxe; es bedarf hiezu bloß einer Uhr, deren Zeigeraxe während 24 Stunden einen Umlauf macht und einen Spiegel trägt, der um eine in seiner Ebene liegende, der Ebene des Zifferblattes parallele Axe drehbar ist, und solchergestalt in die erforderliche Neigung gegen das Zifferblatt gestellt werden kann. Bei dem Gebrauche richtet man die Ebene des Zifferblattes dem Aequator parallel, wodurch die Zeigeraxe die Lage der Weltaxe erhält, gibt dem Spiegel eine solche Neigung gegen das Zifferblatt, daß der Winkel, welchen die Ebenen beider mit einander bilden, um die Hälfte der Declination der Sonne für den Zeitpunct des Versuches kleiner oder größer als 45° ist, je nachdem die Sonne nordlich oder südlich vom Aequator abweicht, und wendet den Spiegel so gegen die Sonne, daß seine Neigungsaxe gegen den Declinationskreis senkrecht steht, so wird das auf den Spiegel fallende Sonnenlicht, vorausgesetzt, daß die Uhr gehörig im Gange ist, fortwährend nach der Richtung der Weltaxe reflectirt. Denn es sey AE (Fig. 110) die Ebene des Zifferblattes in der Lage des Aequators, MN die Ebene des Spiegels, C die Zeigeraxe, SC der einfallende, CP der reflectirte Sonnenstrahl. Soll dieser die Lage der Weltaxe haben, so muß erstlich die Einfalls- oder die Reflexionsebene des Spiegels, nämlich die Ebene SCP auf der Ebene des Aequators senkrecht stehen, d. h. mit jener des Declinationskreises zusammenfallen, sodann muß noch, in so fern in der Figur AE, MN die Geraden vorstellen, in denen das Zifferblatt und der Spiegel von der Reflexionsebene SCP geschnitten werden, der Winkel ACP oder ACM + MCP ein rechter seyn. Aber es ist

$$MCP = NCS = ECN + ECS = ACM + ECS,$$

folglich hat man

$$2ACM + ECS = 90°, \text{ also } ACM = 45° - \tfrac{1}{2}ECS.$$

Der Winkel ECS entspricht aber der Declination der Sonne, und die Figur setzt voraus, daß dieselbe eine nordliche sey; fände das Gegentheil statt, so erhielte, wie sich eben so leicht zeigen läßt, ECS das entgegengesetzte Zeichen. Hiermit ist die oben ausgesprochene Regel bewiesen. Zur bequemen Einstellung des Spiegels gegen die Sonne ist die Axe des Zifferblattes noch mit einem gegen die Neigungsaxe des Spiegels senkrechten Zeiger versehen, den man nach wahrer Sonnenzeit richtet. Es versteht sich von selbst, daß die Bezifferung des Uhrblattes richtig orientirt seyn, d. h. die Zahl 12 genau der Ebene des Meridianes entsprechen muß.

Man hat auch Heliostaten mit einem Spiegel, bei welchen der das Sonnenlicht direct empfangende Spiegel es sogleich nach der beliebig gewählten neuen Richtung reflectirt. Dieses Instrumente sind complicirter als der oben beschriebene Heliostat mit zwei Spiegeln und kommen seltener in Anwendung, weßhalb sie hier übergangen werden.

295. **Erscheinungen sphärischer Hohlspiegel.** Hat eine spiegelnde Fläche die Gestalt eines Abschnittes einer Hohlkugel, so nennt man sie einen sphärischen Hohlspiegel. Um die Beschaffenheit der Bilder kennen zu lernen, welche ein solcher Spiegel erzeugt, unter-

ſuchen wir zuerſt den Gang, welchen Strahlen, die von einem leuchtenden Puncte ausgehen, nach der Reflexion an einem ſphäriſchen Hohlſpiegel nehmen. Es ſey A (Fig. 111) ein Punct, welcher vom Spiegel weiter entfernt iſt als der Krümmungsmittelpunct C, und den Strahl AM an den Hohlſpiegel ſende; man denke ſich durch dieſen Punct und durch C, vorausgeſetzt, daß letzterer Punct ſich nicht in der Geraden AM ſelbſt befinde, eine Ebene gelegt, und es ſchneide dieſelbe den Spiegel in dem Kreisbogen MBN. Zieht man zum Einfallspuncte den Halbmeſſer CM, ſo iſt dieſer offenbar das Einfallsloth, mithin geht die Reflexion des Strahles in der Ebene AMN vor ſich, und der reflectirte Strahl erhält die Richtung MR ſo, daß der Winkel RMC = AMC wird. Es ſey H der Durchſchnittspunct von MR und der Geraden ACB. Hätte der einfallende Strahl die Richtung der letzteren, ſo würde er in B längs einer dieſer Linie, nämlich längs BCA, reflectirt. Aus dieſem Grunde heißt der durch A und durch den Krümmungsmittelpunct des Spiegels gehende Strahl ACB der *Hauptſtrahl* des Punctes A; den Winkel MAB kann man die *Elongation* des Strahles AM nennen. Denkt man ſich die vorhandene Figur um die Gerade AB als Axe gedreht, ſo nimmt AM nach und nach die Lage aller Strahlen an, welche aus A unter gleicher Elongation auf den Hohlſpiegel fallen, und da dabei der Punct H unbeweglich bleibt, ſo durchkreuzen alle aus dieſen einfallenden Strahlen entſtehende reflectirte einander im Puncte H. Von dieſem Puncte gehen daher die reflectirten Strahlen dergeſtalt aus, als wäre er ein leuchtender Punct; es nimmt alſo ein Auge, welches einige dieſer Strahlen empfängt, in H ein *Bild* des Punctes A wahr. Betrachten wir nun einen von A ausgehenden Strahl AM', deſſen Elongation kleiner iſt als die des Strahles AM, ſo wird der reflectirte Strahl M'H' den Hauptſtrahl AB in einem näher an C liegenden Puncte H' ſchneiden. Denn weil die MC den Winkel AMH halbirt, ſo iſt im Dreiecke AHM

$$AM : MH = AC : CH, \text{ folglich } AM = AC.\frac{MH}{CH}.$$

Aus demſelben Grunde iſt

$$AM' = AC.\frac{M'H'}{CH'}.$$

Aber es iſt

$$AM' > AM, \text{ folglich auch } \frac{M'H'}{CH'} > \frac{MH}{CH}.$$

Letztere Bedingung kann nicht erfüllt werden, wenn H' in H oder zwiſchen H und B fiele, weil dann $M'H' < MH$ und zugleich $CH' > CH$ wäre. Es gibt daher jeder von A ausgehende Kegel von einerlei Elongation ein beſonderes Bild des Punctes A, ſonach iſt mittelſt eines ſphäriſchen Spiegels kein vollkommen reines Bild eines leuchtenden Punctes möglich. Man nennt dieſen Umſtand die *Abweichung* der reflectirten Strahlen.

Wegen $CH' < CH$ müſſen ſich die Strahlen MH, M'H' über der AB in einem Puncte x begegnen. Denkt man ſich eine ſtetige

Folge von Strahlen AM, AM', AM'' ꝛc. (Fig. 112), welche in einerlei Ebene von dem Puncte A auf den Spiegel fallen, und für je zwei unmittelbar neben einander liegende reflectirte Strahlen den Durchschnittspunct bestimmt, so bildet die Folge sämmtlicher so erhaltenen Durchschnittspuncte eine krumme Linie x x'x''..., welche von allen reflectirten Strahlen tangirt wird. Man nennt dieselbe die Brennlinie des Punctes A, und die Fläche, welche aus der Rotation der Brennlinie um die Axe AB entsteht, die Brennfläche. An der Spitze K der Brennfläche kommen diejenigen Strahlen zusammen, deren Elongation von dem Hauptstrahle AB die kleinste ist, und dort findet auch die geringste Abweichung statt. Um die Position dieser Spitze auszumitteln, deren Abstand vom Spiegel, nämlich BK durch k vorgestellt werde, gehen wir von der bereits oben aufgestellten Proportion AM : MH = AC : CH aus. Je näher der Einfallspunct M des Strahles AM an B rückt, desto mehr nähert sich jeder der Quotienten $\frac{AM}{AB}$, $\frac{MH}{BK}$, $\frac{CH}{CK}$ der Einheit. Setzt man daher AB statt AM, so geht MH in BK und CH in CK über. Es besteht also auch die Proportion AB : BK = AC : CK. Bezeichnet man AB mit a und den Halbmesser CB des Hohlspiegels mit r, so hat man

$$a : k = a - r : r - k,$$ folglich $$(a - r)k = a(r - k)$$ oder

$$(a - r)k = ar - ak,$$

woraus sich $(2a - r)k = ar$ und $k = \frac{ar}{2a - r}$ ergibt.

Hat der sphärische Hohlspiegel MN eine im Vergleiche mit seinem Krümmungshalbmesser nur geringe Ausdehnung, so daß ein leuchtender Punct, welcher vom Spiegel weiter absteht, als der Krümmungsmittelpunct, nur Strahlen, welche vom Hauptstrahle um eine sehr geringe Elongation abweichen, zu dem Spiegel sendet, so kann man wenigstens näherungsweise annehmen, daß die reflectirten Strahlen ohne Rücksicht auf die Elongationen der einfallenden Strahlen, von welchen sie herrühren, sich sämmtlich in einem Puncte des Hauptstrahles vereinigen, dessen Abstand vom Spiegel durch die Größe, welche wir oben mit k bezeichnet haben, angegeben wird. Wir setzen hier nunmehr durchgehends voraus, daß diese Annahme, welche uns der Betrachtung der Abweichung der reflectirten Strahlen überhebt, gemacht werden dürfe, auch dann noch, wenn die Entfernung des leuchtenden Punctes vom Spiegel geringer ist, als der Krümmungshalbmesser, auf welchen Fall die obige Formel für k gleicherweise anwendbar ist.

Untersuchen wir nun den Einfluß, welchen der Abstand a des leuchtenden Punctes vom Spiegel auf die Bildweite k hat. Zu diesem Behufe geben wir der Formel $k = \frac{ar}{2a - r}$ eine andere Gestalt; da nämlich aus derselben $\frac{1}{k} = \frac{2a - r}{ar}$ folgt, so haben wir $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$. Je weiter sich der leuchtende Punct vom Spiegel ent-

fernt, d. h. je größer a wird, deſto kleiner wird der Bruch $\frac{1}{a}$, und es kann derſelbe bei unendlicher Vergrößerung von a kleiner werden, als jede denkbare noch ſo kleine Größe. Nehmen wir $a = \infty$ an, welche Vorausſetzung eigentlich ſagt, daß die auf den Spiegel fallenden Strahlen dem Hauptſtrahle parallel ſind, ſo haben wir $\frac{1}{a} = 0$ zu ſetzen, wornach $\frac{1}{k} = \frac{2}{r}$, mithin $k = \frac{r}{2}$ wird. Derlei Strahlen vereinigen ſich daher in dem Puncte des Hauptſtrahles, deſſen Abſtand vom Spiegel der Hälfte des Krümmungshalbmeſſers gleichkommt. Ein Vereinigungspunct paralleler Strahlen heißt im Allgemeinen Brennpunct (Focus) und ſein Abſtand vom Spiegel Brennweite. Bezeichnen wir dieſe im vorliegenden Falle mit f, ſo iſt $f = \frac{r}{2}$. Iſt der leuchtende Punct vom Spiegel zwar weit entfernt, jedoch nicht ſo weit, daß man $\frac{1}{a}$ als eine verſchwindende Größe betrachten darf, ſo weicht die Bildweite k von der Brennweite f nur wenig ab, und da die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ offenbar $\frac{1}{k} < \frac{2}{r}$ gibt, ſo iſt $k > \frac{r}{2}$ oder $k > f$. Zugleich hat man, wenn, wie hier vorausgeſetzt wird, $a > r$ iſt, $\frac{1}{k} > \frac{2}{r} - \frac{1}{r}$, d. h. $\frac{1}{k} > \frac{1}{r}$ alſo $k < r$. Das Bild fällt demnach zwiſchen den Brennpunct und den Krümmungsmittelpunct. Nähert ſich der leuchtende Punct dem Spiegel, d. h. nimmt a ab, ſo wächſt $\frac{1}{a}$, es nimmt alſo $\frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ oder $\frac{1}{k}$ ab, und daher wächſt k, das Bild entfernt ſich demnach vom Spiegel. Wird $a = r$, d. h. befindet ſich der leuchtende Punct im Krümmungsmittelpuncte des Spiegels, ſo hat man $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$, alſo $k = r$, folglich fällt das Bild mit dem Objecte zuſammen. Steht der leuchtende Punct zwiſchen dem Krümmungsmittelpuncte und dem Brennpuncte, ſo iſt $a > \frac{r}{2}$ und zugleich $a < r$, mithin $\frac{1}{a} < \frac{2}{r}$ und $\frac{1}{a} > \frac{1}{r}$, weßwegen k poſitiv erſcheint und $\frac{1}{k} < \frac{2}{r} - \frac{1}{r}$, alſo $\frac{1}{k} < \frac{1}{r}$, folglich $k > r$ wird; das Bild kommt alſo in dieſem Falle weiter vom Spiegel zu ſtehen, als der Krümmungsmittelpunct. Befindet ſich der leuchtende Punct im Brennpuncte ſelbſt, ſo hat man $a = \frac{r}{2}$, folglich

$$\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{2}{r} = 0, \text{ und deßhalb } k = \infty.$$

Dieſes Reſultat zeigt, daß Strahlen, die vom Brennpuncte des Spiegels ausgehen, durch die Reflexion dem Hauptſtrahle parallel werden. Steht endlich der leuchtende Punct dem : als der Brenn-

Einfallsloth liegen, die Reflexionsebene und der Winkel RHP der Reflexionswinkel. Jede polirte Fläche wird, in so fern sie zur Reflexion des Lichtes dient, ein Spiegel genannt. Diese Benennungen vorausgesetzt, lassen sich die Gesetze, nach welchen die Reflexion des Lichtes vor sich geht, folgender Maßen aussprechen: 1) Der reflectirte Strahl liegt stets in der erweiterten Einfallsebene und bezüglich des einfallenden Strahles auf der entgegengesetzten Seite des Einfallsloth es; die Reflexionsebene ist sonach mit der Einfallsebene einerlei. 2) Der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich. Man überzeugt sich leicht von der Richtigkeit dieser Gesetze, wenn man einen Sonnenstrahl durch eine am Fensterladen angebrachte kleine Oeffnung in ein verfinstertes Zimmer treten läßt, denselben mit einer polirten Glastafel oder noch besser mit einer polirten Metallplatte in verschiedenen Lagen auffängt und die Position des reflectirten Strahles geometrisch untersucht. Schon der bloße Anblick des Herganges der Reflexion des Sonnenlichtes an der Oberfläche eines ruhenden Gewässers mußte längst auf die Erkenntniß dieser so einfachen Gesetze führen, welche sich bei der schärfsten Prüfung bewähren.

Eine rauhe Fläche kann als ein Aggregat sehr vieler in verschiedenen Lagen gegen einander gestellten äußerst kleinen Flächenstücke betrachtet werden; eine solche Fläche wirft die Theile eines auf sie fallenden Lichtbündels nach allen Seiten, es bilden sich sonach unzählige reflectirte Strahlen nach allen Richtungen, deren jeder einzelne eine nur geringe Lichtstärke mit sich trägt. Man nennt diesen Hergang die unregelmäßige Reflexion oder die Zerstreuung des Lichtes, im Gegensatze mit der oben betrachteten regelmäßigen Reflexion. Auch bei der vollkommensten Politur, welche wir einer spiegelnden Fläche zu geben im Stande sind, bleibt noch ein gewisser Grad von Rauhigkeit zurück, es findet deßhalb am Einfallspuncte nebst der regelmäßigen Reflexion immer noch eine Zerstreuung des Lichtes statt, wie der Umstand beweiset, daß man die im finsteren Zimmer von einem Lichtbündel getroffene Stelle eines Spiegels an allen Orten außerhalb des reflectirten Lichtbündels sieht.

293. **Erscheinungen an einem ebenen Spiegel.** Es sey A (Fig. 103) ein leuchtender Punct, von welchem Licht auf eine spiegelnde Ebene fällt, MN die Gerade, in welcher diese Ebene von einer gegen sie durch den Lichtstrahl AH, dessen Reflexion wir untersuchen wollen, senkrecht gelegten Ebene geschnitten wird. Man errichte in dem Einfallspuncte H das Einfallsloth HP und ziehe in der Ebene AHN die Gerade HR so, daß der Winkel PHR = PHA wird, so ist HR die Richtung des reflectirten Strahles. Man verlängere die Gerade HR rückwärts, bis sie mit der Verlängerung der von A auf MN senkrecht gezogenen AS zusammentrifft, was im Puncte a geschehe, es ist Sa = SA. Es ist hier nämlich wegen der Gleichheit der Winkel SHa und RHN, ferner der Winkel SHA und RHN, auch SHa = SHA; da nun überdieß die rechten Winkel HSa und HSA gleich sind, so sind die Dreiecke SHa, SHA, welchen die Seite HS ge-

meinſchaftlich angehört, congruent, mithin iſt Sa = SA. Dieſe Gleichheit kann erwieſen werden, welche Lage AH', AH'' ꝛc. auch immer der einfallende Strahl AH in der Ebene ASN oder in einer anderen haben mag; ſtets trifft der ihm zugehörende reflectirte H'R', H''R'' ꝛc., rückwärts gezogen die Verlängerung der vom leuchtenden Puncte auf die Spiegelebene gefällten Senkrechten in dem Puncte a, welcher eben ſo weit hinter der Spiegelebene liegt, als der leuchtende Punct A vor dieſer Ebene. Die von A zur ſpiegelnden Ebene gelangenden Strahlen werden alſo von dieſer Ebene ſo reflectirt, als ob die reflectirten Strahlen ſämmtlich von a ausgegangen wären. Wir verſetzen in Folge des Eindruckes, den die von einem leuchtenden Puncte ausgehenden und unmittelbar in unſer Auge eindringenden Lichtſtrahlen auf daſſelbe machen, den leuchtenden Punct an die Spitze des Strahlenkegels, welchen das Auge empfängt. Treffen nun Strahlen, welche ſo gegen einander geneigt ſind, als kämen ſie von einem und demſelben Puncte her, unſer Auge, ſo wird derſelbe Eindruck wie im vorhergehenden Falle hervorgerufen. Wenn daher einige der vorgenannten von der Spiegelebene MN reflectirten Strahlen HR, H'R', H''R'' ꝛc. in das Auge eines Beobachters eindringen, ſo glaubt dieſer in a einen mit A identiſchen leuchtenden Punct wahrzunehmen. Der Punct a heißt das Bild des Punctes A. Es gilt ſonach der Satz: »Ein ebener »Spiegel erzeugt von jedem vor ihm befindlichen leuchtenden Punct ein »Bild, welches hinter dem Spiegel, in der vom leuchtenden Puncte »auf die Spiegelebene geführten Senkrechten und eben ſo weit von der »Spiegelebene entfernt erſcheint, als der leuchtende Punct vor ihr liegt.«

Mit Hilfe dieſes Satzes läßt ſich der Ort des Bildes eines jeden Punctes der Oberfläche eines vor einem ebenen Spiegel befindlichen Gegenſtandes angeben: der Inbegriff der Bilder ſämmtlicher Puncte eines Gegenſtandes iſt das Bild des Gegenſtandes ſelbſt. Es ſey z. B. MN (Fig. 104) der Spiegel und ABC ſeyen Puncte an der Oberfläche eines Körpers; man ziehe AS, BT, CU ſenkrecht auf MN und mache deren Verlängerungen Sa = AS, Tb = BT, Uc = CU, ſo erſcheint, wenn der Körper Licht gegen den Spiegel ſendet, das Bild von A in a, von B in b, von C in c; es wird ſonach der Körper ABC mittelſt des Spiegels in abc geſehen. Da in Folge dieſer Conſtruction ſämmtliche Puncte des Bildes gegen die Ebene des Spiegels genau dieſelbe Lage haben, wie die entſprechenden Puncte des Gegenſtandes, ſo ſtimmt das Bild der Geſtalt und Größe nach mit dem Gegenſtande völlig überein, nur iſt die Anordnung der Theile des Bildes rückſichtlich jener des Gegenſtandes im Sinne von rechts und links verwechſelt. Aus derſelben Conſtruction folgt weiter, daß eine Veränderung der Lage des Gegenſtandes bezüglich der ſpiegelnden Ebene eine gleiche Aenderung der Lage des Bildes bezüglich genannter Ebene nach ſich zieht. Die vollkommene Uebereinſtimmung aller ſolchergeſtalt aus dem Grundgeſetze der Reflexion des Lichtes abgeleiteten Erſcheinungen mit der Erfahrung beſtätiget die Richtigkeit dieſes Geſetzes in vollem Maße.

Zur Erweiterung der Einsicht in die Wirkungsweise eines ebenen Spiegels wird es nützlich seyn, noch in folgende nähere Erörterungen einzugehen: 1) Hat man von einem leuchtenden Puncte A (Fig 103) auf die Spiegelebene M N die Senkrechte A S gezogen und diese bis a verlängert, so daß S a = A S ist, so ergibt sich für jeden auf den Spiegel fallenden Strahl A H sogleich die Richtung des reflectirten, wenn man von dem Puncte a durch den Einfallspunct H eine gerade Linie zieht. Die Verlängerung H R dieser Linie ist die Richtung des reflectirten Strahles. Es liegt hier nämlich H R mit A H und A S, folglich auch H R mit A H und H P in einerlei Ebene, und überdieß ist in Folge der Congruenz der rechtwinkligen Dreiecke A S H, a S H der Winkel a H S = A H S, mithin auch R H N = A H S und R H P = A H P. 2) Ist R ein Punct auf derselben Seite der Spiegelebene, auf welcher der leuchtende Punct A liegt, und zieht man a R, so bezeichnet der Durchschnitt dieser Geraden mit der Spiegelebene den Punct H, in welchem ein von A ausgehender Strahl den Spiegel treffen muß, damit er nach R hin reflectirt werde. Erstreckt sich der Spiegel nicht so weit, daß H auf demselben Platz findet, so kann ein in R befindliches Auge das Bild a des Punctes A mittelst dieses Spiegels nicht sehen. 3) Es sey A B (Fig 105) eine Dimension eines vor dem ebenen Spiegel M N befindlichen Gegenstandes, a b das Bild von A B, R der Ort eines Auges, so sieht dieses das Bild a b mittelst des Stückes H K des Spiegels, dessen Länge durch die Durchschnittspuncte H, K der von a und b nach R gezogenen Geraden mit der Spiegelfläche bestimmt wird. Je näher R am Spiegel steht, ein desto kleineres Spiegelstück reicht zur Uebersicht von a b hin. Hat der Spiegel M N eine verticale Lage und ist A B die Höhe eines vor demselben stehenden Menschen und O dessen Auge, so hat der wirksame Theil E F des Spiegels die Hälfte der Höhe von A B. Es ist nämlich

$$E F : a b = O E : O a = A S : A a = 1 : 2.$$

4) Bewegt sich der ebene Spiegel M N (Fig. 106) seiner ursprünglichen Lage parallel nach M' N', wodurch das Bild a des Punctes A nach a' rucke, so beschreibt es einen doppelt so langen Weg als der Spiegel, d. h. es ist a a' = 2 H H'. Denn es ist a H = H A, a' H' = H' A, mithin a H — a' H' = H A — H' A = H H'. Addirt man beiderseits H H', so wird a H + H H' — a' H' = 2 H H' oder a H' — a' H' = 2 H H', mithin a a' = 2 H H'. 5) Dreht sich die Spiegelebene M N (Fig. 107) um eine in ihrer Ebene liegende Axe, in Folge dessen sie die Lage M' N' annimmt, so beschreibt das Bild a eines Punctes A um eben diese Axe einen Kreisbogen a a', dessen Halbmesser der Entfernung des Punctes A von genannter Axe gleichkommt, und es ist der Drehungswinkel des Bildes doppelt so groß als jener des Spiegels, d. h. wenn F den Punct vorstellt, in welchem die Drehungsaxe von der aus A auf sie gefällten Senkrechten getroffen wird, so ist a F a' = 2 M F M'. Man hat nämlich, wenn A a auf M N, A a' auf M' N' senkrecht steht, und a S = A S, a' S' = A S' ist, auch a F M = A F M, a' F M' = A F M', mithin a' F M' — A F M = A F M' — A F M oder a' F M' — a F M = M F M'. Addirt man beiderseits M F M', so wird a' F M — a F M = 2 M F M', folglich a F a' = 2 M F M'. 6) Hat ein Gegenstand A B (Fig 108) gegen die Spiegelebene M N eine Neigung von 45°, so hat das Bild a b gegen diese Ebene gleichfalls die Neigung von 45°, und daher steht seine Richtung auf jener des Gegenstandes senkrecht. Es ist dieß ein Mittel einen liegenden Gegenstand aufrecht, einen aufrechten liegend erscheinen zu lassen. 7) Befindet sich ein leuchtender Punct A innerhalb des Winkels M Z N (Fig 109) zweier ebenen Spiegel Z M, Z N, deren spiegelnde Flächen einander zugekehrt sind, so gibt A nicht bloß in jedem der bei-

den Spiegel ein Bild, nämlich a in ZM und b in ZN, sondern es kann jedes dieser Bilder (z B. a) bezüglich des andern Spiegels (ZN) die Stelle eines Objectes vertreten, weil letzterer Spiegel die reflectirten Strahlen so empfängt, als ob sie von dem Bilde (a) herkämen und erzeugt sonach wieder ein Bild (c) u. s. w. Hiedurch entstehen mehrfache Bilder. Offenbar ist aZM = AZM und bZN = AZN, ferner aZ = AZ = bZ und aus gleichem Grunde muß cZN = aZN und cZ = aZ seyn. Macht man den Winkel PZN = MZN, so ergibt sich cZP = aZM. Beschreibt man daher aus Z mit dem Halbmesser ZA einen Kreis, so liegen sämmtliche Bilder in der Peripherie desselben, und trägt man den zwischen den Spiegeln enthaltenen Bogen mn auf diese Peripherie so oft es angeht auf, so fällt in jeden Bogen ein Bild und diese Bilder haben paarweise von dem zwischen ihnen liegenden Theilungspuncte des Kreises gleiche Abstände, sie sind also symmetrisch geordnet. Ist der Winkel MZN ein aliquoter Theil von 360°, so bietet der Gegenstand mit seinen Bildern eine symmetrische Figur dar mit so viel Abtheilungen, als der Quotient $\frac{360^\circ}{MZN}$ Einheiten enthält. 8) Steht ein Gegenstand zwischen parallelen Spiegeln, so werden die von ihm ausgehenden Strahlen abwechselnd von dem einen auf den andern Spiegel geworfen und es müßten sonach unendlich viele in regelmäßiger Folge hinter einander stehende Bilder zum Vorschein kommen, wenn nicht mit den vielfachen Reflexionen eine Schwächung des Lichtes verbunden wäre, in Folge deren die entfernteren Bilder unmerklich werden. Auf der Wirkung der unter einem Winkel gestellten Spiegel beruht das Kaleidoskop; auf der Verbindung dieser mit der Wirkung der Parallelspiegel beruht der Effect der Spiegelzimmer. Da die gewöhnlichen Wandspiegel aus Glastafeln bestehen, welche an der Rückseite mit Zinnamalgam (Spiegelfolie) belegt sind, so wird ein Theil des Lichtes an der Vorderfläche, der übrige in das Glas eindringende Theil an der Hinterfläche des Spiegels reflectirt. Letzterer Theil, welcher der größere ist, erleidet bei seinem Austritte aus dem Glase an der Vorderfläche wieder eine partielle Reflexion u. s. w. Es entstehen daher an einem solchen Spiegel mehrere Bilder, die sich gewöhnlich decken, aber bei feineren Apparaten störend einwirken. Man sieht diese Vervielfachung der Bilder leicht, wenn man eine Lichtflamme als Object wählt. Wo es auf reine Bilder ankommt, muß man daher Metallspiegel anwenden.

294. Der Heliostat. Bei mancherlei optischen Versuchen ist es nöthig einen Sonnenstrahl nach einer bestimmten Richtung in ein verfinstertes Zimmer zu leiten. Man bewerkstelliget dieses durch einen **Planspiegel**, dem man eine solche Lage gibt, daß er das Sonnenlicht nach der erforderlichen Richtung reflectirt. Weil aber der Stand der Sonne sich jeden Augenblick ändert, so muß, wenn die Richtung des reflectirten Lichtstrahles unverändert bleiben soll, der Spiegel fortwährend in einer entsprechenden Bewegung erhalten werden. Eine hiezu dienliche Vorrichtung heißt ein Heliostat. Da es nicht immer thunlich ist, dem Spiegel die erforderliche Bewegung mit der Hand zu geben, so verbindet man ihn mit einem Uhrwerke, welches ihn nach der Sonne dreht. Es ist klar, daß es genügt den reflectirten Sonnenstrahl in irgend einer fixen Richtung zu erhalten; mittelst eines zweiten Spiegels kann man diesem sodann jede beliebige andere Richtung geben. Als Fundamentalrichtung des reflectirten Lichtes be-

sten jene der Weltaxe; es bedarf hiezu bloß einer Uhr, deren Zeigeraxe während 24 Stunden einen Umlauf macht und einen Spiegel trägt, der um eine in seiner Ebene liegende, der Ebene des Zifferblattes parallele Axe drehbar ist, und solchergestalt in die erforderliche Neigung gegen das Zifferblatt gestellt werden kann. Bei dem Gebrauche richtet man die Ebene des Zifferblattes dem Aequator parallel, wodurch die Zeigeraxe die Lage der Weltaxe erhält, gibt dem Spiegel eine solche Neigung gegen das Zifferblatt, daß der Winkel, welchen die Ebenen beider mit einander bilden, um die Hälfte der Declination der Sonne für den Zeitpunct des Versuches kleiner oder größer als 45° ist, je nachdem die Sonne nördlich oder südlich vom Aequator abweicht, und wendet den Spiegel so gegen die Sonne, daß seine Neigungsaxe gegen den Declinationskreis senkrecht steht, so wird das auf den Spiegel fallende Sonnenlicht, vorausgesetzt, daß die Uhr gehörig im Gange ist, fortwährend nach der Richtung der Weltaxe reflectirt. Denn es sey AE (Fig. 110) die Ebene des Zifferblattes in der Lage des Aequators, MN die Ebene des Spiegels, C die Zeigeraxe, SC der einfallende, CP der reflectirte Sonnenstrahl. Soll dieser die Lage der Weltaxe haben, so muß erstlich die Einfalls- oder die Reflexionsebene des Spiegels, nämlich die Ebene SCP auf der Ebene des Aequators senkrecht stehen, d. h. mit jener des Declinationskreises zusammenfallen, sodann muß noch, in so fern in der Figur AE, MN die Geraden vorstellen, in denen das Zifferblatt und der Spiegel von der Reflexionsebene SCP geschnitten werden, der Winkel ACP oder ACM + MCP ein rechter seyn. Aber es ist

$$MCP = NCS = ECN + ECS = ACM + ECS,$$

folglich hat man

$$2ACM + ECS = 90°, \text{ also } ACM = 45° - \tfrac{1}{2}ECS.$$

Der Winkel ECS entspricht aber der Declination der Sonne, und die Figur setzt voraus, daß dieselbe eine nördliche sey; fände das Gegentheil statt, so erhielte, wie sich eben so leicht zeigen läßt, ECS das entgegengesetzte Zeichen. Hiermit ist die oben ausgesprochene Regel bewiesen. Zur bequemen Einstellung des Spiegels gegen die Sonne ist die Axe des Zifferblattes noch mit einem gegen die Neigungsaxe des Spiegels senkrechten Zeiger versehen, den man nach wahrer Sonnenzeit richtet. Es versteht sich von selbst, daß die Bezifferung des Uhrblattes richtig orientirt seyn, d. h. die Zahl 12 genau der Ebene des Meridianes entsprechen muß.

Man hat auch Heliostaten mit einem Spiegel, bei welchen der das Sonnenlicht direct empfangende Spiegel es sogleich nach der beliebig gewählten fixen Richtung reflectirt. Derlei Instrumente sind complicirter als der oben beschriebene Heliostat mit zwei Spiegeln und kommen seltener in Anwendung, weßhalb sie hier übergangen werden.

295. **Erscheinungen sphärischer Hohlspiegel.** Hat eine spiegelnde Fläche die Gestalt eines Abschnittes einer Hohlkugel, so nennt man sie einen sphärischen Hohlspiegel. Um die Beschaffenheit der Bilder kennen zu lernen, welche ein solcher Spiegel erzeugt, unter-

ſuchen wir zuerſt den Gang, welchen Strahlen, die von einem leuchtenden Puncte ausgehen, nach der Reflexion an einem ſphäriſchen Hohlſpiegel nehmen. Es ſey A (Fig. 111) ein Punct, welcher vom Spiegel weiter entfernt iſt als der Krümmungsmittelpunct C, und den Strahl AM an den Hohlſpiegel ſende; man denke ſich durch dieſen Punct und durch C, vorausgeſetzt, daß letzterer Punct ſich nicht in der Geraden AM ſelbſt befinde, eine Ebene gelegt, und es ſchneide dieſelbe den Spiegel in dem Kreisbogen MBN. Zieht man zum Einfallspuncte den Halbmeſſer CM, ſo iſt dieſer offenbar das Einfallsloth, mithin geht die Reflexion des Strahles in der Ebene AMN vor ſich, und der reflectirte Strahl erhält die Richtung MR ſo, daß der Winkel RMC = AMC wird. Es ſey H der Durchſchnittspunct von MR und der Geraden ACB. Hätte der einfallende Strahl die Richtung der letzteren, ſo würde er in B längs eben dieſer Linie, nämlich längs BCA, reflectirt. Aus dieſem Grunde heißt der durch A und durch den Krümmungsmittelpunct des Spiegels gehende Strahl ACB der Hauptſtrahl des Punctes A; den Winkel MAB kann man die Elongation des Strahles AM nennen. Denkt man ſich die vorhandene Figur um die Gerade AB als Axe gedreht, ſo nimmt AM nach und nach die Lage aller Strahlen an, welche aus A unter gleicher Elongation auf den Hohlſpiegel fallen, und da dabei der Punct H unbeweglich bleibt, ſo durchkreuzen alle aus dieſen einfallenden Strahlen entſtehende reflectirte einander im Puncte H. Von dieſem Puncte gehen daher die reflectirten Strahlen dergeſtalt aus, als wäre er ein leuchtender Punct; es nimmt alſo ein Auge, welches einige dieſer Strahlen empfängt, in H ein Bild des Punctes A wahr. Betrachten wir nun einen von A ausgehenden Strahl AM', deſſen Elongation kleiner iſt als die des Strahles AM, ſo wird der reflectirte Strahl M'H' den Hauptſtrahl AB in einem näher an C liegenden Puncte H' ſchneiden. Denn weil die MC den Winkel AMH halbirt, ſo iſt im Dreiecke AHM

$$AM : MH = AC : CH, \text{ folglich } AM = AC.\frac{MH}{CH}.$$

Aus demſelben Grunde iſt

$$AM' = AC.\frac{M'H'}{CH'}.$$

Aber es iſt

$$AM' > AM, \text{ folglich auch } \frac{M'H'}{CH'} > \frac{MH}{CH}.$$

Letztere Bedingung kann nicht erfüllt werden, wenn H' in H oder zwiſchen H und B fiele, weil dann $M'H' < MH$ und zugleich $CH' > CH$ wäre. Es gibt daher jeder von A ausgehende Kegel von einerlei Elongation ein beſonderes Bild des Punctes A, ſonach iſt mittelſt eines ſphäriſchen Spiegels kein vollkommen reines Bild eines leuchtenden Punctes möglich. Man nennt dieſen Umſtand die Abweichung der reflectirten Strahlen.

Wegen $CH' < CH$ müſſen ſich die Strahlen MH, M'H' über der AB in einem Puncte x begegnen. Denkt man ſich

Folge von Strahlen AM, AM', AM'' ꝛc. (Fig. 112), welche in einerlei Ebene von dem Puncte A auf den Spiegel fallen, und für je zwei unmittelbar neben einander liegende reflectirte Strahlen den Durchschnittspunct bestimmt, so bildet die Folge sämmtlicher so erhaltenen Durchschnittspuncte eine krumme Linie x x'x''..., welche von allen reflectirten Strahlen tangirt wird. Man nennt dieselbe die Brennlinie des Punctes A, und die Fläche, welche aus der Rotation der Brennlinie um die Axe AB entsteht, die Brennfläche. An der Spitze K der Brennfläche kommen diejenigen Strahlen zusammen, deren Elongation von dem Hauptstrahle AB die kleinste ist, und dort findet auch die geringste Abweichung statt. Um die Position dieser Spitze auszumitteln, deren Abstand vom Spiegel, nämlich BK durch k vorgestellt werde, gehen wir von der bereits oben aufgestellten Proportion AM : MH = AC : CH aus. Je näher der Einfallspunct M des Strahles AM an B rückt, desto mehr nähert sich jeder der Quotienten $\frac{AM}{AB}$, $\frac{MH}{BK}$, $\frac{CH}{CK}$ der Einheit. Setzt man daher AB statt AM, so geht MH in BK und CH in CK über. Es besteht also auch die Proportion AB : BK = AC : CK. Bezeichnet man AB mit a und den Halbmesser CB des Hohlspiegels mit r, so hat man

$$a : k = a - r : r - k,$$ folglich $$(a - r)k = a(r - k)$$ oder

$$(a - r)k = ar - ak,$$

woraus sich $(2a - r)k = ar$ und $k = \frac{ar}{2a - r}$ ergibt.

Hat der sphärische Hohlspiegel MN eine im Vergleiche mit seinem Krümmungshalbmesser nur geringe Ausdehnung, so daß ein leuchtender Punct, welcher vom Spiegel weiter absteht, als der Krümmungsmittelpunct, nur Strahlen, welche vom Hauptstrahle um eine sehr geringe Elongation abweichen, zu dem Spiegel sendet, so kann man wenigstens näherungsweise annehmen, daß die reflectirten Strahlen ohne Rücksicht auf die Elongationen der einfallenden Strahlen, von welchen sie herrühren, sich sammtlich in einem Puncte des Hauptstrahles vereinigen, dessen Abstand vom Spiegel durch die Größe, welche wir oben mit k bezeichnet haben, angegeben wird. Wir setzen hier nunmehr durchgehends voraus, daß diese Annahme, welche uns der Betrachtung der Abweichung der reflectirten Strahlen überhebt, gemacht werden dürfe, auch dann noch, wenn die Entfernung des leuchtenden Punctes vom Spiegel geringer ist, als der Krümmungshalbmesser, auf welchen Fall die obige Formel für k gleicherweise anwendbar ist.

Untersuchen wir nun den Einfluß, welchen der Abstand a des leuchtenden Punctes vom Spiegel auf die Bildweite k hat. Zu diesem Behufe geben wir der Formel $k = \frac{ar}{2a - r}$ eine andere Gestalt: da nämlich aus derselben $\frac{1}{k} = \frac{2a - r}{ar}$ folgt, so haben wir $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$. Je weiter sich der leuchtende Punct vom Spiegel ent-

fernt, d. h. je größer a wird, deſto kleiner wird der Bruch $\frac{1}{a}$, und es kann derſelbe bei unendlicher Vergrößerung von a kleiner werden, als jede denkbare noch ſo kleine Größe. Nehmen wir $a = \infty$ an, welche Vorausſetzung eigentlich ſagt, daß die auf den Spiegel fallenden Strahlen dem Hauptſtrahle parallel ſind, ſo haben wir $\frac{1}{a} = 0$ zu ſetzen, wornach $\frac{1}{k} = \frac{2}{r}$, mithin $k = \frac{r}{2}$ wird. Derlei Strahlen vereinigen ſich daher in dem Puncte des Hauptſtrahles, deſſen Abſtand vom Spiegel der Hälfte des Krümmungshalbmeſſers gleichkommt. Ein Vereinigungspunct paralleler Strahlen heißt im Allgemeinen Brennpunct (Focus) und ſein Abſtand vom Spiegel Brennweite. Bezeichnen wir dieſe im vorliegenden Falle mit f, ſo iſt $f = \frac{r}{2}$. Iſt der leuchtende Punct vom Spiegel zwar weit entfernt, jedoch nicht ſo weit, daß man $\frac{1}{a}$ als eine verſchwindende Größe betrachten darf, ſo weicht die Bildweite k von der Brennweite f nur wenig ab, und da die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ offenbar $\frac{1}{k} < \frac{2}{r}$ gibt, ſo iſt $k > \frac{r}{2}$ oder $k > f$. Zugleich hat man, wenn, wie hier vorausgeſetzt wird, $a > r$ iſt, $\frac{1}{k} > \frac{2}{r} - \frac{1}{r}$, d. h. $\frac{1}{k} > \frac{1}{r}$ alſo $k < r$. Das Bild fällt demnach zwiſchen den Brennpunct und den Krümmungsmittelpunct. Nähert ſich der leuchtende Punct dem Spiegel, d. h. nimmt a ab, ſo wächſt $\frac{1}{a}$, es nimmt alſo $\frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ oder $\frac{1}{k}$ ab, und daher wächſt k, das Bild entfernt ſich demnach vom Spiegel. Wird $a = r$, d. h. befindet ſich der leuchtende Punct im Krümmungsmittelpuncte des Spiegels, ſo hat man $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$, alſo $k = r$, folglich fällt das Bild mit dem Objecte zuſammen. Steht der leuchtende Punct zwiſchen dem Krümmungsmittelpuncte und dem Brennpuncte, ſo iſt $a > \frac{r}{2}$ und zugleich $a < r$, mithin $\frac{1}{a} < \frac{2}{r}$ und $\frac{1}{a} > \frac{1}{r}$, weßwegen k poſitiv erſcheint und $\frac{1}{k} < \frac{2}{r} - \frac{1}{r}$, alſo $\frac{1}{k} < \frac{1}{r}$, folglich $k > r$ wird; das Bild kommt alſo in dieſem Falle weiter vom Spiegel zu ſtehen, als der Krümmungsmittelpunct. Befindet ſich der leuchtende Punct im Brennpuncte ſelbſt, ſo hat man $a = \frac{r}{2}$, folglich

$$\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{2}{r} = 0, \text{ und deßhalb } k = \infty.$$

Dieſes Reſultat zeigt, daß Strahlen, die vom Brennpuncte des Spiegels ausgehen, durch die Reflexion dem Hauptſtrahle parallel werden. Steht endlich der leuchtende Punct dem Spiegel Brenn-

punct, ſo iſt $a < \frac{r}{2}$, mithin $\frac{1}{a} > \frac{2}{r}$, ſonach gibt die Formel $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ für k einen negativen Werth. Dieſes bedeutet, daß die Strahlen nunmehr nach der Reflexion nicht mehr vor dem Hohlſpiegel, ſondern gehörig rückwärts verlängert hinter dem Spiegel in einem Puncte der Verlängerung des Hauptſtrahles zuſammentreffen; es ſcheinen ſonach die reflectirten Strahlen von dieſem Puncte auszugehen, welcher dadurch den Charakter eines Bildes des leuchtenden Punctes erhält. Setzt man hier — $k = k'$, ſo wird $\frac{1}{k'} = \frac{1}{a} - \frac{2}{r}$, folglich $\frac{1}{k'} < \frac{1}{a}$, d. h. $k' > a$. Die Entfernung des Bildes vom Spiegel iſt alſo in einem ſolchen Falle ſtets größer als jene des leuchtenden Punctes. Nimmt a ab, ſo geſchieht ein Gleiches mit k'; nähert ſich alſo der leuchtende Punct dem Spiegel, ſo nähert ſich dieſem auch das Bild.

Alle dieſe Reſultate laſſen ſich eben ſo leicht aus der geometriſchen Betrachtung des Ganges der Lichtſtrahlen ableiten. Iſt nämlich wieder M N (Fig. 113) der ſphäriſche Hohlſpiegel, C deſſen Krümmungsmittelpunct, A C B der Hauptſtrahl, der Strahl D M dieſem parallel, und wird D M nach M F reflectirt, ſo iſt der Winkel D M C = F M C. Aber es iſt D M C = M C F, folglich auch F M C = M C F, mithin im Dreiecke M F C, F C = M F. Liegt, wie oben vorausgeſetzt wurde, M ſehr nahe an B, ſo kann man M F = B F ſetzen. Solchergeſtalt hat man B F = F C, d. h. der Brennpunct F liegt in der Mitte zwiſchen B und C. Für den Strahl A M iſt der Einfallswinkel A M C kleiner als D M C, folglich muß auch der Reflexionswinkel des Strahles A M kleiner ausfallen als F M C, es liegt alſo der reflectirte Strahl M R zwiſchen M F und M C. Rückt A gegen C hin, ſo wird der Winkel A M C kleiner, es muß alſo auch der Winkel K M C abnehmen, d. h. es rückt auch K gegen C. Kommt der leuchtende Punct nach C, ſo iſt C M der einfallende Strahl; da er den Spiegel ſenkrecht trifft, ſo kehrt er nach der Reflexion auf demſelben Wege zurück. Kommt der leuchtende Punct nach K, ſo wird der Strahl K M nach M A reflectirt. Eben ſo gibt der von F ausgehende Strahl F M den reflectirten Strahl M D, welcher dem Hauptſtrahle parallel läuft. Kommt endlich der leuchtende Punct zwiſchen F und B nach L, ſo geht, weil der Einfallswinkel L M C > F M C iſt, das reflectirte Licht nach M R, ſo daß C M R > C M D wird. Es kann alſo nur die Verlängerung von R M mit jener von A B in K' zuſammentreffen.

Da mit Hilfe des Vorhergehenden der Ort des Bildes eines jeden vor einem ſphäriſchen Hohlſpiegel befindlichen Punctes gegeben iſt, ſo iſt man auch im Stande die Lage und Größe des Bildes eines ausgedehnten Gegenſtandes zu beurtheilen. Es ſey A B (Fig. 114, a, b und c) eine Dimenſion eines vor dem Spiegel M N aufgeſtellten Gegenſtandes, man ziehe durch den Mittelpunct C die Hauptſtrahlen A D,

BE, so entsteht das Bild von A in a, von B in b. Befindet sich der Gegenstand in größerem Abstande vom Spiegel als der Krümmungsmittelpunct, so erscheint, wie Fig 114, a zeigt, das Bild vor dem Spiegel (als Luftbild) zwischen dem Mittelpuncte und dem Brennpuncte, in verkehrter Lage und verkleinert. Letzteres folgt aus der Proportion ab : AB = aC : AC; denn es ist aC < AC (wie aus Fig. 111 erhellet, wo die Proportion HC : AC = HM : AM wegen HM < AM auch HC < AC gibt), mithin ist nothwendig ab < AB. Befindet sich der Gegenstand zwischen dem Brennpuncte und dem Mittelpuncte (Fig. 114, b), so erscheint das Bild aus gleichem Grunde vor dem Mittelpuncte, umgekehrt und vergrößert. Befindet sich endlich der Gegenstand zwischen dem Spiegel und dem Brennpuncte (Fig. 114, c), so erscheint das Bild hinter dem Spiegel, aufrecht und vergrößert.

Man bedient sich der sphärischen Hohlspiegel als Brennspiegel; kehrt man einen solchen Spiegel gegen die Sonne, so entsteht im Brennpuncte ein kleines Sonnenbild, und daselbst wegen der großen Intensität des Lichtes eine große Hitze, wodurch brennbare Substanzen entzündet, und bei gehöriger Größe des Spiegels, wovon die Menge der condensirten Lichtstrahlen abhängt, selbst schwer schmelzbare Körper geschmolzen und verflüchtiget werden können. Dieser Umstand hat dem Brennpuncte seine Benennung erworben. Stellt man einen leuchtenden Körper genau oder nahe in die Brennweite eines Hohlspiegels, so bilden die reflectirten Strahlen einen Cylinder oder einen schwach convergirenden oder divergirenden Kegel. Hierauf gründet sich der Gebrauch der Hohlspiegel als Beleuchtungsspiegel bei Lampen ꝛc. und zur Sichtbarmachung entfernter Objecte zur Nachtzeit. Die schöne Erscheinung des Luftbildes hat zur Construction der phantasmagorischen Apparate Veranlassung gegeben. Von der Anwendung des sphärischen Hohlspiegels zur Construction der Teleskope wird später die Rede seyn.

Bei paraboloischen Hohlspiegeln, deren Form der durch Umdrehung einer Parabel um ihre Hauptaxe entstehenden Fläche entspricht, findet für Strahlen, die der Hauptaxe parallel einfallen, gar keine Abweichung der reflectirten Strahlen statt. Bei elliptischen Hohlspiegeln vereinigen sich die von dem einen Brennpuncte ausgehenden Strahlen nach der Reflexion im andern Brennpuncte. Cylindrische und kegelförmige Hohlspiegel wirken in dem einen Sinne, in welchem sich auf ihree Fläche gerade Linien ziehen lassen, wie ebene Spiegel, in dem darauf senkrechten Sinne wie sphärische Hohlspiegel. Die herzförmige Linie, welche man auf dem Boden eines inwendig glatten Gefäßes sieht, wenn Strahlen einer Lichtflamme hineinfallen, ist der Durchschnitt der Brennfläche mit der Bodenfläche.

296. Sphärische Convexspiegel. Es sey MN (Fig. 115) eine kugelförmig gekrümmte, erhabene, spiegelnde Fläche; A ein leuchtender Punct, von welchem Strahlen auf MN fallen. Man ziehe den Hauptstrahl AC, welcher den Spiegel in D schneide, und den Halbmesser CM, dessen Verlängerung MP das Einfallsloth ist, so hat man, wenn man den Winkel PMR = AMP macht, die Richtung des reflectirten Strahles MR. Diese schneidet rückwärts verlängert den Halbmesser CD in K, und da die von [illegible] unter gleicher Elongation gegen AD einfallenden Strahlen [illegible] irten ebenfalls von

K herzukommen scheinen, und wenn die Elongation nur sehr gering ist, dasselbe auch von allen übrigen Strahlen gesagt werden kann, so wird in K ein Bild des Punctes A gesehen. Dieses liegt also jedenfalls hinter dem Spiegel. Ein aufrechter Gegenstand A B (Fig. 116) liefert daher ein gleichfalls aufrechtes und verkleinertes Bild a b. Man kann die Bildweite für den sphärischen Conversspiegel unmittelbar nach der für den sphärischen Hohlspiegel gefundenen Formel

$$k = \frac{ar}{2a - r}$$

berechnen, wenn man, im Einklange mit der entgegengesetzten Lage des Krümmungsmittelpunctes gegen den Spiegel, das Zeichen von r ändert. Man erhält sonach $k = -\frac{ar}{2a+r}$, also für k einen negativen Werth, was auf die entgegengesetzte Lage des Bildes hinweiset. Aendert man für den vorliegenden Fall das Zeichen von k, so hat man $k = \frac{ar}{2a+r}$. Gibt man dieser Gleichung die Gestalt $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} + \frac{1}{a}$ so kann man darauf ähnliche Betrachtungen wie oben anwenden. Hier wird $k = 0$, wenn man $a = 0$ setzt; wächst a, so nimmt auch k zu und erhält für $a = \infty$ den größten Werth $\frac{r}{2}$, den man der Analogie mit dem Hohlspiegel gemäß die Brennweite des Conversspiegels nennen kann.

Die practische Anwendung des sphärischen Conversspiegels ist sehr beschränkt. Er kann dienen Landschaften u dgl. zum Behufe des Nachzeichnens in verkleinerten Maßstabe zu betrachten. Da die Gegenstände in cylindrischen und kegelförmigen Conversspiegeln verzerrt erscheinen, so kann man Zerrbilder so zeichnen, daß sie in derlei Spiegeln in natürlichen Verhältnissen erscheinen (katoptrische Anamorphosen).

297. **Gesetze der gewöhnlichen Brechung des Lichtes.** Wenn ein Lichtstrahl an die Grenzfläche, welche zwei durchsichtige Medien von einander scheidet, gelangt, so erleidet er an derselben im Allgemeinen eine Reflexion; ein Theil des Lichtstrahles kehrt nämlich nach den bereits angegebenen Gesetzen in das vorige Medium zurück, der andere Theil desselben aber dringt in das angrenzende Medium ein, wobei er zugleich seine bisherige Richtung ändert. Man sagt in diesem Falle der Lichtstrahl werde gebrochen. Die im Einfallspuncte des Strahles auf die Grenzfläche beider Medien errichtete Senkrechte (Normallinie) heißt hier ebenfalls das Einfallsloth, der Winkel zwischen dem einfallenden Strahle und dem Einfallslothe heißt der Einfallswinkel, dessen Ebene die Einfallsebene, der Winkel zwischen dem gebrochenen Strahle und dem Einfallslothe der Brechungswinkel, und dessen Ebene die Brechungsebene. Die Erfahrung hat in Betreff der Brechung des Lichtes, wie sie bei dem Uebergange desselben aus der Luft in Glas, Wasser und andere tropfbare Flüssigkeiten, und überhaupt in nicht krystallinische durchsichtige Stoffe statt findet, folgende Gesetze kennen gelernt: 1) Der gebrochene

Strahl liegt in der Einfallsebene und hinsichtlich des einfallenden auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslothes. Es ist also zwischen Brechungsebene und Einfallsebene kein Unterschied zu machen. 2) So lange das Medium, aus welchem der Lichtstrahl geht, wie auch jenes, in welches er eindringt, keine Aenderung erleidet und bloß die Neigung des einfallenden Lichtes gegen die Trennungsfläche der Medien wechselt, steht der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels stets in demselben Verhältnisse, welches man das Brechungsverhältniß nennt; der Quotient, den man erhält, wenn man den Sinus des Einfallswinkels durch den Sinus des Brechungswinkels dividirt, wird der Brechungsexponent oder Brechungsinder genannt. Nimmt das Licht in beiden Medien den umgekehrten Gang, so kehrt sich bloß das Brechungsverhältniß um; bei einer Zusammenstellung anderer Medien aber wird das Brechungsverhältniß durch andere Zahlen ausgedrückt, jedoch lassen sich die Brechungsverhältnisse so darstellen, daß jedes Medium in allen Combinationen mit anderen immer mit einer und derselben Zahl als correspondirendem Gliede des Brechungsverhältnisses auftritt.

Wir führen hier das Gesetz, nach welchem die Brechung des Lichtes in den gewöhnlichen durchsichtigen Substanzen vor sich geht, vorerst als ein bloßes Ergebniß der Erfahrung an, so wie es sich zunächst darbietet, und der Entwicklungsgeschichte der Wissenschaft zu Folge auch wirklich dargeboten hat; eine umfassende Darlegung des Herganges der Brechung des Lichtes kann erst später gegeben werden. Ein einfaches Mittel das Gesetz der gewöhnlichen Lichtbrechung zu erkennen wäre folgendes: Es sey JKLM (Fig. 117) ein rechtwinkliges parallelepipedisches Gefäß, dessen Boden und eine Wand ML undurchsichtig, die übrigen Wände aber durchsichtig sind. Man beobachte die Schattenlänge der Wand ML, sowohl wenn das Gefäß leer, als wenn es bis MJ mit Wasser gefüllt ist, bei verschiedenen Höhen einer Lichtquelle, deren Strahlen auf ML fallen. Es sey AME die Richtung des einfallenden Lichtes, also LE der Schatten der Wand ML bei leerem Gefäße, so erscheint derselbe, wenn sich Wasser im Gefäße befindet, kürzer, nämlich er hat bloß die Länge LH, weil nunmehr der äußerste Lichtstrahl AM in Folge der Brechung im Wasser den Weg MH nimmt. Aendert sich die Richtung des einfallenden Lichtes, so ändern sich die Schattenlängen LE und LH, aber das Verhältniß der Quotienten $\frac{LE}{ME}$ und $\frac{LH}{MH}$ bleibt stets dasselbe. Die Längen ME und MH sind aus den Maßen von ML, LE, LH leicht zu berechnen, daher genügt es bloß letztere Längen zu messen. Steht, wie wir es hier voraussetzen, die Wand ML vertical, so ist AMP = LME der Einfalls- und LMH der Brechungswinkel, folglich, wenn wir ersteren mit α, letzteren mit β bezeichnen, $\sin\alpha = \frac{LE}{ME}$, $\sin\beta = \frac{LH}{MH}$: es ist demnach das Verhältniß $\sin\alpha : \sin\beta$ für alle Richtungen des einfallenden Lichtes, bei dessen Ue[illegible]der Luft in Wasser con-

ſtant. Aehnliche Beobachtungen ließen ſich an einem parallelepipediſchen Glasſtücke machen, und würden zu demſelben Geſetze führen; doch gibt es bequemere und ſchärfere Mittel die Richtigkeit des in Rede ſtehenden Geſetzes zu rechtfertigen, welche die Folge kennen lehren wird.

Stellt man einem Lichtſtrahl A x (Fig. 118) einen von parallelen ebenen Flächen H K, L M begrenzten durchſichtigen Körper, z. B. ein Glasſtück in den Weg, ſo zeigt ſich die Richtung des austretenden Lichtſtrahles jener des eintretenden ſtets parallel. Es ſey B C die Richtung des Lichtes im Glaſe und P Q, R S ſeyen die den Einfallspuncten B, C auf den Flächen H K, L M zugehörenden Lothe. Die Winkel Q B C, B C R ſind wegen des Parallelismus von H K und L M, und die Winkel A B P, S C y nach dem Ergebniſſe der Erfahrung gleich. Man ſieht hieraus, daß der Einfallswinkel B C R an der zweiten Fläche M L ſo groß iſt als der Brechungswinkel Q B C an der erſten, und der Brechungswinkel S C y an der zweiten ſo groß als der Einfallswinkel an der erſten. Hieraus folgt, daß wenn der gebrochene Lichtſtrahl ſich gerade umkehren, d. h ſich in einen einfallenden verwandeln würde, er durch die Brechung an der Grenzfläche beider Medien bei dem Uebertritte in das frühere Medium den Weg des früher dageweſenen einfallenden Strahles in umgekehrtem Sinne beſchreiben müßte. Es wird demnach auch das Brechungsverhältniß umgekehrt.

Der Parallelismus des austretenden Lichtſtrahles mit dem einfallenden beſteht, wie die Erfahrung lehrt, eben ſo, wenn das Licht, nachdem es eine Reihe von durchſichtigen Subſtanzen, welche mit parallelen Flächen an einander grenzen, durchwandert hat, in das urſprüngliche Medium wieder zurückkehrt. Es ſey z. B. A, B, C, A die Reihenfolge der an einander grenzenden Medien; α der Einfallswinkel, β der Brechungswinkel bei dem Uebergange des Lichtes von A in B; γ der Brechungswinkel bei dem Uebergange von B in C, ſo iſt auch β der Einfallswinkel an der Trennungsfläche zwiſchen B und C und γ jener an der Trennungsfläche zwiſchen C und A, endlich α der letzte Brechungswinkel. Bezeichnen wir die Brechungsexponenten für die Uebergänge des Lichtes von A in B, von B in C und von A in C mit m, n und x, ſo finden folgende Proportionen ſtatt: $\sin\alpha : \sin\beta = m : 1$, $\sin\beta : \sin\gamma = n : 1$, $\sin\gamma : \sin\alpha = 1 : x$. Multiplicirt man dieſelben gliedweiſe, ſo ergibt ſich $x = mn$. Oder bringt man das Verhältniß m : 1 auf die Form a : b und n : 1 auf die Form b : c, ſo nimmt das Verhältniß x : 1 die Form a : c an, womit die oben in 2) ausgeſprochene Behauptung gerechtfertiget iſt.

Wenn der Brechungswinkel kleiner iſt als der Einfallswinkel, ſo ſagt man das Licht werde zum Einfallslothe hin gebrochen, iſt aber der erſtgenannte Winkel der größere, ſo ſagt man die Brechung geſchehe vom Einfallslothe weg. Im erſten Falle iſt der Brechungsinder größer, im letztern kleiner als die Einheit. Bei der Brechung vom Einfallslothe kann der Fall eintreten, daß das Brechungsverhältniß für den Sinus des Einfallswinkels eine Zahl darbietet, welche die Einheit überſteigt. Denn iſt α der Einfalls-, β der Brechungs

winkel, n der Brechungsexponent, alſo $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$, ſo hat man $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$. Sobald $n < 1$ iſt, kann $\sin\alpha > n$ werden, und dann wäre $\sin\beta > 1$. In einem ſolchen Falle kann alſo das angegebene Brechungsgeſetz nicht beſtehen und die Erfahrung zeigt, daß dann auch wirklich keine Brechung mehr ſtatt findet, ſondern eine Verſtärkung des an der Trennungsfläche der Medien reflectirten Lichtes eintritt. Man nennt dieſen Vorgang die totale Reflexion. Sie beginnt, ſobald der Einfallswinkel eine ſolche Größe erreicht hat, daß ſein Sinus dem Brechungsinder gleich wird, und beſteht für alle größern Einfallswinkel.

Für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Waſſer iſt der Brechungsinder ſehr nahe $= \frac{4}{3}$, für den Uebergang in Glas variirt er nach Beſchaffenheit dieſes Stoffes von $\frac{3}{2} = 1{,}5$ bis 1,6 und darüber; für Terpentinöl iſt er = 1,48, für Weingeiſt von der Dichte 0,825 iſt er = 1,37. Meiſtens erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes in ein dichteres Medium zum Einfallslothe, doch läßt ſich darauf keine ſichere Regel bauen; namentlich brechen brennbare Körper das Licht in einem größeren Maße zum Einfallslothe als es nach ihrer Dichte im Vergleiche mit jener des Waſſers oder Glaſes zu erwarten wäre. So erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes aus Terpentinöl in Waſſer vom Einfallslothe, obgleich Terpentinöl minder dicht iſt als Waſſer.

298. **Geometriſche Conſtruction des gebrochenen Strahles.** Nach dem Brechungsgeſetze läßt ſich die Richtung des gebrochenen Strahles, wenn jene des einfallenden gegeben iſt, durch folgende Conſtruction finden: Es ſey MN (Fig. 119) die Durchſchnittslinie der Einfallsebene mit der Trennungsfläche beider Medien, wenn dieſe Fläche eben iſt, oder mit der zum Einfallspuncte H der Trennungsfläche gelegten Berührungsebene, wenn die Medien in einer krummen Fläche an einander grenzen. Man beſchreibe aus H als Mittelpunct in dem Theile der Einfallsebene, welcher in dem brechenden Medium liegt, Halbkreiſe, deren Halbmeſſer HE, HF ſich verhalten wie der Brechungsexponent n zur Einheit. Iſt nun AH die Richtung des einfallenden Strahles, ſo verlängere man ſie bis zu dem mit dem Halbmeſſer HE verzeichneten Halbkreiſe, den ſie in dem Puncte K trifft; man ziehe zu dieſem Puncte die Tangente KL und von dem Puncte L, in welchem dieſelbe der MN begegnet, zu dem andern Halbkreiſe die Tangente LR, ſo iſt die von H zu dem Berührungspuncte R der letzteren Tangente geführte Gerade die Richtung des gebrochenen Lichtſtrahles. Denn errichtet man in H das Einfallsloth PHQ, ſo iſt AHP der Einfallswinkel; damit nun RHQ der Brechungswinkel ſey, alſo RH wirklich der gebrochene Strahl, muß die Proportion

$$\sin AHP : \sin RHQ = n : 1$$

ſtatt finden. Daß dieſes der Fall iſt, erhellet folgender Maßen: In den Dreiecken HLK, HLR iſt

$\sin HLK : 1 = HK : HL$, $\sin HLR : 1 = HR : HL$,

mithin hat man

$$\sin HLK : \sin HLR = HK : HR.$$

Aber es ist der Winkel $HLK = AHP$ und $HLR = RHQ$; ferner $HK = HE$ und $HR = HF$, also

$$\sin HLK : \sin HLR = HE : HF$$

und da bei der Construction $HE : HF = n : 1$ angenommen wurde, so ist $\sin HLK : \sin HLR = n : 1$ w. z. b. w.

Ist $n > 1$, folglich $HE > HF$ (Fig. 119, a), in welchem Falle die Brechung zum Einfallslothe geschieht, so liegt der Punct L immer außerhalb der Peripherie des mit dem Halbmesser HF beschriebenen Kreises und die angegebene Construction des gebrochenen Strahles ist bei jeder Größe des Einfallswinkels ausführbar; ist aber $HE < HF$ (Fig. 119, b), so kann, wenn der Einfallswinkel AHP eine gewisse leicht zu erkennende Größe überschreitet, L zwischen E und F fallen, und es läßt sich sodann von L keine Tangente zu dem durch F gehenden Halbkreise ziehen. Dieß ist der Fall der totalen Reflexion.

Wollte man zu einem gegebenen gebrochenen Strahle HR den einfallenden finden, der jenen erzeugt, so darf man nur den Gang der Construction umkehren. Man zieht zuerst zu dem mit dem Halbmesser HF beschriebenen Halbkreise die Tangente RL, und dann aus L zu dem andern Halbkreise die Tangente LK, so gibt HK die Richtung des verlangten einfallenden Strahles an.

299. **Einfluß der Brechung des Lichtes in Wasser und Luft auf den scheinbaren Ort eines Gegenstandes.** Befindet sich ein Gegenstand unter Wasser, so erleiden die von ihm ausgehenden Lichtstrahlen, bevor sie zu dem Auge gelangen, bei dem Uebergange aus dem Wasser in die Luft eine Brechung vom Einfallslothe, der zu Folge der Gegenstand an einem andern, und zwar höheren Orte erscheint, als er wirklich inne hat. Es sey nämlich MN (Fig. 120) die ebene Oberfläche einer im Zustande der Ruhe befindlichen Wassermasse, A ein leuchtender Punct im Wasser, O der Ort des Auges in der Luft, so wird der von A gerade nach O hin ausgehende Lichtstrahl an der Fläche MN seitwärts abgelenkt und geht an dem Auge vorbei, dagegen kommt ein anderer Strahl AH, welcher nach der Brechung den Weg HO nimmt, zum Auge, weßwegen der Punct A in der Richtung OHx erscheint. Um den Ort zu bestimmen, an welchem A längs dieser Richtung gesehen wird, muß man auf den Gang der an AH zunächst liegenden, mit ersterem zugleich in die Augenöffnung (Pupille) eintretenden Lichtstrahlen Rücksicht nehmen. Es sey AH' ein solcher Strahl, H'O' seine Richtung nach der Brechung und B der Punct, in welchem derselbe rückwärts verlängert die Hx trifft. Da nun die in das Auge gelangenden Strahlen von B herzukommen scheinen, so sieht das Auge den Punct A in B. Es läßt sich beweisen, daß der Winkel HBH' größer ist als der Winkel HAH'. Sind nämlich PQ, P'Q die Einfallslothe für die Puncte H, H', so sind AHP, AH'P' die Einfallswinkel der Strahlen AH, AH' und wegen $AH'P' = AJP$ ist

$$HAH' = AJP - AHP = AH'P' - AHP,$$

d. h. HAH' ist der Unterschied der Einfallswinkel der Strahlen AH, AH'. Auf ähnliche Weise erkennt man den Winkel HBH' als den Unterschied der Brechungswinkel OHQ, OH'Q' dieser Strahlen. Sey

man nun zur Abkürzung $AHP = \alpha$, $HAH' = \alpha'$, $OHQ = \beta$, $HBH' = \beta'$, so iſt $AH'P' = \alpha + \alpha'$, $OH'Q' = \beta + \beta'$. Nach dem Brechungsgeſetze hat man, wenn n den Brechungsexponenten für den Uebergang des Lichtes aus dem Waſſer in die Luft vorſtellt,

$$\sin\alpha : \sin\beta = n : 1, \text{ alſo } \sin\alpha = n\sin\beta$$

und eben ſo $\sin(\alpha+\alpha') = n\sin(\beta+\beta')$.

Letztere Gleichung gibt

$$\sin\alpha\cos\alpha' + \cos\alpha\sin\alpha' = n(\sin\beta\cos\beta' + \cos\beta\sin\beta').$$

Wegen der Kleinheit der Winkel α' und β' kann man $\sin\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$, $\cos\beta' = 1$ ſetzen, und hat ſomit

$$\sin\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta;$$

nach Weglaſſung der einander gleichen Glieder $\sin\alpha$ und $n\sin\beta$ bleibt $\alpha'\cos\alpha = n\beta'\cos\beta$, woraus $\beta' = \frac{\alpha'\cos\alpha}{n\cos\beta}$ folgt. Aber es iſt

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin\alpha^2},$$

$$n\cos\beta = n\sqrt{1-\sin\beta^2} = \sqrt{n^2 - n^2\sin\beta^2} = \sqrt{n^2-\sin\alpha^2},$$

folglich muß, wegen $n<1$, nothwendig $n\cos\beta < \cos\alpha$ ſeyn, mithin $\beta' > \alpha'$. Es liegt ſonach der Punct B gewiß höher als der Punct A. Der Ort des Bildes B hängt von der Stellung des Auges ab; die Folge ſämmtlicher auf dieſe Weiſe ſich ergebenden Bilder eines beſtimmten Punctes ſtellt eine beſondere krumme Linie (Brennlinie) dar, deren Unterſuchung außerhalb der Grenzen dieſes Lehrvortrages liegt. Ein ſchief in das Waſſer gehaltener Stab erſcheint aus dem angeführten Grunde aufwärts gebrochen und ein wenig gekrümmt.

In der atmoſphäriſchen Luft pflanzt ſich das Licht, ſo lange dieſelbe einerlei Dichte hat, geradlinig fort; durchwandert aber das Licht Luftſchichten von verſchiedener Dichte, ſo wird es von ſeinem geraden Wege abgelenkt, und zwar bei dem Uebergange aus dünnerer Luft in dichtere zum Einfallslothe hin, bei dem umgekehrten Gange vom Einfallslothe weg gebrochen. Hieraus erklärt man ſich leicht wie es kommen kann, daß zuweilen im Freien entfernte Gegenſtände doppelt oder gar mehrfach, bald in aufrechter, bald in verkehrter Lage geſehen werden. Dieſe Erſcheinung, welche man Luftſpiegelung nennt, zeigt ſich beſonders in Gegenden, wo die Sonnenſtrahlen den ſandigen Boden ſtark erhitzen, in Folge deſſen die dem Boden zunächſt liegende Luftſchichte eine geringere Dichte erhält, als die in etwas größerer Höhe befindliche. Unter ſolchen Umſtänden können Strahlen von entfernten Objecten auf mehreren Wegen zum Auge gelangen, wodurch eben ſo viele Bilder entſtehen. Einen ähnlichen Grund hat auch das Zittern der Gegenſtände in der Luft an heißen Sommertagen, weil das durch eine bewegte, ihre Dichte fortwährend ändernde Luftſchichte gehende Licht mannigfaltig von ſeinem Wege abgelenkt wird. Hierher gehört auch das Phänomen der aſtronomiſchen Refraction. Ein von einem Geſtirne in die Atmoſphäre der Erde ſchief gegen den Horizont eindringender Lichtſtrahl wird, in je tiefere und dichtere Luftſchichten er gelangt, um ſo mehr zum Ei gebrochen und beſchreibt ſonach eine ge-

gen die Erdfläche concave Linie; das Auge sieht deßhalb den Punct, von welchem der Lichtstrahl herrührt, nach der Tangente des Endes dieser Curve, also höher als er wirklich ist. Sämmtliche Gestirne werden solchergestalt durch die Refraction gehoben, und zwar um so mehr, je näher sie dem Horizonte stehen. Aus diesem Grunde sieht man auch die Sonne schon vor ihrem wirklichen Aufgange und noch nach ihrem wirklichen Untergange.

300. Brechung des Lichtes in sphärischen Linsen. Ein durchsichtiger Körper, welcher von zwei Kugelsegmenten, oder von einem Kugelsegmente und einer ebenen Fläche begrenzt wird, heißt eine *sphärische Linse*. Man verfertigt Linsen in der Regel nur aus Glas und verwendet sie vielfältig mit dem größten Nutzen zur Construction optischer Instrumente, weßwegen die Brechung des Lichtes in Linsengläsern einer besondern Beachtung werth ist. Es lassen sich sechs Formen von Linsen unterscheiden, deren Durchschnitte in Fig. 121, a—f dargestellt sind, nämlich a) die *doppelt convexe* Linse mit beiderseits erhabenen Flächen; b) die *planconvexe*, deren eine Fläche erhaben, die andere plan ist; c) die *concav convexe* oder *Meniskus* mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, deren erstere mehr gekrümmt ist als die letztere; d) die *doppelt concave* mit zwei hohlen Flächen; e) die *planconcave* mit einer hohlen und einer ebenen Fläche; f) die *conver concave* mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, deren erstere weniger gekrümmt ist als die letztere. Die gerade Linie, welche durch die Mittelpuncte der Krümmung beider Flächen geht, oder wenn eine Fläche eben ist, auf dieser senkrecht steht und den Krümmungsmittelpunct der andern Fläche in sich enthält, heißt die *Axe* der Linse. Geht die Axe zugleich durch den Mittelpunct der Gestalt der Linse, so heißt die Linse *centrirt*.

Es sey nun A (Fig. 122) ein leuchtender Punct in der Axe einer doppelt convexen Linse MN; B und C seyen die Krümmungsmittelpuncte ihrer beiden Flächen. Ein der Richtung AC folgender Lichtstrahl, welcher die Vorderfläche der Linse in D trifft, dringt ungebrochen in dieselbe ein, und tritt an der Hinterfläche bei E ungebrochen aus der Linse heraus, weil seine Richtung den Berührungsebenen der Linsenflächen in D und E normal begegnet, somit der Einfallswinkel und daher auch der Brechungswinkel Null ist. Jeder andere von A zur Linse gehende Lichtstrahl AH wird gebrochen, und zwar zuerst bei H zum Einfallslothe BH nach der Richtung HL; in dem Puncte L aber, wo der letztere Strahl die hintere Fläche der Linse trifft, nach der Richtung LK, wobei, wenn wir nur die Distanz AD hinreichend groß annehmen, die Puncte J, K, worin die Richtungen der Strahlen HL, LK mit der Axe der Linse zusammentreffen, auf der von A abgewendeten Seite der Linse liegen. Denkt man sich die Figur AHLK um die Axe AK herumgedreht, so durchlauft die Gerade AH den geometrischen Ort aller von A ausgehenden Strahlen, welche unter gleicher Elongation gegen die Axe auf die Linse fallen; und da der Punct K hiebei unbeweglich bleibt, so durchkreuzen sich alle diese Strahlen

nach ihrem Austritte aus der Linse in K: einem weiter als K von der Linse entfernten Auge erscheint also in K ein Bild des Punctes A. Aber Strahlen, welche unter verschiedenen Elongationen von A ausgehen, kommen auf der anderen Seite der Linse in verschiedenen Puncten zusammen, und die Aufeinanderfolge der solchergestalt sich bildenden gebrochenen Strahlenkegel erzeugt eben so wie dieß in 295 bei Gelegenheit der Betrachtung des sphärischen Hohlspiegels nachgewiesen wurde, eine Brennfläche, deren in die Axe der Linse fallende Spitze der Vereinigung aller Strahlen entspricht, welche die Linse unter sehr kleinen Elongationen treffen. Nur mit solchen Strahlen können wir uns hier beschäftigen, indem wir die von der Form der Linse herrührende sogenannte sphärische Abweichung der gebrochenen Strahlen bei Seite setzen.

Bezeichnet n den Brechungsexponenten für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in das Material der Linse, so ist

$$\sin AHP : \sin BHJ = n : 1.$$

Da nach der Voraussetzung, daß der Winkel HAD sehr klein sey, auch AHP und BHJ sehr kleine Winkel sind, so kann man an die Stelle der Sinusse die Winkel selbst setzen, mithin die Proportion

$$AHP : BHJ = n : 1$$

gelten lassen, welche

$$AHP = nBHJ$$

gibt. Aber es ist

$$AHP = HAB + HBA \quad \text{und} \quad BHJ = HBA - HJB,$$

folglich $HAB + HBA = n(HBA - HJB)$

oder $HAB = (n-1)HBA - nHJB.$

Es sey $AD = a$, $BD = r$, $DJ = z$, $HD = \omega$, so ist, wegen Kleinheit der Winkel,

$$HAB = HAD = \frac{HD}{AD} = \frac{\omega}{a}, \quad HBA = HBD = \frac{HD}{BD} = \frac{\omega}{r},$$

$$HJB = HJD = \frac{HD}{JD} = \frac{\omega}{z},$$

daher besteht nach Weglassung des allen Gliedern gemeinschaftlichen Factors ω die Gleichung

$$L \quad \frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} - \frac{n}{z}.$$

Bezüglich der Brechung bei L hat man

$$\sin HLC : \sin KLQ = 1 : n$$

oder $HLC : KLQ = 1 : n$, folglich $KLQ = nHLC.$

Aber es ist $KLQ = LKC + LCK$, $HLC = LJC + LCK$,

mithin $LKC + LCK = n(LJC + LCK)$

oder $LKC = (n-1)LCK + nLJC.$

Setzt man $CE = R$, $DE = \delta$, $EK = k$, $LE = \psi$, so wird

$$LKC = LKE = \frac{LE}{EK} = \frac{\psi}{k}, \quad LCK = LCE = \frac{LE}{CE} = \frac{\psi}{R},$$

$$LJC = LJE = \frac{LE}{EJ} = \frac{\psi}{z-\delta};$$

man hat alſo

$$\text{II.}\quad \frac{1}{k} = \frac{n-1}{R} + \frac{n}{s-\delta}.$$

Berechnet man mittelſt der Gleichung I. den Werth von s und ſubſtituirt denſelben in die Gleichung II., ſo hat man den Betrag der Bildweite k. Da es ſich jedoch hier mehr um eine Ueberſicht der Erſcheinungen der Linſengläſer, als um ſcharfe Berechnung handelt, ſo können wir uns erlauben, die Dicke δ der Linſe im Vergleiche mit s zu vernachläßigen, und ſo in der Gleichung II. $\frac{n}{s}$ ſtatt $\frac{n}{s-\delta}$ zu ſchreiben. Dieſe Gleichung nimmt dadurch die Geſtalt

$$\frac{1}{k} = \frac{n-1}{R} + \frac{n}{s}$$

an; addirt man letztere zur Gleichung I., ſo wird

$$\text{III.}\quad \frac{1}{k} + \frac{1}{a} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right).$$

Suchen wir vor allem die Poſition des Vereinigungspunctes paralleler mit der Axe auf die Linſe fallender Strahlen oder die ſogenannte Brennweite der Linſe, deren Betrag durch f bezeichnet werde. Damit k in f übergehe, muß $a = \infty$ werden; dem gemäß folgt aus der Gleichung III.:

$$\text{IV.}\quad \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right),$$

wodurch auch

$$\text{V.}\quad \frac{1}{k} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$$

wird.

Die Rechnung wurde hier zunächſt nur für eine doppelt convexe Linſe geführt; ſie gilt aber auch für alle andern Arten von Linſen, wofern man nur den Krümmungshalbmeſſern r und R die entſprechenden Werthe und Zeichen ertheilt. Für jede concave Fläche iſt nämlich, wegen der entgegengeſetzten Lage des Mittelpunctes der Krümmung, der zugehörige Halbmeſſer negativ zu nehmen; für eine plane Fläche iſt $r = \infty$ zu ſetzen. Uebrigens iſt es gleichgiltig, welche Fläche man als die vordere betrachtet; durch Verwechslung von r und R erleidet f, und mithin auch k keine Veränderung. Bezeichnen r und R lediglich poſitive Größen, ſo iſt alſo

a) für doppelt convexe Linſen: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$,

b) » plan convexe » $\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\frac{1}{r}$,

c) » concav convexe » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$, wobei $r < R$,

d) » doppelt concave » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(-\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$

$$= -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right),$$

e) für plan concave Linſen: $\frac{1}{f} = -(n-1).\frac{1}{r}$,

f) » convex concave » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$, wobei $r > R$ iſt.

Hiernach zerfallen die Linſen in zwei Abtheilungen; die eine umfaßt diejenigen, für welche f einen poſitiven und die andere jene, für welche f einen negativen Werth erhält. Die erſteren heißen Sammellinſen, die letzteren Zerſtreuungslinſen. Sammellinſen ſind nach obigen Formeln offenbar die doppelt convexen, die plan convexen und die concav convexen Linſen; Zerſtreuungslinſen dagegen die doppelt concaven, die plan concaven und die convex concaven. Erſtere kann man auch unter der gemeinſchaftlichen Benennung Convexlinſen, letztere unter jener der Concavlinſen zuſammenfaſſen.

Setzt man für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Glas annäherungsweiſe $n = \frac{3}{2}$, ſo hat man $n - 1 = \frac{1}{2}$, mithin für eine doppelt convexe Linſe $\frac{1}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$. Sind beide Krümmungen gleich, ſo wird $\frac{1}{f} = \frac{1}{r}$, alſo $f = r$. Der Brennpunct fällt alſo unter dieſen Annahmen mit dem Krümmungsmittelpuncte zuſammen. Zwei plan convexe Linſen leiſten, wie aus der Vergleichung der Formeln b) und a) erhellet, ſo viel wie eine doppelt convexe.

301. Erſcheinungen an Sammellinſen. Für die Sammellinſen gilt die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, wobei f einen poſitiven Werth hat. Mit Hilfe derſelben ſieht man, daß k einen poſitiven oder negativen Werth erhält, je nachdem a größer oder kleiner iſt als f. Befindet ſich daher ein leuchtender Punct in der Axe der Linſe und in größerer Entfernung von der Linſe als der Brennpunct, ſo treten die von ihm ausgehenden Strahlen auf der andern Seite convergirend aus der Linſe und vereinigen ſich daſelbſt zu einem Bilde; ſteht aber der leuchtende Punct der Linſe näher als der Brennpunct, ſo treten die Strahlen divergirend aus der Linſe, und ſcheinen von derſelben Seite herzukommen, von welcher ſie ausgegangen ſind, jedoch, weil dann wegen $\frac{1}{k} = -\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{f}\right)$ der abſolute Werth von $\frac{1}{k}$ kleiner als $\frac{1}{a}$, mithin $k > a$ iſt, von einem Puncte, welcher von der Linſe weiter entfernt iſt, als derjenige, der ſie ausgeſendet hat. Divergirende Strahlen werden alſo durch die Brechung in einer Sammellinſe convergirend oder doch weniger divergirend, auf welche Eigenſchaft auch die Benennung dieſer Linſen hindeutet. Steht der leuchtende Punct von der Linſe ſehr weit entfernt, ſo iſt ſehr nahe $k = f$, d. h. die Strahlen vereinigen ſich in der Brennweite; nähert ſich der leuchtende Punct der Linſe, ſo nimmt k zu, und wenn $a = 2f$ geworden iſt, ſo wird $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f}$, mithin $k = 2f$. In dieſem Falle hat das

stant. Aehnliche Beobachtungen ließen sich an einem parallelepipedischen Glasstücke machen, und würden zu demselben Gesetze führen; doch gibt es bequemere und schärfere Mittel die Richtigkeit des in Rede stehenden Gesetzes zu rechtfertigen, welche die Folge kennen lehren wird.

Stellt man einem Lichtstrahl A x (Fig. 118) einen von parallelen ebenen Flächen H K, L M begrenzten durchsichtigen Körper, z. B. ein Glasstück in den Weg, so zeigt sich die Richtung des austretenden Lichtstrahles jener des eintretenden stets parallel. Es sey B C die Richtung des Lichtes im Glase und P Q, R S seyen die den Einfallspuncten B, C auf den Flächen H K, L M zugehörenden Lothe. Die Winkel Q B C, B C R sind wegen des Parallelismus von H K und L M, und die Winkel A B P, S C y nach dem Ergebnisse der Erfahrung gleich. Man sieht hieraus, daß der Einfallswinkel B C R an der zweiten Fläche M L so groß ist als der Brechungswinkel Q B C an der ersten, und der Brechungswinkel S C y an der zweiten so groß als der Einfallswinkel an der ersten. Hieraus folgt, daß wenn der gebrochene Lichtstrahl sich gerade umkehren, d. h. sich in einen einfallenden verwandeln würde, er durch die Brechung an der Grenzfläche beider Medien bei dem Uebertritte in das frühere Medium den Weg des früher dagewesenen einfallenden Strahles in umgekehrtem Sinne beschreiben müßte. Es wird demnach auch das Brechungsverhältniß umgekehrt.

Der Parallelismus des austretenden Lichtstrahles mit dem einfallenden besteht, wie die Erfahrung lehrt, eben so, wenn das Licht, nachdem es eine Reihe von durchsichtigen Substanzen, welche mit parallelen Flächen an einander grenzen, durchwandert hat, in das ursprüngliche Medium wieder zurückkehrt. Es sey z. B. A, B, C, A die Reihenfolge der an einander grenzenden Medien; α der Einfallswinkel, β der Brechungswinkel bei dem Uebergange des Lichtes von A in B; γ der Brechungswinkel bei dem Uebergange von B in C, so ist auch β der Einfallswinkel an der Trennungsfläche zwischen B und C und γ jener an der Trennungsfläche zwischen C und A, endlich α der letzte Brechungswinkel. Bezeichnen wir die Brechungsexponenten für die Uebergänge des Lichtes von A in B, von B in C und von A in C mit m, n und x, so finden folgende Proportionen statt: $\sin\alpha : \sin\beta = m : 1$, $\sin\beta : \sin\gamma = n : 1$, $\sin\gamma : \sin\alpha = 1 : x$. Multiplicirt man dieselben gliedweise, so ergibt sich $x = mn$. Oder bringt man das Verhältniß m : 1 auf die Form a : b und n : 1 auf die Form b : c, so nimmt das Verhältniß x : 1 die Form a : c an, womit die oben in 2) ausgesprochene Behauptung gerechtfertiget ist.

Wenn der Brechungswinkel kleiner ist als der Einfallswinkel, so sagt man das Licht werde zum Einfallslothe hin gebrochen, ist aber der erstgenannte Winkel der größere, so sagt man die Brechung geschehe vom Einfallslothe weg. Im ersten Falle ist der Brechungsinder größer, im letztern kleiner als die Einheit. Bei der Brechung vom Einfallslothe kann der Fall eintreten, daß das Brechungsverhältniß für den Sinus des Einfallswinkels eine Zahl darbietet, welche die Einheit übersteigt. Denn ist α der Einfalls-, β der Brechungs-

winkel, n der Brechungsexponent, also $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$, so hat man $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$. Sobald $n < 1$ ist, kann $\sin\alpha > n$ werden, und dann wäre $\sin\beta > 1$. In einem solchen Falle kann also das angegebene Brechungsgesetz nicht bestehen und die Erfahrung zeigt, daß dann auch wirklich keine Brechung mehr statt findet, sondern eine Verstärkung des an der Trennungsfläche der Medien reflectirten Lichtes eintritt. Man nennt diesen Vorgang die totale Reflexion. Sie beginnt, sobald der Einfallswinkel eine solche Größe erreicht hat, daß sein Sinus dem Brechungsinder gleich wird, und besteht für alle größern Einfallswinkel.

Für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Wasser ist der Brechungsinder sehr nahe $= \frac{4}{3}$, für den Uebergang in Glas variirt er nach Beschaffenheit dieses Stoffes von $\frac{3}{2} = 1{,}5$ bis 1,6 und darüber; für Terpentinöl ist er = 1,48, für Weingeist von der Dichte 0,825 ist er = 1,37. Meistens erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes in ein dichteres Medium zum Einfallslothe, doch läßt sich darauf keine sichere Regel bauen; namentlich brechen brennbare Körper das Licht in einem größeren Maße zum Einfallslothe als es nach ihrer Dichte im Vergleiche mit jener des Wassers oder Glases zu erwarten wäre. So erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes aus Terpentinöl in Wasser vom Einfallslothe, obgleich Terpentinöl minder dicht ist als Wasser.

298. **Geometrische Construction des gebrochenen Strahles.** Nach dem Brechungsgesetze läßt sich die Richtung des gebrochenen Strahles, wenn jene des einfallenden gegeben ist, durch folgende Construction finden: Es sey MN (Fig. 119) die Durchschnittslinie der Einfallsebene mit der Trennungsfläche beider Medien, wenn diese Fläche eben ist, oder mit der zum Einfallspuncte H der Trennungsfläche gelegten Berührungsebene, wenn die Medien in einer krummen Fläche an einander grenzen. Man beschreibe aus H als Mittelpunct in dem Theile der Einfallsebene, welcher in dem brechenden Medium liegt, Halbkreise, deren Halbmesser HE, HF sich verhalten wie der Brechungsexponent n zur Einheit. Ist nun AH die Richtung des einfallenden Strahles, so verlängere man sie bis zu dem mit dem Halbmesser HE verzeichneten Halbkreise, den sie in dem Puncte K trifft; man ziehe zu diesem Puncte die Tangente KL und von dem Puncte L, in welchem dieselbe der MN begegnet, zu dem andern Halbkreise die Tangente LR, so ist die von H zu dem Berührungspuncte R der letzteren Tangente geführte Gerade die Richtung des gebrochenen Lichtstrahles. Denn errichtet man in H das Einfallsloth PHQ, so ist AHP der Einfallswinkel; damit nun RHQ der Brechungswinkel sey, also RH wirklich der gebrochene Strahl, muß die Proportion

$$\sin AHP : \sin RHQ = n : 1$$

statt finden. Daß dieses der Fall ist, erhellet folgender Maßen: In den Dreiecken HLK, HLR ist

$$\sin HLK : 1 = HK : HL, \quad \sin HLR : 1 = HR : HL,$$

mithin hat man

$$\sin HLK : \sin HLR = HK : HR.$$

Aber es ist der Winkel $HLK = AHP$ und $HLR = RHQ$; ferner $HR = HE$ und $HR = HF$, also

$$\sin HLK : \sin HLR = HE : HF$$

und da bei der Construction $HE : HF = n : 1$ angenommen wurde, so ist $\sin HLK : \sin HLR = n : 1$ w. z. b. w.

Ist $n > 1$, folglich $HE > HF$ (Fig. 119, a), in welchem Falle die Brechung zum Einfallslothe geschieht, so liegt der Punct L immer außerhalb der Peripherie des mit dem Halbmesser HF beschriebenen Kreises und die angegebene Construction des gebrochenen Strahles ist bei jeder Größe des Einfallswinkels ausführbar; ist aber $HE < HF$ (Fig. 119, b), so kann, wenn der Einfallswinkel AHP eine gewisse leicht zu erkennende Größe überschreitet, L zwischen E und F fallen, und es läßt sich sodann von L keine Tangente zu dem durch F gehenden Halbkreise ziehen. Dieß ist der Fall der totalen Reflexion.

Wollte man zu einem gegebenen gebrochenen Strahle HR den einfallenden finden, der jenen erzeugt, so darf man nur den Gang der Construction umkehren. Man zieht zuerst zu dem mit dem Halbmesser HF beschriebenen Halbkreise die Tangente RL, und dann aus L zu dem andern Halbkreise die Tangente LK, so gibt HK die Richtung des verlangten einfallenden Strahles an.

299. **Einfluß der Brechung des Lichtes in Wasser und Luft auf den scheinbaren Ort eines Gegenstandes.** Befindet sich ein Gegenstand unter Wasser, so erleiden die von ihm ausgehenden Lichtstrahlen, bevor sie zu dem Auge gelangen, bei dem Uebergange aus dem Wasser in die Luft eine Brechung vom Einfallslothe, der zu Folge der Gegenstand an einem andern, und zwar höheren Orte erscheint, als er wirklich inne hat. Es sey nämlich MN (Fig. 120) die ebene Oberfläche einer im Zustande der Ruhe befindlichen Wassermasse, A ein leuchtender Punct im Wasser, O der Ort des Auges in der Luft, so wird der von A gerade nach O hin ausgehende Lichtstrahl an der Fläche MN seitwärts abgelenkt und geht an dem Auge vorbei, dagegen kommt ein anderer Strahl AH, welcher nach der Brechung den Weg HO nimmt, zum Auge, weßwegen der Punct A in der Richtung OH erscheint. Um den Ort zu bestimmen, an welchem A längs dieser Richtung gesehen wird, muß man auf den Gang der an AH zunächst liegenden, mit ersterem zugleich in die Augenöffnung (Pupille) eintretenden Lichtstrahlen Rücksicht nehmen. Es sey AH' ein solcher Strahl, H'O' seine Richtung nach der Brechung und B der Punct, in welchem derselbe rückwärts verlängert die Hx trifft. Da nun die in das Auge gelangenden Strahlen von B herzukommen scheinen, so sieht das Auge den Punct A in B. Es läßt sich beweisen, daß der Winkel HBH' größer ist als der Winkel HAH'. Sind nämlich P'Q, P''Q die Einfallslothe für die Puncte H, H', so sind AHP, AH'P'' die Einfallswinkel der Strahlen AH, AH' und wegen $AH'P'' = AJP'$ ist

$$HAH' = AJP' - AHP = AH'P'' - AHP,$$

d. h. HAH' ist der Unterschied der Einfallswinkel der Strahlen AH, AH'. Auf ähnliche Weise erkennt man den Winkel HBH' als den Unterschied der Brechungswinkel OHQ, O'H'Q dieser Strahlen. Sey

man nun zur Abkürzung $AHP = \alpha$, $HAH' = \alpha'$, $OHQ = \beta$, $HBH' = \beta'$, so iſt $AH'P' = \alpha + \alpha'$, $OH'Q' = \beta + \beta'$. Nach dem Brechungsgeſetze hat man, wenn n den Brechungsexponenten für den Uebergang des Lichtes aus dem Waſſer in die Luft vorſtellt,

$$\sin\alpha : \sin\beta = n : 1, \text{ alſo } \sin\alpha = n\sin\beta$$

und eben ſo $\sin(\alpha+\alpha') = n\sin(\beta+\beta')$.

Letztere Gleichung gibt

$$\sin\alpha\cos\alpha' + \cos\alpha\sin\alpha' = n(\sin\beta\cos\beta' + \cos\beta\sin\beta').$$

Wegen der Kleinheit der Winkel α' und β' kann man $\sin\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$, $\cos\beta' = 1$ ſetzen, und hat ſomit

$$\sin\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta;$$

nach Weglaſſung der einander gleichen Glieder $\sin\alpha$ und $n\sin\beta$ bleibt $\alpha'\cos\alpha = n\beta'\cos\beta$, woraus $\beta' = \frac{\alpha'\cos\alpha}{n\cos\beta}$ folgt. Aber es iſt

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin\alpha^2},$$

$$n\cos\beta = n\sqrt{1-\sin\beta^2} = \sqrt{n^2-n^2\sin\beta^2} = \sqrt{n^2-\sin\alpha^2},$$

folglich muß, wegen $n<1$, nothwendig $n\cos\beta < \cos\alpha$ ſeyn, mithin $\beta' > \alpha'$. Es liegt ſonach der Punct B gewiß höher als der Punct A. Der Ort des Bildes B hängt von der Stellung des Auges ab; die Folge ſämmtlicher auf dieſe Weiſe ſich ergebenden Bilder eines beſtimmten Punctes ſtellt eine beſondere krumme Linie (Brennlinie) dar, deren Unterſuchung außerhalb der Grenzen dieſes Lehrvortrages liegt. Ein ſchief in das Waſſer gehaltener Stab erſcheint aus dem angeführten Grunde aufwärts gebrochen und ein wenig gekrümmt.

In der atmoſphäriſchen Luft pflanzt ſich das Licht, ſo lange dieſelbe einerlei Dichte hat, geradlinig fort; durchwandert aber das Licht Luftſchichten von verſchiedener Dichte, ſo wird es von ſeinem geraden Wege abgelenkt, und zwar bei dem Uebergange aus dünnerer Luft in dichtere zum Einfallslothe hin, bei dem umgekehrten Gange vom Einfallslothe weg gebrochen. Hieraus erklärt man ſich leicht wie es kommen kann, daß zuweilen im Freien entfernte Gegenſtände doppelt oder gar mehrfach, bald in aufrechter, bald in verkehrter Lage geſehen werden. Dieſe Erſcheinung, welche man Luftſpiegelung nennt, zeigt ſich beſonders in Gegenden, wo die Sonnenſtrahlen den ſandigen Boden ſtark erhitzen, in Folge deſſen die dem Boden zunächſt liegende Luftſchichte eine geringere Dichte erhält, als die in etwas größerer Höhe befindliche. Unter ſolchen Umſtänden können Strahlen von entfernten Objecten auf mehreren Wegen zum Auge gelangen, wodurch eben ſo viele Bilder entſtehen. Einen ähnlichen Grund hat auch das Zittern der Gegenſtände in der Luft an heißen Sommertagen, weil das durch eine bewegte, ihre Dichte fortwährend ändernde Luftſchichte gehende Licht mannigfaltig von ſeinem Wege abgelenkt wird. Hierher gehört auch das Phänomen der aſtronomiſchen Refraction. Ein von einem Geſtirne in die Atmoſphäre der Erde ſchief gegen den Horizont eindringender Lichtſtrahl wird, in je tiefere und dichtere Luftſchichten er gelangt, um ſo mehr zum Einfallslothe gebrochen und beſchr[illegible]me ge-

gen die Erdfläche concave Linie; das Auge sieht deßhalb den Punct, von welchem der Lichtstrahl herrührt, nach der Tangente des Endes dieser Curve, also höher als er wirklich ist. Sämmtliche Gestirne werden solchergestalt durch die Refraction gehoben, und zwar um so mehr, je näher sie dem Horizonte stehen. Aus diesem Grunde sieht man auch die Sonne schon vor ihrem wirklichen Aufgange und noch nach ihrem wirklichen Untergange.

300. **Brechung des Lichtes in sphärischen Linsen.** Ein durchsichtiger Körper, welcher von zwei Kugelsegmenten, oder von einem Kugelsegmente und einer ebenen Fläche begrenzt wird, heißt eine sphärische Linse. Man verfertigt Linsen in der Regel nur aus Glas und verwendet sie vielfältig mit dem größten Nutzen zur Construction optischer Instrumente, weßwegen die Brechung des Lichtes in Linsengläsern einer besondern Beachtung werth ist. Es lassen sich sechs Formen von Linsen unterscheiden, deren Durchschnitte in Fig. 121, a—f dargestellt sind, nämlich a) die doppelt convexe Linse mit beiderseits erhabenen Flächen; b) die planconvexe, deren eine Fläche erhaben, die andere plan ist; c) die concav convexe oder Meniskus mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, deren erstere mehr gekrümmt ist als die letztere; d) die doppelt concave mit zwei hohlen Flächen; e) die planconcave mit einer hohlen und einer ebenen Fläche; f) die convex concave mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, deren erstere weniger gekrümmt ist als die letztere. Die gerade Linie, welche durch die Mittelpuncte der Krümmung beider Flächen geht, oder wenn eine Fläche eben ist, auf dieser senkrecht steht und den Krümmungsmittelpunct der andern Fläche in sich enthält, heißt die Axe der Linse. Geht die Axe zugleich durch den Mittelpunct der Gestalt der Linse, so heißt die Linse centrirt.

Es sey nun A (Fig. 122) ein leuchtender Punct in der Axe einer doppelt convexen Linse MN; B und C seyen die Krümmungsmittelpuncte ihrer beiden Flächen. Ein der Richtung AC folgender Lichtstrahl, welcher die Vorderfläche der Linse in D trifft, dringt ungebrochen in dieselbe ein, und tritt an der Hinterfläche bei E ungebrochen aus der Linse heraus, weil seine Richtung den Berührungsebenen der Linsenflächen in D und E normal begegnet, somit der Einfallswinkel und daher auch der Brechungswinkel Null ist. Jeder andere von A zur Linse gehende Lichtstrahl AH wird gebrochen, und zwar zuerst bei H zum Einfallslothe BH nach der Richtung HL; in dem Puncte L aber, wo der letztere Strahl die hintere Fläche der Linse trifft, nach der Richtung LK, wobei, wenn wir nur die Distanz AD hinreichend groß annehmen, die Puncte J, K, worin die Richtungen der Strahlen HL, LK mit der Axe der Linse zusammentreffen, auf der von A abgewendeten Seite der Linse liegen. Denkt man sich die Figur AHLK um die Axe AK herumgedreht, so durchlauft die Gerade AH den geometrischen Ort aller von A ausgehenden Strahlen, welche unter gleicher Elongation gegen die Axe auf die Linse fallen; und da der Punct K hiebei unbeweglich bleibt, so durchkreuzen sich alle diese Strahlen

nach ihrem Austritte aus der Linse in K: einem weiter als K von der Linse entfernten Auge erscheint also in K ein Bild des Punctes A. Aber Strahlen, welche unter verschiedenen Elongationen von A ausgehen, kommen auf der anderen Seite der Linse in verschiedenen Puncten zusammen, und die Aufeinanderfolge der solchergestalt sich bildenden gebrochenen Strahlenkegel erzeugt eben so wie dieß in 295 bei Gelegenheit der Betrachtung des sphärischen Hohlspiegels nachgewiesen wurde, eine Brennfläche, deren in die Axe der Linse fallende Spitze der Vereinigung aller Strahlen entspricht, welche die Linse unter sehr kleinen Elongationen treffen. Nur mit solchen Strahlen können wir uns hier beschäftigen, indem wir die von der Form der Linse herrührende sogenannte sphärische Abweichung der gebrochenen Strahlen bei Seite setzen.

Bezeichnet n den Brechungsexponenten für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in das Material der Linse, so ist

$$\sin AHP : \sin BHJ = n : 1.$$

Da nach der Voraussetzung, daß der Winkel HAD sehr klein sey, auch AHP und BHJ sehr kleine Winkel sind, so kann man an die Stelle der Sinusse die Winkel selbst setzen, mithin die Proportion

$$AHP : BHJ = n : 1$$

gelten lassen, welche

$$AHP = nBHJ$$

gibt. Aber es ist

$$AHP = HAB + HBA \text{ und } BHJ = HBA - HJB,$$

folglich $HAB + HBA = n(HBA - HJB)$

oder $HAB = (n-1)HBA - nHJB.$

Es sey $AD = a$, $BD = r$, $DJ = z$, $HD = \omega$, so ist, wegen Kleinheit der Winkel,

$$HAB = HAD = \frac{HD}{AD} = \frac{\omega}{a}, \quad HBA = HBD = \frac{HD}{BD} = \frac{\omega}{r},$$

$$HJB = HJD = \frac{HD}{JD} = \frac{\omega}{z},$$

daher besteht nach Weglassung des allen Gliedern gemeinschaftlichen Factors ω die Gleichung

$$\text{I.} \quad \frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} - \frac{n}{z}.$$

Bezüglich der Brechung bei L hat man

$$\sin HLC : \sin KLQ = 1 : n$$

oder $HLC : KLQ = 1 : n$, folglich $KLQ = nHLC$.

Aber es ist $KLQ = LKC + LCK$, $HLC = LJC + LCK$,

mithin $LKC + LCK = n(LJC + LCK)$

oder $LKC = (n-1)LCK + nLJC.$

Setzt man $CE = R$, $DE = \delta$, $EK = k$, $LE = \psi$, so wird

$$LKC = LKE = \frac{LE}{EK} = \frac{\psi}{k}, \quad LCK = LCE = \frac{LE}{CE} = \frac{\psi}{R},$$

$$LJC = LJE \overset{\text{I.E}}{=} \frac{\psi}{z-\delta};$$

man hat alſo

$$\text{II.}\quad \frac{1}{k} = \frac{n-1}{R} + \frac{n}{s-\delta}.$$

Berechnet man mittelſt der Gleichung I. den Werth von s und ſubſtituirt denſelben in die Gleichung II., ſo hat man den Betrag der Bildweite k. Da es ſich jedoch hier mehr um eine Ueberſicht der Erſcheinungen der Linſengläſer, als um ſcharfe Berechnung handelt, ſo können wir uns erlauben, die Dicke δ der Linſe im Vergleiche mit s zu vernachläßigen, und ſo in der Gleichung II. $\frac{n}{s}$ ſtatt $\frac{n}{s-\delta}$ zu ſchreiben. Dieſe Gleichung nimmt dadurch die Geſtalt

$$\frac{1}{k} = \frac{n-1}{R} + \frac{n}{s}$$

an; addirt man letztere zur Gleichung I., ſo wird

$$\text{III.}\quad \frac{1}{k} + \frac{1}{s} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right).$$

Suchen wir vor allem die Poſition des Vereinigungspunctes paralleler mit der Axe auf die Linſe fallender Strahlen oder die ſogenannte Brennweite der Linſe, deren Betrag durch f bezeichnet werde. Damit k in f übergehe, muß $s=\infty$ werden; dem gemäß folgt aus der Gleichung III.:

$$\text{IV.}\quad \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right),$$

wodurch auch

$$\text{V.}\quad \frac{1}{k} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s}$$

wird.

Die Rechnung wurde hier zunächſt nur für eine doppelt convere Linſe geführt; ſie gilt aber auch für alle andern Arten von Linſen, wofern man nur den Krümmungshalbmeſſern r und R die entſprechenden Werthe und Zeichen ertheilt. Für jede concave Fläche iſt nämlich, wegen der entgegengeſetzten Lage des Mittelpunctes der Krümmung, der zugehörige Halbmeſſer negativ zu nehmen; für eine plane Fläche iſt er $=\infty$ zu ſetzen. Uebrigens iſt es gleichgiltig, welche Fläche man als die vordere betrachtet; durch Verwechslung von r und R erleidet f, und mithin auch k keine Veränderung. Bezeichnen r und R lediglich poſitive Größen, ſo iſt alſo

a) für doppelt convere Linſen: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$,

b) » plan convere » $\frac{1}{f} = (n-1).\frac{1}{r}$,

c) » concav convere » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$, wobei $r<R$,

d) » doppelt concave » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(-\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$

$$= -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right),$$

e) für plan concave Linſen: $\frac{1}{f} = -(n-1).\frac{1}{r}$,

f) » convex concave » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$, wobei $r > R$ iſt.

Hiernach zerfallen die Linſen in zwei Abtheilungen; die eine umfaßt diejenigen, für welche f einen poſitiven und die andere jene, für welche f einen negativen Werth erhält. Die erſteren heißen Sammellinſen, die letzteren Zerſtreuungslinſen. Sammellinſen ſind nach obigen Formeln offenbar die doppelt convexen, die plan convexen und die concav convexen Linſen; Zerſtreuungslinſen dagegen die doppelt concaven, die plan concaven und die convex concaven. Erſtere kann man auch unter der gemeinſchaftlichen Benennung Convexlinſen, letztere unter jener der Concavlinſen zuſammenfaſſen.

Setzt man für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Glas annäherungsweiſe $n = \frac{3}{2}$, ſo hat man $n - 1 = \frac{1}{2}$, mithin für eine doppelt convexe Linſe $\frac{1}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$. Sind beide Krümmungen gleich, ſo wird $\frac{1}{f} = \frac{1}{r}$, alſo $f = r$. Der Brennpunct fällt alſo unter dieſen Annahmen mit dem Krümmungsmittelpuncte zuſammen. Zwei plan convexe Linſen leiſten, wie aus der Vergleichung der Formeln b) und a) erhellet, ſo viel wie eine doppelt convexe.

301. Erſcheinungen an Sammellinſen. Für die Sammellinſen gilt die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, wobei f einen poſitiven Werth hat. Mit Hilfe derſelben ſieht man, daß k einen poſitiven oder negativen Werth erhält, je nachdem a größer oder kleiner iſt als f. Befindet ſich daher ein leuchtender Punct in der Axe der Linſe und in größerer Entfernung von der Linſe als der Brennpunct, ſo treten die von ihm ausgehenden Strahlen auf der andern Seite convergirend aus der Linſe und vereinigen ſich daſelbſt zu einem Bilde; ſteht aber der leuchtende Punct der Linſe näher als der Brennpunct, ſo treten die Strahlen divergirend aus der Linſe, und ſcheinen von derſelben Seite herzukommen, von welcher ſie ausgegangen ſind, jedoch, weil dann wegen $\frac{1}{k} = -\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{f}\right)$ der abſolute Werth von $\frac{1}{k}$ kleiner als $\frac{1}{a}$, mithin $k > a$ iſt, von einem Puncte, welcher von der Linſe weiter entfernt iſt, als derjenige, der ſie ausgeſendet hat. Divergirende Strahlen werden alſo durch die Brechung in einer Sammellinſe convergirend oder doch weniger divergirend, auf welche Eigenſchaft auch die Benennung dieſer Linſen hindeutet. Steht der leuchtende Punct von der Linſe ſehr weit entfernt, ſo iſt ſehr nahe $k = f$, d. h. die Strahlen vereinigen ſich in der Brennweite; nähert ſich der leuchtende Punct der Linſe, ſo nimmt k zu, und wenn $a = 2f$ geworden iſt, ſo wird $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f}$, mithin $k = 2f$. In dieſem Falle hat das

Bild dieselbe Distanz von der Linse wie der Gegenstand. Rückt der Gegenstand der Linse noch näher, so nimmt k noch mehr zu, und kommt der leuchtende Punct in die Brennweite, so verschwindet $\frac{1}{k}$, d. h. es werden die von genanntem Puncte auf die Linse fallenden Strahlen durch die Brechung einander parallel. Bei noch weiterer Annäherung des leuchtenden Punctes an die Linse rückt der Durchschnittspunct der rückwärts verlängerten gebrochenen Strahlen, welcher anfänglich in sehr große Entfernung von der Linse fiel, immer näher an dieselbe heran. Für $a = \frac{1}{2}f$ wird $k = -f$.

Man darf sich offenbar erlauben diese Resultate auch auf Strahlen auszudehnen, welche von außerhalb der Axe, jedoch ihr sehr nahe stehenden Puncten ausgehen, wofern die Elongationen der Strahlen bezüglich des gegen die Mitte der Linse gerichteten Strahles, welcher der Hauptstrahl genannt wird, sehr gering sind. Betrachtet man den Hauptstrahl, weil die Berührungsebenen der Linse an den Orten seines Ein- und Austrittes einander sehr nahe parallel sind, als ungebrochen durch die Linse gehend, so liegt in ihm der Vereinigungspunct der übrigen Strahlen. Hiernach ist es leicht die Beschaffenheit des durch eine Sammellinse erzeugten Bildes eines Objectes von geringer Ausdehnung anzugeben. Es sey nämlich C (Fig. 123) der Mittelpunct der Gestalt einer Sammellinse, oder der sogenannte optische Mittelpunct, und AB ein Gegenstand, welcher Licht auf die Linse sendet, so entsteht, wenn die Distanz des Gegenstandes von der Linse größer ist als die Brennweite, ein umgekehrtes Luftbild ab auf der andern Seite der Linse (Fig. 123, a), dessen Größe im Vergleiche mit AB von dem Verhältnisse Ca : CA abhängt. Ist aber die Distanz des Gegenstandes AB von der Linse kleiner als die Brennweite, so entsteht für ein Auge, welches die aus der Linse heraustretenden gebrochenen Strahlen empfängt, auf derselben Seite der Linse, wo sich der Gegenstand befindet, ein aufrechtes und von der Linse weiter entferntes, mithin stets vergrößertes Bild ab (Fig. 123, b).

Fängt man mit einer Sammellinse convergirende Strahlen auf, welche ein Luftbild zu erzeugen streben, so werden dieselben durch die Brechung noch convergirender gemacht, und sie vereinigen sich daher in einem der Linse näher liegenden und kleineren Bilde. Es erhellet dies sogleich aus Fig 123. b, wenn man den Gang der Strahlen umgekehrt denkt, und ab für das Luftbild annimmt, welches die Strahlen ohne Dazwischenkunft der Linse zu erzeugen streben; AB wird sodann das mittelst dieser Linse zu Stande kommende Bild.

302. **Erscheinungen an Zerstreuungslinsen.** Für die Zerstreuungslinsen gilt, in so ferne f eine positive Größe vorstellt, die Gleichung $\frac{1}{k} = -\frac{1}{i} - \frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a}\right)$. Ist also a positiv, wie es der Fall ist, wenn Strahlen, die von einem leuchtenden Puncte ausgehen, die Linse treffen, so bleiben die Strahlen nach der Brechung divergent, denn k hat stets einen negativen Werth. Betrachtet

wir k als positiv, so haben wir $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a}$. Da hier $\frac{1}{k} > \frac{1}{a}$, mithin $k < a$ erscheint, so treten die von einem leuchtenden Puncte zur Linse gesandten Strahlen noch divergenter aus derselben, als sie es bei dem Eintritte in die Linse waren, die Strahlen werden also durch eine solche Linse wirklich zerstreut. Ein Gegenstand AB (Fig. 124) wird daher mittelst einer Zerstreuungslinse von einem auf der andern Seite befindlichen Auge in ab, nämlich in geringerer Entfernung von der Linse und verkleinert gesehen.

Fallen convergirende Strahlen, welche ein Luftbild zu erzeugen streben, auf eine Zerstreuungslinse, so werden dieselben durch die Linse weniger convergirend oder nach Umständen sogar divergirend gemacht. Es ist nämlich in diesem Falle in der Formel $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a}$ die Distanz a des Gegenstandes eine negative Größe, und somit, wenn man unter a dennoch eine positive Größe verstehen will, $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ zu schreiben. Ist nun $a > f$, so erscheint k positiv, d. h. die Strahlen werden divergirend; ist $a = f$, so wird $k = \infty$, mithin treten die Strahlen parallel aus der Linse; ist $a < f$, so wird k negativ, d. h. die Strahlen bleiben convergirend, aber der numerische Werth von k ist größer als a, mithin convergiren die gebrochenen Strahlen weniger als die einfallenden.

303. Zerlegung des Lichtes in farbige Bestandtheile. Das Licht, wie es von der Sonne und von andern selbstleuchtenden Körpern ausgesendet wird, besteht aus Bestandtheilen, welche bei dem Uebergange aus einem durchsichtigen Medium in ein anderes in Folge der Brechung verschiedene Richtungen erhalten und sich dadurch von einander trennen. Man überzeugt sich hievon, wenn man den Gang des gebrochenen Strahles, welcher von einem aus der Luft in Wasser, Glas u. dgl. eindringenden Lichtstrahle herrührt, einer aufmerksamen Untersuchung unterwirft. Ein cylinderförmiger Strahl weißen Lichtes wird nämlich durch die Brechung in einen Büschel divergirender Strahlen ausgebreitet, welche die Fähigkeit besitzen, in dem Auge die Empfindung verschiedener Farben hervorzurufen. Diese Zerlegung des weißen Lichtes nimmt man am leichtesten wahr, wenn man einen Sonnenstrahl durch ein dreiseitiges Prisma aus einer durchsichtigen Substanz leitet. Es sey nämlich LMN (Fig. 125) der Durchschnitt eines solchen Prisma's mit einer senkrecht gegen seine Seiten gelegten Ebene und Ax die Richtung eines in dieser Ebene enthaltenen und auf die Seitenfläche LN des Prisma's im Puncte B fallenden Lichtstrahles. Bei dem Eintritte aus der Luft in das Prisma wird dieser Strahl zum Einfallslothe PP′ gebrochen, und erhält die Richtung By. Ist der Einfallswinkel BCQ, unter welchem dieser Strahl die Seitenfläche MN des Prisma's im Puncte C trifft, nicht zu groß, so tritt der Lichtstrahl bei C aus dem Prisma in die Luft und erleidet dabei eine Brechung vom Einfallslothe QQ′ weg nach der Richtung CD. Indem solchergestalt das Licht den Weg [illegible]t, wird es zweimal in

demselben Sinne von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt, und dem gemäß muß, wenn das Licht verschieden brechbare Bestandtheile in sich enthält, die Sonderung derselben bei weitem mehr hervortreten, als wenn bloß eine Brechung statt findet, oder wenn zwei Brechungen auf einander folgen, welche das Licht in entgegengesetztem Sinne ablenken. In der That sieht man, wenn man einen durch eine enge Spalte am Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer einfallenden Sonnenstrahl mit einem dreiseitigen Prisma aus reinem Glase, dessen Flächen wohl geebnet und polirt sind und dessen Kanten der Spalte parallel laufen, auffängt, aus demselben einen divergirenden Strahlenbüschel heraustreten, und es zeigt sich auf einer weißen Wand, welche dieser Strahlenbüschel trifft, oder auf einem weißen Schirme, den man in den Weg desselben stellt, ein längliches von zwei parallelen gegen die Kanten des Prisma's senkrechten geraden Linien begrenztes, an den Enden abgerundetes Farbenbild oder Spectrum, dessen Breite dem Durchmesser des dem ungebrochenen Lichte entsprechenden Sonnenbildes gleich kommt, und worin man eine Reihe unzähliger allmälig in einander übergehenden Farbenabstufungen wahrnimmt, unter denen sich von dem der Richtung des einfallenden Lichtes zunächst liegenden Ende des Farbenbildes angefangen folgende sechs Hauptfarben: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Violet unterscheiden lassen. Läßt man einen einzelnen dieser farbigen Strahlen durch eine am Schirme, worauf das Farbenbild fällt, angebrachte Oeffnung hindurch zu einem zweiten Prisma gehen, so entsteht kein Farbenbild mehr, sondern der Strahl wird durch die neue Brechung ohne Aenderung seiner Farbe bloß von seiner Richtung abgelenkt, und zwar um so mehr, je weiter diese Farbe von dem rothen Ende des Spectrums abliegt. Fängt man den ganzen Büschel farbigen Lichtes, wie er aus dem Prisma heraustritt, mit einer Sammellinse auf, und vereinigt dadurch die divergirenden Strahlen zu einem Bilde, so erscheint dieses weiß wie das ursprüngliche Sonnenlicht. Auf ähnliche Weise wie ein Prisma aus Glas wirkt auch ein Prisma aus irgend einer andern durchsichtigen Substanz auf das Licht, und zwar es mag dieses von der Sonne oder von einer Kerzenflamme oder von einem andern selbstleuchtenden Körper herrühren: es unterliegt somit keinem Zweifel, daß gewöhnliches Licht aus farbigen Bestandtheilen besteht, welchen verschiedene Grade der Brechbarkeit zukommen. Am wenigsten brechbar sind die dem rothen, am meisten brechbar die dem violetten Ende des Spectrums entsprechenden Strahlen. Man nennt die Eigenschaft eines durchsichtigen Mediums die verschieden farbigen Strahlen verschieden zu brechen, die Dispersion (Zerstreuung) und sagt von jenem Medium, welches bei gleicher Incidenz des weißen Lichtes ein größeres, d. h. durch mehr divergirende Strahlen gebildetes Farbenspectrum erzeugt, es besitze ein größeres Zerstreuungsvermögen.

Vereinigt man eine Partie farbigen Lichtes des prismatischen Spectrums mittelst einer Sammellinse, so erhält man an der Durchkreuzungsstelle eine Mischungsfarbe, welcher mit einer im Spectrum

ſelbſt liegenden dem Anſcheine nach übereinſtimmen kann, aber doch davon wohl zu unterſcheiden iſt, da erſtere durch ein Prisma in die Beſtandtheile, aus welchen man dieſelbe zuſammengeſetzt hat, zerlegt wird, letztere aber nicht. Um zu ſehen, ob eine vorliegende Farbe von einfachem (homogenem) oder von zuſammengeſetztem (heterogenem) Lichte herrühre, genügt es dieſelbe durch ein Prisma zu betrachten; ſobald eine Scheidung des ungleichartigen Lichtes erfolgt, dringen die Strahlen deſſelben in das Auge nach verſchiedenen Richtungen ein, und man nimmt ſomit getrennte Bilder wahr. Hieraus erklärt es ſich auch, warum man durch ein Prisma einen weißen Gegenſtand in der auf die Kanten deſſelben ſenkrechten Richtung ſich mit farbigen Säumen endigen ſieht; dieſe entſprechen nämlich den von den äußerſten Strahlen herrührenden Farbenbildern, welche über die benachbarten, von denen ſie zum Theile gedeckt werden, hervorragen. Theilt man die Farben des prismatiſchen Spectrums in zwei Partien, ſo erhält man durch Vereinigung der jeder einzelnen Partie zugewieſenen einfachen Farben zwei Miſchungsfarben, welche zuſammen genommen offenbar Weiß hervorbringen, weil dieſes das Reſultat der Mengung aller einzelnen prismatiſchen Farben iſt. Man nennt Farben, welche ſich zur weißen Farbe ergänzen, complementäre Farben.

Theilt man eine kreisförmige Scheibe durch Radien in Sectoren, deren Flächen ſich verhalten wie die Räume, welche die Farben im prismatiſchen Spectrum einnehmen, belegt dieſe Sectoren mit den entſprechenden Farben, und läßt den Kreis raſch um eine auf ſeiner Ebene ſenkrechte Axe rotiren, ſo erhält man den Eindruck von Weiß, oder vielmehr von Grau, weil man nicht im Stande iſt durch Pigmente die Reinheit und Lebhaftigkeit der Farben des Spectrums zu erreichen. Bringt man bloß einige Farben auf die Scheibe, ſo zeigt ſich bei dem Rotiren derſelben diejenige Farbe, welche aus der Mengung erſterer hervorgeht. Man nennt eine ſolche zur Miſchung der Farben durch Rotation eingerichtete Scheibe einen Farbenkreiſel. Die Wirkung deſſelben beruht darauf, daß der Eindruck der einen Farbe im Auge noch anhält, während der Eindruck der nächſten ſich dazu geſellt. Der Farbenkreiſel kann aus dieſem Grunde auch zum Beweiſe der äußerſt kurzen Dauer des Lichtes eines elektriſchen Funkens dienen. Denn beleuchtet man einen rotirenden Farbenkreiſel mit dem Lichte eines aus dem Conductor einer Elektriſirmaſchine gezogenen oder durch Entladung einer Leidner Flaſche entſtehenden Funkens, ſo ſieht man keine Miſchungsfarbe, ſondern bloß die auf dem Kreiſel befindlichen Farben jede für ſich allein, gerade ſo, als ob der Kreiſel in der Lage, welche er im Augenblicke der elektriſchen Exploſion hat, in Ruhe wäre.

Stellt man die Namen der ſechs Farben des Spectrums nach ihrer Ordnung in einen Cyklus, ſo daß ſie gleichſam den Eckpuncten eines regelmäßigen Sechseckes entſprechen, ſo zeigen je zwei einander diametral gegenüberliegende Farben diejenigen an, welche als complementäre zuſammengehören. Scheidet man nämlich aus dem Spectrum die rothe Farbe aus, und vermengt die übrigen, ſo entſteht eine Art Grün; und eben ſo geben die Farben des Spectrums nach Ausſcheidung von Grün eine Art Roth. Es ergänzen ſich demnach Roth und Grün zu Weiß. Aber Roth iſt die erſte, Grün die vierte Farbe in der Reihenfolge des Spectrums, daher ſtehen dieſe Farben in dem vorerwähnten Sechsecke einander gerade gegenüber. Auf dieſelbe Weiſe findet

man, daß Orange und Blau, dann Gelb und Violet einander als complementäre Farben correſpondiren.

Es iſt bemerkenswerth, daß die Farben im Cyclus des Spectrums gerade ſo auf einander folgen, wie man ſie anordnen muß, um von jeder zu einer andern durch eine ſtetige Reihe von Zwiſchenſtufen übergehen zu können. So gibt es z. B. von Roth zu Blau nur zwei Uebergangsarten; entweder durch Violet, oder durch Orange, Gelb und Grün, und ein Gleiches zeigt ſich auch in den andern Fällen.

Newton, der Entdecker der Zuſammenſetzung des weißen Lichtes, nahm im Spectrum ſieben Hauptfarben an, indem er zwiſchen Gelb und Violet noch Hellblau und Dunkelblau (Indigblau) unterſchied.

304. Dunkle Linien im prismatiſchen Spectrum. Da die Anzahl der Farbenabſtufungen im Spectrum des Sonnenlichtes nicht angebbar iſt und als unendlich groß betrachtet werden kann, ſo beſteht ein weißer Sonnenſtrahl aus einer unzählbaren Menge von Beſtandtheilen, welche ſich ihrer verſchiedenen Brechbarkeit wegen bei dem Uebergange von einem Medium in ein anderes von einander trennen. Allein die Reihenfolge dieſer Beſtandtheile des Sonnenlichtes iſt keine ſtetige, ſondern es liegt zwiſchen dem Brechungsinder des äußerſten rothen und jenem des äußerſten violetten Lichtes eine große Menge von Zahlen, denen als Brechungsinder kein Farbenſtrahl im Sonnenlichte entſpricht. Leitet man nämlich durch eine enge Spalte Sonnenlicht in ein verfinſtertes Zimmer und läßt dieſes auf ein Prisma aus ſehr reinem Glaſe mit genau ebenen Seitenflächen fallen, deſſen Kanten der Spalte parallel ſind, und welches ſich von der Spalte in einiger Entfernung befindet, ſo daß die von ihr zu dem Prisma gelangenden Strahlen ſämmtlich ſehr kleine Winkel mit einander bilden, und dreht das Prisma um ſeine Axe bis man das Spectrum deutlich ſieht, ſo erblickt man in demſelben mehrere dunkle Linien, welche der das Licht gebenden Spalte parallel laufen, und kommt man dem Auge mit einem guten Fernrohre zu Hilfe, ſo überzeugt man ſich leicht, daß die Anzahl dieſer Linien ſehr groß iſt, denn durch ein ſtärker vergrößerndes Fernrohr angeſehen, löſen ſich Linien, die man vordem für einzelne hielt, in Gruppen von mehreren auf. Man hat auf dieſe Weiſe im Sonnenſpectrum bereits an 2000 dunkle Linien unterſchieden. Man nennt dieſelben nach ihrem Entdecker Fraunhofer'ſche Linien. Sie ſind nichts anderes als Lücken im Spectrum, wo Strahlen, denen eine gewiſſe Brechbarkeit zukommen würde, fehlen. In der That, ginge von der Spalte nur einfaches Licht, z. B. bloß rothes aus, ſo würde man mittelſt des Prisma's die Oeffnung der Spalte in rother Beleuchtung, jedoch wegen der durch die Brechung im Prisma bewirkten Ablenkung des in das Auge eindringenden Lichtes an einem anderen Orte ſehen. Eine ähnliche Erſcheinung würde ſich zeigen, wenn von der Spalte bloß gelbes Licht auf das in derſelben Stellung wie vorhin befindliche Prisma fiele, aber der ſcheinbare Ort des Spaltenbildes wäre jetzt ein anderer, und zwar von dem wahren Orte der Spalte weiter entfernt, weil das gelbe Licht brechbarer iſt als das rothe, mithin daſſelbe durch das Prisma eine größere Ablenkung von ſeiner urſprünglichen Richtung erleidet. Käme

von der Spalte zugleich rothes und gelbes Licht in einerlei Richtung um Prisma, so müßten zwei getrennte Bilder der Spalte, ein rothes und ein gelbes, jedes an dem der Brechbarkeit seiner Strahlen entsprechenden Orte erscheinen, und zwischen beiden läge ein dunkler Raum. Das Spectrum, welches man sieht, wenn man, wie bei dem oben beschriebenen Versuche, eine Spalte, durch die ein Lichtbündel dringt, mittelst eines Prisma's betrachtet, ist das Ergebniß der Nebeneinanderlagerung sämmtlicher den Bestandtheilen des Lichtes entsprechenden Bilder der Spalte; ist die Breite der Spalte sehr gering, so wird jede Lücke in der Reihe dieser Bilder als dunkle Linie bemerkbar. Da man an dem Spectrum des Sonnenlichtes stets dieselbe Anordnung der dunklen Linien wahrnimmt, aus welchem Stoffe immer das angewendete Prisma bestehen mag, so fehlen die Strahlen von den correspondirenden Graden der Brechbarkeit schon in dem Sonnenlichte selbst, ehe es um Prisma gelangt, und werden nicht erst durch eine Einwirkung des Prisma's auf das Licht erzeugt. In dem Spectrum des durch eine enge Spalte hindurch gehenden Kerzenlichtes findet man keine dunklen Linien, wohl aber zeigt sich im gelben Theile dieses Spectrums ein helleres Spaltenbild, welches von einem in dem Kerzenlichte enthaltenen Ueberschusse an homogenen gelben Strahlen herrührt. Läßt man aber das Kerzenlicht, ehe es zur Spalte kommt, durch eine Schichte von salpetrigsaurem Gase, oder von Jod- oder Bromgas gehen, so entziehen ihm diese gefärbten Gase gewisse Strahlen, für welche genannte Gase undurchsichtig sind, und das Spectrum erscheint von zahlreichen dunklen Linien durchzogen.

Bedient man sich eines Fernrohres zur Betrachtung der dunklen Linien im prismatischen Farbenbilde, so ist es am zweckmäßigsten das Fernrohr so vorzurichten, daß man die Spalte, von welcher das Licht kommt, vollkommen scharf sieht. Dann aber muß das Prisma eine solche Stellung haben, daß die Strahlen aus demselben nahe unter demselben Winkel gegen die Fläche des Prisma's austreten, unter welchem sie zum Prisma kommen, denn nur dann bilden die einander nächsten Strahlen unter sich bei dem Austritte denselben Winkel, wie bei dem Eintritte in das Prisma, was zur Folge hat, daß das Bild der mittelst des Prisma's betrachteten Spalte in derselben Distanz vom Auge und daher auch vom Fernrohre erscheint, wie ohne Prisma. Die Stellung des Prisma's, in welcher der Winkel A B L (Fig. 125) dem Winkel D C M gleichkommt, ist zugleich diejenige, bei welcher der Winkel D E x, um welchen der aus dem Prisma tretende Strahl C D von der Richtung A x, die er bei dem Eintritte in das Prisma hatte, abweicht, am kleinsten ausfällt. Um dieß einzusehen, sey der Einfallswinkel an der Vorderfläche L N des Prisma's, nämlich A B P = α, der Brechungswinkel P′ B C = β, der Einfallswinkel an der Hinterfläche M N, nämlich B C Q = γ, der Brechungswinkel Q′ C D = δ, ferner der Ablenkungswinkel D E x = ω, der brechende Winkel des Prisma's L N M = ψ, endlich der Brechungsexponent für den Eintritt des ins Auge gefaßten einfachen Lichtstrahles aus der Luft in das Prisma = n. Man hat hier D E x = E B C + B C E; E B C = P′ B E − P′ B C = A B P − P′ B C = α − β; B C E = E C Q − B C Q = Q′ C D − B C Q = δ − γ, folglich ω = α − β + δ − γ = α + δ − (β + γ). Aber es ist P′ J′ C + J C B = P′ B C + B C Q = β + γ

und auch P'JC = LNM = ψ, weil die Schenkel beider Winkel auf einander senkrecht stehen, mithin ist β+γ=ψ und demnach ω=α+δ−ψ. Da nach dem Gesetze der Brechung die Proportionen $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$ und $\sin\gamma : \sin\delta = 1 : n$ bestehen, so hat man $\sin\alpha = n\sin\beta$ und $\sin\delta = n\sin\gamma$, mittelst welcher Gleichungen und der vorerwähnten β + γ = ψ die Winkel α, β, γ, δ mit einander zusammenhängen. Untersuchen wir nun, welchen Einfluß eine sehr kleine Aenderung von α auf diese Winkel und in Folge dessen auf den Ablenkungswinkel ω ausübt. Nehmen wir an es befinde sich α im Zustande des Wachsens, so wird auch β wachsen, dagegen γ um eben so viel abnehmen, denn die Winkel β und γ geben zusammen stets die Summe ψ, welcher letztere Winkel sich nicht ändert; es muß also auch δ abnehmen. Es sey α' die Zunahme von α, β' jene von β, mithin auch die Abnahme von γ, und δ' die Abnahme von δ; ferner stelle ω' die Aenderung von ω vor, die wir als eine Zunahme betrachten wollen; ist sie dieß wirklich, so wird sie sich als eine positive Größe bewähren, im entgegengesetzten Falle aber mit dem negativen Zeichen erscheinen. Wir haben also ω + ω' = α + α' + δ − δ' − ψ, folglich, wenn beiderseits Gleiches weggelassen wird, ω' = α' − δ'. Ferner ist

$$\sin(\alpha+\alpha') = n\sin(\beta+\beta') \text{ und } \sin(\delta-\delta') = n\sin(\beta-\beta').$$

Auf dieselbe Weise wie in 299 erhält man, wegen der Kleinheit von α', der zu Folge $\cos\alpha' = 1$ und $\sin\alpha' = \alpha'$ gesetzt werden darf,

$$\sin(\alpha+\alpha') = \sin\alpha\cos\alpha' + \cos\alpha\sin\alpha' = \sin\alpha + \alpha'\cos\alpha$$

und eben so

$$\sin(\beta+\beta') = \sin\beta + \beta'\cos\beta,$$

$$\sin(\gamma-\beta') = \sin\gamma - \beta'\cos\gamma, \quad \sin(\delta-\delta') = \sin\delta - \delta'\cos\delta,$$

daher bestehen die Gleichungen $\sin\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta$, $\sin\delta - \delta'\cos\delta = n\sin\gamma - n\beta'\cos\gamma$, welche nach Weglassung der gleichen Größen beiderseits des Gleichheitszeichens, $\alpha'\cos\alpha = n\beta'\cos\beta$, $\delta'\cos\delta = n\beta'\cos\gamma$ geben. Dividirt man die erste Gleichung durch die zweite, so folgt $\frac{\alpha'\cos\alpha}{\delta'\cos\delta} = \frac{\cos\beta}{\cos\gamma}$ oder $\frac{\alpha'}{\delta'} = \frac{\cos\beta\cos\delta}{\cos\alpha\cos\gamma}$. Es ist also α' größer oder kleiner als δ, je nachdem das Product $\cos\beta\cos\delta$ größer oder kleiner ist als $\cos\alpha\cos\gamma$, oder was dieselbe Folge nach sich zieht, je nachdem $n^2\cos\beta^2\cos\delta^2$ größer oder kleiner ist als $n^2\cos\alpha^2\cos\gamma^2$, d. h. je nachdem die Differenz $n^2\cos\beta^2\cos\delta^2 - n^2\cos\alpha^2\cos\gamma^2$ positiv oder negativ erscheint. Es ist aber

$$n^2\cos\beta^2 = n^2(1-\sin\beta^2) = n^2 - n^2\sin\beta^2 = n^2 - \sin\alpha^2,$$

und eben so $n^2\cos\gamma^2 = n^2 - \sin\delta^2$, ferner $\cos\alpha^2 = 1 - \sin\alpha^2$, $\cos\delta^2 = 1 - \sin\delta^2$, mithin hat man

$n^2\cos\beta^2\cos\delta^2 = (n^2-\sin\alpha^2)(1-\sin\delta^2) = n^2-\sin\alpha^2-n^2\sin\delta^2+\sin\alpha^2\sin\delta^2$,
$n^2\cos\alpha^2\cos\beta^2 = (n^2-\sin\beta^2)(1-\sin\alpha^2) = n^2-\sin\delta^2-n^2\sin\alpha^2+\sin\alpha^2\sin\delta^2$,

folglich $n^2\cos\beta^2\cos\delta^2 - n^2\cos\alpha^2\cos\gamma^2 = (n^2-1)(\sin\alpha^2 - \sin\delta^2)$. Da $n > 1$ ist, so erhält diese Differenz das Zeichen + oder −, je nachdem $\sin\alpha^2 - \sin\delta^2$ das eine oder das andere Zeichen annimmt, d. h. je nachdem $\alpha > \delta$ oder $\alpha < \delta$ ist. Wir kommen sonach zu folgendem Schlusse: So lange α kleiner ist als δ, erscheint $\alpha' < \delta'$, mithin ω' negativ, d. h. ω nimmt ab; sobald aber $\alpha > \delta$ wird, zeigt sich $\alpha' > \delta'$, mithin ω' positiv, folglich nimmt ω zu. Ist also $\alpha = \delta$ oder was dasselbe heißt, sind die Winkel ABL, DCM einander gleich, so hat ω seinen kleinsten Werth, w. z. b. w. Dreht man daher das Prisma um seine Axe, so wird es eine Stellung desselben geben, bei welcher das Spectrum von der Gegend, nach welcher die Spalte zu liegt, am wenigsten abgelenkt erscheint; diese Stellung ist es, welche das Prisma bei derjenigen Anordnung des Fernrohres, bei der man die Spalte deutlich sieht, haben muß.

305. **Genauere Deutung des Gesetzes der gewöhnlichen Brechung des Lichtes.** Die Kenntniß der Zusammensetzung des Sonnenlichtes gestattet uns das Gesetz der Brechung, welches wir im Vorhergehenden ohne nähere Beachtung der Beschaffenheit des Lichtes ausgesprochen haben, genauer zu untersuchen. Die sorgfältigste Prüfung desselben hat gezeigt, daß dieses Gesetz für einfaches Licht in vollkommener Schärfe richtig ist, nur gehört jeder homogenen Farbe für sich ein eigener Brechungsexponent, welcher von der Natur der an einander grenzenden Medien, zwischen welchen die Brechung vor sich geht, abhängt. Wenn also von dem Brechungsinder ohne weitere Bezeichnung der Art der Strahlen die Rede ist, so ist derselbe jederzeit auf Strahlen mittlerer Brechbarkeit, nämlich auf die der Mitte des Spectrums entsprechenden, an der Grenze zwischen Gelb und Grün befindlichen zu beziehen.

Die Beobachtung der Ablenkung, welche ein Strahl durch ein Prisma aus einer brechenden Substanz erfährt, ist das schärfste Mittel den ihr zugehörenden Brechungsinder für jede Sorte farbigen Lichtes zu bestimmen. Hiebei leisten die dunklen Linien im Farbenspectrum, da sie eine eben so leichte als sichere Orientirung bezüglich der untersuchten Lichtsorte gewähren, die wichtigsten Dienste. Hat man es mit festen Substanzen zu thun, so muß man also denselben die Form eines Prisma's geben, wobei es genügt, daran zwei einander unter einem Winkel schneidende ebene Flächen herzustellen. Flüssige Stoffe schließt man in ein hohles Prisma aus Glastafeln ein, deren jede einzelne für sich vollkommen ebene und parallele Flächen hat.

Kennt man in Folge genauer Messung die Winkel, welche wir in der Anmerkung zu 304 mit ψ, ω und α bezeichnet haben, so läßt sich der Werth des Brechungsexponenten n mit Hilfe des Systemes der Gleichungen $\sin\alpha = n\sin\beta$, $\beta + \gamma = \psi$, $\sin\delta = n\sin\gamma$, $\omega = \alpha + \delta - \psi$ berechnen. Am einfachsten ist es, entweder den Strahl senkrecht auf die Vorderfläche des Prisma's einfallen zu lassen, oder jene Stellung des Prisma's zu wählen, bei welcher der Austritt des Lichtes unter demselben Winkel wie der Eintritt erfolgt. Im ersten Falle ist $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = \psi$, $\delta = \omega + \psi$ und $n = \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = \frac{\sin(\omega+\psi)}{\sin\psi}$. Im zweiten Falle hat man $\alpha = \delta$, also $\alpha = \frac{1}{2}(\omega+\psi)$ und $\beta = \gamma$, also $\beta = \frac{1}{2}\psi$, daher $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\omega+\psi)}{\sin\frac{1}{2}\psi}$.

306. **Erklärung des Regenbogens.** Die Uebereinstimmung der Farben des Regenbogens mit jenen des prismatischen Sonnenspectrums läßt sogleich vermuthen, daß der Regenbogen seinen Ursprung einer Zerlegung des Sonnenlichtes verdanke. Eine aufmerksame Erwägung der Umstände, unter welchen ein Regenbogen sich zeigt, und der Beschaffenheit des Phänomens selbst, setzt es außer Zweifel, daß derselbe ein Product der Brechung ist, welche das auf eine regnende Wolke fallende und von den Regentropfen zurückstrahlende Sonnenlicht in denselben erleidet. Man sieht nämlich einen Regenbogen immer nur der

Sonne gegenüber, wenn bei nicht zu hohem Stande derselben sich Regenwolken über dem der Sonne entgegengesetzten Theile des Horizonts befinden und von der Sonne beschienen werden; also gewöhnlich Abends nach einem Regen, wenn die Wolken sich zertheilen und einzelne noch regnende Wolken weiter ziehen. Man erblickt da, wenn der Sonne eine hinreichend ausgedehnte Wolke gegenüber steht, zwei concentrische mit den prismatischen Farben gezierte kreisförmige Streifen, deren Mittelpunct in der Geraden liegt, welche von dem Mittelpuncte der Sonne durch das Auge des Beobachters zum entgegengesetzten Theile des Himmelsgewölbes geht: der innere Bogen ist heller gefärbt als der äußere: ersterer heißt darum der Hauptregenbogen, letzterer der Nebenregenbogen. Im Hauptregenbogen zeigt sich am inneren Rande Violet, am äußeren Roth; im Nebenregenbogen findet die umgekehrte Anordnung der Farben statt. Der Raum zwischen beiden Bogen an der Wolke ist merklich dunkler als der vom Hauptregenbogen umschlossene und der außerhalb des Nebenregenbogens liegende. Hat die regnende Wolke eine zu geringe Ausdehnung, so erscheinen bloß Fragmente des einen oder des andern Regenbogens. Die Dimensionen beider Bogen sind stets dieselben; der Halbmesser des inneren Randes des Hauptregenbogens beträgt 40 Grade; die Breite des Bogens 2 Grade; am Nebenregenbogen umfaßt der Halbmesser des inneren Randes 51° und dessen Breite 3°. Nächst dem inneren Rande des Hauptregenbogens sieht man noch einige concentrische schmale roth und blau gefärbte Streifen.

Die Erklärung des Hauptregenbogens ist der Hauptsache nach folgende: Es sey C (Fig. 126) der Mittelpunct eines Regentropfens, S A ein auf denselben fallender homogener Sonnenstrahl. Ein Theil dieses Strahles wird nach A x reflectirt, so daß, wenn man den Halbmesser C A, welcher hier die Richtung des Einfallslothes angibt, nach P verlängert, die Winkel x A P, S A P einander gleich sind. Dieser Theil des Strahles S A trägt nichts zur Bildung des Regenbogens bei, daher wir ihn nicht weiter beachten. Der andere Theil des Strahles S A dringt in den Regentropfen ein, und nimmt, indem er zum Einfallslothe gebrochen wird, die Richtung A B an. Bei B, wo der Strahl A B an die Begrenzung des Tropfens gelangt, tritt ein Theil desselben, welchen wir jedoch unbeachtet lassen, aus dem Tropfen heraus, ein anderer aber erleidet eine Reflexion nach B D, so daß der Winkel C B D = C B A wird. Bei D erfolgt eine weitere Reflexion des Strahles B D, welche an der Bildung des Hauptregenbogens keinen Antheil hat, aber ein Theil dieses Strahles, auf den es hier ankommt, tritt, indem er von dem Einfallslothe C D Q weggebrochen wird, nach der Richtung D O aus dem Tropfen heraus und kann in das Auge O eines Beobachters gelangen. Bei der solchergestalt zweimal erfolgenden Brechung des Lichtes wird das Sonnenlicht zugleich in seine farbigen Bestandtheile zerlegt, und es erhalten dieselben bei dem Austritte aus dem Tropfen verschiedene Richtungen; stellt z. B. D O violettes Licht vor, so nimmt das rothe einen von dem Einfallslothe C D Q weniger

abweichenden Weg DO', und es können nicht beide Strahlen zugleich in das Auge eines Beobachters eintreten. Es iſt klar, daß wenn das Auge O von einem Tropfen C (Fig. 127) durch Brechung und Reflexion des nach der Richtung SA einfallenden Sonnenſtrahles violettes Licht empfängt, alle Tropfen, welche bezüglich der durch O zu SA parallelen OM in einerlei Elongation ſtehen, dem Auge bei einerlei Incidenz der Sonnenſtrahlen violettes Licht liefern; die Mittelpuncte dieſer Tropfen liegen in der Kegelfläche, welche die Gerade OC bei der Rotation des Winkels COM um die Are OM beſchreibt. Die Tropfen, welche wie C' der um den Betrag des Diſperſionswinkels vCr größeren Elongation C'OM entſprechen, ſenden bei derſelben Incidenz der Sonnenſtrahlen, wie im vorhergehenden Falle, rothes Licht in das Auge O; der Halbmeſſer des rothen Kreiſes iſt alſo größer als der des violetten und die den Farben mittlerer Brechbarkeit zugehörenden Kreiſe liegen zwiſchen dieſen, woraus ſich die Ordnung der Farben im Hauptregenbogen von ſelbſt erklärt.

Es handelt ſich nur noch um Ausmittelung der Elongation rückſichtlich der Are OM, welche denjenigen Tropfen zukommt, die den Hauptregenbogen bilden. Dieſe Elongation iſt dem Winkel SEO gleich, welchen der aus dem Tropfen austretende Strahl DO (Fig. 126) mit dem eintretenden Strahle SA macht. Wegen CB = AC iſt der Winkel CAB = CBA, ferner iſt nach dem Reflexionsgeſetze CBA = CBD, und wegen CD = CB iſt CBD = CDB, mithin ſind die vier Winkel CAB, CBA, CBD, CDB einander gleich, folglich iſt auch ACB = DCB. Nach dem Brechungsgeſetze folgt aus der Gleichheit der Winkel CAB, CDB jene von SAP und QDO, oder was dasſelbe iſt, die Gleichheit der Winkel CAE, CDE; es liegt demnach der Punct E, in welchem ſich die Geraden SA, OD ſchneiden, in der Verlängerung von CB. Es ſey nun AEC = ω, alſo SEO = 2ω, ferner SAP = α und CAB = β. Es iſt

$$AEC = ABC - BAE = CAB - (CAE - CAB) = \\ = 2CAB - CAE,$$

mithin $\omega = 2\beta - \alpha$. Es erleide, wenn α um den ſehr kleinen Winkel α' geändert wird, β die Aenderung β' und ω die Aenderung ω', ſo beſteht die Gleichung

$$\omega + \omega' = 2(\beta + \beta') - (\alpha + \alpha') = 2\beta - \alpha + 2\beta' - \alpha',$$

daher iſt $\omega' = 2\beta' - \alpha'$. Weil die Winkel α, β zugleich wachſen und abnehmen, ſo haben α' und β' gleiche Zeichen, ω' aber erhält dasſelbe oder das entgegengeſetzte Zeichen, je nachdem $2\beta' > \alpha'$ oder $2\beta' < \alpha'$ iſt. Um hierüber zu entſcheiden, ſey n der Brechungsexponent für die ins Auge kommende Lichtſorte bei dem Uebergange aus der Luft in den Regentropfen, mithin $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$, ſo iſt $\sin\alpha = n\sin\beta$, und eben ſo $\sin(\alpha + \alpha') = n\sin(\beta + \beta')$, oder weil man wegen der Kleinheit von α' und β', $\sin\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$, $\cos\beta' = 1$ ſetzen darf,

$$\sin\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta,$$

folglich $\alpha' = n\beta'\cos\beta$

und dem gemäß $\frac{2\beta'}{\alpha'} = \frac{2\cos\alpha}{n\cos\beta}$.

Es iſt alſo $2\beta'$ größer oder kleiner als α', je nachdem $2\cos\alpha$ größer oder kleiner iſt als $n\cos\beta$, oder je nachdem die Differenz der Quadrate dieſer Größen, nämlich

$4\cos\alpha^2 - n^2\cos\beta^2 = 4(1-\sin\alpha^2) - n^2(1-\sin\beta^2) =$
$= 4 - 4\sin\alpha^2 - n^2 + n^2\sin\beta^2 = 4 - 4\sin\alpha^2 - n^2 + 4\sin\alpha^2 = 4 - n^2 - 3\sin\alpha^2$

das Zeichen + oder — erhält, d. h. je nachdem $\sin\alpha$ kleiner oder größer erſcheint, als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. Wenn demnach der Einfallswinkel α von 0 angefangen ſtufenweiſe wächſt, wie es der Fall iſt, wenn man ſämmtliche einen Regentropfen treffende als parallel anzuſehende Sonnenſtrahlen von jenem angefangen, der durch den Mittelpunct des Tropfens geht, bis zu den äußerſten den Tropfen bloß tangirenden der Reihe nach betrachtet, ſo nimmt der Winkel ω, ſo lange $\sin\alpha$ noch kleiner iſt als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$ fortwährend zu; ſobald aber der Sinus des Einfallswinkels dieſe Grenze überſchreitet, nimmt ω wieder ab. Es erhält ſonach ω bei jener Incidenz des Lichtes, für welche $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$ iſt, ſeinen größten Werth. Da hiebei $2\beta' = \alpha'$, mithin $\omega' = 0$ wird, ſo treten bei genannter Incidenz die einander nächſten einfallenden Strahlen unter einerlei Abweichungswinkel von ihrer urſprünglichen Richtung, alſo nach parallelen Richtungen aus dem Tropfen heraus, während bei jeder andern Incidenz die neben einander parallel eintretenden Strahlen bei dem Austritte ihren Parallelismus verloren haben. Es müſſen ſonach diejenigen Strahlen, welche auch bei dem Austritte aus dem Tropfen einander parallel bleiben, auf das Auge des Beobachters, zu welchem ſie gelangen, einen bei weitem ſtärkeren Eindruck hervorbringen als die übrigen Strahlen; ſie heißen darum die wirkſamen Strahlen. Nur ſolche ſind es, welche das Phänomen des Regenbogens erzeugen. Berechnet man mit Hilfe der Formeln $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$, $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$, $\omega = 2\beta - \alpha$ den Werth von 2ω, ſo erhält man die Elongation der Tropfen, an welchen der der Farbe, worauf ſich der Brechungsexponent n bezieht, entſprechende Kreis des Hauptregenbogens erſcheint, und dadurch zugleich den Halbmeſſer deſſelben.

Bezüglich des Ueberganges aus der Luft in Waſſer kann man für rothes Licht $n = \frac{4}{3} = \frac{108}{81}$ und für violettes Licht $n = \frac{109}{81}$ ſetzen. Man findet darnach für erſteres $\alpha = 59°\,23'$, $\beta = 40°\,12'$, $\omega = 21°\,1'$, alſo $2\omega = 42°\,2'$ und für letzteres $\alpha = 58°\,40'$, $\beta = 39°\,24'$, $\omega = 20°\,8'$, alſo $2\omega = 40°\,16'$. Hieraus folgt die Breite des von jedem Puncte der Sonne erzeugten Hauptregenbogens $= 42°\,2' - 40°\,16' = 1°\,46'$. Addirt man den ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne $= 32'$ hinzu, ſo ergibt ſich die Breite des von der ganzen Sonne erzeugten Hauptregenbogens $= 2°\,18'$.

Die Höhe des Regenbogens über dem Horizonte wird, in so fern die Ebene SEO (Fig. 127) vertical steht und OH horizontal ist, durch den Winkel EOH gemessen. Es ist aber EOH = EOM — HOM; der erstere dieser Winkel wurde oben mit 2ω bezeichnet; der letztere, nämlich HOM, kommt der Höhe der Sonne über dem Horizonte gleich, weil OM die Verlängerung der von der Sonne zum Auge O gehenden geraden Linie ist. Der höchste Punct des Regenbogens rührt offenbar von dem tiefsten Puncte des Sonnenrandes her; stellt h die Höhe dieses Sonnenrandes über dem Horizonte vor, so ist sonach die Höhe des Hauptregenbogens = 42° 2′ — h. Erreicht also h die Größe von 42°, so ist für einen auf einer horizontalen Ebene befindlichen Beobachter dieser Regenbogen nicht sichtbar.

Der Nebenregenbogen entsteht durch Sonnenstrahlen, welche in den Regentropfen den in Fig. 128 ersichtlichen Gang SABDEO nehmen, also im Innern der Tropfen zwei Reflexionen erleiden. Setzen wir hier wieder die Winkel SAP = α, CAB = β, SFO = 2ω, so erhalten wir wegen KFx = CAx — FCA = SAP — FCA und FCA = 180° — ACB — BCK = CAB + CBA — BCK = 2β — BCK = 2β — (90° — β) = 3β — 90° die Gleichung $\omega = \alpha - 3\beta + 90°$. Geht, wenn α die unendlich kleine Aenderung α' erfährt, β in $\beta + \beta'$, ω in $\omega + \omega'$ über, so wird

$$\omega' = \alpha' - 3\beta'.$$

Da nun aus gleichem Grunde wie oben $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$ ist, mithin $\frac{\alpha'}{3\beta'} = \frac{n\cos\beta}{3\cos\alpha}$, so erscheint α' größer oder kleiner als $3\beta'$, und in Folge dessen ω' positiv oder negativ, je nachdem die Differenz $n^2\cos\beta^2 - 9\cos\alpha^2 = n^2 - \sin\alpha^2 - 9(1 - \sin\alpha^2) = n^2 - 9 + 8\sin\alpha^2$ positiv oder negativ ausfällt, d. h. je nachdem $\sin\alpha$ größer oder kleiner ist als $\sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$. Sonach hat der Winkel ω für jene Incidenz, bei welcher $\sin\alpha = \sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$ ist, seinen kleinsten Werth, und diesem entsprechen, wegen $\omega' = 0$, die wirksamen Strahlen. Hiernach findet man für rothes Licht $2\omega = 50° 58'$ und für violettes $2\omega = 54° 10'$, woraus sich die umgekehrte Anordnung der Farben am Nebenregenbogen erklärt und dessen Dimensionen und Stellung ergeben.

Aus dem Umstande, daß für die wirksamen Strahlen des Hauptregenbogens der Ablenkungswinkel 2ω ein Maximum und für die wirksamen Strahlen des Nebenregenbogens ein Minimum ist, erhellet, daß von dem Raume zwischen beiden Regenbogen kein Licht, welches in die Tropfen eingedrungen und an der inneren Fläche reflectirt worden ist, in das Auge des Beobachters kommen kann; dieser Raum sendet daher dem Beobachter bloß von der äußeren Fläche reflectirtes Licht zu, weßwegen dort eine größere Dunkelheit herrscht, als in den beiderseits an die Regenbogen grenzenden Räumen, von deren Tropfen nebst dem an der äußeren Fläche derselben zurückgeworfenen Lichte auch zerstreutes, aus dem Innern stamme[illegible] Beobachter gelangt.

man, daß Orange und Blau, dann Gelb und Violet einander als complementäre Farben correſpondiren.

Es iſt bemerkenswerth, daß die Farben im Cyclus des Spectrums gerade ſo auf einander folgen, wie man ſie anordnen muß, um von jeder zu einer andern durch eine ſtetige Reihe von Zwiſchenſtufen übergehen zu können. So gibt es z. B. von Roth zu Blau nur zwei Uebergangsarten; entweder durch Violet, oder durch Orange, Gelb und Grün, und ein Gleiches zeigt ſich auch in den andern Fällen.

Newton, der Entdecker der Zuſammenſetzung des weißen Lichtes, nahm im Spectrum ſieben Hauptfarben an, indem er zwiſchen Gelb und Violet noch Hellblau und Dunkelblau (Indigblau) unterſchied.

304. Dunkle Linien im prismatiſchen Spectrum. Da die Anzahl der Farbenabſtufungen im Spectrum des Sonnenlichtes nicht angebbar iſt und als unendlich groß betrachtet werden kann, ſo beſteht ein weißer Sonnenſtrahl aus einer unzählbaren Menge von Beſtandtheilen, welche ſich ihrer verſchiedenen Brechbarkeit wegen bei dem Uebergange von einem Medium in ein anderes von einander trennen. Allein die Reihenfolge dieſer Beſtandtheile des Sonnenlichtes iſt keine ſtetige, ſondern es liegt zwiſchen dem Brechungsinder des äußerſten rothen und jenem des äußerſten violetten Lichtes eine große Menge von Zahlen, denen als Brechungsinder kein Farbenſtrahl im Sonnenlichte entſpricht. Leitet man nämlich durch eine enge Spalte Sonnenlicht in ein verfinſtertes Zimmer und läßt dieſes auf ein Prisma aus ſehr reinem Glaſe mit genau ebenen Seitenflächen fallen, deſſen Kanten der Spalte parallel ſind, und welches ſich von der Spalte in einiger Entfernung befindet, ſo daß die von ihr zu dem Prisma gelangenden Strahlen ſämmtlich ſehr kleine Winkel mit einander bilden, und dreht das Prisma um ſeine Axe bis man das Spectrum deutlich ſieht, ſo erblickt man in demſelben mehrere dunkle Linien, welche der das Licht gebenden Spalte parallel laufen, und kommt man dem Auge mit einem guten Fernrohre zu Hilfe, ſo überzeugt man ſich leicht, daß die Anzahl dieſer Linien ſehr groß iſt, denn durch ein ſtärker vergrößerndes Fernrohr angeſehen, löſen ſich Linien, die man vordem für einzelne hielt, in Gruppen von mehreren auf. Man hat auf dieſe Weiſe im Sonnenſpectrum bereits an 2000 dunkle Linien unterſchieden. Man nennt dieſelben nach ihrem Entdecker Fraunhofer'ſche Linien. Sie ſind nichts anderes als Lücken im Spectrum, wo Strahlen, denen eine gewiſſe Brechbarkeit zukommen würde, fehlen. In der That, ginge von der Spalte nur einfaches Licht, z. B. bloß rothes aus, ſo würde man mittelſt des Prisma's die Oeffnung der Spalte in rother Beleuchtung, jedoch wegen der durch die Brechung im Prisma bewirkten Ablenkung des in das Auge eindringenden Lichtes an einem anderen Orte ſehen. Eine ähnliche Erſcheinung würde ſich zeigen, wenn von der Spalte bloß gelbes Licht auf das in derſelben Stellung wie vorhin befindliche Prisma fiele, aber der ſcheinbare Ort des Spaltenbildes wäre jetzt ein anderer, und zwar von dem wahren Orte der Spalte weiter entfernt, weil das gelbe Licht brechbarer iſt als das rothe, mithin daſſelbe durch das Prisma eine größere Ablenkung von ſeiner urſprünglichen Richtung erleidet. Käme

von der Spalte zugleich rothes und gelbes Licht in einerlei Richtung zum Prisma, ſo müßten zwei getrennte Bilder der Spalte, ein rothes und ein gelbes, jedes an dem der Brechbarkeit ſeiner Strahlen entſprechenden Orte erſcheinen, und zwiſchen beiden läge ein dunkler Raum. Das Spectrum, welches man ſieht, wenn man, wie bei dem oben beſchriebenen Verſuche, eine Spalte, durch die ein Lichtbündel dringt, mittelſt eines Prisma's betrachtet, iſt das Ergebniß der Nebeneinanderlagerung ſämmtlicher den Beſtandtheilen des Lichtes entſprechenden Bilder der Spalte; iſt die Breite der Spalte ſehr gering, ſo wird jede Lücke in der Reihe dieſer Bilder als dunkle Linie bemerkbar. Da man in dem Spectrum des Sonnenlichtes ſtets dieſelbe Anordnung der dunklen Linien wahrnimmt, aus welchem Stoffe immer das angewendete Prisma beſtehen mag, ſo fehlen die Strahlen von den correſpondirenden Graden der Brechbarkeit ſchon in dem Sonnenlichte ſelbſt, ehe es zum Prisma gelangt, und werden nicht erſt durch eine Einwirkung des Prisma's auf das Licht erzeugt. In dem Spectrum des durch eine enge Spalte hindurch gehenden Kerzenlichtes findet man keine dunklen Linien, wohl aber zeigt ſich im gelben Theile dieſes Spectrums ein helleres Spaltenbild, welches von einem in dem Kerzenlichte enthaltenen Ueberſchuſſe an homogenen gelben Strahlen herrührt. Läßt man aber das Kerzenlicht, ehe es zur Spalte kommt, durch eine Schichte von ſalpetrigſaurem Gaſe, oder von Jod- oder Bromgas gehen, ſo entziehen ihm dieſe gefärbten Gaſe gewiſſe Strahlen, für welche genannte Gaſe undurchſichtig ſind, und das Spectrum erſcheint von zahlreichen dunklen Linien durchzogen.

Bedient man ſich eines Fernrohres zur Betrachtung der dunklen Linien im prismatiſchen Farbenbilde, ſo iſt es am zweckmäßigſten das Fernrohr ſo vorzurichten, daß man die Spalte, von welcher das Licht kommt, vollkommen ſcharf ſieht. Dann aber muß das Prisma eine ſolche Stellung haben, daß die Strahlen aus demſelben nahe unter demſelben Winkel gegen die Fläche des Prisma's austreten, unter welchem ſie zum Prisma kommen, denn nur dann bilden die einander nächſten Strahlen unter ſich bei dem Austritte denſelben Winkel, wie bei dem Eintritte in das Prisma, was zur Folge hat, daß das Bild der mittelſt des Prisma's betrachteten Spalte in derſelben Diſtanz vom Auge und daher auch vom Fernrohre erſcheint, wie ohne Prisma. Die Stellung des Prisma's, in welcher der Winkel ABL (Fig. 125) dem Winkel DCM gleichkommt, iſt zugleich diejenige, bei welcher der Winkel DEx, um welchen der aus dem Prisma tretende Strahl CD von der Richtung Ax, die er bei dem Eintritte in das Prisma hatte, abweicht, am kleinſten ausfällt. Um dieß einzuſehen, ſey der Einfallswinkel an der Vorderfläche LN des Prisma's, nämlich $ABP = \alpha$, der Brechungswinkel $P'BC = \beta$, der Einfallswinkel an der Hinterfläche MN, nämlich $BCQ = \gamma$, der Brechungswinkel $Q'CD = \delta$, ferner der Ablenkungswinkel $DEx = \omega$, der brechende Winkel des Prisma's $LNM = \psi$, endlich der Brechungsexponent für den Eintritt des ins Auge gefaßten einfachen Lichtſtrahles aus der Luft in das Prisma $= n$. Man hat hier $DEx = EBC + BCE$; $EBC = P'BE - P'BC = ABP - P'BC = \alpha - \beta$; $BCE = ECQ - BCQ = Q'CD - BCQ = \delta - \gamma$, folglich $\omega = \alpha - \beta + \delta - \gamma = \alpha + \delta - (\beta + \gamma)$. Aber es iſt $P'JC = JBC + JCB = P'BC + BCQ = \beta + \gamma$

und auch P′JC = LNM = ψ, weil die Schenkel beider Winkel auf einander senkrecht stehen, mithin ist β+γ=ψ und demnach ω=α+δ−ψ. Da nach dem Gesetze der Brechung die Proportionen $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$ und $\sin\gamma : \sin\delta = 1 : n$ bestehen, so hat man $\sin\alpha = n\sin\beta$ und $\sin\delta = n\sin\gamma$, mittelst welcher Gleichungen und der vorerwähnten β + γ = ψ die Winkel α, β, γ, δ mit einander zusammenhängen. Untersuchen wir nun, welchen Einfluß eine sehr kleine Aenderung von α auf diese Winkel und in Folge dessen auf den Ablenkungswinkel ω ausübt. Nehmen wir an es befinde sich α im Zustande des Wachsens, so wird auch β wachsen, dagegen γ um eben so viel abnehmen, denn die Winkel β und γ geben zusammen stets die Summe ψ, welcher letztere Winkel sich nicht ändert; es muß also auch δ abnehmen. Es sey α′ die Zunahme von α, β′ jene von β, mithin auch die Abnahme von γ, und δ′ die Abnahme von δ; ferner stelle ω′ die Aenderung von ω vor, die wir als eine Zunahme betrachten wollen; ist sie dieß wirklich, so wird sie sich als eine positive Größe bewähren, im entgegengesetzten Falle aber mit dem negativen Zeichen erscheinen. Wir haben also ω + ω′ = α + α′ + δ − δ′ − ψ, folglich, wenn beiderseits Gleiches weggelassen wird, ω′ = α′ − δ′. Ferner ist

$\sin(\alpha+\alpha') = n\sin(\beta+\beta')$ und $\sin(\delta-\delta') = n\sin(\beta-\beta')$.

Auf dieselbe Weise wie in 299 erhält man, wegen der Kleinheit von α′, der zu Folge $\cos\alpha' = 1$ und $\sin\alpha' = \alpha'$ gesetzt werden darf,

$$\sin(\alpha+\alpha') = \sin\alpha\cos\alpha' + \cos\alpha\sin\alpha' = \sin\alpha + \alpha'\cos\alpha$$

und eben so

$$\sin(\beta+\beta') = \sin\beta + \beta'\cos\beta,$$

$$\sin(\gamma-\beta') = \sin\gamma - \beta'\cos\gamma, \quad \sin(\delta-\delta') = \sin\delta - \delta'\cos\delta,$$

daher bestehen die Gleichungen $\sin\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta$, $\sin\delta - \delta'\cos\delta = n\sin\gamma - n\beta'\cos\gamma$, welche nach Weglassung der gleichen Größen beiderseits des Gleichheitszeichens, $\alpha'\cos\alpha = n\beta'\cos\beta$, $\delta'\cos\delta = n\beta'\cos\gamma$ geben. Dividirt man die erste Gleichung durch die zweite, so folgt $\frac{\alpha'\cos\alpha}{\delta'\cos\delta} = \frac{\cos\beta}{\cos\gamma}$ oder $\frac{\alpha'}{\delta'} = \frac{\cos\beta\cos\delta}{\cos\alpha\cos\gamma}$. Es ist also α′ größer oder kleiner als δ′, je nachdem das Product $\cos\beta\cos\delta$ größer oder kleiner ist als $\cos\alpha\cos\gamma$, oder was dieselbe Folge nach sich zieht, je nachdem $n^2\cos\beta^2\cos\delta^2$ großer oder kleiner ist als $n^2\cos\alpha^2\cos\gamma^2$, d. h. je nachdem die Differenz $n^2\cos\beta^2\cos\delta^2 - n^2\cos\alpha^2\cos\gamma^2$ positiv oder negativ erscheint. Es ist aber

$$n^2\cos\beta^2 = n^2(1-\sin\beta^2) = n^2 - n^2\sin\beta^2 = n^2 - \sin\alpha^2,$$

und eben so $n^2\cos\gamma^2 = n^2 - \sin\delta^2$, ferner $\cos\alpha^2 = 1 - \sin\alpha^2$, $\cos\delta^2 = 1 - \sin\delta^2$, mithin hat man

$$n^2\cos\beta^2\cos\delta^2 = (n^2-\sin\alpha^2)(1-\sin\delta^2) = n^2 - \sin\alpha^2 - n^2\sin\delta^2 + \sin\alpha^2\sin\delta^2,$$

$$n^2\cos\alpha^2\cos\beta^2 = (n^2-\sin\beta^2)(1-\sin\alpha^2) = n^2 - \sin\delta^2 - n^2\sin\alpha^2 + \sin\alpha^2\sin\delta^2,$$

folglich $n^2\cos\beta^2\cos\delta^2 - n^2\cos\alpha^2\cos\gamma^2 = (n^2-1)(\sin\alpha^2 - \sin\delta^2)$. Da $n > 1$ ist, so erhält diese Differenz das Zeichen + oder −, je nachdem $\sin\alpha^2 - \sin\delta^2$ das eine oder das andere Zeichen annimmt, d. h. je nachdem $\alpha > \delta$ oder $\alpha < \delta$ ist. Wir kommen sonach zu folgendem Schlusse: So lange α kleiner ist als δ, erscheint $\alpha' < \delta'$, mithin ω negativ, d. h. ω nimmt ab; sobald aber $\alpha > \delta$ wird, zeigt sich $\alpha' > \delta'$, mithin ω′ positiv, folglich nimmt ω zu. Ist also $\alpha = \delta$ oder was dasselbe heißt, sind die Winkel ABL, DCM einander gleich, so hat ω seinen kleinsten Werth, w. z. b. w. Dreht man daher das Prisma um seine Axe, so wird es eine Stellung desselben geben, bei welcher das Spectrum von der Gegend, nach welcher die Spalte zu liegt, am wenigsten abgelenkt erscheint; diese Stellung ist es, welche das Prisma bei derjenigen Anordnung des Fernrohres, bei der man die Spalte deutlich sieht, haben muß.

305. **Genauere Deutung des Gesetzes der gewöhnlichen Brechung des Lichtes.** Die Kenntniß der Zusammensetzung des Sonnenlichtes gestattet uns das Gesetz der Brechung, welches wir im Vorhergehenden ohne nähere Beachtung der Beschaffenheit des Lichtes ausgesprochen haben, genauer zu untersuchen. Die sorgfältigste Prüfung desselben hat gezeigt, daß dieses Gesetz für einfaches Licht in vollkommener Schärfe richtig ist, nur gehört jeder homogenen Farbe für sich ein eigener Brechungsexponent, welcher von der Natur der an einander grenzenden Medien, zwischen welchen die Brechung vor sich geht, abhängt. Wenn also von dem Brechungsinder ohne weitere Bezeichnung der Art der Strahlen die Rede ist, so ist derselbe jederzeit auf Strahlen mittlerer Brechbarkeit, nämlich auf die der Mitte des Spectrums entsprechenden, an der Grenze zwischen Gelb und Grün befindlichen zu beziehen.

Die Beobachtung der Ablenkung, welche ein Strahl durch ein Prisma aus einer brechenden Substanz erfährt, ist das schärfste Mittel den ihr zugehörenden Brechungsinder für jede Sorte farbigen Lichtes zu bestimmen. Hiebei leisten die dunklen Linien im Farbenspectrum, da sie eine eben so leichte als sichere Orientirung bezüglich der untersuchten Lichtsorte gewähren, die wichtigsten Dienste. Hat man es mit festen Substanzen zu thun, so muß man also denselben die Form eines Prisma's geben, wobei es genügt, daran zwei einander unter einem Winkel schneidende ebene Flächen herzustellen. Flüssige Stoffe schließt man in ein hohles Prisma aus Glastafeln ein, deren jede einzelne für sich vollkommen ebene und parallele Flächen hat.

Kennt man in Folge genauer Messung die Winkel, welche wir in der Anmerkung zu 304 mit ψ, ω und α bezeichnet haben, so läßt sich der Werth des Brechungsexponenten n mit Hilfe des Systemes der Gleichungen $\sin\alpha = n\sin\beta$, $\beta + \gamma = \psi$, $\sin\delta = n\sin\gamma$, $\omega = \alpha + \delta - \psi$ berechnen. Am einfachsten ist es, entweder den Strahl senkrecht auf die Vorderfläche des Prisma's einfallen zu lassen, oder jene Stellung des Prisma's zu wählen, bei welcher der Austritt des Lichtes unter demselben Winkel wie der Eintritt erfolgt. Im ersten Falle ist $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = \psi$, $\delta = \omega + \psi$ und $n = \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = \frac{\sin(\omega+\psi)}{\sin\psi}$. Im zweiten Falle hat man $\alpha = \delta$, also $\alpha = \frac{1}{2}(\omega+\psi)$ und $\beta = \gamma$, also $\beta = \frac{1}{2}\psi$, daher $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\omega+\psi)}{\sin\frac{1}{2}\psi}$.

306. **Erklärung des Regenbogens.** Die Uebereinstimmung der Farben des Regenbogens mit jenen des prismatischen Sonnenspectrums läßt sogleich vermuthen, daß der Regenbogen seinen Ursprung einer Zerlegung des Sonnenlichtes verdanke. Eine aufmerksame Erwägung der Umstände, unter welchen ein Regenbogen sich zeigt, und der Beschaffenheit des Phänomens selbst, setzt es außer Zweifel, daß derselbe ein Product der Brechung ist, welche das auf eine regnende Wolke fallende und von den Regentropfen zurückstrahlende Sonnenlicht in denselben erleidet. Man sieht [illegible] nen Regenbogen immer nur der

Sonne gegenüber, wenn bei nicht zu hohem Stande derselben sich Regenwolken über dem der Sonne entgegengesetzten Theile des Horizontes befinden und von der Sonne beschienen werden; also gewöhnlich Abends nach einem Regen, wenn die Wolken sich zertheilen und einzelne noch regnende Wolken weiter ziehen. Man erblickt da, wenn der Sonne eine hinreichend ausgedehnte Wolke gegenüber steht, zwei concentrische mit den prismatischen Farben gezierte kreisförmige Streifen, deren Mittelpunct in der Geraden liegt, welche von dem Mittelpuncte der Sonne durch das Auge des Beobachters zum entgegengesetzten Theile des Himmelsgewölbes geht; der innere Bogen ist heller gefärbt als der äußere: ersterer heißt darum der Hauptregenbogen, letzterer der Nebenregenbogen. Im Hauptregenbogen zeigt sich am inneren Rande Violet, am äußeren Roth; im Nebenregenbogen findet die umgekehrte Anordnung der Farben statt. Der Raum zwischen beiden Bogen an der Wolke ist merklich dunkler als der vom Hauptregenbogen umschlossene und der außerhalb des Nebenregenbogens liegende. Hat die regnende Wolke eine zu geringe Ausdehnung, so erscheinen bloß Fragmente des einen oder des andern Regenbogens. Die Dimensionen beider Bogen sind stets dieselben; der Halbmesser des inneren Randes des Hauptregenbogens beträgt 40 Grade; die Breite des Bogens 2 Grade; am Nebenregenbogen umfaßt der Halbmesser des inneren Randes 51° und dessen Breite 3°. Nächst dem inneren Rande des Hauptregenbogens sieht man noch einige concentrische schmale roth und blau gefärbte Streifen.

Die Erklärung des Hauptregenbogens ist der Hauptsache nach folgende: Es sey C (Fig. 126) der Mittelpunct eines Regentropfens, S A ein auf denselben fallender homogener Sonnenstrahl. Ein Theil dieses Strahles wird nach A x reflectirt, so daß, wenn man den Halbmesser C A, welcher hier die Richtung des Einfallslothes angibt, nach P verlängert, die Winkel x A P, S A P einander gleich sind. Dieser Theil des Strahles S A trägt nichts zur Bildung des Regenbogens bei, daher wir ihn nicht weiter beachten. Der andere Theil des Strahles S A dringt in den Regentropfen ein, und nimmt, indem er zum Einfallslothe gebrochen wird, die Richtung A B an. Bei B, wo der Strahl A B an die Begrenzung des Tropfens gelangt, tritt ein Theil desselben, welchen wir jedoch unbeachtet lassen, aus dem Tropfen heraus, ein anderer aber erleidet eine Reflexion nach B D, so daß der Winkel C B D = C B A wird. Bei D erfolgt eine weitere Reflexion des Strahles B D, welche an der Bildung des Hauptregenbogens keinen Antheil hat, aber ein Theil dieses Strahles, auf den es hier ankommt, tritt, indem er von dem Einfallslothe C D Q weggebrochen wird, nach der Richtung D O aus dem Tropfen heraus und kann in das Auge O eines Beobachters gelangen. Bei der solchergestalt zweimal erfolgenden Brechung des Lichtes wird das Sonnenlicht zugleich in seine farbigen Bestandtheile zerlegt, und es erhalten dieselben bei dem Austritte aus dem Tropfen verschiedene Richtungen; stellt z. B. D O violettes Licht vor, so nimmt das rothe einen von dem Einfallslothe C D Q weniger

abweichenden Weg DO', und es können nicht beide Strahlen zugleich in das Auge eines Beobachters eintreten. Es iſt klar, daß wenn das Auge O von einem Tropfen C (Fig. 127) durch Brechung und Reflexion des nach der Richtung SA einfallenden Sonnenſtrahles violettes Licht empfängt, alle Tropfen, welche bezüglich der durch O zu SA parallelen OM in einerlei Elongation ſtehen, dem Auge bei einerlei Incidenz der Sonnenſtrahlen violettes Licht liefern; die Mittelpuncte dieſer Tropfen liegen in der Kegelfläche, welche die Gerade OC bei der Rotation des Winkels COM um die Are OM beſchreibt. Die Tropfen, welche wie C' der um den Betrag des Diſperſionswinkels vCr größeren Elongation C'OM entſprechen, ſenden bei derſelben Incidenz der Sonnenſtrahlen, wie im vorhergehenden Falle, rothes Licht in das Auge O; der Halbmeſſer des rothen Kreiſes iſt alſo größer als der des violetten und die den Farben mittlerer Brechbarkeit zugehörenden Kreiſe liegen zwiſchen dieſen, woraus ſich die Ordnung der Farben im Hauptregenbogen von ſelbſt erklärt.

Es handelt ſich nur noch um Ausmittelung der Elongation rückſichtlich der Are OM, welche denjenigen Tropfen zukommt, die den Hauptregenbogen bilden. Dieſe Elongation iſt dem Winkel SEO gleich, welchen der aus dem Tropfen austretende Strahl DO (Fig. 126) mit dem eintretenden Strahle SA macht. Wegen CB = AC iſt der Winkel CAB = CBA, ferner iſt nach dem Reflexionsgeſetze CBA = CBD, und wegen CD = CB iſt CBD = CDB, mithin ſind die vier Winkel CAB, CBA, CBD, CDB einander gleich, folglich iſt auch ACB = DCB. Nach dem Brechungsgeſetze folgt aus der Gleichheit der Winkel CAB, CDB jene von SAP und QDO, oder was dasſelbe iſt, die Gleichheit der Winkel CAE, CDE; es liegt demnach der Punct E, in welchem ſich die Geraden SA, OD ſchneiden, in der Verlängerung von CB. Es ſey nun AEC = ω, alſo SEO = 2ω, ferner SAP = α und CAB = β. Es iſt

$$AEC = ABC - BAE = CAB - (CAE - CAB) = \\ = 2CAB - CAE,$$

mithin $\omega = 2\beta - \alpha$. Es erleide, wenn α um den ſehr kleinen Winkel α' geändert wird, β die Aenderung β' und ω die Aenderung ω', ſo beſteht die Gleichung

$$\omega + \omega' = 2(\beta + \beta') - (\alpha + \alpha') = 2\beta - \alpha + 2\beta' - \alpha',$$

daher iſt $\omega' = 2\beta' - \alpha'$. Weil die Winkel α, β zugleich wachſen und abnehmen, ſo haben α' und β' gleiche Zeichen, ω' aber erhält dasſelbe oder das entgegengeſetzte Zeichen, je nachdem $2\beta' > \alpha'$ oder $2\beta' < \alpha'$ iſt. Um hierüber zu entſcheiden, ſey n der Brechungsexponent für die ins Auge kommende Lichtſorte bei dem Uebergange aus der Luft in den Regentropfen, mithin $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$, ſo iſt $\sin\alpha = n\sin\beta$, und eben ſo $\sin(\alpha + \alpha') = n\sin(\beta + \beta')$, oder weil man wegen der Kleinheit von α' und β', $\sin\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$, $\cos\beta' = 1$ ſetzen darf,

$$\sin\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta,$$

folglich $\beta'\cos\beta$

und dem gemäß $\frac{2\beta'}{\alpha'} = \frac{2\cos\alpha}{n\cos\beta}$.

Es iſt alſo $2\beta'$ größer oder kleiner als α', je nachdem $2\cos\alpha$ größer oder kleiner iſt als $n\cos\beta$, oder je nachdem die Differenz der Quadrate dieſer Größen, nämlich

$4\cos\alpha^2 - n^2\cos\beta^2 = 4(1-\sin\alpha^2) - n^2(1-\sin\beta^2) =$
$= 4 - 4\sin\alpha^2 - n^2 + n^2\sin\beta^2 = 4 - 4\sin\alpha^2 - n^2 + \sin\alpha^2 = 4 - n^2 - 3\sin\alpha^2$

das Zeichen + oder − erhält, d. h. je nachdem $\sin\alpha$ kleiner oder größer erſcheint, als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. Wenn demnach der Einfallswinkel α von 0 angefangen ſtufenweiſe wächſt, wie es der Fall iſt, wenn man ſämmtliche einen Regentropfen treffende als parallel anzuſehende Sonnenſtrahlen von jenem angefangen, der durch den Mittelpunct des Tropfens geht, bis zu den äußerſten den Tropfen bloß tangirenden der Reihe nach betrachtet, ſo nimmt der Winkel ω, ſo lange $\sin\alpha$ noch kleiner iſt als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$ fortwährend zu; ſobald aber der Sinus des Einfallswinkels dieſe Grenze überſchreitet, nimmt ω wieder ab. Es erhält ſonach ω bei jener Incidenz des Lichtes, für welche $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$ iſt, ſeinen größten Werth. Da hiebei $2\beta' = \alpha'$, mithin $\omega' = 0$ wird, ſo treten bei genannter Incidenz die einander nächſten einfallenden Strahlen unter einerlei Abweichungswinkel von ihrer urſprünglichen Richtung, alſo nach parallelen Richtungen aus dem Tropfen heraus, während bei jeder andern Incidenz die neben einander parallel eintretenden Strahlen bei dem Austritte ihren Parallelismus verloren haben. Es müſſen ſonach diejenigen Strahlen, welche auch bei dem Austritte aus dem Tropfen einander parallel bleiben, auf das Auge des Beobachters, zu welchem ſie gelangen, einen bei weitem ſtärkeren Eindruck hervorbringen als die übrigen Strahlen; ſie heißen darum die wirkſamen Strahlen. Nur ſolche ſind es, welche das Phänomen des Regenbogens erzeugen. Berechnet man mit Hilfe der Formeln $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$, $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$, $\omega = 2\beta - \alpha$ den Werth von 2ω, ſo erhält man die Elongation der Tropfen, an welchen der der Farbe, worauf ſich der Brechungsexponent n bezieht, entſprechende Kreis des Hauptregenbogens erſcheint, und dadurch zugleich den Halbmeſſer deſſelben.

Bezüglich des Ueberganges aus der Luft in Waſſer kann man für rothes Licht $n = \frac{4}{3} = \frac{108}{81}$ und für violettes Licht $n = \frac{109}{81}$ ſetzen. Man findet darnach für erſteres $\alpha = 59°\,23'$, $\beta = 40°\,12'$, $\omega = 21°\,1'$, alſo $2\omega = 42°\,2'$ und für letzteres $\alpha = 58°\,40'$, $\beta = 39°\,26'$, $\omega = 20°\,8'$, alſo $2\omega = 40°\,16'$. Hieraus folgt die Breite des von jedem Puncte der Sonne erzeugten Hauptregenbogens $= 42°\,2' - 40°\,16' = 1°\,46'$. Addirt man den ſcheinbaren Durchmeſſer der Sonne $= 32'$ hinzu, ſo ergibt ſich die Breite des von der ganzen Sonne erzeugten Hauptregenbogens $= 2°\,18'$.

Die Höhe des Regenbogens über dem Horizonte wird, in so fern die Ebene SEO (Fig. 127) vertical steht und OH horizontal ist, durch den Winkel EOH gemessen. Es ist aber EOH = EOM — HOM; der erstere dieser Winkel wurde oben mit 2ω bezeichnet; der letztere, nämlich HOM, kommt der Höhe der Sonne über dem Horizonte gleich, weil OM die Verlängerung der von der Sonne zum Auge O gehenden geraden Linie ist. Der höchste Punct des Regenbogens rührt offenbar von dem tiefsten Puncte des Sonnenrandes her; stellt h die Höhe dieses Sonnenrandes über dem Horizonte vor, so ist sonach die Höhe des Hauptregenbogens = 42° 2′ — h. Erreicht also h die Größe von 42°, so ist für einen auf einer horizontalen Ebene befindlichen Beobachter dieser Regenbogen nicht sichtbar.

Der Nebenregenbogen entsteht durch Sonnenstrahlen, welche in den Regentropfen den in Fig. 128 ersichtlichen Gang SABDEO nehmen, also im Innern der Tropfen zwei Reflexionen erleiden. Setzen wir hier wieder die Winkel SAP = α, CAB = β, SFO = 2ω, so erhalten wir wegen KFx = CAx — FCA = SAP — FCA und FCA = 180° — ACB — BCK = CAB + CBA — BCK = 2β — BCK = 2β — (90° — β) = 3β — 90° die Gleichung $\omega = \alpha - 3\beta + 90°$. Geht, wenn α die unendlich kleine Aenderung α' erfährt, β in $\beta + \beta'$, ω in $\omega + \omega'$ über, so wird

$$\omega' = \alpha' - 3\beta'.$$

Da nun aus gleichem Grunde wie oben $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$ ist, mithin $\frac{\alpha'}{3\beta'} = \frac{n\cos\beta}{3\cos\alpha}$, so erscheint α' größer oder kleiner als $3\beta'$, und in Folge dessen ω' positiv oder negativ, je nachdem die Differenz $n^2\cos\beta^2 - 9\cos\alpha^2 = n^2 - \sin\alpha^2 - 9(1 - \sin\alpha^2) = n^2 - 9 + 8\sin\alpha^2$ positiv oder negativ ausfällt, d. h. je nachdem $\sin\alpha$ größer oder kleiner ist als $\sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$. Sonach hat der Winkel ω für jene Incidenz, bei welcher $\sin\alpha = \sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$ ist, seinen kleinsten Werth, und dieser entsprechen, wegen $\omega' = 0$, die wirksamen Strahlen. Hiernach findet man für rothes Licht $2\omega = 50° 58'$ und für violettes $2\omega = 54° 10'$, woraus sich die umgekehrte Anordnung der Farben am Nebenregenbogen erklärt und dessen Dimensionen und Stellung ergeben.

Aus dem Umstande, daß für die wirksamen Strahlen des Hauptregenbogens der Ablenkungswinkel 2ω ein Maximum und für die wirksamen Strahlen des Nebenregenbogens ein Minimum ist, erhellet, daß von dem Raume zwischen beiden Regenbogen kein Licht, welches in die Tropfen eingedrungen und an der inneren Fläche reflectirt worden ist, in das Auge des Beobachters kommen kann; dieser Raum sendet daher dem Beobachter bloß von der äußeren Fläche reflectirtes Licht zu, weßwegen dort eine größere Dunkelheit herrscht, als in den beiderseits an die Regenbogen grenzenden Räumen, von deren Tropfen nebst dem an der äußeren Fläche derselben zurückgeworfenen Lichte auch zerstreutes, aus dem Innern stammendes [illegible]chter gelangt.

Von der Haltbarkeit dieser Theorie des Regenbogens überzeugt man sich durch Beobachtung ähnlicher Erscheinungen an einer mit Wasser gefüllten und von einer Lichtquelle beleuchteten Glaskugel, wie auch an Springbrunnen, Wasserfällen ꝛc., wenn die herabfallenden Wassertropfen von der Sonne beschienen werden. Auch ist klar, daß noch Regenbogen möglich sind, die durch mehr als zwei Reflexionen des Lichtes im Innern der Tropfen entstehen; ihrer großen Lichtschwäche wegen können sie aber nicht leicht wahrgenommen werden. Uebrigens muß bemerkt werden, daß die hier aufgestellte Theorie nur als eine ziemlich genaue Annäherung an die Wahrheit, nicht aber als völlig scharf betrachtet werden darf. Sie erklärt nicht die secundären farbigen Bogen, die sich stets in der Nähe des Hauptregenbogens zeigen, wenn anders derselbe hinreichend lebhaft ist. Diese finden in der schärferen Theorie ihre Begründung, welche sich jedoch auf Principien stützt, von denen erst später die Rede seyn wird.

307. **Achromatische Linsen.** Wegen der verschiedenen Brechbarkeit der farbigen Bestandtheile des weißen Lichtes erleiden zusammengesetzte Lichtstrahlen, welche in eine Linse eindringen, darin wie in einem Prisma eine Zerlegung; den durch die Brechung gesonderten verschiedenartigen einfachen Strahlen entsprechen sonach verschiedene Vereinigungspuncte, wodurch die Reinheit der Bilder gestört wird. Man nennt diese Trennung der verschiedenfarbigen einfachen Strahlen die chromatische Abweichung der Linse. Es sey z. B. C (Fig. 129) eine Sammellinse, auf welche parallel mit der Axe AC weißes Licht falle, so vereinigen sich die am wenigsten brechbaren rothen Strahlen nach dem Austritte aus der Linse, wenn wir von der sphärischen Abweichung abstrahiren, in einem Brennpuncte R, der von der Linse weiter absteht, als der Punct V, in welchem die am meisten brechbaren violetten Strahlen nach erlittener Brechung zusammentreffen, und die Vereinigungspuncte der übrigen farbigen Bestandtheile des Lichtes liegen zwischen R und V. Fängt man den aus der Linse tretenden Strahlenkegel mit einem Schirme auf, so zeigt sich, wenn der Schirm in GH, also der Linse näher steht als V, auf demselben ein beleuchteter Kreis mit rothem und gelbem Saume, weil der Kegel der Strahlen von geringerer Brechbarkeit bei G und H einen größeren Querschnitt hat, als jener, welcher den stärker gebrochenen Strahlen angehört; dagegen erscheint dieser Kreis mit einem violetten und blauen Saume, wenn der Schirm in JK, nämlich in größerer Entfernung von der Linse steht, als R, weil jetzt der Querschnitt des Kegels der brechbareren Strahlen die anderen Strahlenkegel überragt. Bringt man in den Raum VR einen kleinen undurchsichtigen Körper, so werden durch ihn einige der farbigen Strahlen aufgehalten, während andere neben dem Körper vorbeigehen, dadurch erscheint die ganze Fläche des Kreises auf dem Schirme JK farbig. Ein Gleiches findet statt, wenn man zwischen V und R einen undurchsichtigen Schirm mit einer kleinen Oeffnung setzt.

Durch Verbindung von Sammel- und Zerstreuungslinsen aus verschiedenen brechenden Medien läßt sich die chromatische Abweichung mit einer für die Verwendung der Linsen zu optischen Instrumenten

hinreichenden Genauigkeit heben. Zu dieſem Zwecke genügt es Linſen aus verſchiedenen Glasſorten, nämlich aus dem ſogenannten Flint- und Kronglaſe mit einander zu combiniren. Das Flintglas, welches unter den mit der Kieſelſäure verbundenen Baſen Bleioxyd enthält, beſitzt ein nur wenig größeres Brechungsvermögen als das gewöhnliche bleifreie Kronglas, aber ein bedeutend größeres Diſperſionsvermögen als dieſes, wovon man ſich leicht überzeugt, wenn man auf Prismen von gleichen brechenden Winkeln aus beiden Glasſorten Sonnenlicht unter gleichen Einfallswinkeln leitet; das vom Flintglaſe herrührende Farbenbild iſt bedeutend länger als das dem Kronglaſe angehörende. Stellt man daher eine Sammellinſe aus Kronglas mit einer Zerſtreuungslinſe aus Flintglas zuſammen, ſo laſſen ſich die Krümmungen beider ſo anordnen, daß ſie zuſammen auf das Licht wie ein Sammelglas von größerer Brennweite wirken, und die durch die Brechung in der einen Linſe ſich ergebende Farbenzerſtreuung durch die entgegengeſetzte in der andern Linſe ſehr nahe compenſirt wird, ſomit die chromatiſche Abweichung wegfällt. Man nennt eine ſolche Verbindung zweier Linſen eine achromatiſche Linſe. Man kann, da hier vier ſphäriſche brechende Flächen zur Dispoſition ſtehen, mit der chromatiſchen Abweichung zugleich auch die ſphäriſche Abweichung bekämpfen, ſo daß dieſe Linſencombination eine größere Elongation der einfallenden Strahlen oder wie man zu ſagen pflegt, eine größere Oeffnung verträgt, und noch genauer geht dieß an, wenn man mehr als zwei Linſen mit einander combinirt. Man nennt eine Anordnung von Linſen, durch welche die ſphäriſche Abweichung unmerklich gemacht wird, eine aplanatiſche.

Es ſeyen f, f' für rothes und F, F' füe violettes Licht die Brennweiten zweier an einander ſich anſchließenden Linſen, deren Axen eine und dieſelbe gerade Linie ausmachen, und deren Dicken wir vernachläßigen, und es falle auf die erſte derſelben ein Bündel Sonnenſtrahlen der Axe parallel. Sollen die rothen und parallelen Strahlen nach dem Austritte aus der zweiten Linſe in einem und demſelben Puncte der Axe zuſammentreffen, deſſen Diſtanz von der Linſe durch k vorgeſtellt werde, ſo muß, weil die rothen Strahlen bei dem Eintritte in die zweite Linſe gegen den in der Entfernung f, die violetten gegen den in der Entfernung F liegenden Punct der Axe convergiren, ſowohl die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f}$ als auch die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F}$ ſtatt finden, d. h. es muß $\frac{1}{F'} + \frac{1}{F} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f}$ ſeyn. Es ſeyen bezüglich des Materiales der erſten und zweiten Linſe n, n' die Brechungsexponenten für die rothen, N, N' die Brechungsexponenten für die violetten Strahlen, und r, R die Krümmungshalbmeſſer der Flächen der einen, r', R' jener der andern Linſe, ſo iſt, wenn wir zur Abkürzung $\frac{1}{r} + \frac{1}{R} = u$, $\frac{1}{r'} + \frac{1}{R'} = u'$ ſetzen, $\frac{1}{f} = (n-1)\,u$, $\frac{1}{F} = (N-1)\,u$, $\frac{1}{f'} = (n'-1)\,u'$, $\frac{1}{F'} = (N'-1)\,u'$, folglich muß obiger Gleichung gemäß

$$(N'-1)\,u' + (N-1)\,u = (n'-1)\,u' + (n-1)\,u$$

seyn, woraus sich

$$(N'-n')u' + (N-n)u = 0.$$

ergibt. Stellen ν, ν' die Brechungsexponenten für die mittleren Strahlen und φ, φ' die denselben entsprechenden Brennweiten beider Linsen vor, so ist $\frac{1}{\varphi} = (\nu-1)u$, $\frac{1}{\varphi'} = (\nu'-1)u'$, also $u = \frac{1}{(\nu-1)\varphi}$, $u' = \frac{1}{(\nu'-1)\varphi'}$. Hiedurch verwandelt sich obige Gleichung in $\frac{N'-n'}{(\nu'-1)\varphi'} + \frac{N-n}{(\nu-1)\varphi} = 0$ und es muß sonach $\frac{\varphi}{\varphi'} = -\frac{N-n}{\nu-1}\cdot\frac{\nu'-1}{N'-n'}$ seyn. Diese Formel gibt das zum Achromatismus erforderliche Verhältniß der mittleren Brennweiten beiden Linsen an. Da der Quotient $\frac{\varphi}{\varphi'}$ negativ erscheint, so muß eine der beiden Brennweiten negativ, d. h. es muß eine der Linsen eine Zerstreuungslinse seyn; und soll die Zusammenstellung beider Linsen als Sammellinse wirken, so muß deren resultirende Brennweite k, welche durch die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{\varphi'} + \frac{1}{\varphi}$ angegeben wird, einen positiven Werth erhalten, mithin der numerische Werth der negativen unter den Größen φ, φ' jenen der positiven übertreffen. Lassen wir die Linse, auf welche sich die accentuirten Buchstaben beziehen, als die Zerstreuungslinse gelten, so muß also $-\varphi' > \varphi$, mithin $\frac{N'-n'}{\nu'-1} > \frac{N-n}{\nu-1}$ seyn. Demnach muß die Zerstreuungslinse aus dem Materiale bestehen, welches das größere Dispersionsvermögen besitzt, nämlich aus dem Flintglase.

308. **Optische Instrumente.** Die im Vorhergehenden aus einander gesetzten Eigenschaften der Linsen, wohl auch der Spiegel, lassen sich zur Construction von Apparaten benützen, mit deren Hilfe man Gegenstände deutlicher sehen kann, als dieß durch unmittelbare Betrachtung derselben mit dem bloßen Auge möglich ist. Man nennt solche Apparate im Allgemeinen *optische Instrumente*. Einige derselben, wie die Camera obscura und das Sonnen- oder Gasmikroskop, haben zum Zwecke, Bilder der Gegenstände auf einer dazu vorgerichteten undurchsichtigen oder durchsichtigen Wand darzustellen, die man wie wirkliche Gegenstände mit dem Auge besieht; andere, wie die Brillen und Lupen, die Mikroskope und Fernröhre leiten die von den Gegenständen kommenden Strahlen geradezu auf eine solche Weise in das Auge, daß ein deutliches Sehen zu Stande kommt. Erstere Instrumente liefern *objective*, letztere *subjective* Bilder, obgleich in manchen Fällen nur durch Vermittelung vorher zu Stande gebrachter objectiven Zwischenbilder. Eine einfache oder zusammengesetzte Linse oder ein Spiegel, wodurch Strahlen, die unmittelbar von einem Gegenstande kommen, zu einem Luftbilde vereiniget werden, führt bei optischen Instrumenten den Namen *Objectiv*; ein zu bloßer Betrachtung eines objectiven oder subjectiven Bildes dienender Bestandtheil heißt *Ocular*. Instrumente, welche bloß Linsen enthalten, pflegt man *dioptrische*, solche, wobei Spiegel als Haupttheile angewendet werden, *katoptrische* Instrumente zu nennen.

Bei jedem optiſchen Inſtrumente kommt die Vergrößerung in Betrachtung, in welcher man die Gegenſtände mittelſt deſſelben ſieht. Die ſcheinbare Größe eines Gegenſtandes richtet ſich, wie die Erfahrung lehrt, nach der Größe des Winkels, den die von den Endpuncten der ins Auge gefaßten Dimenſion des Gegenſtandes zu dem Auge gezogenen geraden Linien mit einander bilden. Dieſer Winkel wird der optiſche Winkel genannt. Vergleicht man den optiſchen Winkel, unter welchem ſich das Bild des Gegenſtandes mit Hilfe des optiſchen Inſtrumentes zeigt, mit dem optiſchen Winkel, unter welchem man es mit freiem Auge ſieht, ſo gibt der aus der Diviſion des erſteren Winkels durch den letzteren entſpringende Quotient die Vergrößerungszahl des Inſtrumentes an. Iſt die Diſtanz, in welcher man den Gegenſtand mit freiem Auge betrachten kann, willkürlich, ſo ſieht man ihn um ſo größer, je geringer dieſe Diſtanz wird, allein es findet dabei für jedes Auge eine gewiſſe Grenze der Annäherung ſtatt, bei welcher, wenn ſie überſchritten wird, die Deutlichkeit der Wahrnehmung aufhört. Die kleinſte Diſtanz, in welcher ein Auge noch deutlich ſieht, heißt die Sehweite. Man ſchlägt ſie für normale Augen im Mittel auf 8 Zoll an.

Es ſollen nun die vorzüglichſten optiſchen Inſtrumente in Kürze betrachtet werden:

1) Die dunkle Kammer oder Camera obſcura. Der Hauptheil derſelben iſt das als Sammellinſe wirkende Objectiv, welches die von entfernten Gegenſtänden kommenden Strahlen zu einem Bilde vereiniget, das man, um es auch außerhalb der Richtung dieſer Strahlen ſichtbar zu machen, mit einem Schirme auffängt, deſſen jeder Punct das auf ihn fallende Licht durch unregelmäßige Reflexion nach allen Seiten zerſtreut. Zur Abhaltung fremdartigen Lichtes iſt das Objectiv an der Wand oder auch an der Decke eines innen geſchwärzten Raumes, nämlich entweder eines beſonderen Gemaches oder bloß eines Kaſtens (tragbare Camera obſcura) angebracht, in deſſen Grunde ſich der Schirm befindet. Die Diſtanz des Objectives vom Schirme läßt ſich nach Maßgabe der Entfernung der Gegenſtände ſo reguliren, daß die Vereinigungspuncte der von den einzelnen Puncten der Gegenſtände ausgehenden Strahlen möglichſt genau auf den Schirm fallen, womit ein hinreichend ſcharfes Bild entſteht. Es iſt klar, daß dieß nur in ſo fern erreichbar iſt, als die Entfernungen der Gegenſtände von der Linſe ſämmtlich groß ſind, oder wenigſtens nicht ſehr beträchtliche Differenzen zwiſchen denſelben ſtatt finden, denn nahe Gegenſtände laſſen ſich auf dieſem Wege durchaus nicht zugleich mit entfernten ſcharf abbilden. Befindet ſich das Objectiv an dem oberen Theile der Camera ſo, daß die Axe deſſelben vertical ſteht, ſo muß vor das Objectiv ein gegen den Horizont unter dem Winkel von 45° geneigter Planſpiegel geſetzt werden, damit horizontal einfallende Strahlen zum Objective gelangen können. Man erreicht hiedurch zugleich den Vortheil, daß die durch die Linſen bewirkte Umkehrung des Bildes im Sinne von rechts und links wieder aufgehoben wird, weßwegen man den Spiegel

oft auch dann anwendet, wenn die Axe des Objectives horizontal iſt. Man kann den Effect des Spiegels auch dadurch erreichen, daß man eine Linſe durch ein rechtwinkliges Prisma erſetzt, deſſen Katheten ſphäriſch gekrümmt ſind und deſſen gegen erſtere unter dem Winkel von 45° geneigte Hypotenuſe eben iſt und die Axen der darauf fallenden Strahlenkegel durch Reflexion von ihrer urſprünglichen Richtung um 90° ablenkt. Soll ein von unrichtiger Färbung freies und ſcharfes Bild zu Stande kommen, ſo muß das Objectiv achromatiſch und aplanatiſch ſeyn; man erreicht dieß nur durch Anwendung eines zuſammengeſetzten Objectives und eines Schirmes von gehöriger Form; wo ein planes Bild von größerer Ausdehnung verlangt wird, reicht ein bloß aus zwei Linſen beſtehendes Objectiv nicht hin.

Denkt man ſich von zwei Puncten eines Gegenſtandes durch den optiſchen Mittelpunct des Objectives gerade Linien gezogen, ſo bezeichnen dieſe auf dem Schirme die Orte der Bilder jener Puncte, und der Winkel derſelben iſt der optiſche Winkel, unter welchem ein in dem optiſchen Mittelpuncte befindliches Auge die Verbindungslinie genannter Puncte des Gegenſtandes ſehen würde. Sobald alſo die Entfernung des Bildes vom Objective größer iſt, als die Sehweite des das Bild betrachtenden Auges, ſieht dieſes das Bild in demſelben Verhältniſſe größer als den Gegenſtand ſelbſt.

Man bedient ſich der Camera obſcura vornehmlich zum Nachzeichnen und zur Anfertigung der Lichtbilder.

2) Das Sonnen- oder Gasmikroſkop. Dieſes Inſtrument dient dazu, Bilder kleiner Gegenſtände in ſtarker Vergrößerung auf einer weißen Wand oder auf einem durchſichtigen Schirme darzuſtellen und dadurch Einzelnheiten dieſer Gegenſtände, welche dem freien Auge ihrer Kleinheit wegen entgehen, deutlich ſichtbar zu machen. Zu dieſem Behufe wird der Gegenſtand vor ein aus mehreren Linſen zuſammengeſetztes, als Sammellinſe wirkendes achromatiſches und aplanatiſches Objectiv von kurzer Brennweite, und zwar in eine Entfernung, welche nur um wenig größer iſt als die Brennweite gebracht, wodurch ein Bild entſteht, deſſen Diſtanz von dem Objective viele Male größer iſt, als die des Gegenſtandes, und welches daher in eben dem Verhältniſſe größer erſcheint. Damit das Bild, welches ſein Licht bloß dem Gegenſtande verdankt, eine hinreichende Lichtſtärke erhalte, muß der Gegenſtand ſtark beleuchtet ſeyn; bei dem Sonnenmikroſkope wird hiezu das Sonnenlicht, bei dem Gasmikroſkope das intenſive Licht, welches ein in der Knallgasflamme glühendes Kalkſtück gibt, angewendet. In dem einen wie in dem andern Falle concentrirt man das Licht auf dem Objecte mittelſt einer Sammellinſe, oder beſſer mittelſt einer Zuſammenſtellung mehrerer Sammellinſen. Undurchſichtige Objecte werden von vorne beleuchtet, mit Hilfe eines vor dem Orte des Objectes ſeitwärts aufgeſtellten Spiegels, der den von der Gegend hinter dem Objecte kommenden Kegel convergirender Strahlen auf daſſelbe hinlenkt.

3) Brillen für kurzſichtige Augen. Es gibt Augen, welche zwar nahe Objecte vollkommen ſcharf ſehen; über eine gewiſſe Entfernung hinaus liegende Gegenſtände aber nicht deutlich wahrzunehmen im Stande ſind. Dieſem Uebelſtande kann durch den Gebrauch von Zerſtreuungslinſen als Brillen abgeholfen werden. Aus einer Hohllinſe treten nämlich die von den Gegenſtänden auf ſie fallenden Strahlen dergeſtalt heraus, als ob dieſe Gegenſtände ſich in geringeren Diſtanzen von der Linſe befänden (302). Iſt nun C, Fig. 124, der Ort des Auges, A B ein entfernterer Gegenſtand, a C die Diſtanz, in welcher ein Object ſtehen muß, damit das Auge ſelbes in gehöriger Schärfe wahrnehme, ſo läßt ſich immer eine Zerſtreuungslinſe ſo wählen, daß wenn ſie dicht vor das Auge gebracht wird, der Gegenſtand A B gerade in a b erſcheint. Das Auge ſieht dabei das Bild a b unter dem optiſchen Winkel a C b, alſo genau unter demſelben, welcher dem wirklichen Orte des Gegenſtandes entſpricht. Die (negative) Brennweite f der Linſe, mithin die Wahl der Krümmungen ihrer Flächen richtet ſich nach dem Betrage der Diſtanz a C = k; die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} - \frac{1}{a} \quad (302),$$

worin a die Diſtanz des Objectes bedeutet, gibt $\frac{1}{f} < \frac{1}{k}$, mithin $f > k$: es muß alſo die Brennweite des Hohlglaſes immer etwas größer ſeyn, als die dem Auge erreichbare Sehweite.

4) Brillen für Weitſichtige, Lupen, einfache Mikroſkope. Die Erfahrung lehrt, daß zur deutlichen Wahrnehmung eines Gegenſtandes mittelſt des Auges nebſt einer Diſtanz von gewiſſer Größe (Sehweite) auch noch ein gewiſſer Betrag des optiſchen Winkels gehört; Objecte, oder deren Theile, für welche der optiſche Winkel auf einen gewiſſen Grad der Kleinheit herabſinkt, hören auf ſichtbar zu ſeyn. Daher die Nothwendigkeit, kleine Gegenſtände dem Auge nahe zu bringen, damit der optiſche Winkel möglichſt groß werde. Kurzſichtige Augen, welche eine kleine Sehweite zulaſſen, ſind ſonach bezüglich des Sehens kleiner Objecte im Vortheile. Es gibt aber Augen, für welche bei Annäherung der Gegenſtände die Schärfe des Sehens ſchon für Diſtanzen aufhört, die größer ſind, als es gewöhnlich der Fall iſt; ſolche Augen heißen weitſichtige. Derlei Augen iſt es nicht geſtattet kleine Gegenſtände unter den zur deutlichen Auffaſſung nöthigen optiſchen Winkeln zu betrachten, alſo z. B. kleinere Schrift zu leſen u. dgl. Man kommt ihnen mit Sammellinſen als Brillen zu Hilfe, welche die von den innerhalb der Brennweite ſtehenden Objecten herkommenden Strahlen ohne Aenderung des optiſchen Winkels ſo in das Auge leiten, als wären dieſe Objecte weiter vom Auge entfernt. (Vergl. 301 und Fig. 123, b.) Fordert die zur Wahrnehmbarkeit nöthige Größe des optiſchen Winkels die Annäherung des Gegenſtandes an das Auge bis auf die Diſtanz a, dagegen die Deutlichkeit des Sehens die Diſtanz k, ſo wird, weil für den vorliegenden Fall die Bildweite k bezüglich derjenigen, welche die Formel V. in 300 enthält, ne-

gativ ist, die Brennweite f der Linse durch die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{k}$$

angegeben.

Diese Principien lassen eine sehr umfassende und nützliche Anwendung zu. Für sehr kleine Gegenstände ist jedes Auge gewisser Maßen als weitsichtig zu betrachten, denn auch eine kürzere Sehweite als die normale wird noch nicht den erforderlichen optischen Winkel gewähren, und für dicht an das Auge gehaltene Objecte hört die Deutlichkeit des Sehens bei jedem Auge auf. Bringt man aber eine Sammellinse zwischen das Object und das Auge, in welchem Falle das Object, um jenseits der Linse gesehen zu werden, derselben näher seyn muß als der Brennpunct, so erscheint es, wie bereits bemerkt wurde, unter dem seiner wirklichen Stellung entsprechenden optischen Winkel, mithin wird, je kleiner man die Brennweite der Linse wählt, um so mehr dieser optische Winkel gesteigert. Unter Beibehaltung der obigen Bedeutungen von f, a, k verhält sich der optische Winkel, unter welchem das Object ohne Anwendung der Linse, wobei es also in der Distanz k stehen muß, dem Auge erscheinen würde, zu dem Winkel, unter welchem es sich bei Anwendung der Linse zeigt, wie a zu k, daher wird durch den Gebrauch der Linse die Vergrößerung $\frac{k}{a}$, oder wegen $\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{k}$, die Vergrößerung $\frac{k}{f} + 1$ erreicht. Die Vergrößerungszahl ist also um die Einheit größer als der Quotient der natürlichen Sehweite des Auges getheilt durch die Brennweite der Linse. Die normale Sehweite $= 8$ Zoll angenommen gibt sonach eine Linse von 1 Zoll Brennweite eine 9malige, eine Linse von 1 Linie Brennweite eine $12.8 + 1 = 97$malige (lineare) Vergrößerung.

Linsen, welche zur Betrachtung kleinerer Gegenstände bestimmt sind, heißen im Allgemeinen Vergrößerungsgläser; beträgt die Brennweite derselben nicht viel unter 1 Zoll, so nennt man sie Lupen; ist die Brennweite bedeutend kleiner, so nennt man sie Mikroskope, und zwar zum Unterschiede von dem sogleich zu betrachtenden, einfache Mikroskope, selbst dann noch, wenn sie aus mehreren Linsen, die aber wie eine einzelne Sammellinse wirken, zusammengesetzt sind. Zur Bequemlichkeit des Gebrauches gibt man ihnen Fassungen von mannigfaltiger Form mit Klemmen zum Festhalten der Objecte und mit Spiegeln zur Beleuchtung derselben.

5) Zusammengesetzte Mikroskope. Soll bei Anwendung einzelner mikroskopischer Linsen die Vergrößerung weit gehen, so müssen diese sehr kleine Brennweiten haben, mithin die Gegenstände mit der Linse sehr nahe an das Auge gebracht werden. Ueberdieß fasst der Theil des Gegenstandes, den man dabei mit einem Male übersieht, oder das Gesichtsfeld in eben dem Maße kleiner aus, weil wegen der Divergenz der aus der Linse tretenden Strahlen und wegen der Kleinheit der Augenöffnung nur diejenigen Strahlen ins Auge gelangen.

deren Hauptſtrahlen mit der Axe der Linſe ſehr kleine Winkel bilden. Endlich wird wegen der Kleinheit der Oeffnung der mikroſkopiſchen Linſen von ſehr kurzen Brennweiten die Lichtſtärke des Bildes nicht über eine gewiſſe Grenze gebracht werden können. Dieſe Uebelſtände werden beſeitiget, wenn man nicht unmittelbar den Gegenſtand, ſondern ein durch eine Sammellinſe hervorgerufenes, bereits vergrößertes Luftbild des Gegenſtandes mit einer Lupe betrachtet. Die auf dieſem Wege erzielte Vergrößerung wird durch das Product der Vergrößerung, welche die Lupe gewährt, mit jener des Luftbildes gemeſſen, weßwegen ſich durch Combination von Linſen mit größeren Brennweiten, welche auch größere Oeffnungen geſtatten, derſelbe Effect erzielen läßt, wie mit einer Linſe von ſehr kleiner Brennweite und Oeffnung. Hierauf beruht die Einrichtung des zuſammengeſetzten Mikroſkopes. Nach der ſo eben gemachten Andeutung wären zur Conſtruction dieſes Inſtrumentes bloß zwei Beſtandtheile erforderlich, ein Objectiv und ein Ocular, beide Sammellinſen, deren erſtere ein Bild des außerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenſtandes zu liefern hätte welches mittelſt der zweiten Linſe zu betrachten iſt. Zur Beſeitigung der chromatiſchen und ſphäriſchen Abweichung, welche der Reinheit der Bilder und der durch ſelbe bedingten Wahrnehmung feinerer Einzelnheiten des Gegenſtandes Eintrag thun, könnte jeder dieſer Beſtandtheile aus mehreren Stücken zuſammengeſetzt ſeyn. An den vorzüglichſten Inſtrumenten dieſer Art, wie ſie gegenwärtig verfertiget werden, iſt bloß das Objectiv aus mehreren achromatiſch und aplanatiſch verbundenen Stücken zuſammengeſetzt, und zwar in der Regel aus drei Doppellinſen, deren jede aus einer Kron- und einer Flintglaslinſe beſteht; als Ocular dient eine einfache Sammellinſe, jedoch befindet ſich zwiſchen dem Objecte und dem Ocular noch ein dritter Beſtandtheil, das Collectiv genannt, gleichfalls eine einfache Sammellinſe, welche die aus dem Objective tretenden convergirenden Strahlen, noch ehe ſie ein Bild geben, aufnimmt und zu einem kleineren Bilde vereiniget, das mittelſt des Oculars betrachtet wird. Man rechnet gewöhnlich das Collectiv zu dem Oculare, und nennt die Verbindung deſſelben mit der eigentlichen Ocularlinſe ein zuſammengeſetztes Ocular. Fig. 130 zeigt den Gang der von dem Gegenſtande AB ausgehenden Strahlen nach der Brechung in den drei Beſtandtheilen eines zuſammengeſetzten Mikroſkopes; nur wird in der Zeichnung der Einfachheit willen das Objectiv durch eine bloß ideale, ihm äquivalente Sammellinſe MN vorgeſtellt. PQ iſt das Collectiv, RS das Ocular; beide Linſen ſind plan convex und kehren ihre Wölbungen dem Gegenſtande zu. Die optiſchen Mittelpuncte E, H, L wie auch die Mittelpuncte der Krümmungen der Flächen ſämmtlicher Linſen müſſen, wenn das Inſtrument eines guten Effectes fähig ſeyn ſoll, in einer und derſelben Geraden liegen, welche die optiſche Axe des Inſtrumentes heißt; findet dieſe Bedingung ſtatt, ſo iſt dasſelbe richtig centrirt. Es ſey A der in der Axe und B ein ſeitwärts liegender Punct des Objectes Wäre das Objectiv allein vorhanden, ſo gäb[illegible] vorausgeſetzt daß die Di-

stanz des Gegenstandes von dem Objective die Brennweite desselben übertrifft, ein Bild in der Axe in α und B eines in der Verlängerung des Hauptstrahles in β, und es fiele das Bild αβ des Gegenstandes A B um so weiter von dem Objective weg und würde daher um so größer, je näher der Gegenstand dem Brennpuncte steht. Die gegen α und β convergirenden Strahlenkegel fallen auf das Collectiv und werden durch die Brechung, welche sie darin erleiden, noch convergirender, es entsteht anstatt in α ein Bild von A in a, und anstatt in β ein Bild von B in dem Puncte b der für diese Brechung als die Richtung des Hauptstrahles anzusehenden Geraden H β. Gegen das Bild a b befindet sich die Linse R S in einer solchen Stellung, daß ein Auge hinter ihr ein vergrößertes Bild von a b in seiner Sehweite sieht, nämlich das Bild des Punctes a in der Richtung der Axe und jenes von b in der Richtung der Verlängerung des Hauptstrahles L b. Die Vergrößerung des letzteren Bildes bezüglich des Objectes ist, wenn s die Sehweite des Auges bedeutet, offenbar dem Producte der drei Quotienten $\frac{E\alpha}{EA}$, $\frac{Ha}{H\alpha}$, $\frac{s}{La}$ gleich, und ließe sich aus den Brennweiten der Linsen und aus der Distanz des Gegenstandes von dem Objective nach den bereits bekannten Formeln leicht berechnen, mit deren Hilfe man auch umgekehrt die zu einer vorgeschriebenen Vergrößerung nöthige Anordnung der Bestandtheile des Mikroskopes finden kann.

Die Gerade E Q, welche den optischen Mittelpunct des Objectives mit dem Rande des Collectives verbindet, bestimmt die größte Elongation der mittelst des Instrumentes noch sichtbaren Puncte des Gegenstandes von der Axe oder das Gesichtsfeld, und bei zweckmäßiger Anordnung des Ganzen muß das Ocular R S eine solche Größe haben, daß der aus der Brechung des Strahles E Q im Collective entspringende Strahl Q S von dem Oculare aufgenommen werden kann. Der Punct O, in welchem der durch Brechung von Q S im Oculare entstehende Strahl S O die Axe schneidet, ist der angemessenste Platz für das Auge, welches dort die größte Menge von Strahlen empfängt und das ganze Gesichtsfeld übersieht.

Ein Hauptgrund der Anwendung des Collectives ist die Verminderung der Färbung am Rande des Gesichtsfeldes, welche des achromatischen Objectives ungeachtet sich ergeben würde, wenn das von dem Objective unmittelbar erzeugte Bild bloß mittelst einer einfachen Linse betrachtet werden sollte. Durch das Collectiv wird nämlich der Strahl Q S in seine farbigen Bestandtheile zerlegt; da aber dieselben das Ocular an verschiedenen Stellen treffen, und zwar die brechbareren Strahlen an solchen, welche der Axe näher liegen, so werden diese durch die Brechung weniger abgelenkt als die übrigen, weil die Theile des Oculares, welche der Axe näher liegen, wie ein Prisma mit kleinerem brechenden Winkel wirken; auf diese Weise gleicht sich die chromatische Abweichung wieder aus, und die Farben am Rande des Gesichtsfeldes werden unmerklich gemacht.

Die Bestandtheile des Mikroskopes werden in eine zur Abhaltung fremden Lichtes inwendig geschwärzte und mit Blendungen versehene

Röhre gefaßt, welche ſich an einem Stative befindet, das alle Bequemlichkeiten zur Befeſtigung, Handhabung, genauen Einſtellung und Beleuchtung der Objecte gewährt. Durch Umtauſchung der Beſtandſtücke des Objectives gegen andere und Anwendung verſchiedener Oculare erhält man eine hinreichende Abwechslung von Vergrößerungen, von den ſchwächſten, etwa von der 20maligen an bis zu den ſtärkſten, die ſelbſt bei kleineren Inſtrumenten auf 400-, bei den größeren aber bis 1200mal linear und darüber getrieben werden können. Zur Meſſung der Vergrößerungen, der abſoluten Größen der Gegenſtände, zum Nachzeichnen derſelben hat man beſondere Vorrichtungen.

6) Das holländiſche oder Galilei'ſche Fernrohr. Dieſes beſteht aus einer achromatiſchen Sammellinſe als Objectiv und einer einfachen Zerſtreuungslinſe als Ocular. Die von entfernten Gegenſtänden auf das Objectiv fallenden Strahlen, welche nach erfolgter Brechung zu einem Bilde convergiren, deſſen Ort in der Nähe des Brennpunctes des Objectives liegt, werden von dem Ocular, ehe noch dieſes Bild zu Stande kommt, aufgenommen, und es iſt die Entfernung des Oculares von dem Objective dergeſtalt regulirt, daß die Strahlen aus dem Oculare in ſolcher Divergenz austreten, als kämen ſie von einem in der Sehweite des Auges ſtehenden Gegenſtande her. Das Auge ſieht ſonach ein aufrechtes und vergrößertes Bild des Gegenſtandes. Fig. 131 zeigt den Gang der Strahlen in dieſem Inſtrumente; M N iſt das Objectiv, P Q das Ocular, $\alpha\beta$ das nicht zu Stande kommende Bild des entfernten Gegenſtandes A B; die Bilder der Puncte A, B werden in den Verlängerungen der Hauptſtrahlen α H, β H geſehen, und die Vergrößerung wird durch den Quotienten gemeſſen, welchen man erhält, wenn man den optiſchen Winkel $aHb = \alpha H\beta$, unter welchem das Auge den Gegenſtand mittelſt des Inſtrumentes wahrnimmt, durch den Winkel $AEB = \alpha E\beta$, unter welchem dasſelbe den Gegenſtand vom Standpuncte E aus ohne Fernrohr ſehen würde, dividirt. Wegen der Kleinheit der Winkel iſt ſehr nahe $\alpha H\beta = \frac{\alpha\beta}{H\alpha}$, $\alpha E\beta = \frac{\alpha\beta}{E\alpha}$, mithin $\frac{\alpha H\beta}{\alpha E\beta} = \frac{E\alpha}{H\alpha}$, d. h. die Vergrößerungszahl iſt ſehr nahe dem Quotienten der Brennweite des Objectives dividirt durch die Brennweite des Oculars gleich, und zwar um ſo genauer, je weiter der Gegenſtand von dem Fernrohre entfernt, und je weitſichtiger das Auge iſt. Von einem ſehr weit entfernten Gegenſtande kommen nämlich die Strahlen faſt parallel zum Objective, die Bildweite $E\alpha$ fällt alſo mit der Brennweite des Objectives zuſammen, und ein ſehr weitſichtiges Auge fordert zum deutlichen Sehen faſt parallel eintretende Strahlen, für ein ſolches muß alſo α zugleich der Brennpunct des Oculars ſeyn.

Das Galilei'ſche Fernrohr gewährt nur ein beſchränktes Geſichtsfeld, weil die von Puncten des Gegenſtandes außerhalb der Are herrührenden Strahlen bei dem Austritte aus dem Oculare ſogleich ſeitwärts abweichen, mithin nur derſelben in das Auge kommen,

selbst wenn dieses dem Oculare möglichst nahe gehalten wird. Doch hat dieses Fernrohr vor anderen den Vortheil einer geringeren Länge für sich. Die Theaterperspective, wie auch die sogenannten Feldstecher sind nach diesem Principe eingerichtet. An letzteren ist gewöhnlich eine drehbare Ocularscheibe angebracht, welche mehrere Ocularlinsen enthält und dieselben leicht zu wechseln gestattet, wodurch eben so viele verschiedene Vergrößerungen erzielt werden können.

7) Das astronomische Fernrohr. Dieses besteht aus einem achromatischen Objective und aus einem Oculare mit zwei zusammenwirkenden einfachen Sammellinsen. Diese sind entweder auf die bereits oben erklärte, bei zusammengesetzten Mikroskopen übliche Weise mit dem Objective zusammengestellt, so daß die von dem letzteren austretenden convergirenden Strahlenkegel, ehe sie noch ein Bild erzeugen, von einem Collective aufgefangen werden, welches sie noch convergirender macht und zu einem mit dem Ocularglase zu betrachtenden Bilde zusammenbringt, oder es befinden sich beide Ocularlinsen hinter dem unmittelbar von dem Objective herrührenden Bilde. Da dieses Fernrohr die Gegenstände in verkehrter Lage zeigt, so eignet es sich nicht zum terrestrischen Gebrauche, jedoch leistet es bei astronomischen Beobachtungen sehr gute Dienste, und stellt sich als ein unentbehrliches Hilfsmittel derselben dar. Ein mit einem Stative versehenes astronomisches Fernrohr heißt gewöhnlich ein Tubus; enthält das Instrument ein Objectiv von großen Dimensionen und weit gehender Leistung, so wird es durch die Benennung Refractor ausgezeichnet. Eine besondere Einrichtung des astronomischen Fernrohres ist die dioptrische, bei welcher das Objectiv durch zwei getrennte Linsen vertreten wird, nämlich durch eine am Ende des Rohres befindliche Kronglaslinse, und durch eine davon entfernte kleinere Doppellinse aus Kron- und Flintglas. Die verschiedenen Vergrößerungen werden an den astronomischen Fernrohren durch den Wechsel der Oculare zu Stande gebracht.

8) Das Erdfernrohr entsteht aus dem astronomischen durch Hinzufügung zweier Sammellinsen zu dem Ocularapparate, wodurch das Bild umgekehrt, mithin ein aufrechtes Bild des Gegenstandes erhalten wird, wie es die Betrachtung terrestrischer Objecte erfordert. Sonach besteht ein Erdfernrohr aus einem achromatischen Objective und aus vier Ocularlinsen. Bei der gewöhnlichen Einrichtung der sogenannten Zugperspective befinden sich diese vier Oculargläser in der letzten dem Auge entsprechenden Auszugrohre. So lassen sich die vier Oculare auf mehrere verschiedene Arten anordnen; eine der am häufigsten vorkommenden stellt Fig. 132 vor, in welcher der Gang der Randstrahlen ersichtlich gemacht ist. Das Objectiv erzeugt ein umgekehrtes Bild $a'b'$ des Gegenstandes; die von diesem Bilde weiter fortgehenden Lichtstrahlen werden von dem ersten Ocular M aufgenommen, welches um seine Brennweite von $a'b'$ entfernt ist, durch die dort statt findende Brechung werden die Strahlen mit den entsprechenden Hauptstrahlen parallel und gelangen so zu dem zweiten Oculare N, u.

ches ſie convergirend dem dritten Ocular P zuſendet, das als Collectiv wirkt und die Strahlen zu dem Bilde a b vereiniget, von dem ſie endlich durch die vierte Ocularlinſe Q zu dem Auge gelangen.

9) Das Newton'ſche Spiegelteleſkop enthält einen Hohlſpiegel, welcher die von entfernten Gegenſtänden kommenden Strahlen, vor ihrer Vereinigung zu einem Luftbilde einem gegen die Axe des Hohlſpiegels unter dem Winkel von 45° geneigten Planſpiegel zuſendet, der ſie ſeitwärts ablenkt; das ſolchergeſtalt entſtehende Bild wird durch eine gewöhnliche an der Seite des Rohres angebrachte Ocularvorrichtung betrachtet. Die Spiegelbilder ſind von der chromatiſchen Abweichung frei, weßwegen dieſes Teleſkop immerhin auch gegenwärtig noch Berückſichtigung verdient. Der verkehrten Bilder wegen eignet es ſich nicht zum terreſtriſchen Gebrauche.

10) Das Gregori'ſche Spiegelteleſkop beſteht aus einem in der Mitte durchbrochenen Hohlſpiegel, welcher die auf ihn fallenden Strahlen, nachdem ſie ein Bild erzeugt haben, auf einen kleineren Hohlſpiegel wirft, hinſichtlich deſſen dieſes Bild ſich wie ein Object verhält, wodurch ein zweites Bild entſteht, welches der Stellung des letztern Spiegels gemäß in die Oeffnung des erſteren fällt und daſelbſt mittelſt eines Ocularapparates betrachtet wird. Das von dem erſten Hohlſpiegel herrührende Bild iſt ein verkehrtes; durch den zweiten Spiegel erhält es in Folge nochmaliger Umkehrung die aufrechte Lage.

809. Das Auge und der Hergang des Sehens. Die Kenntniß der Geſetze der Brechung des Lichtes in durchſichtigen Medien mit gekrümmten Flächen verhilft uns zur Beurtheilung der Function unſeres Geſichtsorganes und des Herganges des Sehens. Der ganze Sehapparat iſt in dem Augapfel enthalten, einem kugelähnlichen an der vorderen Seite mehr convexen Körper, welcher gewiſſer Maßen einer Camera obſcura vergleichbar, die von den Puncten äußerer Gegenſtände durch die Augenöffnung eintretenden divergirenden Strahlenkegel mittelſt der Brechung in den durchſichtigen Subſtanzen, die ſeine Höhlung ausfüllen, unter welchen Subſtanzen ſich auch ein linſenartiger Körper befindet, in convergirende Strahlenkegel verwandelt, deren Spitzen auf die im Hintergrunde dieſer Höhlung ausgebreitete Nervenhaut fallen und daſelbſt eine das Sehen vermittelnde Empfindung hervorbringen. Es iſt hier der Ort nicht in eine umſtändliche Zergliederung des Auges einzugehen; wir bemerken daher bloß, daß die Höhlung des Augapfels von über einander liegenden Häuten umſchloſſen wird; die äußerſte derſelben von conſiſtenter Beſchaffenheit heißt die harte Haut; ſie iſt weiß, lederartig, undurchſichtig; in dieſelbe iſt an der vorderen Seite des Augapfels die durchſichtige Hornhaut eingefügt. Unter der harten Haut liegt die gefäßreiche, braune, inwendig mit einem ſchwarzen Pigmente bekleidete Aderhaut, die ſich nach vorne in einen faltigen Rand, Strahlenkörper genannt, endiget, ſo daß eine runde Oeffnung übrig bleibt, an welche die Regenbogenhaut paßt, eine runde Blendung mit einer es Oeffnung (Augenöff-

nung oder Pupille), die ſich in ſchwachem Lichte erweitert, im ſtarkem zuſammenzieht. Hinter der Regenbogenhaut befindet ſich die Kryſtalllinſe, welche eine ſchichtenartige Structur hat und an der hinteren Fläche mehr gewölbt iſt als an der vorderen. Dieſe Linſe iſt der wirkſamſte unter den im Auge vorfindigen, das Licht brechenden Körpern. Der Raum zwiſchen der Kryſtalllinſe und der Hornhaut enthält die wäſſerige Feuchtigkeit und wird durch die Regenbogenhaut in die größere vordere und in die kleinere hintere Augenkammer getheilt. Der ganze Raum zwiſchen der Kryſtalllinſe und dem Hintergrunde des Augapfels iſt mit dem Glaskörper ausgefüllt, einer Subſtanz von zäliger Structur; die Zellen enthalten die äußerſt klare Glasfeuchtigkeit. Der Sehnerve tritt am hinteren Theile des Augapfels durch eine Oeffnung der harten Haut ein, und breitet ſich an der inneren Wand des Augapfels in ein äußerſt feines Nervengewebe aus, welches die Netzhaut heißt.

Der Hergang des Sehens kann kurz dadurch ausgedrückt werden, daß man ſagt, es entſtehen durch die Brechung, welche die von den Gegenſtänden in das Auge gelangenden Strahlen in den darin enthaltenen durchſichtigen Medien erfahren, die zuſammen wie eine Sammellinſe wirken, Bilder dieſer Gegenſtände, welche, wenn ein deutliches Sehen ſtatt finden ſoll, auf die Netzhaut fallen müſſen. Hiebei iſt jedoch wohl zu beachten, daß das Sehen nicht auf dem Zuſtandekommen von Abbildungen äußerer Gegenſtände im Grunde des Auges, ſondern auf der Beſtimmtheit des Eindruckes beruht, den die Netzhaut von den Strahlen erfährt, die von einem und demſelben leuchtenden Puncte ausgegangen ſind, was nur der Fall ſeyn kann, wenn diese Strahlen die Netzhaut wieder nur in einem Puncte treffen. Fällt die Spitze des gebrochenen Strahlenkegels nicht auf die Netzhaut, ſo wird dieſelbe von den einem Puncte des Gegenſtandes entſprechenden Strahlen in allen Puncten des Kreiſes getroffen, in welchem die Netzhaut und der genannte Strahlenkegel einander begegnen; die von benachbarten Puncten des Gegenſtandes herrührenden Kreiſe decken ſich alſo theilweiſe, d. h. ein Punct der Netzhaut wird gleichzeitig von vielen Puncten des Gegenſtandes afficirt, was die Beſtimmtheit der Empfindung gänzlich vereitelt.

Es thut nichts zur Sache, daß das Bild auf der Netzhaut wie jedes hinter einer Linſe gemachte Bild bezüglich des Gegenſtandes eine umgekehrte Lage hat, und die Frage, wie es komme, daß man dieſer umgekehrten Lage ungeachtet den Gegenſtand doch aufrecht ſieht, betrifft kein ſchwer lösliches Paradoron. Es kommt ja nur darauf an, daß die vom Lichte, welches den Puncten des Gegenſtandes entſpricht, getroffenen Puncte der Netzhaut dieſelbe relative Lage gegen einander haben wie die Puncte des Gegenſtandes ſelbſt, und überdieß wird die Richtung, in welcher wir den Punct, von dem die Affection der Netzhaut herrührt, zu ſuchen haben, durch die Richtung gegeben, nach der dieſe Affection erfolgt.

310. **Geſetze des Sehens.** Aus dem Hergange des Sehens werden die Geſetze über das Sehen, welche die Erfahrung darlegt, nicht nur begreiflich, ſondern es laſſen ſich dieſelben daraus methodiſch ableiten. Die wichtigſten derſelben ſind folgende: 1) Zum Sehen iſt eine gewiſſe Intenſität des Lichtes nothwendig. So empfindlich auch der Sehnerve für das Licht iſt, ſo geht doch ſeine Empfänglichkeit für Eindrücke nicht in das Unbegrenzte, ſondern wenn der Eindruck zu ſchwach iſt, wird er gar nicht wahrgenommen. 2) Das Zuſtandekommen eines wahrnehmbaren Eindruckes auf das Auge bedarf einer um ſo kürzeren Zeit, je kräftiger er iſt. Schwache Lichteindrücke, wenn ſie nur kurze Zeit währen, verſchwinden gänzlich, aber es gibt auch Lichteindrücke, welche in einer ſo kurzen Zeit erzeugt werden, daß ihre Dauer nur durch die feinſten Mittel ſenſibel gemacht werden kann. Eine Flintenkugel ſieht man in ihrem Fluge nicht, wohl aber nimmt man einen Funken aus dem Conductor einer Elektriſirmaſchine wahr, obgleich ſich mittelſt des Farbenkreiſels (303. Anm.) und noch beſtimmter mittelſt des rotirenden Spiegels (260) nachweiſen läßt, daß ſeine Dauer kürzer iſt als ein Milliontel einer Secunde. 3) Ein Lichteindruck hinterläßt eine Nachempfindung, welche eine gewiſſe Zeit fortwährt. Darum erſcheint der Weg eines ſchnell bewegten hellleuchtenden Körpers als leuchtende Linie, denn der von einem jeden Puncte der Bahn ausgegangene Eindruck dauert noch fort, während die von den folgenden Puncten der Bahn herkommenden ſich dazu geſellen. (Wheatſtone's Kaleidophon, der Thaumatrop, Stampfer's ſtroboſkopiſche Scheiben, Plateau's Phantasmaſkop u. dgl.) 4) Ein kräftiger, an einer Stelle der Netzhaut hervorgerufener Eindruck hat auch die Affection der zunächſt liegenden Nerventheilchen zur Folge. Helle ſchmale Streifen auf dunklem Grunde, lebhaft glühende, z. B. durch Elektricität glühend gemachte Drähte erſcheinen viel breiter oder dicker als ſie wirklich ſind. Dieſes Phänomen heißt die Irradiation. 5) Die geraden Linien, welche von den Puncten eines Gegenſtandes zu deren Bildern auf der Netzhaut gezogen gedacht werden, durchſchneiden einander ſämmtlich in einem und demſelben Puncte im Innern des Augapfels, welchen man den Kreuzungspunct nennt. Der Winkel je zweier ſolcher Geraden iſt der optiſche Winkel, unter welchem die zwiſchen den betreffenden Puncten enthaltene Dimenſion des Gegenſtandes erſcheint, und ihm entſpricht auch die correſpondirende Dimenſion des Bildes auf der Netzhaut. Da es natürlich iſt anzunehmen, daß die ſcheinbare Größe eines Gegenſtandes ſich nach der Größe ſeines Bildes auf der Netzhaut richtet, ſo ſieht man hieraus den Zuſammenhang der ſcheinbaren Größe mit dem optiſchen Winkel. 6) Gegenſtände, deren optiſcher Winkel unter eine gewiſſe von der Helligkeit abhängende Grenze herabſinkt, hören auf wahrnehmbar zu ſeyn, weil durch ſie zu wenig Nerventheile der Netzhaut afficirt werden. 7) Im Mechanismus des Auges liegt eine Veranſtaltung, welche das Sehen in ſehr verſchiedene Entfernungen möglich macht. Behielten nämlich alle brechenden Theile des Auges die Form, bei welcher ein deutliches Sehen eines Objectes

gativ iſt, die Brennweite f der Linſe durch die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{k}$$

angegeben.

Dieſe Principien laſſen eine ſehr umfaſſende und nützliche Anwendung zu. Für ſehr kleine Gegenſtände iſt jedes Auge gewiſſer Maßen als weitſichtig zu betrachten, denn auch eine kürzere Sehweite als die normale wird noch nicht den erforderlichen optiſchen Winkel gewähren, und für dicht an das Auge gehaltene Objecte hört die Deutlichkeit des Sehens bei jedem Auge auf. Bringt man aber eine Sammellinſe zwiſchen das Object und das Auge, in welchem Falle das Object, um jenſeits der Linſe geſehen zu werden, derſelben näher ſeyn muß als der Brennpunct, ſo erſcheint es, wie bereits bemerkt wurde, unter dem ſeiner wirklichen Stellung entſprechenden optiſchen Winkel, mithin wird, je kleiner man die Brennweite der Linſe wählt, um ſo mehr dieſer optiſche Winkel geſteigert. Unter Beibehaltung der obigen Bedeutungen von f, a, k verhält ſich der optiſche Winkel, unter welchem das Object ohne Anwendung der Linſe, wobei es alſo in der Diſtanz k ſtehen muß, dem Auge erſcheinen würde, zu dem Winkel, unter welchem es ſich bei Anwendung der Linſe zeigt, wie a zu k, daher wird durch den Gebrauch der Linſe die Vergrößerung $\frac{k}{a}$, oder wegen $\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{k}$, die Vergrößerung $\frac{k}{f} + 1$ erreicht. Die Vergrößerungszahl iſt alſo um die Einheit größer als der Quotient der natürlichen Sehweite des Auges getheilt durch die Brennweite der Linſe. Die normale Sehweite = 8 Zoll angenommen gibt ſonach eine Linſe von 1 Zoll Brennweite eine 9malige, eine Linſe von 1 Linie Brennweite eine 12.8 + 1 = 97malige (lineare) Vergrößerung.

Linſen, welche zur Betrachtung kleinerer Gegenſtände beſtimmt ſind, heißen im Allgemeinen Vergrößerungsgläſer; beträgt die Brennweite derſelben nicht viel unter 1 Zoll, ſo nennt man ſie Lupen; iſt die Brennweite bedeutend kleiner, ſo nennt man ſie Mikroſkope, und zwar zum Unterſchiede von dem ſogleich zu betrachtenden, einfache Mikroſkope, ſelbſt dann noch, wenn ſie aus mehreren Linſen, die aber wie eine einzelne Sammellinſe wirken, zuſammengeſetzt ſind. Zur Bequemlichkeit des Gebrauches gibt man ihnen Faſſungen von mannigfaltiger Form mit Klemmen zum Feſthalten der Objecte und mit Spiegeln zur Beleuchtung derſelben.

5) Zuſammengeſetzte Mikroſkope. Soll bei Anwendung einzelner mikroſkopiſcher Linſen die Vergrößerung weit gehen, ſo müſſen dieſe ſehr kleine Brennweiten haben, mithin die Gegenſtände mit der Linſe ſehr nahe an das Auge gebracht werden. Ueberdieß fällt der Theil des Gegenſtandes, den man dabei mit einem Male überſieht, oder das Geſichtsfeld in eben dem Maße kleiner aus, weil wegen der Divergenz der aus der Linſe tretenden Strahlen und wegen der Kleinheit der Augenöffnung nur diejenigen Strahlen ins Auge gelangen,

deren Hauptſtrahlen mit der Axe der Linſe ſehr kleine Winkel bilden. Endlich wird wegen der Kleinheit der Oeffnung der mikroſkopiſchen Linſen von ſehr kurzen Brennweiten die Lichtſtärke des Bildes nicht über eine gewiſſe Grenze gebracht werden können. Dieſe Uebelſtände werden beſeitiget, wenn man nicht unmittelbar den Gegenſtand, ſondern ein durch eine Sammellinſe hervorgerufenes, bereits vergrößertes Luftbild des Gegenſtandes mit einer Lupe betrachtet. Die auf dieſem Wege erzielte Vergrößerung wird durch das Product der Vergrößerung, welche die Lupe gewährt, mit jener des Luftbildes gemeſſen, weßwegen ſich durch Combination von Linſen mit größeren Brennweiten, welche auch größere Oeffnungen geſtatten, derſelbe Effect erzielen läßt, wie mit einer Linſe von ſehr kleiner Brennweite und Oeffnung. Hierauf beruht die Einrichtung des zuſammengeſetzten Mikroſkopes. Nach der ſo eben gemachten Andeutung wären zur Conſtruction dieſes Inſtrumentes bloß zwei Beſtandtheile erforderlich, ein Objectiv und ein Ocular, beide Sammellinſen, deren erſtere ein Bild des außerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenſtandes zu liefern hätte welches mittelſt der zweiten Linſe zu betrachten iſt. Zur Beſeitigung der chromatiſchen und ſphäriſchen Abweichung, welche der Reinheit der Bilder und der durch ſelbe bedingten Wahrnehmung feinerer Einzelnheiten des Gegenſtandes Eintrag thun, könnte jeder dieſer Beſtandtheile aus mehreren Stücken zuſammengeſetzt ſeyn. An den vorzüglichſten Inſtrumenten dieſer Art, wie ſie gegenwärtig verfertiget werden, iſt bloß das Objectiv aus mehreren achromatiſch und aplanatiſch verbundenen Stücken zuſammengeſetzt, und zwar in der Regel aus drei Doppellinſen, deren jede aus einer Kron- und einer Flintglaslinſe beſteht; als Ocular dient eine einfache Sammellinſe, jedoch befindet ſich zwiſchen dem Objecte und dem Ocular noch ein dritter Beſtandtheil, das Collectiv genannt, gleichfalls eine einfache Sammellinſe, welche die aus dem Objective tretenden convergirenden Strahlen, noch ehe ſie ein Bild geben, aufnimmt und zu einem kleineren Bilde vereiniget, das mittelſt des Oculars betrachtet wird. Man rechnet gewöhnlich das Collectiv zu dem Oculare, und nennt die Verbindung deſſelben mit der eigentlichen Ocularlinſe ein zuſammengeſetztes Ocular. Fig. 130 zeigt den Gang der von dem Gegenſtande AB ausgehenden Strahlen nach der Brechung in den drei Beſtandtheilen eines zuſammengeſetzten Mikroſkopes; nur wird in der Zeichnung der Einfachheit willen das Objectiv durch eine bloß ideale, ihm äquivalente Sammellinſe MN vorgeſtellt. PQ iſt das Collectiv, RS das Ocular; beide Linſen ſind plan convex und kehren ihre Wölbungen dem Gegenſtande zu. Die optiſchen Mittelpuncte E, H, L wie auch die Mittelpuncte der Krümmungen der Flächen ſämmtlicher Linſen müſſen, wenn das Inſtrument eines guten Effectes fähig ſeyn ſoll, in einer und derſelben Geraden liegen, welche die optiſche Axe des Inſtrumentes heißt; findet dieſe Bedingung ſtatt, ſo iſt daſſelbe richtig centrirt. Es ſey A der in der Axe und B ein ſeitwärts liegender Punct des Objectes Wäre das Objectiv allein vorhanden, ſo gäbe A, vorausgeſetzt daß die Di-

stanz des Gegenstandes von dem Objective die Brennweite desselben übertrifft, ein Bild in der Are in α und B eines in der Verlängerung des Hauptstrahles in β, und es fiele das Bild αβ des Gegenstandes A B um so weiter von dem Objective weg und würde daher um so größer, je näher der Gegenstand dem Brennpuncte steht. Die gegen α und β convergirenden Strahlenkegel fallen auf das Collectiv und werden durch die Brechung, welche sie darin erleiden, noch convergirender, es entsteht anstatt in α ein Bild von A in a, und anstatt in β ein Bild von B in dem Puncte b der für diese Brechung als die Richtung des Hauptstrahles anzusehenden Geraden Hβ. Gegen das Bild a b befindet sich die Linse R S in einer solchen Stellung, daß ein Auge hinter ihr ein vergrößertes Bild von a b in seiner Sehweite sieht, nämlich das Bild des Punctes a in der Richtung der Are und jenes von b in der Richtung der Verlängerung des Hauptstrahles L b. Die Vergrößerung des letzteren Bildes bezüglich des Objectes ist, wenn s die Sehweite des Auges bedeutet, offenbar dem Producte der drei Quotienten $\frac{Fα}{EA}$, $\frac{Ha}{Hα}$, $\frac{s}{La}$ gleich, und ließe sich aus den Brennweiten der Linsen und aus der Distanz des Gegenstandes von dem Objective nach den bereits bekannten Formeln leicht berechnen, mit deren Hilfe man auch umgekehrt die zu einer vorgeschriebenen Vergrößerung nöthige Anordnung der Bestandtheile des Mikroskopes finden kann.

Die Gerade E Q, welche den optischen Mittelpunct des Objectives mit dem Rande des Collectives verbindet, bestimmt die größte Elongation der mittelst des Instrumentes noch sichtbaren Puncte des Gegenstandes von der Are oder das Gesichtsfeld, und bei zweckmäßiger Anordnung des Ganzen muß das Ocular R S eine solche Größe haben, daß der aus der Brechung des Strahles E Q im Collective entspringende Strahl Q S von dem Oculare aufgenommen werden kann. Der Punct O, in welchem der durch Brechung von Q S im Oculare entstehende Strahl S O die Are schneidet, ist der angemessenste Platz für das Auge, welches dort die größte Menge von Strahlen empfangt und das ganze Gesichtsfeld übersieht.

Ein Hauptgrund der Anwendung des Collectives ist die Verminderung der Färbung am Rande des Gesichtsfeldes, welche des achromatischen Objectives ungeachtet sich ergeben würde, wenn das von dem Objective unmittelbar erzeugte Bild bloß mittelst einer einfachen Linse betrachtet werden sollte. Durch das Collectiv wird nämlich der Strahl Q S in seine farbigen Bestandtheile zerlegt; da aber dieselben das Ocular an verschiedenen Stellen treffen, und zwar die brechbareren Strahlen an solchen, welche der Are naher liegen, so werden diese durch die Brechung weniger abgelenkt als die übrigen, weil die Theile des Oculares, welche der Are naher liegen, wie ein Prisma mit kleinerem brechenden Winkel wirken; auf diese Weise gleicht sich die chromatische Abweichung wieder aus, und die Farben am Rande des Gesichtsfeldes werden unmerklich gemacht.

Die Bestandtheile des Mikroskopes werden in eine zur Abhaltung fremden Lichtes inwendig geschwärzte und mit Blendungen versehene

Röhre gefaßt, welche ſich an einem Stative befindet, das alle Bequemlichkeiten zur Befeſtigung, Handhabung, genauen Einſtellung und Beleuchtung der Objecte gewährt. Durch Umtauſchung der Beſtandſtücke des Objectives gegen andere und Anwendung verſchiedener Oculare erhält man eine hinreichende Abwechslung von Vergrößerungen, von den ſchwächſten, etwa von der 20maligen an bis zu den ſtärkſten, die ſelbſt bei kleineren Inſtrumenten auf 400-, bei den größeren aber bis 1200mal linear und darüber getrieben werden können. Zur Meſſung der Vergrößerungen, der abſoluten Größen der Gegenſtände, zum Nachzeichnen derſelben hat man beſondere Vorrichtungen.

6) Das holländiſche oder Galilei'ſche Fernrohr. Dieſes beſteht aus einer achromatiſchen Sammellinſe als Objectiv und einer einfachen Zerſtreuungslinſe als Ocular. Die von entfernten Gegenſtänden auf das Objectiv fallenden Strahlen, welche nach erfolgter Brechung zu einem Bilde convergiren, deſſen Ort in der Nähe des Brennpunctes des Objectives liegt, werden von dem Ocular, ehe noch dieſes Bild zu Stande kommt, aufgenommen, und es iſt die Entfernung des Oculares von dem Objective dergeſtalt regulirt, daß die Strahlen aus dem Oculare in ſolcher Divergenz austreten, als kämen ſie von einem in der Sehweite des Auges ſtehenden Gegenſtande her. Das Auge ſieht ſonach ein aufrechtes und vergrößertes Bild des Gegenſtandes. Fig. 131 zeigt den Gang der Strahlen in dieſem Inſtrumente; MN iſt das Objectiv, PQ das Ocular, $\alpha\beta$ das nicht zu Stande kommende Bild des entfernten Gegenſtandes AB; die Bilder der Puncte A, B werden in den Verlängerungen der Hauptſtrahlen αH, βH geſehen, und die Vergrößerung wird durch den Quotienten gemeſſen, welchen man erhält, wenn man den optiſchen Winkel $aHb = \alpha H\beta$, unter welchem das Auge den Gegenſtand mittelſt des Inſtrumentes wahrnimmt, durch den Winkel $AEB = \alpha E\beta$, unter welchem daſſelbe den Gegenſtand vom Standpuncte E aus ohne Fernrohr ſehen würde, dividirt. Wegen der Kleinheit der Winkel iſt ſehr nahe $\alpha H\beta = \frac{\alpha\beta}{H\alpha}$, $\alpha E\beta = \frac{\alpha\beta}{E\alpha}$, mithin $\frac{\alpha H\beta}{\alpha E\beta} = \frac{E\alpha}{H\alpha}$, d. h. die Vergrößerungszahl iſt ſehr nahe dem Quotienten der Brennweite des Objectives dividirt durch die Brennweite des Oculars gleich, und zwar um ſo genauer, je weiter der Gegenſtand von dem Fernrohre entfernt, und je weitſichtiger das Auge iſt. Von einem ſehr weit entfernten Gegenſtande kommen nämlich die Strahlen faſt parallel zum Objective, die Bildweite $H\alpha$ fällt alſo mit der Brennweite des Objectives zuſammen, und ein ſehr weitſichtiges Auge fordert zum deutlichen Sehen faſt parallel eintretende Strahlen, für ein ſolches muß alſo α zugleich der Brennpunct des Oculars ſeyn.

Das Galileiſche Fernrohr gewährt nur ein beſchränktes Geſichtsfeld, weil die von Puncten des Gegenſtandes außerhalb der Axe herrührenden Strahlen bei dem Austritte aus dem Oculare ſogleich ſeitwärts abweichen, mithin nur wenige derſelben in das [illegible]kommen,

selbst wenn dieses dem Oculare möglichst nahe gehalten wird. Doch hat dieses Fernrohr vor anderen den Vortheil einer geringeren Länge für sich. Die Theaterperspective, wie auch die sogenannten Feldstecher sind nach diesem Principe eingerichtet. An letzteren ist gewöhnlich eine drehbare Ocularscheibe angebracht, welche mehrere Ocularlinsen enthält und dieselben leicht zu wechseln gestattet, wodurch eben so viele verschiedene Vergrößerungen erzielt werden können.

7) Das astronomische Fernrohr. Dieses besteht aus einem achromatischen Objective und aus einem Oculare mit zwei zusammenwirkenden einfachen Sammellinsen. Diese sind entweder auf die bereits oben erklärte, bei zusammengesetzten Mikroskopen übliche Weise mit dem Objective zusammengestellt, so daß die von dem letzteren austretenden convergirenden Strahlenkegel, ehe sie noch ein Bild erzeugen, von einem Collective aufgefangen werden, welches sie noch convergirender macht und zu einem mit dem Ocularglase zu betrachtenden Bilde zusammenbringt, oder es befinden sich beide Ocularlinsen hinter dem unmittelbar von dem Objective herrührenden Bilde. Da dieses Fernrohr die Gegenstände in verkehrter Lage zeigt, so eignet es sich nicht zum terrestrischen Gebrauche, jedoch leistet es bei astronomischen Beobachtungen sehr gute Dienste, und stellt sich als ein unentbehrliches Hilfsmittel derselben dar. Ein mit einem Stative versehenes astronomisches Fernrohr heißt gewöhnlich ein Tubus; enthält das Instrument ein Objectiv von großen Dimensionen und weit gehender Leistung, so wird es durch die Benennung Refractor ausgezeichnet. Eine besondere Einrichtung des astronomischen Fernrohres ist die dialytische, bei welcher das Objectiv durch zwei getrennte Linsen vertreten wird, nämlich durch eine am Ende des Rohres befindliche Kronglaslinse, und durch eine davon entfernte kleinere Doppellinse aus Kron- und Flintglas. Die verschiedenen Vergrößerungen werden an den astronomischen Fernröhren durch den Wechsel der Oculare zu Stande gebracht.

8) Das Erdfernrohr entsteht aus dem astronomischen durch Hinzufügung zweier Sammellinsen zu dem Ocularapparate, wodurch das Bild umgekehrt, mithin ein aufrechtes Bild des Gegenstandes erhalten wird, wie es die Betrachtung terrestrischer Objecte erfordert. Sonach besteht ein Erdfernrohr aus einem achromatischen Objective und aus vier Ocularlinsen. Bei der gewöhnlichen Einrichtung der sogenannten Zugperspective befinden sich diese vier Oculargläser in der letzten dem Auge entsprechenden Auszugrohre. So lassen sich die vier Oculare auf mehrere verschiedene Arten anordnen; eine der am häufigsten vorkommenden stellt Fig. 132 vor, in welcher der Gang der Randstrahlen ersichtlich gemacht ist. Das Objectiv erzeugt ein umgekehrtes Bild $a'b'$ des Gegenstandes; die von diesem Bilde weiter fortgehenden Lichtstrahlen werden von dem ersten Ocular M aufgenommen, welches um seine Brennweite von $a'b'$ entfernt ist; durch die dann statt findende Brechung werden die Strahlen mit den entsprechenden Hauptstrahlen parallel und gelangen so zu dem zweiten Oculare N, wo-

ches ſie convergirend dem dritten Ocular P zuſendet, das als Collectiv wirkt und die Strahlen zu dem Bilde a b vereiniget, von dem ſie endlich durch die vierte Ocularlinſe Q zu dem Auge gelangen.

9) Das Newton'ſche Spiegelteleſkop enthält einen Hohlſpiegel, welcher die von entfernten Gegenſtänden kommenden Strahlen, vor ihrer Vereinigung zu einem Luftbilde einem gegen die Axe des Hohlſpiegels unter dem Winkel von 45° geneigten Planſpiegel zuſendet, der ſie ſeitwärts ablenkt; das ſolchergeſtalt entſtehende Bild wird durch eine gewöhnliche an der Seite des Rohres angebrachte Ocularvorrichtung betrachtet. Die Spiegelbilder ſind von der chromatiſchen Abweichung frei, weßwegen dieſes Teleſkop immerhin auch gegenwärtig noch Berückſichtigung verdient. Der verkehrten Bilder wegen eignet es ſich nicht zum terreſtriſchen Gebrauche.

10) Das Gregori'ſche Spiegelteleſkop beſteht aus einem in der Mitte durchbrochenen Hohlſpiegel, welcher die auf ihn fallenden Strahlen, nachdem ſie ein Bild erzeugt haben, auf einen kleineren Hohlſpiegel wirft, hinſichtlich deſſen dieſes Bild ſich wie ein Object verhält, wodurch ein zweites Bild entſteht, welches der Stellung des letztern Spiegels gemäß in die Oeffnung des erſteren fällt und daſelbſt mittelſt eines Ocularapparates betrachtet wird. Das von dem erſten Hohlſpiegel herrührende Bild iſt ein verkehrtes; durch den zweiten Spiegel erhält es in Folge nochmaliger Umkehrung die aufrechte Lage.

309. Das Auge und der Hergang des Sehens. Die Kenntniß der Geſetze der Brechung des Lichtes in durchſichtigen Medien mit gekrümmten Flächen verhilft uns zur Beurtheilung der Function unſeres Geſichtsorganes und des Herganges des Sehens. Der ganze Sehapparat iſt in dem Augapfel enthalten, einem kugelähnlichen an der vorderen Seite mehr convexen Körper, welcher gewiſſer Maßen einer Camera obſcura vergleichbar, die von den Puncten äußerer Gegenſtände durch die Augenöffnung eintretenden divergirenden Strahlenkegel mittelſt der Brechung in den durchſichtigen Subſtanzen, die ſeine Höhlung ausfüllen, unter welchen Subſtanzen ſich auch ein linſenartiger Körper befindet, in convergirende Strahlenkegel verwandelt, deren Spitzen auf die im Hintergrunde dieſer Höhlung ausgebreitete Nervenhaut fallen und daſelbſt eine das Sehen vermittelnde Empfindung hervorbringen. Es iſt hier der Ort nicht in eine umſtändliche Zergliederung des Auges einzugehen; wir bemerken daher bloß, daß die Höhlung des Augapfels von über einander liegenden Häuten umſchloſſen wird; die äußerſte derſelben von conſiſtenter Beſchaffenheit heißt die harte Haut; ſie iſt weiß, lederartig, undurchſichtig; in dieſelbe iſt an der vorderen Seite des Augapfels die durchſichtige Hornhaut eingefügt. Unter der harten Haut liegt die gefäßreiche, braune, inwendig mit einem ſchwarzen Pigmente bekleidete Aderhaut, die ſich nach vorne in einen faltigen Rand, Strahlenkörper genannt, endiget, ſo daß eine runde Oeffnung übrig bleibt, an welche die Regenbogenhaut paßt, eine runde Blendung mit einer concentriſchen Oeffnung [illegible]öff-

nung oder Pupille), die sich in schwachem Lichte erweitert, in starkem zusammenzieht. Hinter der Regenbogenhaut befindet sich die Krystalllinse, welche eine schichtenartige Structur hat und an der hinteren Fläche mehr gewölbt ist als an der vorderen. Diese Linse ist das wirksamste unter den im Auge vorfindigen, das Licht brechenden Körpern. Der Raum zwischen der Krystalllinse und der Hornhaut enthält die wässerige Feuchtigkeit und wird durch die Regenbogenhaut in die größere vordere und in die kleinere hintere Augenkammer getheilt. Der ganze Raum zwischen der Krystalllinse und dem Hintergrunde des Augapfels ist mit dem Glaskörper ausgefüllt, einer Substanz von zäher Structur; die Zellen enthalten die äußerst klare Glasfeuchtigkeit. Der Sehnerve tritt am hinteren Theile des Augapfels durch eine Oeffnung der harten Haut ein, und breitet sich an der inneren Wand des Augapfels in ein äußerst feines Nervengewebe aus, welches die Netzhaut heißt.

Der Hergang des Sehens kann kurz dadurch ausgedrückt werden, daß man sagt, es entstehen durch die Brechung, welche die von den Gegenständen in das Auge gelangenden Strahlen in den darin enthaltenen durchsichtigen Medien erfahren, die zusammen wie eine Sammellinse wirken, Bilder dieser Gegenstände, welche, wenn ein deutliches Sehen statt finden soll, auf die Netzhaut fallen müssen. Hiebei ist jedoch wohl zu beachten, daß das Sehen nicht auf dem Zustandekommen von Abbildungen äußerer Gegenstände im Grunde des Auges, sondern auf der Bestimmtheit des Eindruckes beruht, den die Netzhaut von den Strahlen erfährt, die von einem und demselben leuchtenden Puncte ausgegangen sind, was nur der Fall seyn kann, wenn diese Strahlen die Netzhaut wieder nur in einem Puncte treffen. Fällt die Spitze des gebrochenen Strahlenkegels nicht auf die Netzhaut, so wird dieselbe von den einem Puncte des Gegenstandes entsprechenden Strahlen in allen Puncten des Kreises getroffen, in welchem die Netzhaut und der genannte Strahlenkegel einander begegnen; die von benachbarten Puncten des Gegenstandes herrührenden Kreise decken sich also theilweise, d. h. ein Punct der Netzhaut wird gleichzeitig von vielen Puncten des Gegenstandes afficirt, was die Bestimmtheit der Empfindung gänzlich vereitelt.

Es thut nichts zur Sache, daß das Bild auf der Netzhaut wie jedes hinter einer Linse gemachte Bild bezüglich des Gegenstandes eine umgekehrte Lage hat, und die Frage, wie es komme, daß man diese umgekehrten Lage ungeachtet den Gegenstand doch aufrecht sieht, betrifft kein schwer losliches Paradoxon. Es kommt ja nur darauf an, daß die vom Lichte, welches den Puncten des Gegenstandes entspricht, getroffenen Puncte der Netzhaut dieselbe relative Lage gegen einander haben wie die Puncte des Gegenstandes selbst, und überdieß wird die Richtung, in welcher wir den Punct, von dem die Affection der Netzhaut herrührt, zu suchen haben, durch die Richtung gegeben, nach der diese Affection erfolgt.

310. **Geſetze des Sehens.** Aus dem Hergange des Sehens werden die Geſetze über das Sehen, welche die Erfahrung darlegt, nicht nur begreiflich, ſondern es laſſen ſich dieſelben daraus methodiſch ableiten. Die wichtigſten derſelben ſind folgende: 1) Zum Sehen iſt eine gewiſſe Intenſität des Lichtes nothwendig. So empfindlich auch der Sehnerve für das Licht iſt, ſo geht doch ſeine Empfänglichkeit für Eindrücke nicht in das Unbegrenzte, ſondern wenn der Eindruck zu ſchwach iſt, wird er gar nicht wahrgenommen. 2) Das Zuſtandekommen eines wahrnehmbaren Eindruckes auf das Auge bedarf einer um ſo kürzeren Zeit, je kräftiger er iſt. Schwache Lichteindrücke, wenn ſie nur kurze Zeit währen, verſchwinden gänzlich, aber es gibt auch Lichteindrücke, welche in einer ſo kurzen Zeit erzeugt werden, daß ihre Dauer nur durch die feinſten Mittel fenſibel gemacht werden kann. Eine Flintenkugel ſieht man in ihrem Fluge nicht, wohl aber nimmt man einen Funken aus dem Conductor einer Elektriſirmaſchine wahr, obgleich ſich mittelſt des Farbenkreiſels (303. Anm.) und noch beſtimmter mittelſt des rotirenden Spiegels (260) nachweiſen läßt, daß ſeine Dauer kürzer iſt als ein Milliontel einer Secunde. 3) Ein Lichteindruck hinterläßt eine Nachempfindung, welche eine gewiſſe Zeit fortwährt. Darum erſcheint der Weg eines ſchnell bewegten hellleuchtenden Körpers als leuchtende Linie, denn der von einem jeden Puncte der Bahn ausgegangene Eindruck dauert noch fort, während die von den folgenden Puncten der Bahn herkommenden ſich dazu geſellen. (Wheatſtone's Kaleidophon, der Thaumatrop, Stampfer's ſtroboſkopiſche Scheiben, Plateau's Phantasmaſkop u. dgl.) 4) Ein kräftiger, an einer Stelle der Netzhaut hervorgerufener Eindruck hat auch die Affection der zunächſt liegenden Nerventheilchen zur Folge. Helle ſchmale Streifen auf dunklem Grunde, lebhaft glühende, z. B. durch Elektricität glühend gemachte Drähte erſcheinen viel breiter oder dicker als ſie wirklich ſind. Dieſes Phänomen heißt die Irradiation. 5) Die geraden Linien, welche von den Puncten eines Gegenſtandes zu deren Bildern auf der Netzhaut gezogen gedacht werden, durchſchneiden einander ſämmtlich in einem und demſelben Puncte im Innern des Augapfels, welchen man den Kreuzungspunct nennt. Der Winkel je zweier ſolcher Geraden iſt der optiſche Winkel, unter welchem die zwiſchen den betreffenden Puncten enthaltene Dimenſion des Gegenſtandes erſcheint, und ihm entſpricht auch die correſpondirende Dimenſion des Bildes auf der Netzhaut. Da es natürlich iſt anzunehmen, daß die ſcheinbare Größe eines Gegenſtandes ſich nach der Größe ſeines Bildes auf der Netzhaut richtet, ſo ſieht man hieraus den Zuſammenhang der ſcheinbaren Größe mit dem optiſchen Winkel. 6) Gegenſtände, deren optiſcher Winkel unter eine gewiſſe von der Helligkeit abhängende Grenze herabſinkt, hören auf wahrnehmbar zu ſeyn, weil durch ſie zu wenig Nerventheile der Netzhaut afficirt werden. 7) Im Mechanismus des Auges liegt eine Veranſtaltung, welche das Sehen in ſehr verſchiedene Entfernungen möglich macht. Behielten nämlich alle brechenden Theile des Auges die Form, bei welcher [illegible] liches Sehen eines beſtimmten Objectes

ſtatt findet, ungeändert bei, ſo müßte, wenn die Diſtanz des Objectes vom Auge zunimmt, die Spitze des gebrochenen Strahlenkegels von der Netzhaut weg gegen die Kryſtalllinſe hin, dagegen wenn dieſe Diſtanz kleiner wird, hinter die Netzhaut rücken, in jedem der beiden Fälle alſo der Deutlichkeit des Sehens Eintrag geſchehen. Aber die Erfahrung lehrt, daß wir in ſehr verſchiedenen Diſtanzen deutlich ſehen können, mithin accommodirt ſich das Auge der Entfernung der Gegenſtände. In der That ſind wir nicht im Stande ſehr ſchnell hinter einander nahe und entfernte Objecte ſcharf ins Auge zu faſſen, ſondern es iſt zu dem Uebergange von dem einen Extrem zum andern eine kleine Zeit nöthig. Jedoch hat dieſes Vermögen des Auges, ſich der Entfernung der Objecte anzupaſſen, ſeine Grenzen, und bei ſehr großer Nähe der Gegenſtände fällt für jedes Auge der Vereinigungspunct der gebrochenen Strahlen hinter die Netzhaut. Die kleinſte Diſtanz, bei welcher dieſer Punct noch auf der Netzhaut liegt, beſtimmt die Sehweite des Auges. Bei weitſichtigen Augen vereinigen ſich Strahlen, die aus der normalen Sehweite kommen, ſchon hinter der Netzhaut, bei kurzſichtigen Augen dagegen vor der Netzhaut, weil erſtere eine Entfernung, letztere eine Annäherung der Objecte fordern, um deutlich zu ſehen, d. h. den Vereinigungspunct der gebrochenen Strahlen auf die Netzhaut zu bringen. Fehlt dem Auge die Kryſtalllinſe, ſo fallen die Bilder, auch der entfernteſten Gegenſtände, hinter die Netzhaut, und das deutliche Sehen wird nur bei Anwendung einer ſtark convexen Brille möglich (Staarbrille). 8) Im Auge iſt die aus der Geſtalt der brechenden Medien hervorgehende Abweichung der gebrochenen Strahlen ſehr vollkommen gehoben; die chromatiſche Abweichung iſt in den gewöhnlichen Fällen zwar ſo unmerklich, daß man ſogar daraus zuerſt auf die Möglichkeit achromatiſcher Combinationen brechender Subſtanzen geſchloſſen hat, allein ſie iſt doch vorhanden und kann mit Beſtimmtheit nachgewieſen werden. Betrachtet man nämlich einen feinen Faden mittelſt einer Converlinſe, und hat derſelbe eine ſolche Stellung gegen die Linſe, daß er, wenn er bloß mit rothem Lichte beleuchtet wird, vollkommen ſcharf erſcheint, ſo verſchwindet er, wenn bloß blaues Licht auf ihn fällt, und wird erſt ſichtbar, wenn man ſeine Diſtanz von der Linſe verringert. 9) Durch den Eindruck farbigen Lichtes wird die Empfindlichkeit der Netzhaut für jede andere Farbe relativ erhöht. Betrachtet man z. B. einen lebhaft rothen Gegenſtand einige Zeit und wendet ſodann den Blick auf eine weiße Fläche, ſo wird der Eindruck, den die im weißen Lichte enthaltenen rothen Strahlen auf das Auge machen, von jenem der übrigen farbigen Beſtandtheile des weißen Lichtes übertroffen; es entſteht daher die Empfindung der Miſchungsfarbe der letzteren Strahlen, d. h. die complementäre der erſteren, das Auge ſieht ſonach die weiße Fläche grün gefärbt. Man nennt auf dieſe Weiſe entſtehende Farben ſubjective. 10) Hieher gehören auch die gefärbten Schatten. Wird nämlich ein undurchſichtiger Gegenſtand gleichzeitig von farbigem und weißem Lichte beleuchtet, ſo erſcheint der Schatten, welcher dem letzteren Lichte entſpricht, mit der Farbe des erſteren.

der dem farbigen Lichte gegenüber liegende Schatten aber mit der complementären Farbe. Dieſe Erſcheinung erklärt ſich daraus, daß in den dem farbigen Lichte entſprechenden Schatten bloß weißes Licht kommen kann, jedoch der Eindruck, den der Beſtandtheil deſſelben, welcher mit dem über den übrigen Raum verbreiteten Lichte gleichartig iſt, auf die Netzhaut zu bewirken vermag, gegen den von den übrigen Beſtandtheilen herrührenden Eindruck gänzlich in den Hintergrund tritt. 11) Bei dem gleichzeitigen Gebrauche beider Augen entſtehen auf der Netzhaut eines jeden Bilder der Gegenſtände; dem ungeachtet ſehen wir die Gegenſtände bei dem normalen Verhalten der Augen nur einfach, weil wir ſtets die optiſchen Axen beider Augen ſo richten, daß ihre Verlängerungen in dem Puncte, den wir eben fixiren, zuſammentreffen, wodurch die Bilder der benachbarten Puncte in jedem Auge auf ähnlich liegende, oder wie man zu ſagen pflegt, correſpondirende Stellen der Netzhaut fallen: mit einem ſolchen Eindrucke verbinden wir, durch ſtete Vergleichung der Ergebniſſe des Taſtſinnes und anderer Erfahrungen mit jenen des Geſichtes hiezu angeleitet, die Vorſtellung der Einheit des Gegenſtandes. Sobald aber die Bilder eines Gegenſtandes nicht in beiden Augen auf correſpondirenden Stellen der Netzhaut ihren Platz erhalten, wie dieß bei dem abſichtlichen Schielen und bei Gegenſtänden der Fall iſt, deren Diſtanz ſehr bedeutend von jener der Ebene abweicht, die auf der Mittellinie beider Augenaxen in deren Durchſchnittspuncte ſenkrecht ſteht, ſo ſehen wir wirklich doppelt. 12) Wir haben ſeit der Entwickelung unſeres Bewußtſeyns von der erſten Kindheit angefangen gleichſam ſehen gelernt, d. h. uns unvermerkt die Fertigkeit erworben, auf die Ueberlieferungen des Geſichtsorganes ſogleich ein Urtheil über die Beſchaffenheit des Geſehenen zu gründen, welches ſich nunmehr mit dem bloßen Auffaſſen des wirklich Thatſächlichen im Acte des Sehens dergeſtalt vermengt, daß wir in vielen Fällen nicht im Stande ſind, das eine von dem andern zu ſondern. Hieraus erhellet, was es mit dem unmittelbaren Sehen der Diſtanzen der Gegenſtände von uns, ihrer Größe, Beſchaffenheit der Oberfläche, Bewegung ꝛc. für eine Bewandtniß habe, welches Sehen vielmehr in einem Schließen auf dieſe Qualitäten beſteht, wozu uns der optiſche Winkel, der Grad der Helligkeit, die Stellung beider Augenaxen bei dem Sehen, und Beziehungen der geſehenen Dinge zu einander die Daten liefern. Wenden wir ein gewohntes Urtheil auf einen Fall an, auf den die Prämiſſen deſſelben nicht paſſen, ſo irren wir in Betreff der Beſchaffenheit der Gegenſtände, wir unterliegen einer ſogenannten optiſchen Täuſchung.

Weil die Intenſität des Lichtes, welches uns ein Gegenſtand zuſendet, wegen der Schwächung, die es bei dem Durchgange durch die Luft erleidet, um ſo geringer ausfällt, je entfernter der Gegenſtand von uns ſteht, ſo ſchließen wir umgekehrt, daß ein ſchwach beleuchteter Gegenſtand weit entfernt ſey. Halten wir einen Gegenſtand für weit entfernt, ſo erſcheint er uns groß, wenn wir ihn der vermeintlichen Diſtanz ungeachtet unter einem be[illegible] optiſchen Winkel ſehen, und umgekehrt. Liegen zwiſchen d[illegible] einem Gegenſtande viele

andere Objecte, so halten wir ersteren für weiter entfernt, als wenn wir keine solchen Objecte wahrnehmen. So kommt es, daß wir den aufgehenden Mond, die Sternbilder in der Nähe des Horizontes größer sehen, als in der Höhe, daß uns eine lange Allee, ein langer Gang ꝛc. in der Entfernung enger zu werden, der Fußboden sich zu erheben, die Decke zu senken scheint, daß uns die Gegenstände von einem Thurme gesehen sämmtlich so klein vorkommen u. dgl. m. Bei der Beurtheilung der Entfernung naher Gegenstände leistet uns das Gefühl der Convergenz beider Augenaxen, wenn wir uns auch dessen nicht klar bewußt werden, bei der Beurtheilung der Convexität oder Concavität der Körperflachen die Lage der Schatten, die Form der Bilder auf der Netzhaut jedes Auges gute Dienste. (Wheatstone's Stereoskop.)

311. **Geschwindigkeit des Lichtes.** Das Licht bedarf einer Zeit, um von einem Orte zu einem anderen zu gelangen, es wird aber diese Zeit wegen der ungeheuren Geschwindigkeit des Lichtes nur dann merklich, wenn dasselbe sehr große Strecken durchlauft. Die uns auf der Erde zu Gebote stehenden Distanzen reichen dazu nicht hin, aber die Untersuchung der Ungleichheiten in der Aufeinanderfolge der Verfinsterungen, welche die den Jupiter umkreisenden Monde bei dem Eintritte in den Schatten dieses Planeten erleiden, führt zur Erkenntniß der successiven Fortpflanzung des Lichtes. Diese Verfinsterungen bieten nämlich ein eben so bequemes als sicheres Mittel zur Bestimmung der synodischen Umlaufszeiten der genannten Monde bezüglich ihres Hauptplaneten dar; man erhält die mittleren Werthe derselben, wenn man das Zeitintervall zwischen zwei weit von einander entfernten gleichartigen Momenten der Verfinsterung jedes Mondes (Eintritt, Mitte, Austritt) durch die Anzahl seiner während dieser Zeit vollbrachten synodischen Umlaufe dividirt. Vergleicht man nun die Zeitpuncte, welche den von einer bei der Opposition des Jupiters mit der Sonne stattfindenden Verfinsterung eines Mondes an gezählten Vielfachen seiner mittleren synodischen Umlaufszeit entsprechen, mit den Zeitpuncten der correspondirenden Verfinsterungen, wie selbe sich in der wirklichen Beobachtung kund geben, so zeigt sich eine Verspätung letzterer gegen erstere, welche bis zur Conjunction des Jupiters mit der Sonne zunimmt, wobei sie den Betrag von 16 Minuten erreicht; während des Ganges von der Conjunction bis zur Opposition wird die Verspätung wieder geringer, und zur Zeit der Opposition selbst fallen beide Zeitpuncte zusammen. Bestimmt man die synodische Umlaufszeit unmittelbar aus der zwischen zwei nächsten Verfinsterungen beobachteten Zeit, so zeigt sich von der Opposition des Jupiters bis zur Quadratur eine Zunahme dieser Umlaufszeit, von der Quadratur bis zur Conjunction dagegen eine Abnahme derselben, so daß sie bei der letztgenannten Stellung ihre ursprüngliche Größe wieder hat; ein gleiches Verhalten findet während des Ganges von der Conjunction bis zur Quadratur und von dieser zur Opposition statt. Allerdings muß die Reihenfolge der synodischen Umläufe der Jupitersmonde wegen der nicht genau kreisförmigen Gestalt ihrer Bahnen, wegen der wechselseitigen Störungen, die sie auf einander selbst ausüben u. dgl., gewissen Aenderungen unterliegen: al-

daraus laſſen ſich die vorbeſchriebenen Variationen nicht erklären, ſchon aus dem Grunde nicht, weil ſie lediglich von der Stellung des Jupiters gegen die Erde abhängen, und für alle vier Monde dieſelben ſind. Hingegen erhalten vorgedachte Variationen ihre befriedigendſte Nachweiſung, wenn man darauf achtet, daß die Entfernung des Jupiters von der Erde bei deſſen Uebergange von der Oppoſition mit der Sonne zur Conjunction fortwährend zunimmt, und in letzterer Stellung um den Durchmeſſer der Erdbahn größer iſt als in erſterer, mithin das Licht immer mehr Zeit braucht um von den Jupitersmonden zur Erde zu gelangen. Die Aenderungen der Diſtanz des Jupiters von der Erde ſind in der Oppoſition und Conjunction, wo die Richtung der Bewegung der Erde gegen die Verbindungslinie derſelben mit dem Jupiter ſenkrecht iſt, am geringſten, in den Quadraturen dagegen, wo die Richtung der Bewegung der Erde mit genannter Verbindungslinie übereinſtimmt, am größten, in eben dem Maße werden daher auch die Phänomene der Trabanten ſpäter oder früher wahrgenommen, je nachdem ſich die Erde von dem Jupiter entfernt, oder ſich nähert. Aus einer großen Anzahl von Beobachtungen hat ſich ergeben, daß das Licht den Halbmeſſer der Erdbahn, nämlich die Diſtanz der Sonne von der Erde, d. i. 23984 Erdhalbmeſſer in 8 Minuten 13 Secunden durchlauft, mithin in einer Secunde 48,6 Erdhalbmeſſer; rechnet man den Erdhalbmeſſer zu 858 geographiſchen Meilen, ſo ergibt ſich der Weg, den das Licht binnen 1 Sec. zurücklegt, = 41700 Meilen.

Die Entfernungen der vier Monde des Jupiters von ſeinem Mittelpuncte betragen nahe 6, 10, 15, 27 Halbmeſſer ſeines Aequators und deren Umlaufszeiten 1 Tag 18 Stunden, 3 T. 13 St., 7 T 4 St., 16 T. 17 St. Die drei dem Jupiter nächſten Monde treten bei jeder Oppoſition gegen die Sonne in den Schatten dieſes Planeten; bei den zwei entfernteſten (dem dritten und vierten) nimmt man öfter, bei dem zweiten ſehr ſelten den Eintritt und den Austritt aus dem Schatten an derſelben Seite des Hauptplaneten wahr.

312. Aberration des Lichtes. Die ſucceſſive Fortpflanzung des Lichtes hat eine ſcheinbare Ortsveränderung der Geſtirne zur Folge, deren Grund darin liegt, daß wir die Himmelskörper von einem in Bewegung befindlichen Standpuncte betrachten, mithin die Richtung des Eindruckes des Lichtes auf unſer Auge auch von der Bewegung des letzteren abhängt. Scharfe Beobachtungen der Poſitionen der Fixſterne, welche man in kleinen Intervallen über einen längeren Zeitraum ausdehnte, um zu erfahren, ob dieſe Himmelskörper keine Bewegungen zeigen, haben das merkwürdige Factum an den Tag gelegt, daß ſämmtliche Fixſterne jährlich eine Ellipſe durchlaufen, deren größere Axe der Ekliptik parallel liegt und für alle einerlei Größe hat; ihre Länge entſpricht einem Bogen von $40^{1}/_{2}$ Secunden; die kleinere Axe aber richtet ſich nach dem Abſtande der Sterne von der Ekliptik, d. i. nach der Breite, und verhält ſich zur größeren wie der Sinus der Breite zur Einheit. Daß dieß bloß eine ſcheinbare Bewegung iſt, und daß ſie aus der Zuſammenſetzung der Geſchwindigkeiten des Lichtes und der Erde in ihrer Bahn hervorgeht, läßt ſich auf folg[illegible]echtfertigen: Es ſey

S (Fig. 133) ein Fixſtern, A in einem beſtimmten Augenblicke der Ort des Beobachters, in deſſen Auge Licht, welches von S ausgegangen iſt, eindringt. Dieſes Licht kommt da mit der ihm eigenthümlichen Geſchwindigkeit, alſo mit dem Beſtreben an, in einer gewiſſen Zeit τ den Weg A B nach der Verlängerung von S A zurückzulegen. Da der Beobachter nicht in Ruhe iſt, ſondern der progreſſiven Bewegung der Erde gemäß eine Geſchwindigkeit beſitzt, vermöge welcher er während derſelben Zeit τ den Weg A C beſchreibt, ſo wirkt das Licht auf deſſen Auge gerade ſo ein, als ob es nebſt ſeiner eigenen Geſchwindigkeit auch noch die des Beobachters, aber in entgegengeſetzter Richtung, mithin das Beſtreben hätte, während der Zeit τ den Weg A D = A C zu durchlaufen, der Beobachter dagegen in Ruhe wäre. Verzeichnet man das Parallelogramm A D E B, ſo gibt deſſen Diagonale A E die Richtung an, welche der Beobachter im Puncte A dem in ſein Auge eindringenden von S herſtammenden Lichte zuſchreibt. Der Beobachter ſieht alſo den Stern in der Verlängerung von E A in S'. Man kann hier den Ort S' des Sternes ſo annehmen, daß S S' mit D A C parallel iſt; und da die Dimenſionen der Erdbahn gegen die unermeßlichen Diſtanzen der Fixſterne völlig verſchwinden, ſo ſind ſämmtliche gerade Linien wie A S, welche von dem Auge des Beobachters bei den verſchiedenen Stellungen der Erde in ihrer Bahn zu dem Sterne S gehen, als parallel zu betrachten; endlich kann man für die gegenwärtige Unterſuchung von der Aenderung der Geſchwindigkeit der Bewegung der Erde oder von der Ellipticität der Erdbahn abſtrahiren, mithin A D und daher auch S S' als conſtant betrachten. Der Aſpect, den der Stern S dem Beobachter während eines Umlaufes der Erde darbietet, iſt demnach derſelbe als ob der Stern während dieſer Zeit einen der Erdbahn parallelen Kreis beſchriebe, welcher den wahren Ort S deſſelben zum Mittelpuncte und S S' zum Halbmeſſer hat. Die Bahn des Sternes, wie ſie am Himmelsgewölbe erſcheint, iſt die Projection dieſes Kreiſes auf die Himmelsſphäre, d. h. der Durchſchnitt der Kegelfläche, welche genannter Kreis zur Baſis und A, in welchen Punct wir die ganze Erdbahn zuſammenziehen dürfen, zum Scheitel hat, mit der Himmelskugel. Dieſer Kreis ſtellt ſich ſonach an der Himmelsſphäre als eine Ellipſe dar, deren große Axe ſeinem Durchmeſſer entſpricht, deren kleinere Axe aber gegen erſtere in dem Verhältniſſe des Sinus des Neigungswinkels, unter welchem die Gerade S A die Ebene der Erdbahn trifft, d. h. in dem Verhältniſſe des Sinus der Breite des Sternes zur Einheit verkürzt iſt. Der Winkel, unter welchem der Halbmeſſer des Kreiſes oder die halbe große Axe der Ellipſe geſehen wird, ſtimmt, wenn die Richtung A C der Bewegung der Erde gegen A S ſenkrecht ſteht (Fig. 134), mit dem Winkel S A S' oder A E D überein; die Tangente deſſelben wird alſo durch den Quotienten $\frac{A D}{D E} = \frac{A C}{A B}$ ausgedrückt. Da A C gegen A B ſehr klein iſt, ſo kann man A C wie einen aus B mit dem Halbmeſſer B A beſchriebenen Bogen behandeln, mithin das Maß dieſes Bogens für jenes des Winkels S A S' gelten laſſen. Nun

man AB dem Halbmeſſer der Erdbahn gleich, in welchem Falle die Zeit $\tau = 8$ Min. 13 Sec. $= 493$ Sec. wird, ſo iſt AC der während derſelben Zeit von der Erde in ihrer Bahn zurückgelegte Bogen; da nun die Erde ein Jahr oder 365,24225 Tage braucht, um 360 Grade zu durchlaufen, ſo beſchreibt ſie während $365{,}24225 \times 24$ Zeitſecunden 360 Bogenſecunden; bezeichnen wir alſo das Bogenmaß von AC in Secunden ausgedrückt mit α, ſo beſteht die Proportion $\alpha : 360 = 493 : 365{,}24225 \times 24$ oder $\alpha : 15 = 493 : 365{,}24225$, woraus $\alpha = 7395 : 365{,}24225 = 20{,}25$ Sec. folgt. Die größere Are der Ellipſen, welche die Fixſterne am Himmelsgewölbe zu beſchreiben ſcheinen, beträgt alſo 40,5 Secunden. Die in der Ekliptik ſtehenden Sterne zeigen, weil ihre Breite, mithin auch die kleinere Are vorgedachter Ellipſe Null iſt, bloß eine hin und her gehende geradlinige Bewegung längs der Ekliptik: je weiter die Sterne von der Ekliptik abſtehen, deſto breiter werden ihre Ellipſen, für einen im Pole der Ekliptik ſtehenden Stern geht die Ellipſe in einen Kreis über. Das hier betrachtete Phänomen, welches man die Aberration des Lichtes nennt, liefert zugleich einen Beweis für die Wirklichkeit der Bewegung der Erde um die Sonne. Der Einfluß der Axendrehung der Erde auf die ſcheinbaren Orte der Geſtirne iſt unmerklich.

313. **Theoretiſche Anſicht des Lichtes.** Die Phänomene, welche die ſucceſſive Fortpflanzung des Lichtes darthun, beweiſen zugleich, daß die Wirkung deſſelben keine bloße Aeußerung einer fernwirkenden Kraft, ſondern daß ſie mit Bewegung verknüpft iſt. Sämmtliche Erſcheinungen, welche das Licht darbietet, erklären ſich auf das Genügendſte, wenn man annimmt, daß das Licht, dem Schalle ähnlich, auf der Fortpflanzung von Impulſen beruhe, welche die leuchtenden Körper gegen ein eigenthümliches ſubtiles, alle Räume erfüllendes Medium ausüben. Dieſes Medium hat den Namen Aether erhalten; die Theorie, welche die Erſcheinungen des Lichtes aus der ſchwingenden Bewegung des Aethers ableitet, heißt die Undulationstheorie. Die Exiſtenz des Aethers iſt ein Poſtulat dieſer Theorie, welches bloß in der Evidenz der Erklärungen und in deren Harmonie mit den Ergebniſſen der Erfahrung ſeine Rechtfertigung findet. Ein Lichtſtrahl iſt im Sinne der Undulationstheorie eine Gerade, nach welcher die Fortpflanzung der Lichtſchwingungen erfolgt. Die Intenſität des Lichtes hängt von der Amplitude dieſer Schwingungen ab, weil dieſe die Stärke der Stöße bedingt, welche die Netzhaut des Auges empfängt, wenn die Schwingungen bis zu dem an ſie grenzenden Aether fortgepflanzt werden. Die Farbe richtet ſich nach der Dauer einer Schwingung, oder was dasſelbe heißt, nach der Anzahl der Schwingungen, welche während einer feſtgeſetzten Zeit vor ſich gehen. Den Aether kann man ſich nur als einen Stoff denken, der aus getrennten Partikeln von höchſter Feinheit beſteht, welche mit einander ſelbſt und mit den Theilchen der Körper, in deren Zwiſchenräumen ſie gelagert ſind, durch Molecularkräfte in Wechſelwirkung ſtehen. Im freien Aether ſind ſeine Partikel nach allen gen gleichmäßig

angeordnet, im Innern der Körper aber nimmt deren Gruppirung das Gepräge der Stellungsweiſe der Körpertheilchen an, die der Aether atmoſphärenartig umgibt. Undurchſichtige Körper hemmen, durchſichtige Körper geſtatten die Fortpflanzung der Aethervibrationen. Die Folge wird lehren, daß dieſe Vibrationen in Ebenen, welche auf der Richtung ihrer Fortpflanzung ſenkrecht ſtehen, alſo transverſal vor ſich gehen; vor der Hand achten wir jedoch auf dieſen Umſtand nicht, weil die zunächſt zu beſprechenden Erſcheinungen eben ſo gut longitudinale als transverſale Schwingungen zulaſſen, wofern nur dieſelben auf einerlei Weiſe vor ſich gehen.

314. **Interferenz des Lichtes.** Wenn zwei völlig gleichartige, von derſelben Gegend herkommende Lichtſtrahlen entweder in einerlei Gerade fallen, oder ſich unter einem ſehr kleinen Winkel durchkreuzen, ſo wirken ſie im erſten Falle ihrer ganzen Länge nach, im zweiten bloß an der Durchkreuzungsſtelle auf einander ein, verſtärken oder ſchwächen ſich, je nachdem die auf dieſelben Puncte des Aethers übertragenen Schwingungsphaſen übereinſtimmen, oder einander entgegengeſetzt ſind. Kommen gleiche und entgegengeſetzte Phaſen zuſammen, ſo heben ſie ſich auf, es findet ſonach keine ſchwingende Bewegung des Aethers und daher auch kein Licht ſtatt. Es kann alſo Licht zu Licht hinzugefügt, Dunkelheit erzeugen. Dieſes merkwürdige Reſultat, die ſogenannte Interferenz des Lichtes, welches nicht bloß eine einfache Folge der Undulationstheorie iſt, ſondern ſogar mittelſt deren Hilfe entdeckt wurde, wird am ſicherſten durch den Fresnel'ſchen Spiegelverſuch bewieſen. Man läßt, um denſelben anzuſtellen, einen mittelſt des Helioſtates durch eine ſchmale Spalte am Fenſterladen in ein verfinſtertes Zimmer geleiteten Bündel Sonnenſtrahlen auf zwei ebene Spiegel fallen, welche unter einem ſehr ſtumpfen Winkel gegen einander geneigt und ſo aufgeſtellt ſind, daß die Durchſchnittslinie ihrer Ebenen mit der das Licht gebenden Spalte parallel iſt. Die Lichtſtrahlen werden von den Spiegeln dergeſtalt reflectirt, als ob ſie von zwei in Betreff der Lichtausſendung vollkommen identiſchen leuchtenden Linien, nämlich von den durch die Spiegel erzeugten Bildern der Spaltöffnung herkämen, und durchkreuzen einander. Fängt man die reflectirten Strahlenbündel an der Durchkreuzungsſtelle mit einem weißen Schirme auf, ſo zeigt ſich auf demſelben bei Anwendung von weißem Lichte ein Syſtem gleichweit abſtehender farbiger gerader Streifen, welche der Durchſchnittslinie der Spiegel parallel laufen; bei Anwendung von homogenem Lichte aber bloß ein Syſtem heller, durch dunkle Linien getrennter Streifen, welche aber bei weitem zahlreicher ſind, als im vorhergehenden Falle. Das homogene Licht verſchafft man ſich leicht entweder durch Zerlegung des weißen Lichtes, ehe es durch die Spalte geht, mittelſt eines Prisma's, oder auch indem man das Phänomen bloß durch ein farbiges Glas oder durch eine gefarbte Flüſſigkeit betrachtet, von ſolcher Beſchaffenheit, daß nur homogenes Licht hindurch gelaſſen wird. Man bedarf zur Feſthaltung der Erſcheinung nicht einmal eines Schirmes; es genügt gegen die Durchkreuzungsſtelle der Strahlen mit einer

Lupe hinzuſehen, wodurch man zugleich den Vortheil erhält, die Erſcheinung vergrößert wahrzunehmen. Wechſelt man bei ungeänderter Stellung der Spiegel und der Lupe die Farbe des Lichtes, ſo findet man, daß die von rothem Lichte erzeugten Streifen faſt noch einmal ſo breit ſind, als die von violettem Lichte herrührenden, und wenn man die Farbe von Roth durch die Zwiſchenſtufen des Spectrums bis zu Violet fortſchreiten läßt, allmälig ſchmäler werden. Man überzeugt ſich auf dieſem Wege, daß die vom weißen Lichte erzeugten Farbenſtreifen lediglich das Ergebniß der Uebereinanderlagerung der gleichzeitig beſtehenden Erſcheinungen ſind, welche den einzelnen im weißen Lichte vorhandenen Farbengattungen für ſich genommen entſprechen. Darum ſieht man in weißem Lichte auch viel weniger Streifen als in homogenem, weil in größerem Abſtande von der Mitte des Phänomens wegen der ungleichen Breite der den einzelnen Farben zugehörenden Streifen bald ſolche von allen Farben über einander fallen, wodurch wieder weißes Licht entſteht; auch ſind im weißen Lichte bloß in der Mitte zwei dunkle Linien vorhanden, während in homogenem zahlreiche intenſiv ſchwarze Linien erſcheinen.

Es iſt ſonach bloß nöthig, das Phänomen, wie es ſich in homogenem Lichte darſtellt, zu unterſuchen. Es ſeyen DE, DF (Fig. 135) die beiden Spiegel, L die leuchtende Spalte, A, B deren Bilder, YZ der die reflectirten Strahlen auffangende Schirm oder das Geſichtsfeld der Lupe. Die Zeichnung bezieht ſich bloß auf den Gang der Strahlen in einer einzelnen gegen die Durchſchnittslinie der Spiegel ſenkrechten Ebene; was in dieſer geſchieht, geht auch in allen anderen Ebenen vor ſich. In dem Puncte M, in welchem die Ebene YZ von der Geraden CDM getroffen wird, die von dem Halbirungspuncte C der AB durch die Durchſchnittslinie der Spiegel geht, treffen Strahlen LCM = AM und LHM = BM zuſammen, in welchen das Licht von L an gerechnet gleichlange Wege zurückgelegt hat; in jedem anderen Puncte N des Geſichtsfeldes kommen Strahlen zuſammen, deren Wege LJN = AN, LKN = BN ungleich lang ſind, der Unterſchied derſelben iſt BN — AN oder BQ. Die durch den Aether fortgepflanzten Schwingungsphaſen des Punctes L, welche in M zuſammentreffen, ſind daher in demſelben Augenblicke von L ausgegangen und ſtimmen alſo genau mit einander überein, weßwegen in M Verſtärkung des Lichtes ſtatt findet; von den Schwingungsphaſen aber, welche in einem dießſeits oder jenſeits der CM ſeitwärts liegenden Puncte N zuſammentreffen, iſt jene, welche den längeren Weg zu durchlaufen hatte, früher von L ausgegangen als die andere, folglich ihr um ein Zeitintervall t voraus, welches man erhält, wenn man die Wegdifferenz BQ = δ durch die Geſchwindigkeit der Lichtfortpflanzung V dividirt, d. h. es iſt $t = \frac{\delta}{V}$ oder $\delta = Vt$. Nennen wir T die Schwingungsdauer und L die Wellenlänge des Lichtes, ſo iſt $L = VT$, mithin

$$\delta : L = t : T.$$

Beträgt δ genau eine Wellenlänge, oder 2, 3 ꝛc. ganze Wellenlängen,

so ist t ein Vielfaches der Schwingungsdauer; die in N zusammenkommenden Schwingungsphasen sind identisch und addiren sich: in diesem Falle ist wieder in N verstärktes Licht wahrzunehmen. Ist aber die Wegdifferenz δ genau der Hälfte der Wellenlänge des Lichtes gleich, so sind die in N zusammenkommenden Phasen um eine halbe Undulationsdauer verschieden, einander also gerade entgegengesetzt und heben einander auf; in N findet daher in diesem Falle Dunkelheit statt. Dasselbe ist der Fall, wenn δ einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge gleich ist. Steht δ zur Wellenlänge L in einem andern Verhältnisse, so ergibt sich bloß eine partielle Verstärkung oder Schwächung des Lichtes. Der Abstand des Punctes N von der Mitte M des Gesichtsfeldes wird durch den Winkel $MCN = \psi$ bestimmt, welcher, weil bei derlei Versuchen die Distanz der Bilder $AB = a$ sehr klein ist, also AQ für eine auf CN senkrechte gerade Linie genommen werden darf, dem Winkel BAQ gleichkommt. Hier ist also

$BQ : BA = \sin\psi : 1$ oder $\delta : a = \sin\psi : 1$, mithin $\sin\psi = \frac{\delta}{a}$

oder, weil auch ψ im Bereiche des Phänomens sehr klein ist, $\psi = \frac{\delta}{a}$.

Setzt man $\delta = n \cdot \frac{1}{2} L$, wobei n eine ungerade ganze Zahl bedeutet, so findet man die Stellen des Gesichtsfeldes, in welchen Dunkelheit herrscht, also eine schwarze Linie zu sehen ist; läßt man aber n eine gerade Zahl bedeuten, so findet man die Orte der größten Lichtintensität. Die Größe von a richtet sich nach der Distanz des Punctes L von D und nach dem Neigungswinkel EDF der Spiegel. Obgleich eine scharfe Messung dieser Größen schwierig ist, so läßt sich doch mittelst der Gleichung

$$\psi = \frac{\delta}{a} = \frac{nL}{2a}, \text{ welche } L = \frac{2a\psi}{n}$$

gibt, die außerordentliche Kleinheit der Wellenlänge des Lichtes beurtheilen. Tauglichere Mittel dazu werden im Folgenden gegeben. Nach den Ergebnissen der oben beschriebenen Erscheinung haben also die rothen Strahlen die längste, die violetten Strahlen die kürzeste Wellenlänge und Schwingungsdauer.

Will man das Interferenzphänomen bloß in zusammengesetztem Lichte sehen, so läßt sich der Spiegelversuch auch mittelst Kerzen- oder Lampenlichtes anstellen, das man durch eine enge Spalte gehen und auf die gehörig vorgerichteten Spiegel fallen läßt. Man betrachtet die Erscheinung mit einer Lupe. Es ist leicht zu zeigen, daß der vortheilhafteste Platz für das Auge, bezüglich der Größe des Gesichtsfeldes, in die Gegend des Brennpunctes der Lupe fällt. Je stumpfer der Winkel der Spiegel ist, und je weiter man sich von denselben entfernt, desto breiter werden die Intervalle zwischen den Interferenzlinien. Man kann statt der Spiegel auch ein dreiseitiges Prisma mit einem sehr stumpfen Flächenwinkel anwenden, welches zwei Bilder einer Lichtquelle zeigt, und die denselben entsprechenden gebrochenen Strahlenbündel zur Interferenz bringt.

315. Beugung des Lichtes durch eine enge Spalte. Es sei AB (Fig. 136) die Breite einer engen Spalte in einem Schirme, auf welchen von einer entfernten der Längenrichtung dieser Spalte pa-

rallelen leuchtenden Linie ſenkrecht gegen die Spaltung homogene Lichtſtrahlen fallen. Dieſe leuchtende Linie erhält man mittelſt eines zweiten mit einer engen Spalte verſehenen Schirmes, durch welche man die von einer Lichtquelle herkommenden Strahlen gehen läßt. Die zur Oeffnung AB gelangenden Lichtſtrahlen ſind die Fortpflanzungsrichtungen der Schwingungen, welche zuſammen eine Aetherwelle darſtellen. Jede Fläche, welche die gleichzeitig in übereinſtimmenden Schwingungsphaſen befindlichen Puncte der Welle mit einander verbindet, iſt eine Wellenfläche: wir können das an der Spalte AB ankommende Stückchen derſelben wegen der großen Entfernung der Lichtquelle, bezüglich der Dimenſionen der Spalte und wegen der ſenkrechten Incidenz des Lichtes für eine mit der Spaltöffnung parallele Ebene gelten laſſen. Jeder Punct einer Wellenfläche iſt für ſich als ein Mittelpunct von Wellen zu betrachten, da er ſendet nach allen Richtungen Strahlen aus, längs welchen ſich die ihm eigenthümliche Schwingungsphaſe fortpflanzt. Dieſes Princip können wir auf ſämmtliche Puncte des in AB eintretenden Wellenſtückes anwenden, welche ſich im nämlichen Augenblicke durchgehends in einerlei Phaſe befinden. Wird das durch AB gehende Licht entweder mittelſt eines entfernten Schirmes YZ aufgefangen, oder kommt es in das Geſichtsfeld einer von der Spalte entfernten Lupe, oder eines auf die Licht gebende Spaltöffnung gerichteten Fernrohres, vor deſſen Objectiv ſich die Spalte AB befindet, ſo empfängt der Punct M, welcher der auf AB ſenkrechten Mittellinie CD angehört, von allen Puncten des Wellenſtückes AB nahe gleich lange Strahlen, folglich übereinſtimmende Phaſen, und ſomit verſtärktes Licht. In einem ſeitwärts liegenden Puncte N aber kommen ungleichlange Strahlen, mithin Lichtſchwingungen, die nicht in demſelben Augenblicke von den verſchiedenen Puncten der Welle AB ausgegangen ſind, zwiſchen welchen alſo Phaſendifferenzen beſtehen. Deßhalb nimmt die Intenſität des Lichtes zu beiden Seiten von M nach Maßgabe der Entfernung ab. Liegt der Punct N ſo, daß der Unterſchied der Abſtände deſſelben von den Rändern der Spalte, nämlich die Differenz $AN - BN = AQ$ der Wellenlänge des Lichtes gleich wird, ſo tilgen ſich alle Schwingungen, welche von den einbrechenden Puncten des Wellenſtückes AB auf N übertragen werden. Denn es kann wegen der Kleinheit der Spaltöffnung AB und des Winkels ANB die Differenz $AN - CN = AB$ als die Hälfte von AQ angeſehen werden, und man kann ihr auch die Differenz je zweier Linien αN und βN gleich ſetzen, welche den gegen A und C in AC und CB ähnlich liegenden Puncten α und β entſprechen. Die Ausgangszeiten der von ſolchen einander correſpondirenden Puncten der beiden Hälften AC, CB der Welle AB erregten Schwingungen des Aethers müſſen daher, wenn dieſe Schwingungen gleichzeitig in N ankommen ſollen, um die Hälfte der Dauer einer Schwingung differiren, ihre Phaſen ſind ſonach entgegengeſetzt und bringen daher keine Anregung des Punctes N zur Vibration zu Stande. Da ſolchergeſtalt die von AB auf N über-

tragenen Schwingungen ſich paarweiſe tilgen, ſo gilt daſſelbe auch von ihrer Geſammtheit, es herrſcht alſo in N Dunkelheit. In größerem Abſtande von M tritt wieder Licht auf, deſſen Intenſität bis zu einem Maximum ſteigt und ſodann abnimmt; in dem Puncte N', für welchen die Differenz ſeiner Diſtanzen von den Rändern der Spaltöffnung das Doppelte einer Wellenlänge ausmacht, ſinkt die Lichtintenſität, wie ſich auf dem vorhin betretenen Wege zeigen läßt, auf Null herab, und ſo herrſcht an allen Orten, bezüglich welcher genannte Differenz einem Vielfachen der Wellenlänge gleich iſt, Dunkelheit, und zwiſchen je zwei dunklen Stellen findet ein Maximum der Lichtſtärke ſtatt. Damit jene Differenz einen gewiſſen Betrag δ erreichen könne, muß $AB > \delta$ ſeyn, denn es iſt allgemein $AN - BN < AB$. Setzt man $AB = a$ und den Winkel $MCN = \varphi$, ſo hat man zur Beſtimmung der dunklen Stellen die Gleichung $\sin\varphi = \frac{mL}{a}$, worin m eine ganze Zahl und L die Länge einer Lichtwelle bedeutet. Iſt die Spalte ſo eng, daß $a < L$ iſt, ſo gibt es keine dunklen Stellen im Geſichtsfelde.

Nach dieſer theoretiſchen Betrachtung, mit deren Ergebniſſen die Erfahrung in dem vollkommenſten Einklange ſteht, läßt ſich die Erſcheinung auf das Genaueſte nachweiſen, welche man wahrnimmt, wenn man die von einer ſchmalen Lichtlinie kommenden homogenen oder weißen Strahlen durch eine dieſer Linie parallele Spalte gehen läßt, und hinter dieſelbe in einiger Entfernung einen Schirm ſtellt, oder von dort mit einer Lupe gegen ſie hinſieht, oder die aus der Spalte tretenden Strahlen mit einem Fernrohre aufnimmt, deſſen Ocular ſo geſtellt iſt, daß man nach Wegnahme der zweiten Spalte die erſte deutlich ſieht. In homogenem Lichte zeigt ſich in der Verlängerung der Verbindungslinie der Lichtquelle mit der Spalte ein heller Fleck von der Farbe des Lichtes und zu beiden Seiten deſſelben eine Reihe abwechſelnd dunkler und heller faſt gleich breiter Streifen, die jedoch in größerem Abſtande von der Mitte unkenntlich werden. Die Breite der einzelnen Streifen nimmt, wenn die Farbe des Lichtes von Roth nach der Ordnung des prismatiſchen Spectrums bis Violet fortſchreitet, fortwährend ab, auch ſteht dieſelbe bei einerlei Farbe im verkehrten Verhältniſſe mit der Breite der Spalte, wie es die obige Formel angibt. In weißem Lichte tritt eine Erſcheinung auf, welche das Reſultat der Uebereinanderlagerung ſämmtlicher ſeinen farbigen Beſtandtheilen zukommenden Erſcheinungen iſt; man ſieht einen weißen Streifen und zu beiden Seiten deſſelben eine Reihe von Farbenbildern, die fortwährend ſchwächer werden. Da nach der gewöhnlichen geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes ſich nur ein heller, der Breite der Spalte und ſeiner Entfernung von der Lichtquelle proportionaler Streifen zeigen ſollte, ſo erſcheint hier das Licht durch die Spalte gleichſam von ſeiner geraden Richtung ſeitwärts abgelenkt; deßwegen belegte man dieſe und verwandte Erſcheinungen mit der Benennung Beugung des Lichtes.

Wendet man zur Betrachtung dieſer Beugungserſcheinung eine Lupe an, ſo kann als Lichtquelle bloß ein hell leuchtender Punct dienen und die

Beugungsſpectra haben eine Höhe, welche von dem Winkel abhängt, den die von dem Puncte an die Grenzen der Spalte gehenden geraden Linien einſchließen; bedient man ſich aber eines Fernrohres, ſo kommt die Höhe dieſer Spectra derjenigen gleich, mit welcher ſich die Lichtquelle im Geſichtsfelde des Fernrohres darſtellt. Deßhalb muß dieſe Lichtquelle eine Linie von einiger Höhe ſeyn, damit die Erſcheinung die gehörige Deutlichkeit erlange. Selbſt das bloße Auge kann die Stelle des Fernrohres vertreten, wenn die dicht vor das Auge gehaltene Spalte, durch die man nach einer parallelen leuchtenden Linie hinſieht, nur recht ſchmal iſt. Der Ort des durch eine Linſe erzeugten Bildes eines leuchtenden Punctes entſpricht, wie aus der ſpäter zu gebenden Theorie der Brechung des Lichtes leicht gefolgert werden kann, der gleichzeitigen Ankunft der von dieſem Puncte gleichzeitig ausgehenden Strahlen, und wenn Lichtſtrahlen in einem Puncte hinter einer Linſe zuſammentreten, ſo geſchieht dieß mit den Phaſen, welche in den Durchſchnittspuncten dieſer Strahlen mit irgend einer Ebene, die auf der Richtung des dem genannten Puncte zugehörenden Hauptſtrahles ſenkrecht ſteht, in einerlei Augenblicke vor dem Eintritte ſtatt fanden. Dieſe Bemerkung zeigt, daß die Lupe oder das Fernrohr an den relativen Phaſen der Strahlen nichts ändert.

316. **Beugung des Lichtes durch mehrere Spaltöffnungen.** Wird den von einer Lichtlinie ausgehenden Strahlen ein Schirm mit zwei oder mehreren gleichen und gleichweit von einander abſtehenden parallelen Spalten ſenkrecht dargeboten, ſo erzeugt jede derſelben nach den im Vorigen angegebenen Geſetzen ein Beugungsphänomen, als ob ſie bloß allein verhanden wäre, und dieſe Phänomene fallen über einander und verſtärken ſich wechſelſeitig. Nebſtdem aber wirken die durch die verſchiedenen Oeffnungen gehenden Strahlen auf einander ein, verſtärken ſich an einigen, und ſchwächen ſich an anderen Stellen, wodurch zwiſchen den vorgenannten beſondere Beugungsſpectra entſtehen. Um die Orte der größten und kleinſten Lichtſtärke in denſelben bei homogener Beleuchtung zu beſtimmen, betrachten wir das Zuſammenwirken von Strahlen, welche von ähnlich liegenden Puncten der in die Spalten eintretenden Lichtwellen ausgehen, auf eine entfernte Ebene, oder auf das Geſichtsfeld eines die Erſcheinung aufnehmenden Fernrohres. In der Mitte des Geſichtsfeldes des mit ſeiner Are gegen die Lichtquelle gerichteten Fernrohres geben dieſe Strahlen keine Wegdifferenz, ſie bringen daher verſtärktes Licht hervor; dieſe Verſtärkung findet aber offenbar auch in allen Puncten des Geſichtsfeldes ſtatt, welchen eine Wegdifferenz zweier benachbarten dieſer Strahlen von einer ganzen Anzahl von Wellenlängen entſpricht. Dort alſo fallen die Maxima der Lichtſtärken in den Zwiſchenſpectren hin. Nennen wir die Diſtanz der Mittellinien zweier nächſten Spaltöffnungen b, ſo iſt dieß auch die Diſtanz je zweier nächſten in den Spalten ähnlich liegenden Puncte; der Ablenkungswinkel φ der ſo eben betrachteten Stellen der Spectra wird daher, wie man auf die bereits in Anwendung gebrachte Weiſe leicht findet, durch die Formel $\sin\varphi = \frac{nL}{b}$ ausgedrückt, worin L die Wellenlänge des Lichtes und n eine ganze Zahl bedeutet. Faſſen wir jetzt, wenn r die Anzahl der Spaltöffnungen und u eine durch r nicht theilbare ganze Zahl bezeichnet, einen Punct des Geſichtsfeldes

in das Auge, für welchen die Differenz je zweier nächſten von ähnlich liegenden Puncten der Spalten ausgehenden Strahlen $= \frac{u}{r}L$ iſt. Es ſey t die Phaſenzeit der Schwingung, welche der längſte dieſer Strahlen in einem beſtimmten Augenblicke an den vorgenannten Ort des Geſichtsfeldes mit ſich bringt, und T die Dauer einer ganzen Schwingung, ſo ſind für denſelben Augenblick die Phaſenzeiten ſämmtlicher dorthin gelangenden Wellen, da dieſe rückſichtlich des gleichzeitigen Eintretens um ſo ſpäter von den betreffenden Spaltenpuncten ausgingen, je kürzere Wege ſie zu durchwandern hatten, der Reihe nach

$$t,\ t + \frac{u}{r}T,\ t + \frac{2u}{r}T,\ t + \frac{3u}{r}T,\ \ldots\ t + \frac{(r-1)u}{r}T.$$

Da die Phaſen während jeder Schwingung ſich in derſelben Ordnung wiederholen, ſo können wir hier ſtatt jedes Gliedes dieſer Reihe, welches größer als T iſt, den Reſt ſetzen, den es durch T dividirt läßt. Ohne jedoch darauf näher einzugehen, ſieht man, daß die durch obige Reihe bezeichneten Phaſen ſich, wenn man die Zeit einer jeden um $\frac{u}{r}T$ ändert, nur in eine andere Ordnung ſtellen, in der Geſammtheit aber dieſelben bleiben, und daß dieſes eben ſo erfolgt, wenn man, falls $u > r$ ſeyn ſollte, ſtatt u den auf die Diviſion durch r ſich beziehenden Reſt ſetzt. Die Phaſe, welche durch das Zuſammenwirken der von ähnlich liegenden Puncten der Spalten ausgehenden Strahlen an der bezeichneten Stelle des Geſichtsfeldes ſich ergibt, hat ſonach die Beſchaffenheit, ſich ſchon nach einer Zeit, welche kleiner iſt als die Schwingungsdauer T, zu wiederholen; kommt alſo dort wirklich eine ſchwingende Bewegung des Aethers zu Stande, ſo wird ihre Dauer verringert. Aber die Erfahrung lehrt, daß bei derlei Phänomenen ſich die Farbe des Lichtes, welche von der Schwingungsdauer abhängt, nicht ändert; es bleibt demnach bloß die Annahme übrig, daß das Licht an gedachtem Orte des Geſichtsfeldes ſich gänzlich aufhebt. Es ergeben ſich alſo dunkle Stellen, deren Poſition durch die Gleichung

$$\sin\varphi = \frac{u}{r}\frac{L}{b}$$

beſtimmt wird, wobei u jede durch r nicht theilbare ganze Zahl ſeyn kann. Die Theilbarkeit von u durch r entſpricht den oben betrachteten Orten der größten Lichtſtärke.

Von beſonderem Intereſſe iſt der Fall, wenn die Beugung des Lichtes durch ein Gitter mit ſehr vielen einander nahen gleichen und gleichweit abſtehenden parallelen Spaltöffnungen bewerkſtelliget wird. In dieſem Falle iſt $r = \infty$ zu ſetzen; es erhält ſonach der Bruch $\frac{u}{r}\frac{L}{b}$ den Werth Null, ausgenommen es iſt u durch r theilbar; es herrſcht ſonach überall Dunkelheit, außer an den Orten, welche der Formel $\sin\varphi = \frac{n}{b}\frac{L}{}$ entſprechen. Bringt man daher vor ein Fernrohr, welches gegen eine homogenes Licht ausſendende Linie gerichtet

ſt, ein ſolches Gitter, ſo ſieht man eine Reihe faſt gleichweit von einander abſtehender, durch dunkle Zwiſchenräume getrennter Bilder dieſer Lichtlinie, die mit jenem Bilde übereinſtimmen, welches ſich ohne Anwendung des Gitters im Fernrohr zeigt; ſendet aber die leuchtende Linie weißes Licht aus, ſo erblickt man zu der Mitte des Geſichtsfeldes die Lichtquelle, wie ohne Gitter, zu beiden Seiten derſelben einen dunkeln Raum, deſſen Ausdehnung der Dichtigkeit der Spaltöffnungen verkehrt proportional iſt, dann ein Farbenſpectrum, ſo wie es bei der Zerlegung des Lichtes durch ein Prisma erhalten wird; hierauf folgt wieder ein dunkler Raum und nach dieſem eine Reihe theilweiſe über einander fallender Farbenſpectra, wovon die entfernteren immer ſchwächer werden. Die Spectra ſelbſt erhalten, wenn die Beleuchtung mit Sonnenlicht geſchieht, die Fraunhoferſchen Linien, denn ein ſolches Spectrum iſt nichts anderes als die Succeſſion der den verſchiedenen Lichtſorten gehörenden Bilder der Lichtlinie, und der Mangel einer Lichtſorte von beſtimmter Wellenlänge giebt eine Lücke im Spectrum nach ſich, die ſich als dunkle Linie darſtellt.

Die Schärfe dieſer Linien und die große Ausdehnung der Spectra bei Anwendung eines feinen Gitters bietet ein Mittel dar, die Längen der Lichtwellen mit Sicherheit zu beſtimmen. Es iſt nämlich

$$L = \frac{b \sin \varphi}{n}.$$

Hier kann man b und φ ſcharf meſſen; den Werth der Zahl n aber erräth man aus der Reihenfolge der Spectra. Auf dieſe Weiſe hat man gefunden, daß die Längen der Lichtwellen in der Luft von der rothen Farbe bis zur violetten von der Größe von 24 Millionentheilchen eines Pariſer Zolles bis zu 14 Millionentheilchen abnehmen. Da die Wellenlänge das Product der Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Impulſe mit der Schwingungsdauer iſt, alſo die Anzahl der Schwingungen während der Zeiteinheit dem Quotienten der durch die Wellenlänge dividirten Fortpflanzungsgeſchwindigkeit gleichkommt, ſo ergibt ſich daraus, daß eine Lichtwelle, welche 2 Hundertmauſendtheilchen eines Zolles lang iſt (ſie entſpricht der gelben Farbe), wenn man die Geſchwindigkeit des Lichtes zu 40000 Meilen binnen einer Secunde, und die Meile zu 4000 Klafter anſchlägt, die ungeheure Zahl von 564 Billionen Schwingungen in der Secunde.

Dieſe Erſcheinungen der Beugung, die einfachſten ihrer Art, laſſen ſich wenigſtens qualitativ erklären, ohne die Beſchaffenheit der Aetherſchwingungen bei der Lichtfortpflanzung näher zu beſtimmen. Nach denſelben Principien werden auch alle andern Phänomene erklärt, welche verſchieden geſtaltete und angeordnete Oeffnungen in einem Schirme darbieten, wenn man denſelben vor ein gegen einen leuchtenden Punct gerichtetes Fernrohr ſtellt; nur muß man da, und beſonders wenn es ſich um quantitative Beſtimmung der Lichtintenſitäten handelt, die Beſchaffenheit der Aetherſchwingung in Erwägung ziehen und den Calcul zu Hilfe nehmen, was jedoch die Grenzen dieſes Lehrvortrages überſchreitet.

317. Beugung des Lichtes durch einen ſchmalen undurchſichtigen Körper. Hält man ein gerades Stück eines dünnen

Drahtes in einen Lichtbündel, welcher durch eine Spalte am Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer geleitet wird, der Spalte parallel, und untersucht den Schatten hinter dem Drahte, so findet man ganz andere Resultate, als man nach den in 290 in Anwendung gebrachten, auf die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes sich gründenden Principien erwartet hatte. Anstatt eines dunklen Schattens, dessen Breite zu jener des Drahtes sich verhält wie die Distanzen beider von der Lichtquelle, zeigt sich in der Mitte, wo die Dunkelheit am größten sein sollte, ein lichter Streifen, und zu beiden Seiten desselben erscheinen nach Maßgabe der Entfernung des Schattens von dem Drahte bei größerem Abstande bloß zwei, bei geringerem mehrere dunkle Linien; zur Wahrnehmung letzterer ist jedoch ein Vergrößerungsglas nöthig. Diese Erscheinung erklärt sich aus der Interferenz der Strahlen, welche von den Puncten der zu beiden Seiten des Drahtes vorhandenen Stücke der durch den Draht unterbrochenen Lichtwelle ausgehen. Außer diesen Linien finden sich neben dem Schattenbilde des Drahtes noch einige Farbensäume, wie man sie auch neben dem Schatten eines jeden breiteren Körpers antrifft; sie sind ein Effect der von dem Endtheile der abgebrochenen Welle ausgehenden Elementarwellen, welche an gewissen Stellen mit übereinstimmenden, am andern mit entgegengesetzten Phasen ankommen und sich dem gemäß verstärken und schwächen.

318. **Beugung des Lichtes in Verbindung mit Reflexion und Brechung, und Erklärung letzterer Vorgänge.** Es sey AB (Fig. 137) ein sehr schmales Stückchen der Trennungsfläche MN zweier heterogenen Medien, worauf ein leuchtender Punct L einen homogenen Lichtbündel sendet, dessen äußerste Strahlen LA und LB sind. Alle Puncte des dem Stückchen AB anliegenden Aethers werden Mittelpuncte neuer Wellen, welche sich sowohl in dem früheren Medium, wie auch in dem neuen Medium fortzupflanzen streben. Da die Phasen, welche von AB in verschiedenen Augenblicken ausgehen, in dem einen wie in dem anderen Medium (wenn auch dieses zur Lichtpflanzung geeignet ist) zusammentreffen, sich nach Maßgab ihrer größeren oder geringeren Uebereinstimmung verstärkend und schwächend, so entsteht beiderseits ein Phänomen, welches demjenigen einer lichtbeugenden Spalte von der Große des Flächenstückes AB mit Rücksicht auf die Schiefe der Incidenz der Strahlen ganz analog ist. Wir suchen vor allem die Orte in beiden Medien auf, in welchen genau correspondirende Phasen zusammenkommen. Es seyen F und G solche Orte. Es braucht das Licht, um von L nach A und von da nach F zu gelangen, dieselbe Zeit, während welcher es die Wege LB und BF nacheinander zurücklegt, und eben so durchläuft es die beiden Wege LA und AG nach einander während derselben Zeit wie LB und BG. Die optische Verschiedenheit zweier durchsichtigen Medien kann sich nur durch die Verschiedenheit der Geschwindigkeit äußern, mit welcher dieselben die Lichtschwingungen fortpflanzen. Es sey $n : 1$ das Verhältniß dieser Geschwindigkeiten für beide Medien, so haben wir zur Bestimmung der Lage der Puncte F und G die Gleichungen

$$LA + AF = LB + BF \quad \text{und} \quad \frac{LA}{n} + AG = \frac{LB}{n} + BG$$

oder

$$AF - BF = LB - LA \quad \text{und} \quad AG - BG = \frac{LB - LA}{n}.$$

Nehmen wir $LC = LA$, $FD = FB$, $GE = GB$, so muß sonach

$$AD = BC \quad \text{und} \quad AE = \frac{BC}{n} \quad \text{oder} \quad BC = n.AE$$

seyn. Wegen der Kleinheit von AB im Vergleiche mit LA, AF, AG kann man ACB, ADB, AEB als rechte Winkel betrachten, daher sind die Dreiecke ACB, ADB congruent, und in Folge dessen die Winkel CAB, DBA einander gleich; in den Dreiecken ACB, AEB aber ist

$$\sin CAB : 1 = BC : AB \quad \text{und} \quad \sin ABE : 1 = AE : AB,$$

folglich $\sin CAB : \sin ABE = BC : AE$,

d. h. $\sin CAB : \sin ABE = n : 1$.

Errichtet man PQ in A senkrecht auf MN, so zeigt sich $CAB = LAP$, $DBA = PAF$ und $ABE = QAG$. Man kann also für F und G alle Puncte nehmen, bezüglich welcher $PAF = LAP$ ist und die Proportion $\sin LAP : \sin QAG = n : 1$ besteht.

In jeder Ebene, welche senkrecht gegen AF oder AG gelegt ist, zeigen sich, wenn bloß das sehr schmale Stückchen AB der Fläche MN das von L empfangene Licht darauf sendet, diesseits und jenseits von F und G Beugungsspectra, welche nach den oben angegebenen Gesetzen gebildet sind. Denkt man sich aber eine ganze Reihe solcher Stückchen neben einander, so verschwinden die Spectra, denn in jedes derselben fällt volles Licht, so wie es die Puncte F und G erhalten. Die Geraden AF, AG stellen das, was man reflectirten und gebrochenen Lichtstrahl nennt, vor, und diese Erörterung begründet daher die im Vorhergehenden bloß als empirische Resultate angenommenen Gesetze der Reflexion und Brechung des Lichtes.

Aus dem Gesagten erhellet, daß der Brechungsexponent der Quotient des Verhältnisses der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien ist. Die Brechung erfolgt um so mehr zum Einfallslothe, als das Licht im brechenden Medium langsamer fortschreitet, wie in dem Medium, aus welchem es in jenes übergeht. Die Zerlegung des weißen Lichtes in seine farbigen Bestandtheile findet darin ihre Erklärung, daß Schwingungen von ungleicher Dauer in dem in durchsichtigen Substanzen enthaltenen Aether mit ungleicher Schnelligkeit fortgepflanzt werden, und zwar um so langsamer, je kürzer die Zeit ist, während welcher eine Schwingung vor sich geht. Dieser Zusammenhang zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der Schwingungsdauer läßt sich auf theoretischem Wege nachweisen, dessen nähere Darlegung jedoch die hier zu Gebote stehenden mathematischen Hilfsmittel überschreitet.

Man kann die Richtung des gebrochenen Strahles, wenn jene des einfallenden gegeben ist, nach den obigen Principien auch durch folgende

Construction finden: Es seyen A, B (Fig 138) zwei einander sehr nahe Puncte auf der Trennungsfläche beider Medien, und L die Lichtquelle, von welcher eine Aetherwelle zu dieser Fläche gesendet wird. Diese Welle bringt die Puncte des Flächenstückchens AB in Vibration, aber den Punct B später als A, und zwar um das Zeitintervall, dessen das Licht bedarf, um den Weg CB = LB — LA zu durchlaufen. Bezeichnet man in dem brechenden Medium zwei gleichzeitig vorhandene, von A und B ausgegangene Wellenflächen, welche sich im Puncte G der Einfallsebene schneiden, so findet in diesem Puncte völliger Einklang der Schwingungsphasen statt, denn die Wellenflächen sind die Orte übereinstimmender Phasen, mithin ist G ein Punct im gebrochenen Lichtstrahle. Man ziehe zu den Wellen die gemeinschaftliche Tangente JK, welche der Verlängerung von AB in K begegnet, und die BH mit AG parallel, so kann man wegen der Kleinheit von AB und der daraus hervorgehenden Annäherung der beiden Wellenflächen den Punct G als einen Punct in der JK und GH als ein Stückchen der zweiten Wellenfläche betrachten. Man verlängere den einfallenden Strahl LA bis R, so daß AR dem Wege gleichkommt, welchen das Licht im ersten Medium während derselben Zeit zurücklegen würde, während welcher es im zweiten von A bis G sich fortpflanzt, und ziehe BR. Lassen wir, wie oben n die Zahl bedeuten, welche anzeigt, in welchem Verhältnisse das Licht im ersten Medium schneller geht, als im zweiten, so ist $AG = \frac{CB}{n} + BH$, mithin $AG - BH = \frac{CB}{n}$. Wir haben aber AG : BH = AK : BK, daher AG : AG — BH = AK : AB oder $AG : \frac{CB}{n} = AK : AB$, d. h. nAG : AK = CB : AB. Der Annahme gemäß ist AR : AG = n : 1, also nAG = AR, daher wird AR : AK = CB : AB. Da überdieß die Winkel RAK, ABC einander gleich gelten, weil jeder derselben mit CAB einen Rechten ausmacht, so sind die Dreiecke RAK, ABC ähnlich, und daher ist ARK ein rechter Winkel. Diese Bemerkung dient den Punct K zu finden, wornach man mittelst der Tangente KG den Punct G und somit den zu LA gehörenden gebrochenen Strahl AG erhält, wie in 29. Die Construction ist einer Verallgemeinerung fähig, sie läßt sich auch auf den Fall ausdehnen, wenn das Licht in dem brechenden Medium sich nicht nach allen Richtungen gleich schnell fortpflanzt, also längs BG sich nicht mit derselben Geschwindigkeit bewegt, wie längs AG und AH, von welchem Falle im Folgenden gehandelt wird.

Zur Erläuterung des Zusammenhanges der Reflexion und Brechung des Lichtes mit der Beugung mag noch folgende Bemerkung dienen: Wie aus 316 erhellet, sieht man, wenn man eine Lichtlinie durch ein Gitter mit vielen neben einander liegenden Spaltoffnungen betrachtet, die Lichtlinie so als ob kein Gitter vorhanden wäre, beiderseits derselben einen dunklen Raum, und neben demselben eine Reihe von Farbenbildern. Die Formel $\sin\varphi = \frac{nl}{b}$, in welcher b den Abstand je zweier homologen Stellen der Gitteröffnungen vorstellt, zeigt, daß der den Winkel φ entsprechende Abstand der Spectra von der Mitte des Phänomens um so größer wird, je kleiner b, d. h. je feiner das Gitter ist. Um so größer wird also der dunkle Raum neben dem Bilde der Lichtlinie und desto weiter rücken sämmtliche Spectra hinaus. Einen durchsichtigen Körper kann man für ein Gitter von höchster Feinheit gelten lassen, da sieht man also bloß ein einziges Bild der Lichtlinie und neben ihm keine Spectra. Dieselbe Betrachtung läßt sich auch auf die As-

flexion des Lichtes anwenden, denn Gitter auf spiegelnde Flächen radirt liefern ähnliche Beugungserscheinungen, wie sie sich im durchgelassenen Lichte zeigen.

Will man den Effect der Reflexion und Brechung des auf einen durchsichtigen Körper fallenden Lichtes mit Schärfe ausmitteln, so muß man bezüglich der Action des äußersten Randes des Körpers unmittelbar auf die Zusammensetzung der von ihm herrührenden Lichtwellen zurückgehen, denn da tritt ein Beugungsphänomen in Spiel (vergleiche 317). Hieher gehört auch der Fall, wenn es in Folge der besonderen Gestaltung des Körpers ein Maximum oder Minimum der Ablenkung des Lichtes gibt, wie z. B. bei der Reflexion und Brechung des Lichtes an einer Wasserkugel. Daraus erklären sich die Nebenstreifen an einem Regenbogen, wovon in der Anmerkung zu 306 die Rede war. Es wechseln da mehrere Maxima und Minima der Lichtstärke mit einander ab, wie in der Nähe des Schattens eines Körpers.

319. **Brechung des Lichtes im Doppelspathe.** Alle krystallisirten durchsichtigen Körper, deren Gestalten nicht aus dem Hexaeder ableitbar sind, besitzen die Eigenschaft, einen in selbe eindringenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu zertheilen und in Folge dessen die Gegenstände doppelt zu zeigen. Am auffallendsten hat diese Eigenschaft der sogenannte *isländische Krystall* oder *Doppelspath*, für welchen jede durchsichtige Varietät des Kalkspathes gelten kann. Der leichteren Uebersicht der Erscheinungen wegen wollen wir zuerst bloß diesen Körper betrachten. Der eine der darin gebrochenen Strahlen befolgt das gewöhnliche Brechungsgesetz; es verhält sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels wie 1,6543 zu 1 oder wie 1 zu 0,6045; er heißt deßhalb der *gewöhnlich* oder *ordentlich gebrochene* Strahl. Der zweite gebrochene Strahl richtet sich nach einem andern Gesetze, es findet bei ihm nicht nur zwischen den Sinussen des Einfalls- und Brechungswinkels kein constantes Verhältniß statt, sondern er bleibt nicht einmal jederzeit in der Einfallsebene; darum heißt er der *ungewöhnlich* oder *außerordentlich gebrochene* Strahl. Mit jeder dieser zwei Brechungen ist eine Dispersion des weißen Lichtes verbunden. Der Doppelspath läßt sich nach drei verschiedenen Ebenen regelmäßig spalten; an jeder Theilungsgestalt desselben finden sich zwei einander gegenüber liegende Ecken, deren jede von drei gleichen stumpfen ebenen Winkeln begrenzt ist. Eine Gerade, welche gegen die Ebenen dieser Winkel gleichgeneigt ist (die Mittellinie der stumpfen Ecke) wie auch jede dieser Geraden parallele Linie heißt die *optische Axe* des Doppelspathes. Eine Ebene, welche auf einer natürlichen oder durch Anschleifen erzeugten künstlichen Fläche eines Doppelspathes senkrecht steht, und zugleich die Richtung der Axe in sich enthält, wird ein *Hauptschnitt* des Doppelspathes genannt.

Alle Erscheinungen der Brechung des Lichtes im Doppelspathe lassen sich, wie man sich durch scharfe Messungen überzeugt hat, genau erklären, wenn man annimmt, daß im Allgemeinen jeder Impuls gegen die in diesem Körper enthaltenen Aethertheilchen die Bildung

zweier Wellen zur Folge hat, einer kugelförmigen und einer ellipsoidischen, deren Form der Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entspricht; beide Wellen berühren einander an den Endpuncten dieser Axe und dieselbe hat die Lage der Axe des Doppelspathes. Die kleinere Axe der Ellipse verhält sich zur größeren wie 0,6045 : 0,6742 = 1,4833 : 1,6543. Die ersteren zwei Zahlen geben zugleich die Geschwindigkeiten der Lichtfortpflanzung im Sinne der Axe des Doppelspathes und nach einer darauf senkrechten Richtung an, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft = 1 gesetzt.

Hiernach ist es leicht durch Verallgemeinerung der in 298 gewiesenen Construction für jede Richtung des auf den Doppelspath fallenden Lichtes die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen zu verzeichnen.

Um zu der Richtung des einfallenden Strahles jene der beiden gebrochenen Strahlen im Doppelspathe zu finden, beschreibe man aus dem Einfallspuncte als Mittelpunct mit einem beliebigen Halbmesser r eine Kugel, sodann ein durch Umdrehung einer Ellipse, deren große und kleine Axe wir a und b nennen, um die kleinere Axe entstandenes Ellipsoid, so zwar, daß diese Axe die Lage der Axe des Doppelspathes hat und die Proportion r : a : b = 1 : 0,6742 : 0,6045 statt findet; endlich eine Kugel, welche das Ellipsoid in den Endpuncten der Umdrehungsaxe berührt. Man verlangere die Richtung des einfallenden Strahles bis sie die Fläche der ersten Kugel trifft, lege zu dem so erhaltenen Puncte eine Berührungsebene an die Kugel und suche die Durchschnittslinie dieser Ebene mit der ebenen Grenzfläche des Doppelspathes, in welcher sich der Einfallspunct befindet. Durch genannte Durchschnittslinie lege man eine Berührungsebene an das Ellipsoid und eine Berührungsebene an die ihm eingeschriebene Kugel und ziehe von dem Einfallspuncte zu beiden Berührungspuncten gerade Linien, so zeigt die der Kugel entsprechende die Richtung des ordentlich, die dem Ellipsoid angehörende die Richtung des außerordentlich gebrochenen Strahles an. Durch ein ähnliches Verfahren erhält man für jeden gebrochenen Strahl den zweiten und den einfallenden, welcher beide erzeugt, so wie auch die Richtung, welche ein aus dem Doppelspathe austretender Strahl durch die Brechung in die Luft annimmt.

Wendet man diese Construction, welche die Verallgemeinerung der oben für die gewöhnliche Brechung des Lichtes angegebenen ist, auf einige besondere Fälle an, so überzeugt man sich leicht von folgenden Sätzen: 1) Geschieht die Incidenz des Lichtes in der Ebene eines Hauptschnittes am Doppelspathe, so bleibt auch der ungewöhnliche Strahl in der Einfallsebene. 2) Fällt ein Lichtstrahl senkrecht gegen eine natürliche Theilungsfläche eines Doppelspathes, so weicht der ungewöhnliche Strahl gegen den unteren spitzen Winkel der Theilungsgestalt d a ab. 3) Schleift man eine ebene Fläche an einem Doppelspathstucke rechtwinklig gegen dessen Axe, und leitet einen Lichtstrahl senkrecht darauf, d i parallel mit der Axe, so findet keine Ablenkung des Strahles von seiner Richtung statt. 4) Ist die Eintrittsfläche des Lichtes der Axe parallel geschliffen, und hat die Einfallsebene eine gegen die Axe senkrechte Stellung, so befolgt auch der außerordentliche Strahl das Gesetz der gewöhnlichen Brechung, es verhält sich nämlich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels wie 1,4833 : 1 = 1 : 0,6742. Die Zahl 1,4833 wird deßhalb der Brechungsexponent des außerordentlichen Strahles genannt. Ein Lichtstrahl, welcher die

Eintrittsfläche senkrecht trifft, behält auch im Doppelspathe seine Richtung bei, doch ist zwischen diesem Falle und dem in 3) betrachteten ein Unterschied zu machen. In einem der Krystallaxe parallelen gebrochenen Strahle ist der auf die gewöhnliche Brechung sich beziehende Theil des Lichtes mit dem auf die ungewöhnliche Brechung sich beziehenden dergestalt vermischt, daß die Erschütterungen beider Strahlen mit derselben Geschwindigkeit fortschreiten; gelangt dieser Strahl an eine zweite Fläche des Doppelspathes unter einem solchen Winkel, bei welchem noch keine totale Reflexion statt findet, so wird der Strahl in ein einfacher aus dem Doppelspathe heraus. Dagegen theilt der Strahl, welcher in der einfachen Richtung des Axes auf eine der Axe parallele Doppelspathfläche fällt, in ungetheilter Intensität, die zwei der Richtung nach verschiedenen Strahlen, längs welchen sich mit ungleicher Geschwindigkeit fortpflanzt, in den Eintrittspunkt desselben an einer Krystallfläche, welche mit einer einen spitzen Winkel trifft, erreicht in die Ebene des Hauptschnittes, und diese zerspaltet, zum Satze des Huygens, jeder der zwei ungleichen Geschwindigkeiten zu Folge.

Um den Hergang der Entstehung der Bilder des Doppelspathes, gegen welche man durch einen Doppelspath blickend, zu zeigen, sei $MNPQ$ Fig. 249 ein Doppelspathkrystall, A ein leuchtender Punct und O der Ort des Auges, von wo die Erscheinungen wegen in der Richtung OE betrachtet werden. Welche von A ausgehende Lichtstrahlen gelangen durch die Flächen MN, PQ durch den Doppelspath hindurch ins Auge? Diese Frage beantwortet zunächst der Weg des gewöhnlichen Brechungsgesetze unterworfenen Theiles des einfallenden Strahles AB, welcher in C ohne Aenderung seiner Richtung aus dem Doppelspathe hervortritt. Ein anderer Theil des einfallenden Strahles AB nimmt in Folge der doppelten Brechung den Weg BD und tritt in D nach der Richtung DE parallel mit BC aus dem Doppelspathe heraus. Dieser Strahl gelangt nun in das Auge O, aber der außerordentlich gebrochene Theil eines anderen nach der Richtung AF auf die Fläche MN auffallenden Strahles, welcher in Doppelspathe die Richtung FG erhält, und G parallel mit AF austritt, kommt in das Auge O. Dieses sehr in nach zum Bilder des Punctes A, eines welches eine Entstehung der gewöhnlichen Brechung des Lichtes verdankt, nach der Richtung CA, und das andere, durch ungewöhnliche Brechung erzeugte, nach der Richtung OA'. Der Ort eines Bildes hängt von der Entfernung ab, mit welcher die in der Nähe von A auf den Doppelspath fallenden Strahlen, nach ihrem Austritte mit CO in das Auge gelangen, denn wir verlegen die Gegenstände in die Spitzen der Strahlenkegel, welche von der Pupille aufgenommen werden. Die auf die gewöhnliche Weise gebrochenen Strahlen vereinigen sich dem Auge näher aus dem Doppelspathe mehr als die ungewöhnlich gebrochenen; das außerordentliche Bild erscheint daher dem Auge weiter entfernt als das ordentliche. Da die beiden gebrochenen Strahlenbündel AC, FG einander im Innern des Doppelspathes $MNPQ$ kreuzen, so geschieht es, wenn man eine undurchsichtige Platte in den Doppelspathe so überführt, daß in der Richtung der Bewegung der Platte weiter abliegende Bild zuerst

320. Doppelte Brechung des Lichtes in anderen Substanzen. Auf ähnliche Weise wie im Doppelspathe geht die doppelte Brechung des Lichtes in denjenigen krystallisirten Körpern vor sich, deren Gefüge entweder dem rhomboedrischen oder dem pyramidalen Sy-

in das Auge, für welchen die Differenz je zweier nächsten von ähnlich liegenden Puncten der Spalten ausgehenden Strahlen $= \frac{u}{r}L$ ist. Es sey t die Phasenzeit der Schwingung, welche der längste dieser Strahlen in einem bestimmten Augenblicke an den vorgenannten Ort des Gesichtsfeldes mit sich bringt, und T die Dauer einer ganzen Schwingung, so sind für denselben Augenblick die Phasenzeiten sämmtlicher dorthin gelangenden Wellen, da diese rücksichtlich des gleichzeitigen Eintretens um so später von den betreffenden Spaltenpuncten ausgingen, je kürzere Wege sie zu durchwandern hatten, der Reihe nach

$$t,\ t+\frac{u}{r}T,\ t+\frac{2u}{r}T,\ t+\frac{3u}{r}T,\ \ldots\ t+\frac{(r-1)u}{r}T.$$

Da die Phasen während jeder Schwingung sich in derselben Ordnung wiederholen, so können wir hier statt jedes Gliedes dieser Reihe, welches größer als T ist, den Rest setzen, den es durch T dividirt läßt. Ohne jedoch darauf näher einzugehen, sieht man, daß die durch obige Reihe bezeichneten Phasen sich, wenn man die Zeit einer jeden um $\frac{u}{r}T$ ändert, nur in eine andere Ordnung stellen, in der Gesammtheit aber dieselben bleiben, und daß dieses eben so erfolgt, wenn man, falls $u > r$ seyn sollte, statt u den auf die Division durch r sich beziehenden Rest setzt. Die Phase, welche durch das Zusammenwirken der von ähnlich liegenden Puncten der Spalten ausgehenden Strahlen an der bezeichneten Stelle des Gesichtsfeldes sich ergibt, hat sonach die Beschaffenheit, sich schon nach einer Zeit, welche kleiner ist als die Schwingungsdauer T, zu wiederholen; kommt also dort wirklich eine schwingende Bewegung des Aethers zu Stande, so wird ihre Dauer verringert. Aber die Erfahrung lehrt, daß bei derlei Phänomenen sich die Farbe des Lichtes, welche von der Schwingungsdauer abhängt, nicht ändert; es bleibt demnach bloß die Annahme übrig, daß das Licht an gedachtem Orte des Gesichtsfeldes sich gänzlich aufhebt. Es ergeben sich also dunkle Stellen, deren Position durch die Gleichung

$$\sin\varphi = \frac{uL}{rb}$$

bestimmt wird, wobei u jede durch r nicht theilbare ganze Zahl seyn kann. Die Theilbarkeit von u durch r entspricht den oben betrachteten Orten der größten Lichtstärke.

Von besonderem Interesse ist der Fall, wenn die Beugung des Lichtes durch ein Gitter mit sehr vielen einander nahen gleichen und gleichweit abstehenden parallelen Spaltöffnungen bewerkstelliget wird. In diesem Falle ist $r = \infty$ zu setzen; es erhält sonach der Bruch $\frac{uL}{rb}$ den Werth Null, ausgenommen es ist u durch r theilbar; es herrscht sonach überall Dunkelheit, außer an den Orten, welche der Formel $\sin\varphi = \frac{nL}{b}$ entsprechen. Bringt man daher vor ein Fernrohr, welches gegen eine homogenes Licht aussendende Linie gerichtet

iſt, ein ſolches Gitter, ſo ſieht man eine Reihe faſt gleichweit von einander abſtehender, durch dunkle Zwiſchenräume getrennter Bilder dieſer Lichtlinie, die mit jenem Bilde übereinſtimmen, welches ſich ohne Anwendung des Gitters im Fernrohre zeigt; ſendet aber die leuchtende Linie weißes Licht aus, ſo erblickt man in der Mitte des Geſichtsfeldes die Lichtquelle, wie ohne Gitter, zu beiden Seiten derſelben einen dunklen Raum, deſſen Ausdehnung der Diſtanz der Spaltöffnungen verkehrt proportional iſt, dann ein Farbenſpectrum, ſo wie es bei der Zerlegung des Lichtes durch ein Prisma erhalten wird; hierauf folgt wieder ein dunkler Raum und nach dieſem eine Reihe theilweiſe über einander fallender Farbenſpectra, wovon die entfernteren immer ſchwächer werden. Die Spectra ſelbſt enthalten, wenn die Beleuchtung mit Sonnenlicht geſchieht, die Fraunhofer'ſchen Linien, denn ein ſolches Spectrum iſt nichts anderes als die Succeſſion der den verſchiedenen Lichtſorten gehörenden Bilder der Lichtlinie, und der Mangel einer Lichtſorte von beſtimmter Wellenlänge zieht eine Lücke im Spectrum nach ſich, die ſich als dunkle Linie darſtellt.

Die Schärfe dieſer Linien und die große Ausdehnung der Spectra bei Anwendung eines feinen Gitters bietet ein Mittel dar, die Längen der Lichtwellen mit Sicherheit zu beſtimmen. Es iſt nämlich

$$L = \frac{b \sin \varphi}{n}.$$

Hier kann man b und φ ſcharf meſſen; den Werth der Zahl n aber erkennt man aus der Reihenfolge der Spectra. Auf dieſe Weiſe hat man gefunden, daß die Längen der Lichtwellen in der Luft von der rothen Farbe bis zur violetten von der Größe von 24 Milliontheilchen eines Pariſer Zolles bis zu 14 Milliontheilchen abnehmen. Da die Wellenlänge das Product der Fortpflanzungsgeſchwindigkeit der Impulſe mit der Schwingungsdauer iſt, alſo die Anzahl der Schwingungen während der Zeiteinheit dem Quotienten der durch die Wellenlänge dividirten Fortpflanzungsgeſchwindigkeit gleichkommt, ſo ergibt ſich daraus, für eine Lichtwelle, welche 2 Hunderttauſendtheilchen eines Zolles lang iſt (ſie entſpricht der gelben Farbe), wenn man die Geſchwindigkeit des Lichtes zu 40000 Meilen binnen einer Secunde, und die Meile zu 4000 Klafter anſchlägt, die ungeheure Zahl von 564 Billionen Schwingungen in der Secunde.

Dieſe Erſcheinungen der Beugung, die einfachſten ihrer Art, laſſen ſich wenigſtens qualitativ erklären, ohne die Beſchaffenheit der Aetherſchwingungen bei der Lichtfortpflanzung näher zu beſtimmen. Nach denſelben Principien werden auch alle andern Phänomene erklärt, welche verſchieden geſtaltete und angeordnete Oeffnungen in einem Schirme darbieten, wenn man denſelben vor ein gegen einen leuchtenden Punct gerichtetes Fernrohr ſtellt; nur muß man da, und beſonders wenn es ſich um quantitative Beſtimmung der Lichtintenſitäten handelt, die Beſchaffenheit der Aetherſchwingung in Erwägung ziehen und den Calcul zu Hilfe nehmen, was jedoch die Grenzen dieſes Lehrvortrages überſchreitet.

317. Beugung des Lichtes durch einen ſchmalen undurchſichtigen Körper. Hält man ein gerades Stück eines dünnen

Drahtes in einen Lichtbündel, welcher durch eine Spalte am Fenſterladen in ein verfinſtertes Zimmer geleitet wird, der Spalte parallel, und unterſucht den Schatten hinter dem Drahte, ſo findet man ganz andere Reſultate, als man nach den in 290 in Anwendung gebrachten, auf die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes ſich gründenden Principien erwartet hatte. Anſtatt eines dunklen Schattens, deſſen Breite zu jener des Drahtes ſich verhält wie die Diſtanzen beider von der Lichtquelle, zeigt ſich in der Mitte, wo die Dunkelheit am größten ſeyn ſollte, ein lichter Streifen, und zu beiden Seiten deſſelben erſcheinen nach Maßgabe der Entfernung des Schattens von dem Drahte bei größerem Abſtande bloß zwei, bei geringerem mehrere dunkle Linien; zur Wahrnehmung letzterer iſt jedoch ein Vergrößerungsglas nöthig. Dieſe Erſcheinung erklärt ſich aus der Interferenz der Strahlen, welche von den Puncten der zu beiden Seiten des Drahtes vorhandenen Stücke der durch den Draht unterbrochenen Lichtwelle ausgehen. Außer dieſen Linien finden ſich neben dem Schattenbilde des Drahtes noch einige Farbenſäume, wie man ſie auch neben dem Schatten eines jeden breiteren Körpers antrifft; ſie ſind ein Effect der von dem Endtheile der abgebrochenen Welle ausgehenden Elementarwellen, welche an gewiſſen Stellen mit übereinſtimmenden, am andern mit entgegengeſetzten Phaſen ankommen und ſich dem gemäß verſtärken und ſchwächen.

318. **Beugung des Lichtes in Verbindung mit Reflexion und Brechung, und Erklärung letzterer Vorgänge.** Es ſey A B (Fig. 137) ein ſehr ſchmales Stückchen der Trennungsfläche M N zweier heterogenen Medien, worauf ein leuchtender Punct L einen homogenen Lichtbündel ſendet, deſſen äußerſte Strahlen L A und L B ſind. Alle Puncte des dem Stückchen A B anliegenden Aethers werden Mittelpuncte neuer Wellen, welche ſich ſowohl in dem früheren Medium, wie auch in dem neuen Medium fortzupflanzen ſtreben. Da die Phaſen, welche von A B in verſchiedenen Augenblicken ausgehen, in dem einen wie in dem anderen Medium (wenn auch dieſes zur Lichtpflanzung geeignet iſt) zuſammentreffen, ſich nach Maßgab ihrer größeren oder geringeren Uebereinſtimmung verſtärkend und ſchwächend, ſo entſteht beiderſeits ein Phänomen, welches demjenigen einer lichtbeugenden Spalte von der Größe des Flächenſtückes A B mit Rückſicht auf die Schiefe der Incidenz der Strahlen ganz analog iſt. Wir ſuchen vor allem die Orte in beiden Medien auf, in welchen genau correſpondirende Phaſen zuſammenkommen. Es ſeyen F und G ſolche Orte, ſo braucht das Licht, um von L nach A und von da nach F zu gelangen, dieſelbe Zeit, während welcher es die Wege L B und B F nach einander zurücklegt, und eben ſo durchlauft es die beiden Wege L A und A G nach einander während derſelben Zeit wie L B und B G. Die optiſche Verſchiedenheit zweier durchſichtigen Medien kann ſich nur durch die Verſchiedenheit der Geſchwindigkeit äußern, mit welcher dieſelben die Lichtſchwingungen fortpflanzen. Es ſey n : 1 das Verhältniß dieſer Geſchwindigkeiten für beide Medien, ſo haben wir zur Beſtimmung der Lage der Puncte F und G die Gleichungen

$$LA + AF = LB + BF \quad \text{und} \quad \frac{LA}{n} + AG = \frac{LB}{n} + BG$$

oder

$$AF - BF = LB - LA \quad \text{und} \quad AG - BG = \frac{LB - LA}{n}.$$

Nehmen wir $LC = LA$, $FD = FB$, $GE = GB$, so muß zufolge

$$AD = BC \quad \text{und} \quad AE = \frac{BC}{n} \quad \text{oder} \quad BC = n.AE$$

seyn. Wegen der Kleinheit von AB im Vergleiche mit LA, AF, AG kann man ACB, ADB, AEB als rechte Winkel betrachten, daher sind die Dreiecke ACB, ADB congruent, und in Folge dessen die Winkel CAB, DBA einander gleich; in den Dreiecken ACB, AEB aber ist

$$\sin CAB : 1 = BC : AB \quad \text{und} \quad \sin ABE : 1 = AE : AB,$$

folglich $\sin CAB : \sin ABE = BC : AE$,

d. h. $\sin CAB : \sin ABE = n : 1$.

Errichtet man PQ in A senkrecht auf MN, so zeigt sich $CAB = LAP$, $DBA = PAF$ und $ABE = QAG$. Man kann also für F und G alle Puncte nehmen, bezüglich welcher $PAF = LAP$ ist und die Proportion $\sin LAP : \sin QAG = n : 1$ besteht.

In jeder Ebene, welche senkrecht gegen AF oder AG gelegt ist, zeigen sich, wenn bloß das sehr schmale Stückchen AB der Fläche MN das von L empfangene Licht darauf sendet, dießseits und jenseits von F und G Beugungsspectra, welche nach den oben angegebenen Gesetzen gebildet sind. Denkt man sich aber eine ganze Reihe solcher Stückchen neben einander, so verschwinden die Spectra, denn in jedes derselben fällt volles Licht, so wie es die Puncte F und G erhalten. Die Geraden AF, AG stellen das, was man reflectirten und gebrochenen Lichtstrahl nennt, vor, und diese Erörterung begründet daher die im Vorhergehenden bloß als empirische Resultate angenommenen Gesetze der Reflexion und Brechung des Lichtes.

Aus dem Gesagten erhellet, daß der Brechungsexponent der Quotient des Verhältnisses der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien ist. Die Brechung erfolgt um so mehr zum Einfallslothe, als das Licht im brechenden Medium langsamer fortschreitet, wie in dem Medium, aus welchem es in jenes übergeht. Die Zerlegung des weißen Lichtes in seine farbigen Bestandtheile findet darin ihre Erklärung, daß Schwingungen von ungleicher Dauer in dem in durchsichtigen Substanzen enthaltenen Aether mit ungleicher Schnelligkeit fortgepflanzt werden, und zwar um so langsamer, je kürzer die Zeit ist, während welcher eine Schwingung vor sich geht. Dieser Zusammenhang zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der Schwingungsdauer läßt sich auf theoretischem Wege nachweisen, dessen nähere Darlegung jedoch die hier zu Gebote stehenden mathematischen Hilfsmittel überschreitet.

Man kann die Richtung des gebrochenen Strahles, wenn jene des einfallenden gegeben ist, nach den obigen Principien auch durch

Construction finden: Es seyen A, B (Fig 138) zwei einander sehr nahe Puncte auf der Trennungsfläche beider Medien, und L die Lichtquelle, von welcher eine Aetherwelle zu dieser Fläche gesendet wird. Diese Welle bringt die Puncte des Flächenstückchens AB in Vibration, aber den Punct B später als A, und zwar um das Zeitintervall, dessen das Licht bedarf, um den Weg CB = LB — LA zu durchlaufen. Bezeichnet man in dem brechenden Medium zwei gleichzeitig vorhandene, von A und B ausgegangene Wellenflächen, welche sich im Puncte G der Einfallsebene schneiden, so findet in diesem Puncte völliger Einklang der Schwingungsphasen statt, denn die Wellenflächen sind die Orte übereinstimmender Phasen, mithin ist G ein Punct im gebrochenen Lichtstrahle. Man ziehe zu den Wellen die gemeinschaftliche Tangente JK, welche der Verlängerung von AB in K begegnet, und die BH mit AG parallel, so kann man wegen der Kleinheit von AB und der daraus hervorgehenden Annäherung der beiden Wellenflächen den Punct G als einen Punct in der JK und GH als ein Stückchen der zweiten Wellenfläche betrachten. Man verlängere den einfallenden Strahl LA bis R, so daß AR dem Wege gleichkommt, welchen das Licht im ersten Medium während derselben Zeit zurücklegen würde, während welcher es im zweiten von A bis G sich fortpflanzt, und ziehe BR. Lassen wir, wie oben n die Zahl bedeuten, welche anzeigt, in welchem Verhältnisse das Licht im ersten Medium schneller geht, als im zweiten, so ist $AG = \frac{CB}{n} + BH$, mithin $AG - BH = \frac{CB}{n}$. Wir haben aber AG : BH = AK : BK, daher AG : AG — BH = AK : AB oder $AG : \frac{CB}{n} = AK : AB$, d. h. nAG : AK = CB : AB. Der Annahme gemäß ist AR : AG = n : 1, also nAG = AR, daher wird AR : AK = CB : AB. Da überdieß die Winkel RAK, ABC einander gleich gelten, weil jeder derselben mit CAB einen Rechten ausmacht, so sind die Dreiecke RAK, ABC ähnlich, und daher ist ARK ein rechter Winkel. Diese Bemerkung dient den Punct K zu finden, wornach man mittelst der Tangente KG den Punct G und somit den zu LA gehörenden gebrochenen Strahl AG erhält, wie in 298. Die Construction ist einer Verallgemeinerung fähig, sie läßt sich auch auf den Fall ausdehnen, wenn das Licht in dem brechenden Medium sich nicht nach allen Richtungen gleich schnell fortpflanzt, also längs BG sich nicht mit derselben Geschwindigkeit bewegt, wie längs AG und AH, von welchem Falle im Folgenden gehandelt wird.

Zur Erläuterung des Zusammenhanges der Reflexion und Brechung des Lichtes mit der Beugung mag noch folgende Bemerkung dienen: Wie aus 316 erhellet, sieht man, wenn man eine Lichtlinie durch ein Gitter mit vielen neben einander liegenden Spaltoffnungen betrachtet, die Lichtlinie so als ob kein Gitter vorhanden wäre, beiderseits derselben einen dunklen Raum, und neben demselben eine Reihe von Farbenbildern. Die Formel $\sin\varphi = \frac{nL}{b}$, in welcher b den Abstand je zweier homologen Stellen der Gitteröffnungen vorstellt, zeigt, daß der dem Winkel φ entsprechende Abstand der Spectra von der Mitte des Phänomens um so großer wird, je kleiner b, d. h. je feiner das Gitter ist. Um so größer wird also der dunkle Raum neben dem Bilde der Lichtlinie und desto weiter rücken sämmtliche Spectra hinaus. Einen durchsichtigen Korper kann man für ein Gitter von höchster Feinheit gelten lassen, da sieht man also bloß ein einziges Bild der Lichtlinie und neben ihm keine Spectra. Dieselbe Betrachtung läßt sich auch auf die Er-

flexion des Lichtes anwenden, denn Gitter auf spiegelnde Flächen radirt liefern ähnliche Beugungserscheinungen, wie sie sich im durchgelassenen Lichte zeigen.

Will man den Effect der Reflexion und Brechung des auf einen durchsichtigen Körper fallenden Lichtes mit Schärfe ausmitteln, so muß man bezüglich der Action des äußersten Randes des Körpers unmittelbar auf die Zusammensetzung der von ihm herrührenden Lichtwellen zurückgehen, denn da tritt ein Beugungsphänomen in Spiel (vergleiche 317). Hieher gehört auch der Fall, wenn es in Folge der besonderen Gestaltung des Körpers ein Maximum oder Minimum der Ablenkung des Lichtes gibt, wie z. B. bei der Reflexion und Brechung des Lichtes an einer Wasserkugel. Daraus erklären sich die Nebenstreifen an einem Regenbogen, wovon in der Anmerkung zu 306 die Rede war. Es wechseln da mehrere Maxima und Minima der Lichtstärke mit einander ab, wie in der Nähe des Schattens eines Körpers.

319. **Brechung des Lichtes im Doppelspathe.** Alle krystallisirten durchsichtigen Körper, deren Gestalten nicht aus dem Hexaeder ableitbar sind, besitzen die Eigenschaft, einen in selbe eindringenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu zertheilen und in Folge dessen die Gegenstände doppelt zu zeigen. Am auffallendsten hat diese Eigenschaft der sogenannte *isländische Krystall* oder *Doppelspath*, für welchen jede durchsichtige Varietät des Kalkspathes gelten kann. Der leichteren Uebersicht der Erscheinungen wegen wollen wir zuerst bloß diesen Körper betrachten. Der eine der darin gebrochenen Strahlen befolgt das gewöhnliche Brechungsgesetz; es verhält sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels wie 1,6543 zu 1 oder wie 1 zu 0,6045; er heißt deßhalb der *gewöhnlich* oder *ordentlich gebrochene* Strahl. Der zweite gebrochene Strahl richtet sich nach einem andern Gesetze, es findet bei ihm nicht nur zwischen den Sinussen des Einfalls- und Brechungswinkels kein constantes Verhältniß statt, sondern er bleibt nicht einmal jederzeit in der Einfallsebene; darum heißt er der *ungewöhnlich* oder *außerordentlich gebrochene* Strahl. Mit jeder dieser zwei Brechungen ist eine Dispersion des weißen Lichtes verbunden. Der Doppelspath läßt sich nach drei verschiedenen Ebenen regelmäßig spalten; an jeder Theilungsgestalt desselben finden sich zwei einander gegenüber liegende Ecken, deren jede von drei gleichen stumpfen ebenen Winkeln begrenzt ist. Eine Gerade, welche gegen die Ebenen dieser Winkel gleichgeneigt ist (die Mittellinie der stumpfen Ecke) wie auch jede dieser Geraden parallele Linie heißt die *optische Axe* des Doppelspathes. Eine Ebene, welche auf einer natürlichen oder durch Anschleifen erzeugten künstlichen Fläche eines Doppelspathes senkrecht steht, und zugleich die Richtung der Axe in sich enthält, wird ein *Hauptschnitt* des Doppelspathes genannt.

Alle Erscheinungen der Brechung des Lichtes im Doppelspathe lassen sich, wie man sich durch scharfe Messungen überzeugt hat, genau erklären, wenn man annimmt, daß im Allgemeinen jeder Impuls gegen die in diesem Körper enthaltenen Aethertheilchen die Bildung

zweier Wellen zur Folge hat, einer kugelförmigen und einer ellipsoidischen, deren Form der Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entspricht; beide Wellen berühren einander an den Endpuncten dieser Axe und dieselbe hat die Lage der Axe des Doppelspathes. Die kleinere Axe der Ellipse verhält sich zur größeren wie 0,6045 : 0,6742 = 1,4833 : 1,6543. Die ersteren zwei Zahlen geben zugleich die Geschwindigkeiten der Lichtfortpflanzung im Sinne der Axe des Doppelspathes und nach einer darauf senkrechten Richtung an, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft = 1 gesetzt.

Hiernach ist es leicht durch Verallgemeinerung der in 298 gewiesenen Construction für jede Richtung des auf den Doppelspath fallenden Lichtes die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen zu verzeichnen.

Um zu der Richtung des einfallenden Strahles jene der beiden gebrochenen Strahlen im Doppelspathe zu finden, beschreibe man aus dem Einfallspuncte als Mittelpunct mit einem beliebigen Halbmesser r eine Kugel, sodann ein durch Umdrehung einer Ellipse, deren große und kleine Axe wir a und b nennen, um die kleinere Axe entstandenes Ellipsoid, so zwar, daß diese Axe die Lage der Axe des Doppelspathes hat und die Proportion r : a : b = 1 : 0,6742 : 0,6045 statt findet; endlich eine Kugel, welche das Ellipsoid in den Endpuncten der Umdrehungsaxe berührt. Man verlängere die Richtung des einfallenden Strahles bis sie die Fläche der ersten Kugel trifft, lege zu dem so erhaltenen Puncte eine Berührungsebene an die Kugel und suche die Durchschnittslinie dieser Ebene mit der ebenen Grenzfläche des Doppelspathes, in welcher sich der Einfallspunct befindet. Durch genannte Durchschnittslinie lege man eine Berührungsebene an das Ellipsoid und eine Berührungsebene an die ihm eingeschriebene Kugel und ziehe von dem Einfallspuncte zu beiden Berührungspuncten gerade Linien, so zeigt die der Kugel entsprechende die Richtung des ordentlich, die dem Ellipsoid angehörende die Richtung des außerordentlich gebrochenen Strahles an. Durch ein ähnliches Verfahren erhält man für jeden gebrochenen Strahl den zweiten und den einfallenden, welcher beide erzeugt, so wie auch die Richtung, welche ein aus dem Doppelspathe austretender Strahl durch die Brechung in die Luft annimmt.

Wendet man diese Construction, welche die Verallgemeinerung der oben für die gewöhnliche Brechung des Lichtes angegebenen ist, auf einige besondere Fälle an, so überzeugt man sich leicht von folgenden Sätzen: 1) Geschieht die Incidenz des Lichtes in der Ebene eines Hauptschnittes am Doppelspathe, so bleibt auch der ungewöhnliche Strahl in der Einfallsebene. 2) Fällt ein Lichtstrahl senkrecht gegen eine natürliche Theilungsfläche eines Doppelspathes, so weicht der ungewöhnliche Strahl gegen den unteren spitzen Winkel der Theilungsgestalt ab. 3) Schleift man eine ebene Fläche an einem Doppelspathstücke rechtwinklig gegen dessen Axe, und leitet einen Lichtstrahl senkrecht darauf, d. i. parallel mit der Axe, so findet keine Ablenkung des Strahles von seiner Richtung statt. 4) Ist die Eintrittsfläche des Lichtes der Axe parallel geschliffen, und hat die Einfallsebene eine gegen die Axe senkrechte Stellung, so befolgt auch der außerordentliche Strahl das Gesetz der gewöhnlichen Brechung, es verhält sich nämlich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels wie 1,4833 : 1 = 1 : 0,6742. Die Zahl 1,4833 wird deßhalb der Brechungsexponent des außerordentlichen Strahles genannt. Ein Lichtstrahl, welcher die

Eintrittsfläche senkrecht trifft, behält auch im Doppelspathe seine Richtung bei, doch ist zwischen diesem Falle und dem in 3) betrachteten ein Unterschied zu machen. In einem der Krystallaxe parallelen gebrochenen Strahle ist der auf die gewöhnliche Brechung sich beziehende Theil des Lichtes mit dem auf die ungewöhnliche Brechung sich beziehenden dergestalt vereiniget, daß die Lichtschwingung längs beiden mit derselben Geschwindigkeit fortschreitet; gelangt dieser Strahl an eine zweite Fläche des Doppelspathes unter einer schiefen Incidenz, bei welcher noch keine totale Reflexion statt findet, so tritt der Strahl als ein einfacher aus dem Doppelspathe heraus. Dagegen besteht der Strahl, welcher sich bei der senkrechten Incidenz des Lichtes auf eine der Axe parallele Doppelspathfläche als ein ungespaltener darstellt, aus zwei der Richtung nach coincidirenden Strahlen, längs welchen das Licht sich mit ungleichen Geschwindigkeiten fortpflanzt; bei dem Austritte desselben an einer Kalkspathfläche, welche er unter einem schiefen Winkel trifft, erleidet er die doppelte Brechung, und zwar verhalten sich die Sinusse der Brechungswinkel der beiden Strahlen, in welche er sich spaltet, zum Sinus des Einfallswinkels, verkehrt wie die vorgedachten Geschwindigkeiten zur Einheit.

Um den Hergang der Verdoppelung der Bilder der Gegenstände, gegen welche man durch einen Doppelspath hinsieht, an einem Beispiele zu zeigen, sey MNPQ (Fig. 139) ein Doppelspathrhomboeder, A ein leuchtender Punct und O der Ort des Auges, den wir der Einfachheit wegen in der Geraden annehmen, welche von A senkrecht gegen die Flächen MN, PQ durch den Doppelspath hindurch geht. Diese Gerade bezeichnet zugleich den Weg des dem gewöhnlichen Brechungsgesetze unterliegenden Theiles des einfallenden Strahles AB, welcher bei C ohne Aenderung seiner Richtung aus dem Doppelspathe heraustritt. Ein anderer Theil des einfallenden Strahles AB nimmt in Folge der doppelten Brechung den Weg BD, und tritt bei D nach der Richtung DE parallel mit AO aus dem Doppelspathe heraus. Dieser Strahl gelangt nicht in das Auge O; aber der außerordentlich gebrochene Theil eines anderen nach der Richtung AF auf die Fläche MN fallenden Strahles, welcher im Doppelspathe die Richtung FG erhält, und bei G parallel mit AF austritt, kommt in das Auge O. Dieses sieht sonach zwei Bilder des Punctes A; eines, welches seine Entstehung der gewöhnlichen Brechung des Lichtes verdankt, nach der Richtung OA, und das andere, durch ungewöhnliche Brechung erzeugte, nach der Richtung OA'. Der Ort jedes Bildes hängt von der Divergenz ab, mit welcher die in der Nähe von AB, AF auf den Doppelspath fallenden Strahlen, nach ihrem Austritte bei C, G in das Auge gelangen, denn wir versetzen die Gegenstände an die Spitzen der Strahlenkegel, welche von der Pupille aufgenommen werden. Die auf die gewöhnliche Weise gebrochenen Nachbarstrahlen divergiren bei dem Austritte aus dem Doppelspathe mehr als die ungewöhnlich gebrochenen; das außerordentliche Bild erscheint daher vom Auge weiter entfernt als das ordentliche. Da die beiden gebrochenen Strahlenbündel BC, FG einander im Innern des Doppelspathes bei H kreuzen, so verschwindet, wenn man eine undurchsichtige Platte an dem Doppelspathe vorüberführt, das in der Richtung der Bewegung der Platte weiter abliegende Bild zuerst.

320. Doppelte Brechung des Lichtes in anderen Substanzen. Auf ähnliche Weise wie im Doppelspathe geht die doppelte Brechung des Lichtes in denjenigen krystallisirten Körpern vor sich, deren Gestalt entweder dem rhomboedrischen oder dem pyramidalen Kry-

ſtallſyſteme angehört, d. h. aus einem Rhomboeder, oder aus einer gleichkantigen vierſeitigen Pyramide ableitbar iſt. Der Gang der beiden gebrochenen Strahlen erklärt ſich auf das Genaueſte durch die Annahme, daß eine Erſchütterung eines jeden Punctes des Lichtäthers in ſolchen Körpern das Entſtehen zweier Wellen zur Folge hat, einer kugelförmigen und einer ellipſoidiſchen, deren Form der Umdrehung einer Ellipſe um eine ihrer Hauptaren entſpricht. Die kugelförmige Welle erzeugt, weil bezüglich derſelben das Licht nach allen Richtungen mit derſelben Geſchwindigkeit fortſchreitet, bei dem Eintritte des Lichtes aus der Luft in den Kryſtall einen gebrochenen Strahl, welcher dem gewöhnlichen Geſetze der Sinuſſe gehorcht; der zweite gebrochene Strahl aber befolgt dieſes Geſetz nur wenn die Einfallsebene auf der Rotationsaxe des Ellipſoides ſenkrecht ſteht. Dieſe Axe iſt die ſogenannte Axe der doppelten Brechung; ſie ſtimmt jederzeit mit der Axe des (rhomboedriſchen oder pyramidalen) Kryſtalles überein. Das Verhältniß der Dimenſionen der ellipſoidiſchen Welle und ihre Beziehung zur kugelförmigen ändert ſich mit der Beſchaffenheit der Materie des Kryſtalles; bald iſt es die kleinere, bald die größere Axe der Ellipſe, welche als Umdrehungsaxe des Ellipſoids erſcheint; meiſtens berührt die Kugelwelle die ellipſoidiſche an den Endpuncten der Axe; es gibt aber auch Kryſtalle, in welchen beide Wellen in allen Puncten von einander getrennt ſind. Der letztere Fall äußert ſich dadurch, daß wenn ein Lichtſtrahl in den Kryſtall parallel mit deſſen Axe durch eine ſenkrecht gegen dieſe Axe geſchliffene Fläche eintritt, wobei keine Sonderung der Strahlen ſtatt findet, der ungebrochen bleibende Strahl dennoch aus zwei ungleich ſchnell fortſchreitenden Strahlen zuſammengeſetzt iſt, welche, ſobald ſie durch eine zweite Fläche unter einem ſchiefen Winkel aus dem Kryſtalle heraustreten, ſich von einander ſondern.

In den Kryſtallen, welche einem der prismatiſchen Syſteme angehören, hat die von jedem einzelnen in Schwingung gebrachten Puncte ausgehende Doppelwelle, auf welche ſich die Erſcheinungen zurückführen laſſen, keine der Formen, welche man in der Elementargeometrie behandelt; ihre Geſtaltung konnte nicht auf dem Wege der Beobachtung, ſondern nur durch theoretiſche, auf die Principien der Mechanik, nach welchen ſich Impulſe in einem kryſtalliniſchen Körper fortpflanzen, gegründete Betrachtungen erkannt werden, weßwegen wir hier nicht weiter in dieſen Gegenſtand eingehen. Nur mag noch angeführt werden, daß es in derlei Kryſtallen des Mangels einer kugelförmigen Welle wegen im Allgemeinen keine dem gewöhnlichen Geſetze unterliegende Brechung gibt, mithin der Unterſchied zwiſchen ordentlichem und außerordentlichem Strahle wegfällt, und höchſtens nur auf einzelne Brechungsebenen anwendbar iſt, weil die Wellenfläche durch Ebenen von gewiſſer Lage in Kreiſen und Ellipſen geſchnitten wird. Die beiden Partien der Doppelwelle kommen an den Endpuncten zweier verſchiedenen geraden Linien zuſammen, weßhalb ſich in dieſen Kryſtallen zwei optiſche Axen kund geben, d. h. Richtungen, nach welchen das Licht ſich bezüglich beider Strahlen mit einerlei Geſchwindigkeit

fortpflanzt. Die Lage dieſer Axen und mit ihr die Beſchaffenheit der Doppelbrechung in ſolchen Kryſtallen hängt aber von der Farbe des Lichtes und überdieß von der Temperatur ab, deren Aenderung hierin oft ſehr bedeutende Erfolge nach ſich zieht. Erſcheinungen, mittelſt welcher leicht erkannt werden kann, ob ein Körper das Licht doppelt bricht, ferner ob er eine oder zwei Axen der doppelten Brechung beſitzt, und welche Lage die optiſchen Axen haben, werden in der Folge angegeben.

Das Vermögen, das Licht doppelt zu brechen, iſt eine bloße Folge der mit der kryſtalliniſchen Struktur verbundenen Verſchiedenheit der Anordnung der Körpertheilchen nach verſchiedenen Richtungen. Hebt man die Gleichförmigkeit dieſer Anordnung in einem Stoffe durch einſeitigen Druck oder durch Aenderung der Temperatur auf, ſo kann er doppelte Brechung erlangen, wie dieß z. B. bei gepreßtem oder gekühltem Glaſe ſtatt findet.

Merkwürdig iſt es, daß ſo wie gefärbte Gläſer gewiſſe farbige Lichtſtrahlen abſorbiren, mithin für dieſelben undurchſichtig ſind, eben ſo manche das Licht doppelt brechende Subſtanzen längs dem einen der zwei gebrochenen Strahlen die Fortpflanzung des Lichtes überhaupt oder nur einiger Lichtſorten hemmen. Dieß findet im Turmaline ſtatt, welche Subſtanz dem rhomboedriſchen Kryſtallſyſteme angehört. Eine der Kryſtallare parallel aus einer Turmalinſäule herausgeſchnittene Platte läßt, wenn ſie eine gewiſſe Dicke hat, bloß das ungewöhnlich gebrochene Licht hindurch, während das gewöhnlich gebrochene, je weiter es in der Maſſe des Plättchens von der Eintrittsſtelle an vordringt, um ſo mehr in raſcher Folge abſorbirt wird. Man überzeugt ſich hievon mittelſt eines aus einer ſolchen Säule gebildeten Prisma's, deſſen brechende Kante der Kryſtallare parallel lauft. Sieht man durch ein ſolches Prisma nächſt der Schneide, wo die Dicke des Prisma's gering iſt, auf einen hellen Gegenſtand, ſo erſcheint derſelbe doppelt; je weiter aber die Eintrittsſtelle des Lichtes von dieſer Kante ſich entfernt, deſto ſchwächer wird das eine Bild und es verſchwindet zuletzt gänzlich. Hieher gehört auch der Farbenwechſel gewiſſer Kryſtalle nach Verſchiedenheit der Richtung des durchgehenden Lichtes, welche Erſcheinung man Dichroismus nennt.

321. Polariſation des Lichtes durch doppelte Brechung. Die beiden Strahlen, in welche ein gewöhnlicher Lichtſtrahl durch die doppelte Brechung zerfällt, zeigen, die oben erwähnten Ausnahmen abgerechnet, einerlei Intenſität; werden aber die ſolchergeſtalt erhaltenen Lichtſtrahlen in einen zweiten, das Licht doppelt brechenden Körper geleitet, ſo hängen die Intenſitäten der daraus entſtehenden Strahlen von der gegenſeitigen Lage der Axen beider Körper ab, und es kann nach Umſtänden auch aus jedem der erſteren Strahlen bloß ein gebrochener Strahl erhalten werden. Um dieſe Eigenthümlichkeiten, welche das Licht in Folge erlittener doppelten Brechung annimmt, auf die einfachſte Weiſe wahrzunehmen, ſetze man zwei Doppelſpathrhomboeder über einander, und betrachte einen Gegenſtand durch beide hindurch. Ste-

hen die Hauptſchnitte der Doppelſpathe einander parallel, ſo ſieht man nur zwei Bilder des Gegenſtandes, wie ſie ein Doppelſpathrhomboeder, deſſen Dicke der Summe der Dicken der beiden vorhandenen gleichkommt, erzeugt hätte. Dreht man nun einen der Doppelſpathe über dem andern, ſo daß ſie ſtets an derſelben Fläche, wie vorhin, in Berührung bleiben, und nur ihre Hauptſchnitte um einen immer größer werdenden Winkel von einander abweichen, ſo entſtehen zwei neue Bilder, deren Intenſität zunimmt, während die Intenſität der früheren zwei Bilder abnimmt. Machen die Hauptſchnitte einen Winkel von 45°, ſo haben alle vier Bilder gleiche Intenſitäten; kommen endlich die Hauptſchnitte in eine ſenkrechte Stellung gegen einander, ſo ſind die früheren Bilder gänzlich verſchwunden, und die ſpäteren haben ihre größte Stärke erreicht. Es ſind alſo jetzt wieder nur zwei Bilder vorhanden. Von da an ergeben ſich dieſelben Erſcheinungen in umgekehrter Ordnung. Aus dieſem Verſuche erhellet, daß bei übereinſtimmender Lage der Hauptſchnitte zweier Doppelſpathe ein in dem erſten ordentlich gebrochener Lichtſtrahl in dem zweiten nur die ordentliche, ein in dem erſten außerordentlich gebrochener Lichtſtrahl in dem zweiten nur die außerordentliche Brechung erfährt; dagegen, wenn die Hauptſchnitte ſich rechtwinklig kreuzen, der in dem erſten Doppelſpathe ordentlich gebrochene Strahl in dem zweiten außerordentlich, und eben ſo der im erſten außerordentlich gebrochene Strahl im zweiten ordentlich gebrochen wird. In den Zwiſchenlagen liefert der eine wie der andere Strahl zwei gebrochene Strahlen; bezeichnen wir der Kürze wegen den aus der erſten Brechung hervorgehenden ordentlichen und außerordentlichen Strahl durch O und E, und im Einklange damit die bei der zweiten Brechung aus O entſpringenden Strahlen durch OO und OE, die aus E entſpringenden durch EO und EE, ſo fallen die Strahlen OO und EE um ſo ſtärker aus, je weiter die Hauptſchnitte der beiden Doppelſpathe von der rechtwinkligen Lage abweichen, OE und EO dagegen werden in eben dem Maße ſchwächer.

Ein ähnliches Verhalten zeigen auch die aus dem gewöhnlichen Lichte durch doppelte Brechung in anderen Subſtanzen entſpringenden Strahlen bei dem Eintritte in eine zweite doppelt brechende Subſtanz. Um die beiden Strahlen abgeſondert unterſuchen zu können, iſt es bequem aus den brechenden Subſtanzen Prismen zu ſchleifen und dieſe mittelſt daran gefügter Glasprismen in ſo weit zu achromatiſiren, daß die Dioperſion des farbigen Lichtes die Reinheit der Bilder nicht merklich zu ſtören vermag.

Da es, wie die angeführten Verſuche lehren, bezüglich des Erfolges der Brechung nicht gleichgiltig iſt, welche Seite der aus dem erſten Doppelſpathe heraustretende Strahl der Hauptſchnittsebene des zweiten Doppelſpathes, in welchen er eintritt, zukehrt, indem dieſer Erfolg ſich ändert, wenn letzterer Hauptſchnitt um den eintretenden Strahl gedreht wird, ſo befinden ſich die beiden durch Doppelbrechung gewöhnlichen Lichtes erzeugten Strahlen im Vergleiche mit letzterem Lichte in einem eigenthümlichen Zuſtande, vermöge welchem ſie in ge-

riodiſchem Wechſel an verſchiedenen Stellen ringsum verſchiedene Eigenſchaften zeigen, und zwar ſtimmen beide Strahlen im Allgemeinen mit einander überein, nur differiren die mit gleichnamigen Eigenſchaften begabten Seiten des einen Strahles bezüglich jener des andern der Lage nach um 90°. Man nannte deßhalb dieſen Zuſtand Polariſation und die beiden durch Doppelbrechung erzeugten Strahlen polariſirte, und zwar entgegengeſetzt polariſirte. Um die verſchiedenen Seiten polariſirter Lichtſtrahlen gehörig unterſcheiden zu können, mußte man ſie auf irgend eine durch jeden ſolchen Lichtſtrahl, jedoch auf einerlei Weiſe gelegte Ebene beziehen; dieſe erhielt den Namen Polariſationsebene. Als ſolche wird bei dem in einem Doppelſpathe ordentlich gebrochenen Lichtſtrahle die Hauptſchnittsebene des Kryſtalles angenommen; die Polariſationsebene des außerordentlich gebrochenen Strahles ſteht ſonach gegen erſtere ſenkrecht. Man ſagt daher auch vom ordentlich gebrochenen Strahle, »er ſey im Hauptſchnitte,« und vom außerordentlichen Strahle, »er ſey ſenkrecht gegen den Hauptſchnitt polariſirt.«

In Folge der bereits angeführten Eigenſchaft einer parallel zur Kryſtallaxe geſchnittenen Turmalinplatte, den ordentlich gebrochenen Lichtſtrahl zu abſorbiren und nach dem oben angegebenen Geſetze des Verhaltens doppelt gebrochenen Lichtes in andern doppelt brechenden Subſtanzen läßt eine ſolche Platte nur ſenkrecht gegen ihre Axe polariſirtes Licht ungeſchwächt durch. Legt man zwei der Axe parallel geſchnittene Turmalinplatten über einander, ſo erſcheinen ſie beide durchſichtig, wenn ihre Axen einerlei Lage haben; dreht man die eine Platte an der andern, ſo nimmt die Intenſität des durchgehenden Lichtes immer mehr ab, und iſt, wenn ſich die Axen rechtwinklig kreuzen, am kleinſten. Bei gehöriger Dicke der Platten und Beſchaffenheit der Turmaline herrſcht im letzteren Falle im Geſichtsfelde völlige Dunkelheit. Eine ſolche Turmalinplatte iſt daher ein ſehr bequemes Mittel ſich polariſirtes Licht zu verſchaffen, ferner den Polariſationszuſtand eines Lichtſtrahles zu erkennen, und die Lage der Polariſationsebene anzugeben.

Da das gewöhnliche oder unpolariſirte Licht durch doppelte Brechung in zwei entgegengeſetzt polariſirte Strahlen von einerlei Intenſität zerfällt, ſo kann man das gemeine Licht als eine Zuſammenſetzung zweier entgegengeſetzt polariſirten Strahlen betrachten, deren Gegenſatz in der Vereinigung verſchwindet.

322. Erklärung des Polariſationszuſtandes und der doppelten Brechung. Die Erfahrung lehrt, daß zwei von derſelben Quelle herrührende und in den Polariſationszuſtand verſetzte Lichtſtrahlen, deren Polariſationsebenen übereinſtimmen, ſich bezüglich der Erſcheinungen der Interferenz genau ſo wie unpolariſirtes Licht verhalten; dagegen zwei Strahlen, welche ſich der mit ihrem Gangunterſchiede verknüpften Phaſendifferenz zu Folge gänzlich aufgehoben hätten, wenn ſie gemeines oder einſtimmig polariſirtes Licht enthielten, ſogleich allen Einfluß auf einander verlieren, wenn ſie im entgegengeſetzten Sinne polariſirt ſind. Dieſe wichtige Thatſache wird durch fol-

genden Versuch bewiesen: Man lasse, wie bei den in 315 und 316 beschriebenen Beugungsversuchen, von einer leuchtenden Linie Lichtstrahlen auf einen mit zwei dieser Linie parallelen Spaltöffnungen versehenen Schirm fallen, so entsteht hinter demselben das jeder Spalte für sich entsprechende Beugungsphänomen, und überdieß zeigen sich in der Mitte des Gesichtsfeldes die durch das Aufeinanderwirken der von beiden Spalten herrührenden Strahlen erzeugten Interferenzstreifen. Bringt man nun vor jede der Spalten ein der Krystallaxe parallel geschnittenes Turmalinplättchen von einerlei Dicke, wie man sie durch Theilung einer größeren Platte, deren Flächen genau parallel sind, erhält, so wird, wenn die Axen beider Turmalinplatten parallel stehen, an der Erscheinung nichts geändert; dreht man aber das eine Plättchen in seiner Ebene, so nimmt die Deutlichkeit der erwähnten Interferenzstreifen immer mehr ab, und wenn die Axen der Plättchen mit einander einen rechten Winkel bilden, verschwinden sie gänzlich. Im ersten Falle haben die Polarisationsebenen der aus den Turmalinplättchen austretenden Strahlen einerlei Lage, in dem zweiten Falle aber stehen sie rechtwinklig gegen einander. Bedient man sich statt der Turmalinplättchen zweier gleich dicken Platten von Gips, wie sie sich durch Theilung dieses im Krystallzustande leicht spaltbaren Körpers ergeben, oder zweier der Axe parallel geschnittenen Platten aus Bergkrystall (Quarz), so liefert jede derselben, vor eine der Spaltöffnungen gesetzt, zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen. Es seyen O, E diese Strahlen von der ersten und O', E' die mit diesen gleichartig polarisirten Strahlen von der zweiten Platte, in so fern beide Axen einander parallel liegen. Im Allgemeinen lassen sich viererlei Systeme von Interferenzstreifen erwarten, nämlich solche, die aus dem Aufeinanderwirken von O und O', dann von E und E', ferner von O und E', endlich von E und O' entstehen. Die ersteren zwei Systeme müssen sich des übereinstimmenden Gangunterschiedes der interferirenden Strahlen wegen in der Mitte des Gesichtsfeldes decken, und die beiden anderen Systeme zu beiden Seiten jener erscheinen. Stellt man die Platten so, daß die Krystallaxen einander parallel sind, so erblickt man dieselben Interferenzstreifen, welche sich zeigen, wenn keine Krystallplatten vor den Spaltöffnungen stehen, nämlich die in der Mitte des Gesichtsfeldes der Interferenz von O und O', dann von E und E' entsprechenden. Dreht man die eine Platte, so kommen die aus der Interferenz von O und E', dann von E und O' hervorgehenden Seitenspectra zum Vorschein, und nehmen an Intensität zu, während das mittlere Spectrum an Intensität abnimmt: machen die Axen den Winkel von 45° mit einander, so sind alle drei Systeme von Interferenzstreifen gleich stark, und wenn die Axen in die senkrechte Lage gegen einander gekommen sind, so erreichen die Seitenspectra ihre größte Stärke und das mittlere ist verschwunden. Dieser Versuch zeigt klar, wie die Fähigkeit polarisirter Strahlen auf einander nach dem für unpolarisirtes Licht geltenden Interferenzgesetze einzuwirken in dem Maße zu- und abnimmt, in welchem sich ihre Polarisationsebenen dem Parallelismus nähern oder sich davon entfernen.

Diese Erscheinung erklärt sich nach der Undulationstheorie vollkommen, wenn man annimmt, daß die Aetherschwingungen, deren Fortpflanzung einen polarisirten Lichtstrahl ausmacht, sich in geradliniger und gegen die Richtung des Lichtstrahles senkrechter Bahnen hin und her bewegen, welche gegen die Ebene des Polarisationsmittels einen bestimmten Winkel haben. Es ist für die nächsten Betrachtungen ganz gleichgültig, welchen Lauf diese Bahnen sonst nehmen, indessen wollen wir der Einfachheit halber annehmen, daß Grund dafür vorhanden, die Schwingungsrichtung der Aethertheilchen eines polarisirten Lichtstrahles sey gegen die Polarisationsebene senkrecht. Befinden sich nun zwei von derselben Lichtquelle herkommende, in entgegengesetzten Polarisationszustande befindliche Strahlen einander unter einem bestimmten Winkel, so werden auf jedes der Durchkreuzungsziele ankommende Aethertheilchen zwei Schwingungen mitbringen, deren Richtungen einen solchen Winkel bilden, wie ihn die beiden Bahnen ja auch immer haben mögen, auf einander senkrechte Richtungen ausgenommen, in Standen sind. Alle Erscheinungen stimmen darin überein, daß die Schwingungen der Aethertheilchen in einfachen und polarisirten Lichte nach den in 125 entwickelten Gesetzen vor sich gehen, daß diese Theilchen also gerade so schwingen, wie ein einfaches Pendel, welches um einen sehr kleinen Winkel von seiner Ruhelage abweicht. Bezeichnet a die Amplitude der Schwingung, c die Schwingungsgeschwindigkeit, s die Abweichung des Aethertheilchens von der Ruhelage, t eine Zeitgröße, T die Schwingungszeit, so haben wir laut 125 wegen $\sqrt{k} = \frac{2\pi}{T}$, die Formeln $s = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ und $v = c \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$. Aus 135. 2) folgt, daß sich aus geradlinigen Schwingungen dieser Art nach Maßgabe des Parallelogramms der Kräfte eine gerade oder eine elliptische Schwingung zusammensetzen. Welche der Bewegungen der Amplituden und der einen Phasenunterschied von einem Viertel der Undulationslänge aufweisenden Schwingungen entstehen. Die Erklärung der Erscheinungen besteht darin, daß die Schwingungsrichtungen der Schwingungsintensität oder der Lichtstärke proportional gesetzt werden. Mit Hilfe dieser Annahme und der angeführten Formeln ist es das Problem der Interferenz polarisirter Lichtstrahlen in seiner größten Allgemeinheit gelöst. Da jeder gemeine Lichtstrahl als ein Aggregat der Zusammensetzung entgegengesetzt polarisirter Lichtstrahlen betrachtet werden kann, müssen auch die Aetherbewegungen in parallelen polarisirten Strahlen in einer Bahnen bewegen, welche auf der Richtung des Lichtstrahles senkrecht stehen. Wir kann jeden Bahnen keine regelmäßige Form zuschreiben, daher ist jeder gemeine Licht als eine rasche Succession von Aetherbewegungen zu betrachten, welche nach allen möglichen Richtungen vor sich gehen.

Während also ein unpolarisirter Lichtstrahler Körper jede Art von Aetherschwingungen auf gleiche Weise fortzupflanzen vermag, erscheint uns eine das Licht in zwei rechtwinkelige Schwingungen, welche, wie der Doppelspath, einen Lichtstrahl in zwei Strahlen zerlegt, wovon der

eine in einer gewissen Ebene, welche wir im Allgemeinen Hauptschnitt nennen wollen und der andere senkrecht dagegen polarisirt ist, in Folge der mit der Krystallisation gegebenen Gruppirungsweise ihrer Molekel, und der dadurch bedingten Anordnung des Aethers in ihrem Inneren, nur zur Fortpflanzung solcher Strahlen geeignet, in welchen die Aethertheilchen ihre Schwingungen entweder senkrecht gegen die Ebene des Hauptschnittes oder in dieser Ebene selbst vollbringen. Gelangt nun eine Lichtwelle an die Grenzfläche eines solchen Körpers, so wird jede der zwei Wellen, aus welchen man dieselbe bestehend denken kann, in deren einen die Schwingungen senkrecht gegen den Hauptschnitt, in der andern im Hauptschnitte vor sich gehen, gleichsam abgesondert von der anderen, für sich allein gebrochen, und mit der ihr zufallenden Geschwindigkeit und Intensität fortgepflanzt. Die Zerlegung einer schwingenden Bewegung in andere entspricht hiebei ganz dem allgemeinen Gesetze, welches die componirenden Bewegungen mit der resultirenden verknüpft (133). Bilden die Richtungen der Componenten einen rechten Winkel, so ist das Quadrat der Amplitude der Resultirenden der Summe der Quadrate der Amplituden der Componenten gleich; die Intensität des zerlegten Lichtstrahles zerfällt sonach in die Intensitäten der Componenten, deren Summe sie ist.

Hiernach läßt sich leicht einsehen, warum ein polarisirter Strahl sich in einem Doppelspathe nur dann in zwei gebrochene Strahlen von gleicher Intensität zertheilt, wenn seine Polarisationsebene mit dem Hauptschnitte einen Winkel von 45° macht; denn in diesem Falle sind beide Componenten der nach dem Hauptschnitte und senkrecht dagegen zerlegten Schwingungen des Lichtstrahles einander gleich. Ist dieser Winkel kleiner als 45°, so ist die gegen den Hauptschnitt senkrechte Schwingung die stärkere, also der im Hauptschnitte polarisirte oder ordentlich gebrochene Strahl der intensivere; ist aber gedachter Winkel größer als 45°, so findet das Umgekehrte statt. Im unpolarisirten Lichte haben die Componenten rasch hinter einander alle möglichen Größen von Null angefangen bis zur Intensität des zu zerlegenden Strahles; es fällt daher einer jeden dieselbe Summe der Intensitäten zu und beide gebrochenen Strahlen erhalten deßhalb einerlei Stärke.

323. Polarisation des Lichtes durch Reflexion und einfache Brechung. Fällt ein Lichtstrahl in der Luft auf eine Glasplatte unter dem Neigungswinkel von 35° oder was dasselbe ist, unter dem Einfallswinkel von 55°, und untersucht man den reflectirten Strahl hinsichtlich seiner Brechung in einem Doppelspathe oder in einer Turmalinplatte, so findet man, daß er sich gerade so verhält, wie ein aus einem Doppelspathe austretender Lichtstrahl, der darin die ordentliche Brechung erlitten hat; er ist nämlich polarisirt, und die Ebene, in welcher die Reflexion vor sich ging, ist seine Polarisationsebene. Der durch die Glasplatte hindurchgehende Theil des Lichtes zeigt ebenfalls Polarisation, denn er zerfällt zwar in einem Doppelspathe bei jeder Position des Hauptschnittes gegen die Brechungsebene der Glastafel in zwei Strahlen, doch aber haben dieselben nicht wie bei dem gemeinen Lichte stets gleiche Intensität, sondern die Intensität eines jeden ändert

ſich nach der Stellung des Hauptſchnittes. Stimmt die Ebene des Hauptſchnittes mit der Reflexions- oder Brechungsebene der Glastafel überein, ſo erlangt der ordentlich gebrochene Strahl ſeine geringſte Intenſität. Das aus der Glastafel heraustretende Licht charakteriſirt ſich ſonach als ein unvollkommen polariſirtes und ſeine Polariſationsebene ſteht gegen die Brechungsebene ſenkrecht. Läßt man jedoch dieſes Licht durch eine zweite, dritte, vierte ... der erſteren parallele Glastafel gehen, ſo wird, durch Wegſchaffung des noch in ihm enthaltenen, in der Brechungsebene polariſirten Theiles mittelſt der Reflexion, ſeine gegen die Brechungsebene ſenkrechte Polariſation immer entſchiedener, und das Licht erſcheint zuletzt vollkommen polariſirt. Ein unvollkommener Polariſationszuſtand tritt auch ein, wenn gemeines Licht von einer Glastafel unter einem anderen als dem angegebenen Winkel reflectirt wird. Aus der beſchriebenen Umwandlungsweiſe des gemeinen Lichtes in polariſirtes durch Reflexion folgt, daß ein polariſirter Strahl, welcher eine Glastafel unter dem Einfallswinkel von 55° ſo trifft, daß ſeine Polariſationsebene mit der Einfallsebene einen rechten Winkel macht, von der Glastafel nicht reflectirt wird, ſondern ganz durch ſelbe hindurch geht, was ſich in einem directen Verſuche beſtätiget, es mag das polariſirte Licht von einem Doppelſpathe, oder von einer Turmalinplatte herrühren, oder durch Reflexion oder Transmiſſion an einer Glasplatte erzeugt worden ſeyn. Bei jeder anderen Stellung der Polariſationsebene des einfallenden Strahles gegen die Reflexionsebene der Glasplatte, wie auch bei einer anderen Größe des Einfallswinkels findet immer eine partielle Reflexion des Lichtes ſtatt. Auf dieſem Verhalten des polariſirten Lichtes bei der Reflexion beruht alſo die Sonderung der Beſtandtheile des eine Glasplatte treffenden gemeinen Lichtes, bei der gehörigen Incidenz, in einen vollkommen polariſirten reflectirten und in einen unvollkommen polariſirten durchgelaſſenen Strahl. Aehnliches geht mit dem Lichte an einer Waſſerfläche unter dem Einfallswinkel von 53° vor ſich, der reflectirte Strahl zeigt ſich bezüglich der Reflexionsebene vollkommen polariſirt, und ſo gibt es für jede das Licht einfach brechende Subſtanz einen gewiſſen Einfallswinkel, unter welchem dieſelbe das Licht durch Reflexion vollkommen zu polariſiren vermag. Dieſer Winkel heißt der Polariſationswinkel. Man hat die Bemerkung gemacht, daß es ſtets derjenige Winkel iſt, bei dem die Richtung des reflectirten Strahles auf jener des gebrochenen ſenkrecht ſteht. Dieſes Geſetz als richtig angenommen, gehört alſo jedem farbigen Beſtandtheile des weißen Lichtes ſein eigener Polariſationswinkel, und ſonach kann die vollkommene Polariſation eines unpolariſirten weißen Lichtſtrahles durch Reflexion an einer Glasplatte nicht in aller Strenge, ſondern nur mit großer Annäherung erreicht werden.

Iſt MN (Fig. 140) die Grenzfläche eines das Licht einfach brechenden Mediums, LA der einfallende, AR der reflectirte, AS der gebrochene Lichtſtrahl, PQ das Einfallsloth, ſo muß, wenn der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen ſenkrecht ſtehen ſoll, RAS ein rechter Winkel ſeyn, mithin müſſen auch PAR und QAS zuſammen einen rechten

Winkel ausmachen. Da PAR = LAP ist, so ergänzt sonach der Brechungswinkel QAS den Einfallswinkel LAP zu einem Rechten. Es sey LAP = α, QAS = β und n der Brechungsexponent, so ist $\sin\alpha = n \sin\beta$. Aber der zwischen α und β bestehenden Beziehung gemäß ist $\sin\beta = \cos\alpha$, folglich $\sin\alpha = n\cos\alpha$, und daher

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tang}\alpha = n.$$

Die Tangente des Polarisationswinkels ist also dem Brechungsinder gleich, wornach sich die Größe des Polarisationswinkels für jede einfach brechende Substanz und für jede Farbe des Lichtes berechnen läßt.

Um nachzuweisen wie es kommt, daß ein senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirter Lichtstrahl bei gewisser Incidenz an der Begrenzung eines das Licht einfach brechenden Mediums keinen reflectirten Strahl liefert, muß man zu theoretischen Betrachtungen seine Zuflucht nehmen. Bei der Reflexion und Brechung eines Lichtstrahles LA (Fig. 137) geht, wie aus den in 318 aus einander gesetzten Betrachtungen erhellet, die Bewegung der im Raume ABC enthaltenen Aethertheilchen auf die in den Räumen ABD, ABE befindlichen über. Der Raum ABD ist dem Raume ABC gleich; AEB aber verhält sich zu ABC wie das Product AE.BE zu AC.BC. Bezeichnen wir den Einfallswinkel LAP mit α, den Brechungswinkel QAG mit β, so ist auch der Winkel CAB = α und ABE = β, mithin $AC = AB.\cos\alpha$, $BC = AB\sin\alpha$, $AE = AB\sin\beta$, $BE = AB\cos\beta$, daher verhalten sich die Räume ABC und ABE wie die Producte $\sin\alpha.\cos\alpha$ und $\sin\beta.\cos\beta$. Stehen nun die Dichten des Aethers in beiden Medien im Verhältnisse d : d', so verhalten sich die in ABC, ABE enthaltenen Massen wie $d.\sin\alpha.\cos\alpha : d'.\sin\beta.\cos\beta$. Setzen wir voraus es gehe die Mittheilung der schwingenden Bewegung nach denselben Gesetzen vor sich, welche für den Stoß elastischer Massen gelten, und es finde dabei, bezüglich der Schwingungsintensitäten, das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kraft [145, 3] Anwendung, so besteht, wenn wir die Schwingungsintensität im einfallenden, reflectirten und im gebrochenen Strahle mit c, x, y bezeichnen, die Gleichung

$$d.\sin\alpha.\cos\alpha.c^2 = d.\sin\alpha.\cos\alpha\ x^2 + d'.\sin\beta.\cos\beta\ y^2$$

oder

$$(c^2 - x^2)\, d.\sin\alpha.\cos\alpha = y^2 d'.\sin\beta.\cos\beta.$$

Nehmen wir ferner an, es lasse sich die Fortpflanzung der transversalen Schwingungen im Aether mit jener vergleichen, welche längs einer gespannten elastischen Saite statt findet, und es habe die Spannung des Aethers in beiden Medien, so wie es das Gleichgewicht desselben fordert, einerlei Größe, so verhalten sich, dem in 228 erhaltenen Resultate gemäß, die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien verkehrt wie die Quadratwurzeln der Dichten. Aber diese Geschwindigkeiten verhalten sich auch wie $\sin\alpha : \sin\beta$ (318), daher ist

$$\sin\alpha : \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{d}} : \frac{1}{\sqrt{d'}},$$

d. h. es ist $d : d' = \sin\beta^2 : \sin\alpha^2$ oder $d\sin\alpha^2 = d'\sin\beta^2$. Dividirt man die obige Gleichung durch diese letztere, um d, d' wegzuschaffen, so erhält man die Gleichung

$$(c^2 - x^2)\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = y^2\frac{\cos\beta}{\sin\beta} \quad \text{oder} \quad (c^2 - x^2)\cos\alpha.\sin\beta = y^2\sin\alpha.\cos\beta$$

Es sey nun 1) das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisirt, so erfolgen die Aetherschwingungen senkrecht gegen die Einfallsebene, also parallel mit der Trennungsfläche beider Medien, und wenn man voraussetzt, daß sich die Schwingungsintensität des einfallenden Strahles in jene des reflectirten und gebrochenen zerlegt, so hat man $c = x + y$, also $c - x = y$. Dividirt man obige Gleichung durch diese, so wird

$$(c + x)\cos\alpha.\sin\beta = y\sin\alpha.\cos\beta, \quad \text{also}$$

$$(c+x)\cos\alpha\,.\,\sin\beta = (c-x)\sin\alpha\,.\,\cos\beta,$$

woraus sich

$$x = c\,.\,\frac{\sin\alpha\,.\,\cos\beta - \cos\alpha\,.\,\sin\beta}{\sin\alpha\,.\,\cos\beta + \cos\alpha\,.\,\sin\beta} = c\,.\,\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

ergibt.

Ist aber 2) das einfallende Licht senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, d. h. erfolgen die Schwingungen dieser Ebene parallel, mithin gegen die Trennungsfläche beider Medien schief, so kann man die Schwingungen im einfallenden, reflectirten und gebrochenen Strahle jede in zwei Componenten zerlegen, wovon die eine zu dieser Ebene parallel, die andere senkrecht dagegen ist. Vorausgesetzt, daß sich die der Trennungsfläche parallele Componente der Schwingungsintensität im einfallenden Strahle, welche, wie man nach dem Parallelogramme der Bewegungen leicht findet, gleich $c\cos\alpha$ ist, in die gleichnamigen Componenten $x\cos\alpha$ und $y\cos\beta$ der Schwingungsintensitäten der anderen Strahlen theile, besteht die Gleichung $(c-x)\cos\alpha = y\cos\beta$, und dadurch geht die oben erhaltene Gleichung in $(c+x)\sin\beta = y\sin\alpha$ über. Eliminirt man y, so wird $(c+x)\sin\beta\,.\,\cos\beta = (c-x)\sin\alpha\,.\,\cos\alpha$,

also $x = c\,\frac{\sin\alpha\,.\,\cos\alpha - \sin\beta\,.\,\cos\beta}{\sin\alpha\,.\,\cos\alpha + \sin\beta\,.\,\cos\beta}$ oder $x = c\,\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}$.

Das Quadrat von x mißt die Intensität des Lichtes im reflectirten Strahle. Ist dieser wie in 2) senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, so kann $x = 0$ werden, wenn $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, also

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \text{ oder } \alpha + \beta = 90^\circ$$

ist, d. h. wenn der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht, was mit eben angeführter Erfahrung harmonirt.

Die Deduction der so eben erhaltenen Formeln für die Intensität der von einer das Licht einfach brechenden Substanz reflectirten Strahlen nach Maßgabe ihres Polarisationszustandes ruht allerdings auf bloßen Voraussetzungen, welche zwar einen gewissen Grad von Wahrscheinlichkeit an sich tragen, aber dennoch ohne besondere Begründung keine vollkommene Evidenz gewähren können; indessen haben die Formeln selbst, so weit man dieselben auf dem Erfahrungswege zu prüfen vermochte, sich als richtig bewährt, und können sonach weiteren Forschungen mit Sicherheit zum Grunde gelegt werden. Man nennt sie nach ihrem Urheber die Fresnel'schen Intensitätsformeln. Mit ihrer Hilfe kann man auch die Intensität des von unpolarisirtem Lichte durch Reflexion an der Grenzfläche eines einfach brechenden Mediums erzeugten Lichtstrahles berechnen, weil man sich unpolarisirtes Licht stets in zwei gleiche Componenten zerlegt denken darf, deren eine in der Einfallsebene, und die andere senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist, und deren Schwingungsintensitäten sich zu jener des einfallenden Lichtes verhalten wie $1 : \sqrt{2}$.

Fällt ein polarisirter Lichtstrahl auf ein solches Medium und macht seine Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen schiefen Winkel, so zerlegt man ihn, bezüglich seiner Schwingungsintensität, nach der Regel des Parallelogrammes in seine parallel und senkrecht gegen die Einfallsebene schwingenden Componenten, und setzt die aus denselben nach den Intensitätsformeln sich ergebenden reflectirten Strahlen wieder in einen einzigen Strahl zusammen. Dieser stellt sich als ein polarisirter dar, dessen Polarisationsebene jedoch von jener des einfallenden Lichtes um einen Winkel abweicht, dessen Betrag sich nach eben diesen Formeln leicht bestimmen läßt, und so gefunden wird, wie ihn directe Beobachtungen angeben.

Die hier stets angeführte Bedingung, daß die Reflexion des Lichtes an einer dasselbe einfach brechenden Substanz vor sich gehe, ist wohl

im Auge zu behalten. Bei der Reflexion des Lichtes an Metallflächen, bei der totalen Reflexion im Innern durchsichtiger Medien, und bei der Reflexion an doppelt brechenden, ja selbst an gewissen krystallisirten einfach brechenden Körpern, z. B. am Diamante, treten andere Gesetze auf, wovon das Wichtigste im Folgenden berührt werden wird.

324. **Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Platten im polarisirten Lichte.** Auf eine aus einem das Licht doppelten brechenden Krystalle geschnittene Platte mit parallelen Flächen M N, P Q (Fig. 141) falle nach einer bestimmten Richtung übereinstimmend polarisirtes homogenes Licht. Es sey A B einer der die Fläche M N treffenden Strahlen; derselbe wird bei seinem Eintritte in die Krystallmasse im Allgemeinen in zwei Strahlen B C, B E zerlegt, wovon der eine, welcher die gewöhnliche Brechung erfahren hat, oder doch dem gewöhnlich gebrochenen Strahle der Krystalle mit einer optischen Axe analog ist, nach der Ebene, welche sich als Hauptschnitt darstellt, und der andere senkrecht gegen diese Ebene polarisirt erscheint. In Folge der an der zweiten Fläche P Q der Platte erlittenen Brechung treten beide Strahlen parallel zu A B aus der Platte heraus; der Strahl B C nach der Richtung C D, und der Strahl B E nach der Richtung E G. Man ziehe vom Puncte C aus die C B' der E B parallel, welche an der Fläche M N den Punct B' bezeichnet. Offenbar ist B' C die Richtung des einen der beiden gebrochenen Strahlen, welche aus dem mit A B parallelen Strahle A' B' hervorgehen; die zu B C parallele B' F ist die Richtung des zweiten gebrochenen Strahles. Letzterer tritt nach der mit A B parallelen Richtung F H, ersterer aber nach der Richtung C D aus der Platte heraus. Es sind also in C D zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen vereinigt, zwischen welchen eine von der Incidenz des Lichtes, der Dicke der Platte und der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Lichtwellen abhängende Phasendifferenz besteht, und ein Gleiches gilt auch von jedem anderen Strahle des aus der Platte heraustretenden Lichtes. Es falle nun dieses Licht unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte, oder es werde von einem mit doppelter Brechung begabten Körper aufgefangen, so zerfällt jeder der vorgedachten zwei in einem Strahle wie C D enthaltenen Strahlen in zwei andere entgegengesetzt polarisirte. Wir wollen der Kürze wegen die Strahlen, aus welchen das aus der Krystallplatte tretende Licht besteht, mit O und E, und die Strahlen, in welche O zerlegt wird, mit O o und O e, und eben so jene, in welche E zerlegt wird, mit E o und E e bezeichnen. Hievon sind die Strahlen O o, E o nach einerlei Ebene und O e, E e ebenfalls nach einerlei Ebene polarisirt, aber die Polarisationsebenen dieser zwei Paare stehen auf einander senkrecht. Die nach einerlei Ebene polarisirten Strahlen nehmen denselben Weg, verstärken oder schwächen sich also nach Maßgabe ihrer Phasen. Wenn aber zwei gegen einander senkrechte Bewegungen nach zwei anderen gleichfalls gegen einander senkrechten Richtungen zerlegt werden, so wirken von den in einerlei Geraden zusammenkommenden Componenten das eine Paar übereinstimmend und das andere entgegengesetzt (s. Fig. 1

Somit kommen verſchiedene Intenſitäten des Lichtes zu Stande. Da derſelbe Gangunterſchied der Strahlen bei verſchiedenfarbigem Lichte, wegen deſſen verſchiedener Wellenlänge, einen verſchiedenen Einfluß ausübt, ſo wird hiedurch das Miſchungsverhältniß der Beſtandtheile des weißen Lichtes geſtört, die Kryſtallplatte erſcheint daher im Allgemeinen farbig, und zwar bringt jedes der beiden geſonderten Strahlenpaare eine andere Farbe hervor. Gehen nicht bloß parallele Strahlen durch die Kryſtallplatte, ſondern wird ein polariſirter Lichtkegel, welcher Strahlen von ſehr verſchiedener Incidenz darbietet, gegen die Kryſtallplatte geleitet, ſo geben alle Stellen der Platte, welche dem Lichte einerlei Phaſendifferenz beibringen, einerlei Farbe; die Folge gleichfarbiger Stellen bildet eine ſogenannte iſochromatiſche Linie, und die Folge der verſchiedenen ſolchergeſtalt entſtehenden, theils farbigen, theils dunklen Linien ſtellt eine eigenthümliche Figur dar.

Es iſt bemerkenswerth, daß die Farben, welche einer beſtimmten Stelle der Kryſtallplatte, bezüglich der Strahlenpaare Oo, Eo und Oe, Ee, bei urſprünglich weißem Lichte entſprechen, ſtets complementär ſind. Dieß iſt eine nothwendige Folge des Umſtandes, daß für jedes einfache farbige Licht die Summe der Intenſitäten der aus Oo, Eo, dann aus Oe, Ee entſpringenden Strahlen conſtant, nämlich der Summe der Intenſitäten der Strahlen O und E gleich iſt.

Um dieß einzuſehen, muß man zuerſt die Intenſität eines Strahles zu beſtimmen wiſſen, welcher durch Vereinigung zweier übereinſtimmend polariſirten, in einer gegebenen Phaſendifferenz befindlichen Strahlen entſteht. Es ſeyen a, b die Amplituden, t, t + d die Phaſenzeiten der Strahlen, T die Undulationsdauer, x, y die Abweichungen des ſchwingenden Aethertheilchens von der Ruhelage, ſo iſt $x = a \sin\frac{2\pi t}{T}$, $y = b \sin\frac{2\pi(t+d)}{T}$. Der Kürze halber ſetzen wir $\frac{2\pi t}{T} = u$, $\frac{2\pi d}{T} = h$, ſo wird $x = a \sin u$, $y = b \sin(u + h)$. Bezeichnet man die Amplitude, Phaſendifferenz und Abweichung von der Ruhelage im zuſammengeſetzten Strahle mit A, D und z, ſo iſt $z = A \sin\frac{2\pi(t+D)}{T}$, oder wenn wir $\frac{2\pi D}{T} = H$ ſetzen, $z = A \sin(u + H)$. Offenbar iſt $z = x \pm y$, folglich $A \sin(u+H) = a \sin u \pm b \sin(u+h)$. Entwickelt man beiderſeits, ſo hat man

$A \sin u \cos H + A \cos u \sin H = a \sin u \pm b \sin u \cos h \pm b \cos u \sin h$,

oder $A \cos H \sin u + A \sin H \cos u = (a \pm b \cos h) \sin u \pm b \sin h \cos u$. Da die Ausdrücke dießſeits und jenſeits des Gleichheitszeichens für jeden Werth von t, alſo auch von u genau übereinſtimmen, ſo muß $A \cos H = a \pm b \cos h$ und $A \sin H = \pm b \sin h$ ſeyn. Nimmt man beiderſeits die Quadrate und addirt, ſo wird $A^2 = (a \pm b \cos h)^2 + b^2 \sin h^2 = a^2 \pm 2ab \cos h + b^2 \cos h^2 + b^2 \sin h^2 = a^2 \pm 2ab \cos h + b^2$. Hier iſt A^2 das Maß der Intenſität des zuſammengeſetzten Lichtes, a^2 und b^2 aber ſind die Intenſitäten der Theile, und h hängt auf die oben angegebene Weiſe von der Phaſendifferenz ab. Dieß vorausgeſetzt, bezeichnen wir die Amplituden der Strahlen Oo, Oe, Eo, Ee mit a,

genden Versuch bewiesen: Man lasse, wie bei den in 315 und 316 beschriebenen Beugungsversuchen, von einer leuchtenden Linie Lichtstrahlen auf einen mit zwei dieser Linie parallelen Spaltöffnungen versehenen Schirm fallen, so entsteht hinter demselben das jeder Spalte für sich entsprechende Beugungsphänomen, und überdieß zeigen sich in der Mitte des Gesichtsfeldes die durch das Aufeinanderwirken der von beiden Spalten herrührenden Strahlen erzeugten Interferenzstreifen. Bringt man nun vor jede der Spalten ein der Krystallaxe parallel geschnittenes Turmalinplättchen von einerlei Dicke, wie man sie durch Theilung einer größeren Platte, deren Flächen genau parallel sind, erhält, so wird, wenn die Axen beider Turmalinplatten parallel stehen, an der Erscheinung nichts geändert; dreht man aber das eine Plättchen in seiner Ebene, so nimmt die Deutlichkeit der erwähnten Interferenzstreifen immer mehr ab, und wenn die Axen der Plättchen mit einander einen rechten Winkel bilden, verschwinden sie gänzlich. Im ersten Falle haben die Polarisationsebenen der aus den Turmalinplättchen austretenden Strahlen einerlei Lage, in dem zweiten Falle aber stehen sie rechtwinklig gegen einander. Bedient man sich statt der Turmalinplättchen zweier gleich dicken Platten von Gips, wie sie sich durch Theilung dieses im Krystallzustande leicht spaltbaren Körpers ergeben, oder zweier der Axe parallel geschnittenen Platten aus Bergkrystall (Quarz), so liefert jede derselben, vor eine der Spaltöffnungen gesetzt, zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen. Es seyen O, E diese Strahlen von der ersten und O', E' die mit diesen gleichartig polarisirten Strahlen von der zweiten Platte, in so fern beide Axen einander parallel liegen. Im Allgemeinen lassen sich viererlei Systeme von Interferenzstreifen erwarten, nämlich solche, die aus dem Aufeinanderwirken von O und O', dann von E und E', ferner von O und E', endlich von E und O' entstehen. Die ersteren zwei Systeme müssen sich des übereinstimmenden Gangunterschiedes der interferirenden Strahlen wegen in der Mitte des Gesichtsfeldes decken, und die beiden anderen Systeme zu beiden Seiten jener erscheinen. Stellt man die Platten so, daß die Krystallaxen einander parallel sind, so erblickt man dieselben Interferenzstreifen, welche sich zeigen, wenn keine Krystallplatten vor den Spaltöffnungen stehen, nämlich die in der Mitte des Gesichtsfeldes der Interferenz von O und O', dann von E und E' entsprechenden. Dreht man die eine Platte, so kommen die aus der Interferenz von O und E', dann von E und O hervorgehenden Seitenspectra zum Vorschein, und nehmen an Intensität zu, während das mittlere Spectrum an Intensität abnimmt machen die Axen den Winkel von 45 mit einander, so sind alle drei Systeme von Interferenzstreifen gleich stark, und wenn die Axen in die senkrechte Lage gegen einander gekommen sind, so erreichen die Seitenspectra ihre größte Stärke und das mittlere ist verschwunden. Dieser Versuch zeigt klar, wie die Fähigkeit polarisirter Strahlen auf einander nach dem für unpolarisirtes Licht geltenden Interferenzgesetze einzuwirken in dem Maße zu- und abnimmt, in welchem sich ihre Polarisationsebenen dem Parallelismus nähern oder sich davon entfernen

Dieſe Erſcheinung erklärt ſich nach der Undulationstheorie vollkommen, wenn man annimmt, daß die Aethertheilchen bei den Schwingungen, deren Fortpflanzung einen polariſirten Lichtſtrahl ausmacht, ſich in geradlinigen und gegen die Richtung des Lichtſtrahles ſenkrechten Bahnen hin und her bewegen, welche gegen die Ebene, die man Polariſationsebene nennt, eine beſtimmte Lage haben. Es iſt für die nächſten Betrachtungen ganz gleichgiltig, welches dieſe Lage ſeyn mag, indeſſen wollen wir hier gleich bemerken, daß Gründe dafür ſprechen, die Schwingungsrichtung der Aethertheilchen eines polariſirten Lichtſtrahles ſey gegen die Polariſationsebene ſenkrecht. Begegnen nun zwei von derſelben Lichtquelle herkommende, in entgegengeſetztem Polariſationszuſtande befindliche Strahlen einander unter einem ſehr ſpitzen Winkel, ſo werden auf jedes an der Durchkreuzungsſtelle liegende Aethertheilchen zwei Schwingungen übertragen, deren Richtungen einen rechten Winkel bilden, mithin, in welchen Phaſen ſie auch immer ſtehen mögen, auf einander keinen ſchwächenden Einfluß auszuüben im Stande ſind. Alle Erſcheinungen ſtimmen dafür, daß die Schwingungen der Aethertheilchen in einfachem und polariſirtem Lichte nach dem in 125 entwickelten Geſetze vor ſich gehen, daß dieſe Theilchen alſo gerade ſo ſchwingen, wie ein einfaches Pendel, welches um einen ſehr kleinen Winkel von ſeiner Ruhelage abweicht. Bezeichnet a die Amplitude der Schwingung, c die Schwingungsintenſität, s die Abweichung des Aethertheilchens von der Ruhelage, v ſeine Geſchwindigkeit, t die Phaſenzeit, T die Schwingungsdauer, ſo haben wir nach 125 wegen $\sqrt{k} = \frac{2\pi}{T}$, die Formeln: $s = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ und $v = c \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$. Aus 135, 2) folgt, daß ſich zwei rechtwinklige Schwingungen dieſer Art nach Maßgabe des Phaſenunterſchiedes zu einer geraden oder zu einer elliptiſchen Schwingung zuſammenſetzen, welche bei Gleichheit der Amplituden und bei einer Phaſendifferenz von einem Viertel der Undulationsdauer auch kreisförmig werden kann. Die Erklärung der Erſcheinungen fordert, daß die Lichtintenſität dem Quadrate der Schwingungsintenſität oder der Amplitude proportional geſetzt werde. Mit Hilfe dieſer Annahme und der angeführten Formeln läßt ſich das Problem der Interferenz polariſirter Lichtſtrahlen in ſeiner größten Allgemeinheit auflöſen. In ſo fern gemeines Licht als ein Reſultat der Zuſammenſetzung entgegengeſetzt polariſirter Lichtſtrahlen betrachtet werden kann, müſſen auch die Aethertheilchen bei Fortpflanzung des unpolariſirten Lichtes ſich in ebenen Bahnen bewegen, welche auf der Richtung des Lichtſtrahles ſenkrecht ſtehen. Man kann dieſen Bahnen keine regelmäßige Form zuſchreiben, daher iſt gemeines Licht als eine raſche Succeſſion von Aetherſchwingungen zu betrachten, welche nach allen möglichen Richtungen vor ſich gehen.

Während alſo ein unkryſtalliſirter durchſichtiger Körper jede Art von Aetherſchwingungen auf gleiche Weiſe fortzupflanzen vermag, erſcheint uns eine das Licht doppelt brechende Subſtanz, welche, wie der Doppelſpath, einen Lichtſtrahl in zwei Strahlen zerlegt, wovon der

eine in einer gewissen Ebene, welche wir im Allgemeinen Hauptschnitt nennen wollen und der andere senkrecht dagegen polarisirt ist, in Folge der mit der Krystallisation gegebenen Gruppirungsweise ihrer Molekel, und der dadurch bedingten Anordnung des Aethers in ihrem Inneren, nur zur Fortpflanzung solcher Strahlen geeignet, in welchen die Aethertheilchen ihre Schwingungen entweder senkrecht gegen die Ebene des Hauptschnittes oder in dieser Ebene selbst vollbringen. Gelangt nun eine Lichtwelle an die Grenzfläche eines solchen Körpers, so wird jede der zwei Wellen, aus welchen man dieselbe bestehend denken kann, in deren einen die Schwingungen senkrecht gegen den Hauptschnitt, in der andern im Hauptschnitte vor sich gehen, gleichsam abgesondert von der anderen, für sich allein gebrochen, und mit der ihr zufallenden Geschwindigkeit und Intensität fortgepflanzt. Die Zerlegung einer schwingenden Bewegung in andere entspricht hiebei ganz dem allgemeinen Gesetze, welches die componirenden Bewegungen mit der resultirenden verknüpft (133). Bilden die Richtungen der Componenten einen rechten Winkel, so ist das Quadrat der Amplitude der Resultirenden der Summe der Quadrate der Amplituden der Componenten gleich; die Intensität des zerlegten Lichtstrahles zerfällt sonach in die Intensitäten der Componenten, deren Summe sie ist.

Hiernach läßt sich leicht einsehen, warum ein polarisirter Strahl sich in einem Doppelspathe nur dann in zwei gebrochene Strahlen von gleicher Intensität zertheilt, wenn seine Polarisationsebene mit dem Hauptschnitte einen Winkel von 45° macht; denn in diesem Falle sind beide Componenten der nach dem Hauptschnitte und senkrecht dagegen zerlegten Schwingungen des Lichtstrahles einander gleich. Ist dieser Winkel kleiner als 45°, so ist die gegen den Hauptschnitt senkrechte Schwingung die stärkere, also der im Hauptschnitte polarisirte oder ordentlich gebrochene Strahl der intensivere; ist aber gedachter Winkel größer als 45°, so findet das Umgekehrte statt. Im unpolarisirten Lichte haben die Componenten rasch hinter einander alle möglichen Größen von Null angefangen bis zur Intensität des zu zerlegenden Strahles; es fällt daher einer jeden dieselbe Summe der Intensitäten zu und beide gebrochenen Strahlen erhalten deßhalb einerlei Stärke.

323. Polarisation des Lichtes durch Reflexion und einfache Brechung. Fällt ein Lichtstrahl in der Luft auf eine Glasplatte unter dem Neigungswinkel von 35° oder was dasselbe ist, unter dem Einfallswinkel von 55°, und untersucht man den reflectirten Strahl hinsichtlich seiner Brechung in einem Doppelspathe oder in einer Turmalinplatte, so findet man, daß er sich gerade so verhält, wie ein aus einem Doppelspathe austretender Lichtstrahl, der darin die ordentliche Brechung erlitten hat; er ist nämlich polarisirt, und die Ebene, in welcher die Reflexion vor sich ging, ist seine Polarisationsebene. Der durch die Glasplatte hindurchgehende Theil des Lichtes zeigt ebenfalls Polarisation, denn er zerfällt zwar in einem Doppelspathe bei jeder Position des Hauptschnittes gegen die Brechungsebene der Glastafel in zwei Strahlen, doch aber haben dieselben nicht wie bei dem gemeinen Lichte stets gleiche Intensität, sondern die Intensität eines jeden ändert

ſich nach der Stellung des Hauptſchnittes. Stimmt die Ebene des Hauptſchnittes mit der Reflexions- oder Brechungsebene der Glastafel überein, ſo erlangt der ordentlich gebrochene Strahl ſeine geringſte Intenſität. Das aus der Glastafel heraustretende Licht charakteriſirt ſich ſonach als ein unvollkommen polariſirtes und ſeine Polariſationsebene ſteht gegen die Brechungsebene ſenkrecht. Läßt man jedoch dieſes Licht durch eine zweite, dritte, vierte ... der erſteren parallele Glastafel gehen, ſo wird, durch Wegſchaffung des noch in ihm enthaltenen, in der Brechungsebene polariſirten Theiles mittelſt der Reflexion, ſeine gegen die Brechungsebene ſenkrechte Polariſation immer entſchiedener, und das Licht erſcheint zuletzt vollkommen polariſirt. Ein unvollkommener Polariſationszuſtand tritt auch ein, wenn gemeines Licht von einer Glastafel unter einem anderen als dem angegebenen Winkel reflectirt wird. Aus der beſchriebenen Umwandlungsweiſe des gemeinen Lichtes in polariſirtes durch Reflexion folgt, daß ein polariſirter Strahl, welcher eine Glastafel unter dem Einfallswinkel von 55° ſo trifft, daß ſeine Polariſationsebene mit der Einfallsebene einen rechten Winkel macht, von der Glastafel nicht reflectirt wird, ſondern ganz durch ſelbe hindurch geht, was ſich in einem directen Verſuche beſtätiget, es mag das polariſirte Licht von einem Doppelſpathe, oder von einer Turmalinplatte herrühren, oder durch Reflexion oder Transmiſſion an einer Glasplatte erzeugt worden ſeyn. Bei jeder anderen Stellung der Polariſationsebene des einfallenden Strahles gegen die Reflexionsebene der Glasplatte, wie auch bei einer anderen Größe des Einfallswinkels findet immer eine partielle Reflexion des Lichtes ſtatt. Auf dieſem Verhalten des polariſirten Lichtes bei der Reflexion beruht alſo die Sonderung der Beſtandtheile des eine Glasplatte treffenden gemeinen Lichtes, bei der gehörigen Incidenz, in einen vollkommen polariſirten reflectirten und in einen unvollkommen polariſirten durchgelaſſenen Strahl. Aehnliches geht mit dem Lichte an einer Waſſerfläche unter dem Einfallswinkel von 53° vor ſich, der reflectirte Strahl zeigt ſich bezüglich der Reflexionsebene vollkommen polariſirt, und ſo gibt es für jede das Licht einfach brechende Subſtanz einen gewiſſen Einfallswinkel, unter welchem dieſelbe das Licht durch Reflexion vollkommen zu polariſiren vermag. Dieſer Winkel heißt der Polariſationswinkel. Man hat die Bemerkung gemacht, daß es ſtets derjenige Winkel iſt, bei dem die Richtung des reflectirten Strahles auf jener des gebrochenen ſenkrecht ſteht. Dieſes Geſetz als richtig angenommen, gehört alſo jedem farbigen Beſtandtheile des weißen Lichtes ſein eigener Polariſationswinkel, und ſonach kann die vollkommene Polariſation eines unpolariſirten weißen Lichtſtrahles durch Reflexion an einer Glasplatte nicht in aller Strenge, ſondern nur mit großer Annäherung erreicht werden.

Iſt MN (Fig. 149) die Grenzfläche eines das Licht einfach brechenden Mediums, LA der einfallende, AR der reflectirte, AS der gebrochene Lichtſtrahl, PQ das Einfallsloth, ſo muß, wenn der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen ſenkrecht ſtehen ſoll, RAS ein rechter Winkel ſeyn, mithin müſſen auch PAR und QAS zuſammen einen rechten

Winkel ausmachen. Da PAR = LAP ist, so ergänzt sonach der Brechungswinkel QAS den Einfallswinkel LAP zu einem Rechten. Es sey LAP = α, QAS = β und n der Brechungsexponent, so ist $\sin\alpha = n \sin\beta$. Aber der zwischen α und β bestehenden Beziehung gemäß ist $\sin\beta = \cos\alpha$, folglich $\sin\alpha = n\cos\alpha$, und daher

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \operatorname{tang}\alpha = n.$$

Die Tangente des Polarisationswinkels ist also dem Brechungsinder gleich, wornach sich die Größe des Polarisationswinkels für jede einfach brechende Substanz und für jede Farbe des Lichtes berechnen läßt.

Um nachzuweisen wie es kommt, daß ein senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirter Lichtstrahl bei gewisser Incidenz an der Begrenzung eines das Licht einfach brechenden Mediums keinen reflectirten Strahl liefert, muß man zu theoretischen Betrachtungen seine Zuflucht nehmen. Bei der Reflexion und Brechung eines Lichtstrahles LA (Fig. 137) geht, wie aus den in 318 aus einander gesetzten Betrachtungen erhellet, die Bewegung der im Raume ABC enthaltenen Aethertheilchen auf die in den Räumen ABD, ABE befindlichen über. Der Raum ABD ist dem Raume ABC gleich; AEB aber verhält sich zu ABC wie das Product AE.BE zu AC.BC. Bezeichnen wir den Einfallswinkel LAP mit α, den Brechungswinkel QAG mit β, so ist auch der Winkel CAB = α und ABE = β, mithin $AC = AB.\cos\alpha$, $BC = AB\sin\alpha$, $AE = AB\sin\beta$, $BE = AB\cos\beta$, daher verhalten sich die Räume ABC und ABE wie die Producte $\sin\alpha.\cos\alpha$ und $\sin\beta.\cos\beta$. Stehen nun die Dichten des Aethers in beiden Medien im Verhältnisse d : d', so verhalten sich die in ABC, ABE enthaltenen Massen wie $d.\sin\alpha.\cos\alpha : d'.\sin\beta.\cos\beta$. Setzen wir voraus es gehe die Mittheilung der schwingenden Bewegung nach denselben Gesetzen vor sich, welche für den Stoß elastischer Massen gelten, und es finde dabei, bezüglich der Schwingungsintensitäten, das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kraft [148, 3] Anwendung, so besteht, wenn wir die Schwingungsintensität im einfallenden, reflectirten und im gebrochenen Strahle mit c, x, y bezeichnen, die Gleichung

$$d.\sin\alpha.\cos\alpha.c^2 = d.\sin\alpha.\cos\alpha\ x^2 + d'.\sin\beta.\cos\beta\ y^2$$

oder

$$(c^2 - x^2)\, d.\sin\alpha.\cos\alpha = y^2 d'.\sin\beta.\cos\beta.$$

Nehmen wir ferner an, es lasse sich die Fortpflanzung der transversalen Schwingungen im Aether mit jener vergleichen, welche längs einer gespannten elastischen Saite statt findet, und es habe die Spannung des Aethers in beiden Medien, so wie es das Gleichgewicht desselben fordert, einerlei Größe, so verhalten sich, dem in 228 erhaltenen Resultate gemäß, die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien verkehrt wie die Quadratwurzeln der Dichten. Aber diese Geschwindigkeiten verhalten sich auch wie $\sin\alpha : \sin\beta$ (318), daher ist

$$\sin\alpha : \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{d}} : \frac{1}{\sqrt{d'}},$$

d. h. es ist $d : d' = \sin\beta^2 : \sin\alpha^2$ oder $d\sin\alpha^2 = d'\sin\beta^2$. Dividirt man die obige Gleichung durch diese letztere, um d, d' wegzuschaffen, so erhält man die Gleichung

$$(c^2 - x^2)\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = y^2\frac{\cos\beta}{\sin\beta} \quad \text{oder} \quad (c^2 - x^2)\cos\alpha.\sin\beta = y^2\sin\alpha.\cos\beta.$$

Es sey nun 1) das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisirt, so erfolgen die Aetherschwingungen senkrecht gegen die Einfallsebene, also parallel mit der Trennungsfläche beider Medien, und wenn man voraussetzt, daß sich die Schwingungsintensität des einfallenden Strahles in jene des reflectirten und gebrochenen zerlegt, so hat man $c = x + y$, also $c - x = y$. Dividirt man obige Gleichung durch diese, so wird

$$(c + x)\cos\alpha.\sin\beta = y\sin\alpha.\cos\beta, \quad \text{also}$$

$$(c+x)\cos\alpha\,.\,\sin\beta = (c-x)\sin\alpha\,.\cos\beta,$$

woraus sich

$$x = c.\frac{\sin\alpha\,.\cos\beta - \cos\alpha\,.\sin\beta}{\sin\alpha\,.\cos\beta + \cos\alpha\,.\sin\beta} = c.\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

ergibt.

Ist aber 2) das einfallende Licht senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, d. h. erfolgen die Schwingungen dieser Ebene parallel, mithin gegen die Trennungsfläche beider Medien schief, so kann man die Schwingungen im einfallenden, reflectirten und gebrochenen Strahle jede in zwei Componenten zerlegen, wovon die eine zu dieser Ebene parallel, die andere senkrecht dagegen ist. Vorausgesetzt, daß sich die der Trennungsfläche parallele Componente der Schwingungsintensität im einfallenden Strahle, welche, wie man nach dem Parallelogramme der Bewegungen leicht findet, gleich $c\cos\alpha$ ist, in die gleichnamigen Componenten $x\cos\alpha$ und $y\cos\beta$ der Schwingungsintensitäten der anderen Strahlen theile, besteht die Gleichung $(c-x)\cos\alpha = y\cos\beta$, und dadurch geht die oben erhaltene Gleichung in $(c+x)\sin\beta = y\sin\alpha$ über. Eliminirt man y, so wird $(c+x)\sin\beta\,.\cos\beta = (c-x)\sin\alpha\,.\cos\alpha$, also $x = c\frac{\sin\alpha\,.\cos\alpha - \sin\beta\,.\cos\beta}{\sin\alpha\,.\cos\alpha + \sin\beta\,.\cos\beta}$ oder $x = c\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}$.

Das Quadrat von x mißt die Intensität des Lichtes im reflectirten Strahle. Ist dieser wie in 2) senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, so kann $x = 0$ werden, wenn $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, also

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \text{ oder } \alpha + \beta = 90^\circ$$

ist, d. h. wenn der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht, was mit eben angeführter Erfahrung harmonirt.

Die Deduction der so eben erhaltenen Formeln für die Intensität der von einer das Licht einfach brechenden Substanz reflectirten Strahlen nach Maßgabe ihres Polarisationszustandes ruht allerdings auf bloßen Voraussetzungen, welche zwar einen gewissen Grad von Wahrscheinlichkeit an sich tragen, aber dennoch ohne besondere Begründung keine vollkommene Evidenz gewähren können; indessen haben die Formeln selbst, so weit man dieselben auf dem Erfahrungswege zu prüfen vermochte, sich als richtig bewährt, und können sonach weiteren Forschungen mit Sicherheit zum Grunde gelegt werden. Man nennt sie nach ihrem Urheber die Fresnel'schen Intensitätsformeln. Mit ihrer Hilfe kann man auch die Intensität des von unpolarisirtem Lichte durch Reflexion an der Grenzfläche eines einfach brechenden Mediums erzeugten Lichtstrahles berechnen, weil man sich unpolarisirtes Licht stets in zwei gleiche Componenten zerlegt denken darf, deren eine in der Einfallsebene, und die andere senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist, und deren Schwingungsintensitäten sich zu jener des einfallenden Lichtes verhalten wie $1 : \sqrt{2}$.

Fällt ein polarisirter Lichtstrahl auf ein solches Medium und macht seine Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen schiefen Winkel, so zerlegt man ihn, bezüglich seiner Schwingungsintensität, nach der Regel des Parallelogrammes in seine parallel und senkrecht gegen die Einfallsebene schwingenden Componenten, und setzt die aus denselben nach den Intensitätsformeln sich ergebenden reflectirten Strahlen wieder in einen einzigen Strahl zusammen. Dieser stellt sich als ein polarisirter dar, dessen Polarisationsebene jedoch von jener des einfallenden Lichtes um einen Winkel abweicht, dessen Betrag sich nach eben diesen Formeln leicht bestimmen läßt, und so gefunden wird, wie ihn directe Beobachtungen angeben.

Die hier stets angeführte Bedingung, daß die Reflexion des Lichtes an einer dasselbe einfach brechenden Substanz vor sich gehe, ist wohl

im Auge zu behalten. Bei der Reflexion des Lichtes an Metallflächen, bei der totalen Reflexion im Innern durchsichtiger Medien, und bei der Reflexion an doppelt brechenden, ja selbst an gewissen krystallisirten einfach brechenden Körpern, z. B. am Diamante, treten andere Gesetze auf, wovon das Wichtigste im Folgenden berührt werden wird.

324. **Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Platten im polarisirten Lichte.** Auf eine aus einem das Licht doppelten brechenden Krystalle geschnittene Platte mit parallelen Flächen M N, P Q (Fig. 141) falle nach einer bestimmten Richtung übereinstimmend polarisirtes homogenes Licht. Es sey A B einer der die Fläche M N treffenden Strahlen; derselbe wird bei seinem Eintritte in die Krystallmasse im Allgemeinen in zwei Strahlen B C, B E zerlegt, wovon der eine, welcher die gewöhnliche Brechung erfahren hat, oder doch dem gewöhnlich gebrochenen Strahle der Krystalle mit einer optischen Axe analog ist, nach der Ebene, welche sich als Hauptschnitt darstellt, und der andere senkrecht gegen diese Ebene polarisirt erscheint. In Folge der an der zweiten Fläche P Q der Platte erlittenen Brechung treten beide Strahlen parallel zu A B aus der Platte heraus; der Strahl B C nach der Richtung C D, und der Strahl B E nach der Richtung E G. Man ziehe vom Puncte C aus die C B' der E B parallel, welche an der Fläche M N den Punct B' bezeichnet. Offenbar ist B' C die Richtung des einen der beiden gebrochenen Strahlen, welche aus dem mit A B parallelen Strahle A' B' hervorgehen; die zu B C parallele B F ist die Richtung des zweiten gebrochenen Strahles. Letzterer tritt nach der mit A B parallelen Richtung F H, ersterer aber nach der Richtung C D aus der Platte heraus. Es sind also in C D zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen vereinigt, zwischen welchen eine von der Incidenz des Lichtes, der Dicke der Platte und der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Lichtwellen abhängende Phasendifferenz besteht, und ein Gleiches gilt auch von jedem anderen Strahle des aus der Platte heraustretenden Lichtes. Es falle nun dieses Licht unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte, oder es werde von einem mit doppelter Brechung begabten Körper aufgefangen, so zerfällt jeder der vorgedachten zwei in einem Strahle wie C D enthaltenen Strahlen in zwei andere entgegengesetzt polarisirte. Wir wollen der Kürze wegen die Strahlen, aus welchen das aus der Krystallplatte tretende Licht besteht, mit O und E, und die Strahlen, in welche O zerlegt wird, mit O o und O e, und eben so jene, in welche E zerlegt wird, mit E o und E e bezeichnen. Hievon sind die Strahlen O o, E o nach einerlei Ebene und O e, E e ebenfalls nach einerlei Ebene polarisirt, aber die Polarisationsebenen dieser zwei Paare stehen auf einander senkrecht. Die nach einerlei Ebene polarisirten Strahlen nehmen denselben Weg, verstärken oder schwachen sich also nach Maßgabe ihrer Phasen. Wenn aber zwei gegen einander senkrechte Bewegungen nach zwei anderen, gleichfalls gegen einander senkrechten Richtungen zerlegt werden, so wirken von den in einerlei Geraden zusammenkommenden Componenten das eine Paar übereinstimmend und das andere entgegengesetzt (s. Fig. 1.

Somit kommen verſchiedene Intenſitäten des Lichtes zu Stande. Da erſelbe Gangunterſchied der Strahlen bei verſchiedenfarbigem Lichte, egen deſſen verſchiedener Wellenlänge, einen verſchiedenen Einfluß usübt, ſo wird hiedurch das Miſchungsverhältniß der Beſtandtheile es weißen Lichtes geſtört, die Kryſtallplatte erſcheint daher im Allgeeinen farbig, und zwar bringt jedes der beiden geſonderten Strahnpaare eine andere Farbe hervor. Gehen nicht bloß parallele Strahn durch die Kryſtallplatte, ſondern wird ein polariſirter Lichtkegel, elcher Strahlen von ſehr verſchiedener Incidenz darbietet, gegen die ryſtallplatte geleitet, ſo geben alle Stellen der Platte, welche dem ichte einerlei Phaſendifferenz beibringen, einerlei Farbe; die Folge leichfarbiger Stellen bildet eine ſogenannte iſochromatiſche Linie, nd die Folge der verſchiedenen ſolchergeſtalt entſtehenden, theils farigen, theils dunklen Linien ſtellt eine eigenthümliche Figur dar.

Es iſt bemerkenswerth, daß die Farben, welche einer beſtimmten Stelle der Kryſtallplatte, bezüglich der Strahlenpaare Oo, Eo und Oe, Ee, bei urſprünglich weißem Lichte entſprechen, ſtets complementär ſind. Dieß iſt eine nothwendige Folge des Umſtandes, aß für jedes einfache farbige Licht die Summe der Intenſitäten der us Oo, Eo, dann aus Oe, Ee entſpringenden Strahlen conant, nämlich der Summe der Intenſitäten der Strahlen O und E leich iſt.

Um dieß einzuſehen, muß man zuerſt die Intenſität eines Strahles zu beſtimmen wiſſen, welcher durch Vereinigung zweier übereinſtimmend polariſirten, in einer gegebenen Phaſendifferenz befindlichen Strahlen entſteht. Es ſeyen a, b die Amplituden, t, t + d die Phaſenzeiten der Strahlen, T die Undulationsdauer, x, y die Abweichungen des ſchwingenden Aethertheilchens von der Ruhelage, ſo iſt $x = a \sin\frac{2\pi t}{T}$, $y = b \sin\frac{2\pi(t+d)}{T}$. Der Kürze halber ſetzen wir $\frac{2\pi t}{T} = u$, $\frac{2\pi d}{T} = h$, ſo wird $x = a \sin u$, $y = b \sin(u + h)$. Bezeichnet man die Amplitude, Phaſendifferenz und Abweichung von der Ruhelage im zuſammengeſetzten Strahle mit A, D und z, ſo iſt $z = A \sin\frac{2\pi(t+D)}{T}$, oder wenn wir $\frac{2\pi D}{T} = H$ ſetzen, $z = A \sin(u + H)$. Offenbar iſt $z = x \pm y$, folglich $A \sin(u+H) = a \sin u \pm b \sin(u+h)$. Entwickelt man beiderſeits, ſo hat man

$A \sin u \cos H + A \cos u \sin H = a \sin u \pm b \sin u \cos h \pm b \cos u \sin h$,

oder $A \cos H \sin u + A \sin H \cos u = (a \pm b \cos h) \sin u \pm b \sin h \cos u$.

Da die Ausdrücke dießſeits und jenſeits des Gleichheitszeichens für jeden Werth von t, alſo auch von u genau übereinſtimmen, ſo muß $A \cos H = a \pm b \cos h$ und $A \sin H = \pm b \sin h$ ſeyn. Nimmt man beiderſeits die Quadrate und addirt, ſo wird $A^2 = (a \pm b \cos h)^2 + b^2 \sin h^2 = a^2 \pm 2ab \cos h + b^2 \cos h^2 + b^2 \sin h^2 = a^2 \pm 2ab \cos h + b^2$. Hier iſt A^2 das Maß der Intenſität des zuſammengeſetzten Lichtes, a^2 und b^2 aber ſind die Intenſitäten der Theile, und h hängt auf die oben angegebene Weiſe von der Phaſendifferenz ab. Dieß vorausgeſetzt, bezeichnen wir die Amplituden der Strahlen Oo, Oe, Eo, Ee mit a,

a', b, b', dann jene der vereinigten Strahlen Oo, Eo und Oe, Ee mit A und A', und bedenken wir, daß der zwischen O und E bestehende Phasenunterschied auch auf Oo, Oe im Vergleiche mit Eo, Ee übergeht, so haben wir, wenn wir wie oben das Product desselben mit $\frac{2\pi}{T}$ durch h vorstellen, $A^2 = a^2 \pm 2ab\cos h + b^2$ und wegen des oben berührten Gegensatzes $A'^2 = a'^2 \mp 2a'b'\cos h + b'^2$. Macht die Richtung, auf welche sich o bezieht, mit der Richtung O den Winkel γ, so ist, wenn wir die Amplituden von O und E mit P und Q bezeichnen, in Folge der Zerlegung der Bewegungen, nach der Regel des Parallelogrammes, $a = P'\cos\gamma$. $a' = P\sin\gamma$. $b = Q\sin\gamma$. $b' = Q\cos\gamma$; demnach ist $a^2 + a'^2 = P^2$, $b^2 + b'^2 = Q^2$, $ab = PQ\sin\gamma\cos\gamma = a'b'$. Mit Rücksicht auf diese Ausdrücke erhält man endlich $A^2 + A'^2 = P^2 + Q^2$ w. z. b. w.

325. **Polarisationsapparate.** Zur bequemen Wahrnehmung der so eben erklärten Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Substanzen im polarisirten Lichte, und verwandter Erscheinungen, hat man eigene Apparate, welche man *Polarisationsapparate* zu nennen pflegt. Jeder derselben enthält zwei Haupttheile: der eine dient zur Umwandlung des gemeinen unpolarisirten Lichtes in polarisirtes; der andere aber zur Zerlegung der bereits durch einen Körper geleiteten und in Folge dessen modificirten Strahlen in zwei Gruppen, deren Componenten dadurch zur Interferenz gelangen. Ersterer Bestandtheil heißt der *polarisirende*, letzterer der *analysirende*. Es sind vornehmlich drei Polarisationsapparate im Gebrauche, welche wir hier näher zu betrachten haben. 1) Die *Turmalinzange*, der einfachste aller Polarisationsapparate, besteht aus einer federnden Klemme, welche an ihren beiden sich an einander andrückenden Enden Fassungen trägt, deren jede ein in ihrer Ebene leicht drehbares, zur Krystallare parallel geschnittenes Turmalinplättchen enthält. Der in Betreff seines Verhaltens im polarisirten Lichte zu untersuchende Körper wird zwischen die Turmalinplättchen gebracht und das Ganze dicht an das Auge gehalten. Hier können Strahlen von sehr verschiedener Incidenz, welche das vom Auge abgewendete Turmalinplättchen aufnimmt, in das Auge gelangen; deßhalb gewährt der Apparat selbst bei kleinen Turmalinplättchen ein großes Gesichtsfeld und es zeigen sich an gehörig geschnittenen Krystallplatten zahlreiche isochromatische Linien. 2) Der *Projectionsapparat*. Dieser hat zum Zwecke die Erscheinungen, welche man mittelst der vor das Auge gehaltenen Turmalinzange sieht, auf einen Schirm zu projiciren, und dadurch mehreren Personen zugleich sichtbar zu machen. Zu diesem Zwecke wird der Turmalinplättchenapparat mit einer um ihre Brennweite davon abstehenden Sammellinse verbunden, welche das durch einen Heliostatspiegel in das verfinsterte Zimmer geleitete Licht in einen Kegel convergirender Strahlen zusammenfaßt, dessen Spitze auf die Turmalinplättchen fällt. Die durch das erste Plättchen polarisirten Strahlen durchdringen sonach den zwischen den Plättchen befindlichen Krystall unter sehr verschiedenen Incidenzen, und gelangen mit den ihnen bei der Analyse durch das zweite Turma-

linplättchen zu Theil werdenden Intensitäten auf den Schirm. 8) Das gewöhnlich sogenannte Polarisationsinstrument. An dem unteren Theile seines Gestelles, vorausgesetzt daß dasselbe, wie es in der Regel der Fall ist, eine verticale Lage hat, befindet sich als polarisirender Bestandtheil eine gegen die Axe des Instrumentes unter dem Polarisationswinkel geneigte Glasplatte. Diese wirft das auf sie einfallende oder ihr mittelst eines Beleuchtungsspiegels zugesendete Tageslicht entweder unmittelbar aufwärts, und ist sodann an der unteren Fläche zur Abhaltung fremdartigen Lichtes, welches durch sie hindurch gehen könnte, geschwärzt, oder die Glasplatte wirft mit ihrer unteren Fläche und wirft das Licht zunächst abwärts auf einen mit der gewöhnlichen Spiegelfolie versehenen horizontalen Glasspiegel, von dem es aufwärts reflectirt wird und ohne Aenderung des' schon bei erster Reflexion erlangten Polarisationszustandes die polarisirende Platte durchdringt. (Nörrenberg's Polarisationsinstrument.) Um verschiedene Körper der Einwirkung dieses Lichtes darzubieten, ist an dem Gestelle ein Rahmen mit einer Glasplatte, gleichsam ein Tischchen vorstellend, angebracht, oder eine Klemme zum Festhalten dieser Körper. Zur Analyse des durch den zu untersuchenden Körper hindurch gegangenen Lichtes werden nach Umständen verschiedene reflectirende oder brechende Mittel in Anwendung gesetzt, als: ein geschwärzter Glasspiegel, ein System paralleler Glasplatten, ein Turmalinplättchen, ein Doppelspathrhomboeder, ein achromatisirtes Doppelspathprisma, ein Rochon'sches Prisma, ein Nicol'sches Prisma u. dgl. m. Zur Herstellung eines Strahlenkegels, falls eine Mannigfaltigkeit der Incidenzwinkel des dem zu untersuchenden Körper zuzusendenden polarisirten Lichtes nöthig ist, dient eine über der polarisirenden Platte angebrachte Sammellinse; um den aus dem Körper ausfahrenden divergirenden Strahlenkegel dem analysirenden Bestandtheile zuzulenken und die Strahlen sodann mit der durch ihre Interferenz erlangten Modification in die Pupille des Auges zu bringen, wird eine Collectiv- und eine Ocularlinse angewendet (Airy's Ocular).

Rochon's Prisma besteht aus zwei gleichen geraden Prismen mit rechtwinklig dreiseitigen Grundflächen, welche aus Doppelspath oder aus einer andern doppelt brechenden Substanz mit einer optischen Axe so geschnitten sind, daß in dem einen Prisma eine Kathetenfläche senkrecht gegen die Axe steht, in dem andern aber beide Kathetenflächen zur Axe parallel liegen: die Prismen sind an der Hypotenusenfläche zu einem rechtwinkeligen Parallelepiped verbunden. Der Zweck eines solchen Prisma's ist, die beiden durch doppelte Brechung entstehenden Bilder weiter aus einander zu treiben, als es bei einem einzigen Stücke von gleicher Dicke aus derselben Substanz möglich wäre.

Nicol's Prisma entsteht, wenn man ein längliches Doppelspathrhomboeder durch einen schiefen Schnitt in zwei Stücke theilt, und diese an den polirten Schnittflächen mittelst Canadabalsam oder Terpentin wieder zusammenkittet. Die Harzschichte verhält sich gegen den im Doppelspathe ordentlich gebrochenen Strahl wie ein das Licht schwächer brechendes, gegen den außerordentlichen Strahl aber wie ein stärker brechendes Medium: ersterer Strahl erleidet daher wegen des schiefen M

der mit weißem oder mit gleichartigem Lichte. Im weißen Lichte erzeugt jeder homogene Bestandtheil sein eigenes Phänomen; eine Menge von Bildern decken sich, und es kann dadurch manche Einzelheit der Erscheinung, ja oft die ganze Erscheinung verloren gehen; daher ist, wenn die eigentliche Beschaffenheit eines Phänomens recht klar werden soll, der Gebrauch des homogenen Lichtes unerläßlich Man erhält solches am besten mittelst einer Weingeistlampe, deren Docht mit Kochsalz bestreut worden ist; die Flamme wird dadurch heller und liefert fast nur gelbes Licht

Die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen, welche sich auf die bezeichneten Arten mit Hilfe der Polarisationsapparate wahrnehmen lassen, ist wegen der Mannigfaltigkeit durchsichtiger Substanzen sehr groß. Alle diese Erscheinungen können nach den Principien der Undulationstheorie nicht bloß qualitativ, sondern auch quantitativ auf das Befriedigendste erklärt werden. Es liegt außerhalb des Zweckes dieses Lehrvortrages den reichhaltigen Gegenstand im Detail zu behandeln; selbst diejenigen Rechnungen, welche den Kräften der Elementar-Mathematik zugänglich sind, können hier nicht durchgeführt werden. Wir beschränken uns daher auf die zum Theile nur oberflächliche Angabe einiger Erscheinungen, alles Weitere einem Cursus der höheren Physik überlassend.

In der Sehweite zu betrachtende Objecte: 1) Dünne Plättchen von Gips, Glimmer ꝛc. durch Spaltung erhalten, wegen der Farben. Die Farbe ändert sich nach der Dicke der Plättchen; ihre Intensität hängt von der Stellung des Plättchens in seiner Ebene ab. Da das Plättchen nur Licht durch sich hindurch pflanzt, welches nach zwei bestimmten gegen einander senkrechten Richtungen polarisirt ist, so erscheint es dunkel, wenn eine dieser Hauptrichtungen mit der Polarisationsebene des eintretenden Lichtes übereinstimmt, und der Zerleger die gekreuzte Stellung hat. Plättchen von gleichförmiger Dicke erscheinen einfärbig; wechselt die Dicke an verschiedenen Stellen, so herrschen dort verschiedene Farben. Es lassen sich auf diese Weise, indem man Gipsplättchen von verschiedener Dicke an einander fügt, farbige Zeichnungen zu Stande bringen. An sphärisch geschliffenen Plättchen sieht man concentrische Farbenringe, an keilförmig geschliffenen erscheinen gerade parallele Farbenstreifen. 2) Gekühlte oder verschieden erwärmte oder gepreßte Gläser wegen der farbigen Figuren (Seebeck'sche Figuren). Ein Glaswürfel oder ein Glasstück von anderer regelmäßiger Form, welches zuerst stark erhitzt, und dann rasch abgekühlt wurde und in Folge dessen bleibend die Eigenschaft erlangt hat, das Licht doppelt zu brechen, auf den Tisch des Polarisationsinstrumentes gelegt, wirkt, weil Theilchen, welche gegen die Begrenzung des Glasstückes verschieden liegen, von der Wärme auf verschiedene Weise ergriffen wurden, und daher auch das Licht verschieden afficiren, wie ein Gipsplättchen von ungleichförmiger Dicke. Bei jener Stellung des Zerlegers, in welcher das Gesichtsfeld dunkel erscheint, zeigt ein Würfel ein schwarzes Kreuz und in den Winkeln desselben farbige, den Augen einer Pfauenfeder ähnliche Kreise. Gewöhnliches bei der Verfertigung langsam gekühltes Glas zeigt keine solchen Phänomene, dieselben treten aber sogleich hervor, sobald man das Glasstück an der Oberfläche mittelst einer Spiritusflamme, oder dadurch, daß man es in einen erhitzten Metallrahmen legt, erwärmt. Sobald die Glasmasse durchgehends eine gleichförmige Temperatur angenommen hat, verschwindet die Erscheinung; sie kommt wieder zum Vorschein, wenn man das Glas in einen kalten Metallrahmen legt. Preßt man ein Glasstück in einer passenden Vorrichtung, so zeigt es gleichfalls Farben im polarisirten

Lichte, die sich mit dem Drucke und der dadurch bewirkten Verschiebung der Theile ändern.

Die Erscheinungen im Lichte von verschiedener Incidenz betreffen die Ringsysteme der Krystallplatten und andere Folgen isochromatischer Curven. Farbige Ringe zeigen sich an Platten, welche aus einaxigen Krystallen senkrecht gegen die Axe oder aus zweiaxigen Krystallen senkrecht gegen eine der optischen Axen geschnitten sind. Das Ringsystem der einaxigen Platten erscheint zwischen den gekreuzten Turmalinen, oder bei der das Gesichtsfeld verdunkelnden Stellung des Zerlegers am Polarisationsinstrumente, mit einem schwarzen Kreuze durchzogen (Kalkspath, Turmalin ꝛc.); bei zweiaxigen Krystallen geht nur ein dunkler Streifen durch die farbigen Ringe (Arragonit, Gips, Topas ꝛc.). Machen die optischen Axen keinen großen Winkel mit einander, und ist die Platte senkrecht gegen die Mittellinie desselben geschnitten, so kann man beide Ringsysteme im Gesichtsfelde haben. Greifen die Ringe in einander ein, so bilden sie Lemniscaten, d. i. schleifenartige Curven von der Form des Zeichens ∞, durch welche die schwarzen Streifen nach Verschiedenheit der Lage der Platten in ihrer Ebene in gerader oder in hyperbolischer Form hindurch gehen (Salpeter, Weißbleierz). Diese Erscheinungen bieten Mittel dar, zweiaxige Krystalle von einaxigen zu unterscheiden und in ersteren die Lage der optischen Axen zu bestimmen. Das Verhalten durchsichtiger Körper im polarisirten Lichte ist auch das einfachste Mittel, zu erkennen, ob dieselben das Licht doppelt brechen oder nicht, so wie man am leichtesten sieht, ob ein von wo immer herkommender Lichtbündel polarisirtes Licht enthält, wenn man dieses Licht durch eine Krystallplatte leitet und mittelst einer Turmalinplatte analysirt (Polariskope).

326. Circulare und elliptische Polarisation. Lichtwellen, in welchen die Aethertheilchen in kreisförmigen oder in elliptischen Bahnen schwingen, unterscheiden sich wesentlich von unpolarisirtem Lichte, welchem keine regelmäßigen Schwingungen zukommen. Man sagt von dem auf Wellen ersterer Art beruhenden Lichte, nach Beschaffenheit der Schwingungsbahnen, es sey *circular* oder *elliptisch* polarisirt, und nennt das bisher betrachtete polarisirte Licht zur Unterscheidung von jenem *geradlinig* polarisirtes. Das geradlinig polarisirte Licht verwandelt sich, wie aus 322 und 324 leicht zu ersehen ist, in circular polarisirtes, wenn es durch eine die doppelte Brechung ausübende Platte z. B. ein Glimmerplattchen, ein gekühltes oder gepreßtes Glas so hindurch geht, daß seine Polarisationsebene gegen die Richtungen, nach welchen die Lichtschwingungen in der Platte statt finden, unter 45° geneigt ist, und überdieß die Dicke der Platte und ihr Brechungsvermogen so beschaffen ist, daß die beiden in einerlei gerader Linie heraustretenden entgegengesetzt polarisirten Strahlen einen Gangunterschied von ¼ einer Wellenlange besitzen. Ist Doppelbrechung vorhanden, ohne daß beide Bedingungen zugleich erfüllt sind, so bildet sich eine elliptische Schwingung. Das circular polarisirte Licht gibt wie das unpolarisirte bei der Zerlegung durch einen Doppelspath stets Bilder von gleicher Intensität, und das elliptisch polarisirte zeigt sich dem unvollkommen geradlinig polarisirten Lichte ähnlich. Läßt man aber das circulare Licht durch Krystallplatten gehen, so erhält man Farbenerscheinungen, und zwar andere wie im geradlinig polarisirten

Lichte und eben ſo behauptet auch das elliptiſch polariſirte Licht ſeinen eigenthümlichen Charakter.

Es iſt eine ſehr merkwürdige Thatſache, daß geradlinig polariſirtes Licht durch Reflexion an Metallflächen, dann durch totale Reflexion im Innern einfach brechender Subſtanzen ſich, wenn die Polariſations- und Reflexionsebene einen ſchiefen Winkel bilden, in elliptiſch polariſirtes Licht verwandelt, denn das ſo modificirte Licht ſtimmt in ſeinen Eigenſchaften mit dem auf oben bezeichnetem Wege erhaltenen und als elliptiſch polariſirt erkannten Lichte genau überein. Eine nothwendige Folge dieſer Thatſache iſt, daß bei genannten Reflexionen zwiſchen den beiden Componenten der geradlinigen Lichtſchwingungen des einfallenden Strahles, die eine parallel, die andere ſenkrecht zur Reflexionsebene genommen, ein Gangunterſchied herbei geführt wird, alſo die Phaſen dieſer Componenten ſich relativ verſchieben und im reflectirten Strahle zu einer neuen Schwingungsart zuſammenſetzen.

Man kann durch zwei totale Reflexionen geradlinig polariſirten Lichtes im Glaſe circular polariſirtes Licht erzeugen. Hiezu dient das Fresnel'ſche Parallelepiped, deſſen Durchſchnitt nach der Reflexionsebene genommen, Fig. 142 vorſtellt. Die ſpitzen Winkel deſſelben richten ſich nach dem Brechungsverhältniſſe des Glaſes; ſie betragen für Glas vom Brechungsinder 1,5 entweder 48° oder 54°. Der geradlinig polariſirte Lichtſtrahl A B, deſſen Polariſationsebene mit der Ebene L M N P einen Winkel von 45° machen muß, fällt ſenkrecht auf die Fläche L M, geht bei B ungebrochen durch, wird bei C an der Fläche M N und dann bei D an der Fläche I, P total reflectirt und tritt bei E ſenkrecht gegen die Fläche N P nach E F heraus. Jede der Reflexionen bei C und D bewirkt einen Gangunterſchied der oben erwähnten Componenten von $\frac{1}{8}$ Wellenlänge, beide zuſammen alſo einen Gangunterſchied von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge, und es haben dieſe Componenten, wegen der angegebenen Stellung der Polariſationsebene des einfallenden Lichtes gegen die Reflexionsebene, auch gleiche Intenſitäten. Bei einem anderen Winkel beider Ebenen bildet ſich elliptiſch polariſirtes Licht.

Längs der Axe des Bergkryſtalles kann ſich, wie man aus dem Erfolge der Erſcheinungen ſieht, nur circular polariſirtes Licht fortpflanzen, und zwar ſchreitet in dieſer Subſtanz ſolches, in welchem die Schwingungen in dem einen Sinne erfolgen, mit anderer Geſchwindigkeit fort, als jenes, worin die Schwingungen in dem entgegengeſetzten Sinne erfolgen (rechts und links polariſirtes Licht). Geht daher ein geradlinig polariſirter homogener Lichtſtrahl durch eine Bergkryſtallplatte, welche ſenkrecht gegen die Kryſtallaxe geſchnitten iſt, ſo treten die beiden circularen Componenten, in welche der eintretende Strahl zerlegt wird, mit einer von der Dicke der Platte abhängenden Phaſendifferenz heraus, und ſetzen ſich zu einem polariſirten Strahle zuſammen, deſſen Polariſationsebene gegen jene des eintretenden um einen gewiſſen Winkel abgelenkt erſcheint. Dieſe Ablenkung, Drehung der Polariſationsebene genannt, afficirt die verſchiedenen farbigen Beſtandtheile des weißen Lichtes verſchiede verſchei-

nungen zur Folge hat, durch welche der Bergkryſtall ſich unter den doppelt brechenden Körpern mit einer optiſchen Axe als eine beſondere Ausnahme charakteriſirt. Gleich dicke Platten aus verſchiedenen Bergkryſtall-Individuen ſenkrecht gegen die Axe geſchnitten, drehen oft die Polariſationsebene eines hindurchgehenden Lichtſtrahles in entgegengeſetztem Sinne, die einen in dem Maße als ihre Dicke größer wird, um ſo mehr rechts, die andern um eben ſo viel links. Man nennt die Bergkryſtalle nach dem Sinne der Aenderung, welche ſie an der Lage der Polariſationsebene eines Lichtſtrahles hervorbringen, *rechts* oder *links drehende*. Die Beſchaffenheit des Materiales eines Bergkryſtalles in dieſer Hinſicht äußert ſich oft durch kryſtallographiſche Kennzeichen. Kommen daran gewiſſe trapezförmige Combinationsflächen vor, ſo zeigt deren Lage den Sinn der Drehung an, welche dem Kryſtalle eigen iſt. Mitunter wechſeln Stellen von entgegengeſetzter Beſchaffenheit in demſelben Stücke mit einander ab.

Es gibt tropfbare Flüſſigkeiten, welche auf geradlinig polariſirtes Licht dieſelbe Einwirkung ausüben, wie eine ſenkrecht zur Axe geſchnittene Bergkryſtallplatte, und zwar drehen einige dieſer Flüſſigkeiten die Polariſationsebene links (Terpentinöl, Gummilöſung ꝛc.), die andern rechts (Citronöl, Dextrin, Rohrzuckerlöſung ꝛc.). Nach der Größe der Drehung, welche eine Flüſſigkeitsſchichte von beſtimmter Dicke an der Polariſationsebene eines Lichtſtrahles hervorbringt, läßt ſich ſogar der Gehalt der Flüſſigkeit an derlei Stoffen beurtheilen.

Bringt man an einem Polariſationsapparate dießſeits oder jenſeits des zu unterſuchenden Körpers oder an beiden Orten ein Glimmerplättchen von ſchicklicher Dünne, oder ein *Fresnel*'ſches Parallelepiped in der zur circularen oder elliptiſchen Polariſation erforderlichen Stellung an, ſo ergeben ſich an dem Phänomen, welches ſich bei gewöhnlicher Behandlung mit geradlinig polariſirtem Lichte zeigt, Aenderungen, die man umgekehrt als Kennzeichen für die Natur des angewendeten Lichtes oder für die Identität der Leiſtungen der Hilfsapparate benützen kann. Bei einer Kalkſpathplatte, welche am Polariſationsapparate die Farbenringe mit dem dunklen Kreuze gibt, verſchieben ſich, wenn das Licht bloß einmal circular polariſirt oder analyſirt wird, die Ringquadranten abwechſelnd um ihre halbe Breite und das ſchwarze Kreuz fällt weg; wendet man die circulare Polariſation und Analyſe zugleich an, ſo bilden ſich ununterbrochene farbige Kreiſe mit hellem oder dunklem centralen Fleck. Aehnliche Erſcheinungen ergeben ſich, wenn man das Glimmerplättchen oder Parallelepiped durch ein gekühltes oder gepreßtes Glas erſetzt.

Die Eigenthümlichkeit des Bergkryſtalles tritt an der Beſchaffenheit der Farbenringe, bei denen das dunkle Kreuz nur ſchwach angedeutet iſt, und an ihrem Farbenwechſel, wenn der Zerleger gedreht wird, auffallend hervor. Entgegengeſetzt wirkende Bergkryſtallplatten zeigen bei einerlei Drehung des Zerlegers entgegengeſetzte Erſcheinungen. Legt man zwei gleich dicke entgegengeſetzte Bergkryſtallplatten auf einander, oder was dasſelbe heißt, bloß eine Bergkryſtallplatte auf den *Rochon*'ſchen Spiegel, ſo erhält man im convergirenden Lichte das ſchöne Phänomen der nach *Airy* benannten Spiralen.

Die Richtigkeit der oben gegebenen Erklärung für die Wirkungsweiſe des Bergkryſtalles auf das längs ſeiner Axe fortgepflanzte Licht, welche

die Drehung der Polarisationsebene des ursprünglich geradlinig polarisirten Lichtes zur Folge hat, wird dadurch bestätiget, daß man die Phänomene des Bergkrystalles nachahmen kann, wenn man ein Gipsplättchen zwischen zwei circular polarisirende Fresnel'sche Parallelepipede so legt, daß es für sich allein, bei gekreuzten Spiegeln des Polarisationsinstrumentes, dunkel erscheinen würde. Das ursprünglich geradlinig polarisirte, aus dem ersten Parallelepiped circular polarisirt austretende Licht läßt sich als ein Zusammensetzen zweier geradlinig polarisirter Strahlen von gleicher Intensität, rechtwinkelig gestellten Polarisationsebenen und $^1/_4$ Wellenlänge Gangunterschied betrachten. Dieser Gangunterschied wird durch das Gipsplättchen um einen neuen vermehrt, welcher bleibt, wenn die zwei geradlinig polarisirten Strahlen bei dem Eintritte in das zweite Parallelepiped sich in circuläre, und wie leicht einzusehen ist, entgegengesetzt schwingende Strahlen verwandeln, woraus, indem letztere bei dem Austritte einen geradlinig polarisirten Strahl geben, eine Drehung der ursprünglichen Polarisationsebene hervorgeht.

327. Farben dünner Plättchen durchsichtiger Körper im gewöhnlichem Lichte. Jede sehr dünne Schichte eines durchsichtigen Körpers erscheint sowohl im reflectirten als im durchgelassenen weißen Lichte farbig, und zwar hängt die Farbe, welche in beiden Fällen complementär ist, von dem Brechungsvermögen, von der Dicke der Schichte und von der Incidenz des Lichtes ab. Belege zu dieser Thatsache geben die Farben der Seifenblasen, einer dünnen Oelschichte auf Wasser, einer Luftschichte zwischen zwei einander sehr nahen Glasplatten u. dgl. Legt man eine sehr schwach gekrümmte Converlinse auf ein Planglas, so bildet sich im reflectirten Lichte am Berührungspunete ein dunkler Fleck, und derselbe erscheint von concentrischen Farbenringen umgeben; im durchgelassenen Lichte aber zeigt sich die Berührungsstelle hell und die Farben an den Ringen sind bezüglich ersterer die complementären. Man nennt eine solche Zusammenstellung eines Conver- und Planglases das Newton'sche Farbenglas. Im homogenen Lichte sieht man an dem Farbenglase bloß helle und dunkle Kreise, welche, wenn die Beleuchtung nach der Farbenordnung von Roth in Violet übergeht, allmälig kleiner werden. Bringt man eine tropfbare Flüssigkeit zwischen die Gläser, so werden die gleichnamigen Kreise in dem Verhältnisse kleiner als der Brechungsexponent der Flüssigkeit größer ist. Die Quadrate der Durchmesser der gleichfarbigen und der zwischen denselben liegenden dunklen Kreise nehmen um gleiche Differenzen zu, woraus man sieht, daß die der Peripherie der Kreise entsprechenden Dicken der das Licht afficirenden Schichte in einfacher arithmetischer Reihe wachsen. Das Phänomen im weißen Lichte ist das Ergebniß der Uebereinanderlagerung aller auf seine Bestandtheile sich beziehenden Farbenphänomene. Diese Erscheinungen finden in der Interferenz des Lichtes, welches an einerlei Stellen der dünnen Schichte in Folge der zwischen ihren Grenzflächen erlittenen Reflexionen mit verschiedenen Gangunterschieden austritt, eine vollständige Erklärung. Es sey nämlich MNPQ (Fig. 143) ein dünnes Plättchen aus einem durchsichtigen Stoffe, worauf nach parallelen Richtungen Lichtstrahlen fa

Theil des Strahles A B wird am Einfallspuncte B der Grenzfläche M N nach B E reflectirt, ein anderer Theil deſſelben tritt nach der Richtung B C in das Plättchen, erleidet an der zweiten Fläche P Q bei C eine partielle Reflexion und der noch übrige Theil des Lichtes geht nach der zu A B parallelen Richtung C D aus dem Plättchen heraus. Zieht man B C′ ſo, daß der Winkel M B C′ = N B C wird, und ſodann C′ B′ zu C B parallel, ſo erhält man den Einfallspunct B′ für denjenigen Strahl A′ B′, welcher vermöge der bei B′ nach der Richtung B′ C′ vor ſich gehenden Brechung, der darauf bei C′ nach der Richtung C′ B erfolgenden Reflexion und der weiterhin bei B nach der Richtung B E ſtatt findenden Brechung ein gewiſſes Lichtquantum mit dem von A B bereits erzeugten Strahle B E zur Interferenz bringt. Eben ſo kommt von einem dritten Strahle A″ B″ auf dem Wege B″ C″ B″ C′ B, von einem vierten A‴ B‴ auf dem Wege B‴ C‴ B″ C″ B′ C′ B u. ſ. w. Licht in die Richtung B E. Der Strahl B E, ſo wie jeder andere von der Vorderfläche M N des Plättchens M N P Q herkommende Strahl beſteht ſonach aus einer Reihe von Componenten, deren Intenſitäten raſch abnehmen, und deren je zwei nächſte um einerlei Phaſenunterſchied von einander abweichen. Daſſelbe gilt von dem Strahle C D und von dem übrigen quer durch das Plättchen gehenden Lichte. Offenbar geben die von A B und A′ B′ herrührenden Componenten, ihrer überwiegenden Intenſitäten wegen, in Betreff der den Strahlen B E, C D zu Theil werdenden Intenſitäten den Ausſchlag. Die Betrachtung ihrer Reſultirenden kann daher zur beiläufigen Beurtheilung letzterer Intenſitäten dienen. Aus der Natur des Actes der Reflexion erhellet, daß die Anordnung der beiden Hälften einer an der Trennungsfläche zweier Medien reflectirten Welle, je nachdem die Reflexion in dem einen oder in dem andern Medium vor ſich geht, eine entgegengeſetzte iſt; in dem einen Falle kehrt ſich gleichſam die Welle bei der Reflexion um, und in dem anderen nicht, was zwiſchen den auf dieſe Arten reflectirten Strahlen eine Phaſendifferenz von einer halben Undulation herbeiführt. Demnach differirt der bei B reflectirte Theil des Strahles A B von dem bei C′ reflectirten Theile des Strahles B′ C′ an ſich ſchon, abgeſehen von der dem Gangunterſchiede entſprechenden Phaſenverſchiedenheit, um die Hälfte der Dauer einer Schwingung. Dieſe letztere Phaſenverſchiedenheit wird, vorausgeſetzt daß B′ H auf A B ſenkrecht ſteht, durch den Unterſchied der Zeiten gegeben, während welcher jede Lichtſchwingung ſich längs der Strecken B′ C′ B und H B fortpflanzt. Macht alſo dieſes Zeitintervall eine halbe Schwingungsdauer oder ein ungerades Vielfaches der halben Schwingungsdauer aus, ſo ſind die Phaſen der beiden Componenten des Strahles B E im Einklange und verſtärken ſich, jene der Componenten des Strahles C D aber ſtehen im Gegenſatze und ſchwächen einander. Beträgt genanntes Zeitintervall eine ganze Schwingungsdauer oder ein Vielfaches derſelben ſo tritt in C D Verſtärkung und in B E Schwächung des Lichtes ein. Durch die Mitwirkung der hier außer Acht gelaſſenen Componenten, welche die übrigen Strahlen A″ B″, A‴ B‴ ꝛc. zur Bildung des Strahles B E liefern, wird in dem

ßteren Falle ſogar eine völlige Aufhebung dieſes Strahles zu Stande ebracht. Der Gegenſatz der durch äußere und innere Reflexion erzeug- n Wellen erklärt ſogleich den centralen dunklen Fleck, den das Ne- wo n'ſche Farbenglas im reflectirten Lichte zeigt, obgleich an der Be- ührungsſtelle der Gläſer, wo die Dicke der zwiſchen denſelben einge- hloſſenen Schichte ſo gut wie Null iſt, kein merklicher Gangunterſchied er Strahlen ſtatt findet. Zwei einander ſehr nahe Flächen durchſich- ger Körper erſcheinen ſonach im reflectirten Lichte dunkel.

Die ſchärfere Darlegung der Phänomene iſt nur auf dem Wege der Rech- nung möglich. Um die obigen Behauptungen bezüglich des Zuſammen- wirkens ſämmtlicher Componenten des reflectirten und durchgehenden Lichtes nicht unbegründet zu laſſen, ſoll die Rechnung für die Haupt- fälle durchgeführt werden. Es ſeyen, wenn c die Schwingungsintenſi- tät im einfallenden Lichte vorſtellt, rc, ρc die Schwingungsintenſitä- ten in dem an der Begrenzung des Plättchens nach außen und nach innen reflectirten Lichte, und eben ſo sc, σc die Schwingungsintenſi- täten, welche das am Plättchen ein- und austretende Licht bei der Brechung erhält. Die Werthe der Factoren r, ρ, s, σ hängen nach den in 323 Anm. entwickelten Principien von der Incidenz des Lich- tes und von dem Brechungsvermögen des Plättchens ab. Dem gemäß ſind die Schwingungsintenſitäten der Componenten von BE der Reihe nach folgende:

$$rc,\ s\rho\sigma c,\ s\rho^3\sigma c,\ s\rho^5\sigma c\ \text{ꝛc.}$$

und die Schwingungsintenſitäten der Componenten von CD ſind

$$s\sigma c,\ s\rho^2\sigma c,\ s\rho^4\sigma c,\ s\rho^6\sigma c\ \text{ꝛc.}$$

Angenommen, der Gangunterſchied des Lichtes längs B′C′B und HB betrage eine ganze Schwingungsdauer, ſo darf man zur Beſtimmung der reſultirenden Schwingungsintenſitäten der Strahlen BE, CD, welche wir R, S nennen wollen, nur die Intenſitäten der Componen- ten addiren; es wird ſonach

$$R = rc + s\rho\sigma c(1 + \rho^2 + \rho^4 + \ldots),$$
$$S = s\sigma c(1 + \rho^2 + \rho^4 + \rho^6 + \ldots),$$

d. h. $R = rc + \frac{s\rho\sigma c}{1-\rho^2} = \frac{[r + \rho(s\sigma - r\rho)]c}{1-\rho^2}$ und $S = \frac{s\sigma c}{1-\rho^2}$.

Es ſey der Einfallswinkel ABP $= \alpha$ und der Brechungswinkel RBC $= \beta$. Da die Größen rc und sc mit jenen einerlei ſind, welche wir in 313 mit x und y bezeichnet haben, ſo iſt, wenn wir voraus- ſetzen, das Licht ſey in der Einfallsebene polariſirt, der Gleichung $c - x = y$ gemäß, $c - er = es$, alſo $1 - r = s$, und aus demſel- ben Grunde $1 - \rho = \sigma$, folglich $(1-r)(1-s) = s\sigma$, d. h. $1 - r - \rho + r\rho = s\sigma$, mithin $s\sigma - r\rho = 1 - (r + \rho)$. Die am angeführten Orte für x erhaltene Formel gibt $r = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$; um daraus ρ abzuleiten, hat man nur α mit β zu verwechſeln, daher iſt $\rho = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)}$, woraus $s = -r$, mithin $r + s = 0$ folgt. Ge- nach zeigt ſich im vorliegenden Falle $s\sigma - rs = 1$. Nehmen wir aber an, das Licht ſey kreisförmig gegen die Einfallsebene polariſirt, ſo beſteht die Gleichung $(c-x)\cos\alpha = y\cos\beta$ oder $(1-r)\cos\alpha = s\cos\beta$, aus welcher $(1-s)\cos\beta = r\cos\alpha$ folgt. Das Product beider Glei- chungen gibt $(1-r)(1-s) = rs$, wie vorhin, und da hier der in 323 abgeleiteten Formel gemäß $r = -\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}$, mithin

$\rho = \frac{\sin 2\beta - \sin 2\alpha}{\sin 2\beta + \sin 2\alpha}$, also ebenfalls $\rho = -r$ ist, so haben wir wieder $s\sigma - r\rho = 1$. Sonach bestehen die Resultate $\rho = -r$ und $s\sigma - r\rho = 1$, weil sie für jede der Componenten gelten, in welche man das unpolarisirte Licht zerlegen kann, auch für letzteres. Diesem gemäß ergibt sich $R = 0$, d. h. das reflectirte Licht verschwindet, und da nach obigen Ausdrücken $S = \frac{R - rc}{\rho}$ ist, so wird $S = c$, d. h. das durchgelassene Licht hat die Intensität des einfallenden.

Beträgt der Gangunterschied des längs B′C′B und HB fortgepflanzten Lichtes eine halbe Schwingungsdauer, so sind die interferirenden Schwingungen je zweier der Componenten der Strahlen BE, CD einander entgegengesetzt; dem zu Folge hat man

$$R = rc - s\rho\sigma c(1 - \rho^2 + \rho^4 - \ldots) = rc - \frac{s\rho\sigma c}{1+\rho^2},$$

$$S = s\sigma c(1 - \rho^2 + \rho^4 - \rho^6 + \ldots) = \frac{s\sigma c}{1+\rho^2}$$

oder, weil $\rho = -r$ und $s\sigma = 1 + r\rho = 1 - r^2$ ist,

$$R = rc + \frac{r(1-r^2)c}{1+r^2} = \frac{2rc}{1+r^2} \text{ und } S = \frac{(1-r^2)c}{1+r^2}.$$

Hier zeigt sich $R^2 + S^2 = c^2$, d. h. die Intensitäten des reflectirten und des durchgelassenen Lichtes machen zusammen jene des einfallenden aus.

Da bloß das reflectirte, nicht aber das durchgelassene Licht gänzlich aufgehoben werden kann, so erscheinen am Newton'schen Farbenglase die durch das hindurch gehende Licht gebildeten Farbenringe bedeutend weniger lebhaft als die vom reflectirten Lichte herrührenden.

Der Betrag des Gangunterschiedes D der bei einer gewissen Incidenz interferirenden Nachbarstrahlen richtet sich nach der Dicke des Plättchens und nach dessen Brechungsinder. Es sey diese Dicke BK = δ und n der Brechungsinder, so ergibt sich wegen BB′H = α und KBC′ = KBC = β aus den rechtwinkligen Dreiecken BKC′, BHB′ nach den bekannten Regeln $BC' = \frac{\delta}{\cos\beta}$, $C'K = \frac{1}{2}BB' = \frac{\delta \sin\beta}{\cos\beta}$, $HB = BB' \sin\alpha = \frac{2\delta \sin\alpha \sin\beta}{\cos\beta}$. Auf die Fortpflanzung des Lichtes in der Luft bezogen, wird offenbar der dem Gange des Lichtes längs B′C′B = 2BC′ aquivalente Weg durch 2nBC′ ausgedruckt; mithin ist $D = 2nBC' - HB = \frac{2n\delta}{\cos\beta} - \frac{2\delta \sin\alpha \sin\beta}{\cos\beta}$, oder wenn man $n \sin\beta$ statt $\sin\alpha$ schreibt, $D = \frac{2n\delta(1 - \sin^2\beta)}{\cos\beta} = 2n\delta\cos\beta$. Die Vergleichung dieser Größe mit der Länge einer Lichtwelle in der Luft bietet das Verhältniß des Unterschiedes der Phasenzeiten der interferirenden Lichtwellen zur Dauer einer Schwingung dar. Bedeutet δ die kleinste Dicke, bei welcher das Plättchen im senkrecht reflectirten Lichte dunkel erscheint, so ist die Wellenlänge des Lichtes in der Luft = 2nδ und in der Substanz des Plättchens = 2δ.

Die Farbenringe am Newton'schen Apparate erleiden bezüglich ihrer Intensität und insbesondere des centralen Fleckes besondere Modificationen, wenn geradlinig polarisirtes Licht angewendet wird und die Glaslinse auf einer Platte aus Metall oder aus einer das Licht anders als Glas polarisirenden Substanz liegt, worauf wir hier nicht weiter eingehen. Alle diese Besonderheiten aber lassen sich aus der Theorie

nicht nur erklären, ſondern konnten vorher geſagt werden, und die Erfahrung beſtätigte jedesmal die Vorausſagung.

Ueberblickt man die Geſammtheit der mannigfaltigen im Vorhergehenden zur Sprache gebrachten Phänomene und deren Erklärungen, ſo ſteht die Ueberzeugung feſt, daß die Theorie, welche die Erſcheinungen des Lichtes auf Schwingungen reducirt, die naturgemäße Anſicht dieſes Agens in ſich enthalte. Daher kann auch heut zu Tage von der ehemals im Schwunge geweſenen Hypotheſe, daß das Licht in ſubtilen unwägbaren Partikeln beſtehe, welche von den leuchtenden Körpern ausgehen und nebſt ihrer Trägheit den Anziehungs- und Abſtoßungskräften der wägbaren Materie gehorchen (Emanationshypotheſe), keine Rede mehr ſeyn.

328. **Phyſiologiſche und chemiſche Wirkungen des Lichtes.** Das Licht vermag Wirkungen hervorzubringen, welche keinen weifel darüber laſſen, daß es nicht einzig und allein dazu bimmt iſt, den mit Sehorganen verſehenen Weſen die materiellen Obcte ſichtbar zu machen, ſondern daß es auf eine umfaſſendere, wohl ch nicht in ihrer wahren Ausdehnung und Bedeutung erkannte Weiſe das Walten der Natur im Großen eingreift. So beſchränkt ſich die ahrnehmbarkeit der Aetherſchwingungen nur auf eine gewiſſe Rapität derſelben; außerhalb der Grenzen des Farbenſpectrums ſind aber ch unzählige Schwingungsweiſen möglich, die, wenn gleich ſie ſich züglich unſeres Auges nicht als Licht äußern, doch die Veranlaſſung derweitiger Effecte ſeyn können. Es iſt eine längſt bekannte Erfahng, daß das Licht eine weſentliche Bedingung des Gedeihens des flanzen- und Thierlebens ausmacht; nur unter dem Einfluſſe des chtes zerlegen die Pflanzen die Kohlenſäure, welche ihnen das umgende Medium darbietet, eignen ſich den Kohlenſtoff an und ſcheiden n Sauerſtoff in Gasform ab, denn im Finſtern bleibt die Kohlenure unverändert; auch im menſchlichen Organismus hat der gänzhe Abſchluß des Lichtes krankhafte Veränderungen zur Folge. Sehr ffallend iſt der Antheil, den das Licht an der Einleitung chemiſcher roceſſe nimmt; Beiſpiele hievon ſind die raſche Verbindung des Chlors t dem Waſſerſtoffe, die Ausſcheidung von Sauerſtoff aus der Salterſäure, das Schwärzen der Haloidſalze des Silbers im Lichte u. dgl. icht alle Beſtandtheile des weißen Lichtes ſind zu derlei Effecten gleich eignet; ſie erfolgen im violetten Lichte ſchnell, im rothen faſt gar cht, doch werden ſie, wenn ſie in erſterem begonnen haben, von letzem fortgeſetzt. Die chemiſche Wirkſamkeit des Sonnenſpectrums gt ſich ſogar noch außerhalb des violetten Endes mit großer Energie; ſe Thatſache hat zur Annahme beſonderer chemiſcher Strahlen im onnenlichte geführt, welche brechbarer ſind als die violetten, mithin e noch kürzere Schwingungsdauer in Anſpruch nehmen als dieſe.

329. **Photographie.** Die Veränderungen, welche die Verbingen des Silbers mit Chlor, Jod und Brom durch den Einfluß des htes erleiden, haben in neueſter Zeit zu der intereſſanten Anwendung ranlaſſung gegeben, die Bilder der Camera obſcura feſtzuhalten, d ſolchergeſtalt vollkommen getreue Nachbildungen beliebiger nde zu gewinnen. Unter den verſchiedenen zu dieſem Z

lichen Operationen behauptet das von Daguerre entdeckte Verfahren den Vorzug, welchem man die Benennung Daguerreotypie beigelegt hat. Zur Aufnahme des Bildes dient dabei eine plattirte Kupferplatte mit vollkommen ebener Silberfläche. Dieſe wird von jedem an ihr haftenden fremdartigen Ueberzuge durch geeignete Putzmittel wohl gereinigt, und hierauf über feſtes oder in Alkohol gelöſtes Jod, oder wenn man eine ſehr raſche Einwirkung des Lichtes beabſichtiget, über eine Löſung einer Verbindung von Chlor oder Brom mit Jod gebracht, und den Dämpfen des aus der Löſung ſich verflüchtigenden Stoffes ſo lange ausgeſetzt, bis ſie in Folge der Verbindung der äußerſten Silberſchichte mit dem Jod oder Jodchlorür oder Jodbromür eine goldgelbe oder röthliche Färbung angenommen hat, was in kurzer Zeit geſchehen iſt. So vorbereitet kommt die Platte, vor dem Lichte bewahrt, in die Camera obſcura an den Ort des Bildes des zu kopirenden Gegenſtandes. Nach kurzer Zeit iſt die oberſte Schichte der Platte durch die Einwirkung des Lichtes nach Maßgabe ſeiner Intenſität und Wirkungsfähigkeit zwar noch nicht auf eine ſichtbare Weiſe, aber doch ſo weit verändert, daß wenn man die Platte jetzt über Queckſilber, dem man die Temperatur von 50°—55° R. gegeben hat, bringt, ſich ein deutliches Bild des Gegenſtandes zeigt. Es hängt ſich nämlich das Queckſilber in feinſter Vertheilung an denjenigen Stellen der Oberfläche des Silbers an, auf welche das Licht eingewirkt hat, und zwar im Verhältniſſe der Intenſität der geſchehenen Einwirkung. Iſt das Bild gehörig entwickelt, ſo legt man die Platte zum Behufe der Wegſchaffung des unverändert gebliebenen Theiles des Silberüberzuges in eine wäſſerige Löſung von unterſchweſligſaurem Natron, oder in eine ſiedenheiße, geſättigte Kochſalzlauge, und reinigt zuletzt noch das fertige Bild durch Uebergießen mit deſtillirtem Waſſer. Der Effect eines ſo erzeugten Bildes beruht darauf, daß eine wohl polirte Silberfläche dem Auge, welches ſich außerhalb des von derſelben regelmäßig reflectirten, von der Beleuchtung herrührenden Lichtſtromes befindet, ſchwarz erſcheint; auf derſelben befindliche Queckſilbertheilchen aber, weil ſie das Licht auch ſeitwärts reflectiren, ſich als Lichtpuncte auf dem dunklen Grunde darſtellen. Die tiefſten Schatten des Bildes entſprechen ſonach den Stellen, wo keine Einwirkung des Lichtes ſtatt hatte, mithin zuletzt wieder die reine Silberfläche vorhanden iſt; die hellſten Puncte werden durch die Anhäufung der Queckſilberpartikel gegeben. Man kann den Effect des Bildes noch durch einen leichten Anflug von Gold oder eines andern Metalles erhoben, den man durch Behandlung der Oberfläche der Platte mit ſchwachen Löſungen geeigneter Metallſalze in der Wärme erzeugt, was wir jedoch hier ſo wenig weiter erörtern wollen, als die Verſuche, die man gemacht hat, photographiſche Bilder auf Papier darzuſtellen.

Dreizehntes Hauptſtück.

Strahlende Wärme.

330. Exiſtenz der ſtrahlenden Wärme. So wie das Licht ſich unabhängig von jedem wägbaren Medium im Raume längs gera-den Linien, welche man Lichtſtrahlen nennt, fortpflanzt, eben ſo ver-breitet ſich die Wärme jedes Körpers rings um denſelben nach geraden Linien, welche mit demſelben Rechte auf die Benennung Wärme-ſtrahlen Anſpruch machen. Man nennt daher auch die Wärme, in-ſofern ſie ſich, die Luft und andere Medien, welche ihr den Durchgang geſtatten, durchdringend, frei im Raume fortpflanzt, ſtrahlende Wärme, und unterſcheidet ſie von der an den Körpern haftenden, zum Theile gar nicht am Thermometer wahrnehmbaren, zum Theile innerhalb der Körper ſich verbreitenden und die Temperatur und das Volum derſelben ändernden Wärme, wovon erſtere die gebundene, letztere die geleitete Wärme heißt. Die Exiſtenz der ſtrahlenden Wärme und die Art ihrer Verbreitung iſt eine nothwendige Folge der Thatſache, daß ein Körper einem andern von ihm entfernten, unab-hängig von der Temperatur des zwiſchen beiden befindlichen Mediums, Wärme mitzutheilen vermag, daß dieſe Mittheilung augenblicklich er-folgt, jedoch an die Bedingung gebunden iſt, daß die gerade Strecke von dem einen Körper zum andern durch keinen Körper unterbrochen ſey, der die Wärme aufzuhalten vermag. Dieß vorausgeſetzt muß, ſo wie jeder leuchtende Körper jedem andern leuchtenden Körper Licht zu-ſendet, jeder Körper jedem anderen Wärmeſtrahlen zuſenden. Dieſe Betrachtung zeigt, daß der jedesmalige Wärmezuſtand eines Körpers, ſo wie jedes Theiles deſſelben, von dem Unterſchiede zwiſchen dem Wär-mequantum abhängt, welches der Körper hergibt, und demjenigen, welches er empfängt. Je nachdem ſein Gewinn an Wärme größer, den ſo groß oder kleiner iſt als der Verluſt, iſt ſeine Temperatur im Steigen, conſtant, oder im Sinken. Das ſogenannte Gleichgewicht der Wärme eines Körpers, d. h. die Beſtändigkeit der Temperatu-ren aller ſeiner Theile beruht daher auf der Gleichförmigkeit des Wech-ſels der Wärme, und heißt deßhalb auch das bewegliche Gleich-gewicht.

Die Thatſache, durch welche ſich die Exiſtenz der ſtrahlenden Wärme am auffallendſten kund gibt, iſt die Warme, welche Feuer, ein geheizter Ofen ꝛc. um ſich verbreitet, wenn auch die umgebende Luft ſehr kalt iſt; wir unterſcheiden dieſe Warme ſehr wohl von derjenigen, welche die Luft ſelbſt beſitzt und uns mittheilt. Vor erſterer können wir uns durch einen zwiſchen uns und die Warmequelle gebrachten Schirm ſchützen, nicht aber gegen letztere. Die Warme, welche uns ein Flam-menfeuer durch Strahlung zuſendet, und deren Einwirkung auf ein Thermometer wird nicht im mindeſten geſtört, wenn die zwiſchenlie-gende Luftmaſſe ſich in noch ſo rauſcher Strömung befindet, alſo fort-während ſchnell wechſelt.

Obgleich die ſtrahlende Wärme häufig als Begleiter des Lichtes auftritt, ſo iſt ſie doch nicht mit dem Lichte identiſch, denn auch Kör-

per, an denen wir selbst in größter Dunkelheit keine Aeußerung des Lichtes wahrzunehmen im Stande sind, können reichlich Warmestrahlen aussenden. Eine andere Frage aber wäre die, ob die Wärme von dem Lichte nicht etwa nur dem Grade nach verschieden sey, nämlich auf Aetherschwingungen von anderer Oscillationsdauer beruhe, als diejenigen, welche die Netzhaut des Auges zu afficiren vermögen? Allerdings beginnt ein Körper, wie z. B. Eisen, wenn seine Wärme bis zu einem gewissen Grade gesteigert worden ist, schwach zu leuchten, und von da an nimmt die Intensität des Glühens mit der Hitze zu. Aber andere Erfahrungen, welche darthun, daß sich gleichsam Licht und Wärme von einander scheiden lassen, sprechen wenigstens zum Theile dagegen. Wie auch immer die Antwort auf diese Frage bei weiterer Entwicklung der Wissenschaft ausfallen mag, so tritt noch die andere Frage ein, ob das, was wir strahlende und geleitete Wärme nennen, einerlei sey, ob nicht vielleicht erstere bloß als Veranlassung zur Erregung der letzteren wirke und umgekehrt, so wie strömende Elektricität deßhalb noch nicht für Wärme oder für Licht gehalten werden kann, weil sie beides hervorzurufen im Stande ist. Wir nehmen nämlich die strahlende Wärme wohl nur in Folge ihrer wärmenden Eigenschaft wahr, aber letztere nur in so fern, als die strahlende Wärme von Körpern absorbirt wird, d. h. in ihnen Wärme rege macht. Was man gegenwärtig mit Sicherheit über die Natur der strahlenden Wärme aussagen kann, darüber wird das Folgende nähere Auskunft geben.

331. Instrumente zur Nachweisung und Messung der strahlenden Wärme. Die gewöhnlichen Quecksilberthermometer sind zu feineren Versuchen über strahlende Wärme zu wenig empfindlich, daher zur Untersuchung der Gesetze derselben nicht geeignet. Bessere Dienste leisten die Luftthermometer, welchen man zu diesem Behufe die Einrichtung gegeben hat, daß sie nicht auf fire Puncte sich beziehende Unterschiede des Warmegrades oder sogenannte absolute Temperaturen, sondern bloß relative Temperaturunterschiede anzeigen. Man nennt derlei Instrumente **Differenzialthermometer**. Ein solches besteht aus zwei dünn ausgeblasenen, durch eine enge Röhre verbundenen Glaskugeln; die Kugeln enthalten Luft, die Röhre aber Schwefelsäure, welche Flüssigkeit leicht beweglich ist und doch bei gewöhnlicher Lufttemperatur nur Dämpfe von unmerklicher Spannung liefert. Drücken die in beiden Kugeln abgesperrten Luftmassen mit constanten Kräften auf die sie trennende Flüssigkeitssäule, so bleibt diese in dem angenommenen Gleichgewichtsstande. Wird aber einer der Luftmassen mehr Wärme zugeführt oder entzogen als der andern, so hört die Gleichheit der Expansivkräfte auf, und die Flüssigkeit gerath in Bewegung, und sucht einen anderen Gleichgewichtsstand anzunehmen. Hiebei kann der hydrostatische Druck der Flüssigkeit von der Ausdehnung ausgeschlossen seyn oder mitwirken. Im ersteren Falle ist das längeres Stück der Verbindungsröhre der Kugeln horizontal und mit dieses enthält Flüssigkeit; im anderen Falle aber ist die Röhre mit so viel Flüssigkeit gefüllt daß dieselbe auch in die aufwärts gebogenen Arme der Röhre reicht, und der Ueberschuß des Druckes der höheren Flüssigkeitssäule über den der niedrigeren zur Bekämpfung der Expansivkraft der an letztere grenzenden Luft mithilft, auf der Seite, an

die Luft eine größere Expanſivkraft bekommt, nimmt die Flüſſigkeit einen tieferen Stand an, bis durch die damit verknüpfte Abnahme des Druckes auf der einen und die Steigerung deſſelben auf der anderen Seite das Gleichgewicht wieder hergeſtellt iſt. Bei dem Gebrauche dieſer Thermometer läßt man die Wärmequelle bloß auf eine der Kugeln einwirken, indem man die andere vor der Strahlung durch einen davor geſtellten Schirm ſchützt.

Das empfindlichſte und zweckmäßigſte Inſtrument zur Nachweiſung der ſtrahlenden Wärme, welches auch eine Meſſung der Intenſität geſtattet, iſt jedoch eine kleine thermoelektriſche Säule, deren Pole mit einem empfindlichen Galvanometer verbunden ſind. Sobald die eine Endfläche der Säule von Wärmeſtrahlen getroffen wird, die eine größere Intenſität haben als diejenigen, welche das entgegengeſetzte Ende afficiren, entſteht ein der Differenz dieſer Intenſitäten proportionaler elektriſcher Strom, den das Galvanometer anzeigt. Der Vorzug dieſes Apparates vor den Differenzialthermometern beruht zum Theile darauf, daß die Glashülle, welche die Luftmaſſen umgibt, den größten Theil der Wärmeſtrahlen abſorbirt, und gar nicht zur Luft gelangen läßt.

332. Geradlinige Fortpflanzung der ſtrahlenden Wärme. Mit Hilfe der ſo eben angegebenen empfindlichen Apparate zur Wahrnehmung ſtrahlender Wärme läßt ſich das Geſetz der geradlinigen Fortpflanzung dieſer Wärme mit hinlänglicher Schärfe prüfen, um die Ueberzeugung zu gewinnen, daß es in demſelben Umfange Giltigkeit habe, wie die in 290 betrachtete geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Es gibt eben ſo eine Schattengrenze für ſtrahlende Wärme, wie ſie bei dem Lichte ſtatt findet. Eine natürliche Folge der geradlinigen Fortpflanzung iſt die dem Quadrate der Diſtanz proportionale Abnahme der Erwärmungsintenſität der Wärmeſtrahlen; auch dieſes Geſetz hat ſich in der Erfahrung bewährt. Zu deſſen Rechtfertigung genügt es ſchon feinere Thermometer gewöhnlicher Art in verſchiedenen gemeſſenen Diſtanzen von einer auf ſie einwirkenden conſtanten Quelle ſtrahlender Wärme aufzuſtellen, und deren ſtationare Temperaturangaben zu beobachten. Die Producte der Temperaturen mit den Quadraten der zugehörenden Diſtanzen zeigen ſich für alle Thermometer gleich groß.

333. Reflexion der ſtrahlenden Wärme. Die Wärmeſtrahlen werden an den Körperflächen nach demſelben Geſetze reflectirt, wie die Lichtſtrahlen; der reflectirte Strahl bleibt in der Einfallsebene und der Reflexionswinkel iſt dem Einfallswinkel gleich. Man überzeugt ſich hievon leicht durch directe Erfahrung. Nicht alle Körperflächen reflectiren die ſtrahlende Wärme mit gleicher Intenſität; polirte Metallflächen ſind hiezu am geeignetſten, daher bedient man ſich zu derlei Verſuchen einer polirten Metallplatte, auf welche man von irgend einer Wärmequelle Strahlen fallen läßt: die Richtung des reflectirten Strahlenbündels erkennt man durch deſſen Einwirkung auf ein empfindliches Thermoſkop. Das angeführte Reflexionsgeſetz gibt ſich auch

durch den Effect metalliſcher oder mit einem metalliſchen Ueberzuge bekleideter, wohl polirter Hohlſpiegel kund.

Stellt man zwei ſolche Hohlſpiegel einander gegenüber, ſo daß ihre Axen in einerlei gerade Linie fallen, ſetzt in den Brennpunct des einen Spiegels ein Thermometer und in den Brennpunct des anderen einen erhitzten Körper, z. B. eine Phiole mit heißem Waſſer, ſo zeigt das Thermometer ſogleich eine Temperaturerhöhung an, welche nicht in dem Maße ſtatt findet, wenn man das Thermometer unter denſelben Umſtänden ohne Hohlſpiegel anwendet. Man kann auf dieſe Weiſe mittelſt einer glühenden Kohle einen leicht entzündlichen Körper, z. B Feuerſchwamm, auf eine bedeutende Diſtanz hin anzünden. Bringt man in den einen Brennpunct einen kalten Körper, z. B. ein Stück Eis, ſo ſinkt die Temperatur im andern Brennpuncte. Das dort befindliche Thermometer verliert durch ſeine eigene Ausſtrahlung mehr Wärme, als es von dem kalten Körper zurück empfängt; dieß iſt ein ſchlagender Beweis für die Thatſache des gegenſeitigen Wärmeaustauſches der Körper und des beweglichen Gleichgewichtes. Aus demſelben Grunde zeigt auch ein Thermometer in dem Brennpuncte eines dem heiteren Himmel zugewendeten Hohlſpiegels, vornehmlich zur Nachtzeit, einen niedrigeren Temperaturſtand, als die umgebende Luft. Sehr leicht iſt der Verſuch zu jeder Zeit mit dem thermoelektriſchen Apparate anzuſtellen, wenn man denſelben mit einem kegelförmig ſich erweiternden Reflector verſieht. Ein polirter Glasſpiegel iſt zwar zur Reflexion der Lichtſtrahlen ſehr geeignet; die Wärme aber reflectirt er nur in geringem Maße. Eine glühende Kohle in dem Brennpuncte eines Hohlſpiegels aus Glas würde den Spiegel ſelbſt erwärmen, nicht aber die vorerwähnte Wirkung in die Ferne hervorbringen. Stellt man eine Glastafel, wovon ein Stück mit Stanniol belegt iſt, in die Nähe eines Feuers oder an einen heißen Ofen, die Metallfläche demſelben zugekehrt, ſo erhitzt ſich der unbelegte Theil ſehr bedeutend, der belegte weit weniger.

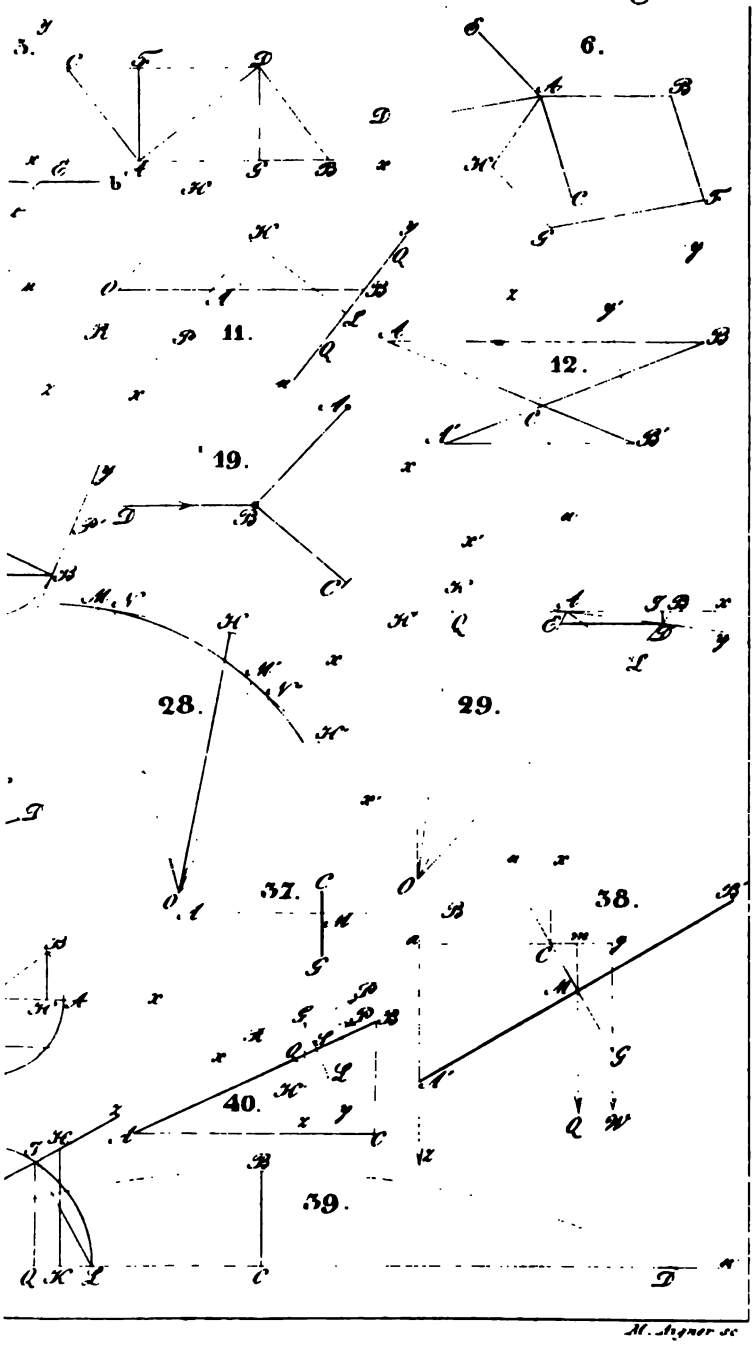
384. Brechung der ſtrahlenden Wärme. Fallen Wärmeſtrahlen auf einen Körper, deſſen Subſtanz ihnen den Durchgang geſtattet, oder, wie man jetzt ſagt, diatherman iſt, ſo werden ſie an der Grenzfläche des Körpers auf ähnliche Weiſe, wie Lichtſtrahlen, gebrochen oder erfahren nach Umſtänden wie dieſe die totale Reflexion. Die Erfahrung hat unter den diathermanen Stoffen das Steinſalz als denjenigen kennen gelehrt, der in Bezug auf die Leichtigkeit des Hindurchlaſſens, ſich gegen Wärmeſtrahlen ſo verhält, wie Glas gegen das Licht, daher ein Steinſalzprisma vor allen andern Mitteln zur Nachweiſung der Brechung und totalen Reflexion der ſtrahlenden Wärme den Vorzug verdient. Feine Verſuche, bei welchen die Thermoſäule mit dem Galvanometer zur Ausmittelung der Richtung des aus dem Steinſalzprisma austretenden Bündels der Wärmeſtrahlen dient, haben eine Verſchiedenheit der Brechbarkeit der von verſchiedenen Quellen herrührenden Wärmeſtrahlen nachgewieſen; es ſind nämlich dieſelben im Allgemeinen um ſo brechbarer, je höher die Temperatur der Wärmequelle iſt, von der ſie ausgehen. Hiernach läßt ſich auf eine Qualität der Wärmeſtrahlen ſchließen, welche der Farbe der Lichtſtrahlen analog iſt. Die Wärmeſtrahlen werden unter gleichen Umſtänden weniger gebrochen als die Lichtſtrahlen; das Wärmeſpectrum, welches ein Steinſalzprisma liefert, fällt nicht mit dem Lichtſpectrum zuſammen, ſon-

rn größtentheils außerhalb deſſelben auf die Seite des rothen Endes; e wärmſte Stelle befindet ſich in einigem Abſtande von dieſem Ende.

Die Brechung der Wärmeſtrahlen zeigt ſich ſehr augenfällig an dem Brennpuncte einer Steinſalzlinſe, wenn man mit ſelber die von einem Feuer ausgehenden Strahlen auffängt. Eine Glaslinſe bietet wohl ein Lichtbild, aber kein auffallendes Wärmebild des Feuers dar, weil das Glas einen großen Theil der Wärmeſtrahlen zurückhält. Dieſe Subſtanz abſorbirt verſchieden brechbare Wärmeſtrahlen ungleich, weßwegen Verſuche über die wärmſte Stelle am Sonnenſpectrum, wenn man es mit Hilfe eines Glasprisma's bildet, ſo verſchiedene Reſultate geben. Es kommt hier nicht bloß auf die nähere Beſchaffenheit des Glaſes, ſondern ſogar auf die Dicke der Glasſchichte des Prisma's an, durch welche das Licht hindurchgeht. Bei Anwendung eines Steinſalzprisma's fällt die wärmſte Stelle ſtets in dieſelbe Entfernung vom rothen Ende des Spectrums, das Licht mag nahe an der Kante des brechenden Winkels, oder am dickeren Theile durch das Prisma gehen.

335. Abſorption der Wärmeſtrahlen durch diathermane Medien. Sehr merkwürdig ſind die Ergebniſſe der Verſuche ber die Verluſte, welche ein Bündel Wärmeſtrahlen bei dem Durchange durch verſchiedene diathermane Stoffe erleidet. Erſtlich richtet ch das Vermögen der Körper, Wärmeſtrahlen durchzulaſſen, gar nicht ach der Durchſichtigkeit und Farbe. Gleich durchſichtige und farbloſe örper können ſehr verſchieden auf die Wärmeſtrahlen einwirken, und eit weniger diatherman ſeyn als farbige und wenig durchſichtige Körer. Während z. B. bei Melloni's Verſuchen eine durchſichtige teinſalzplatte von 100 Theilen der auffallenden Wärme 92 Theile urchließ, konnten durch eine waſſerhelle Alaunplatte von derſelben icke nur 12 Theile gehen, aber eine gleich dicke Platte aus dunklem auchtopas ließ noch 57 Theile Wärmeſtrahlen hindurch. Kupfervitriol hielt ſeiner Klarheit ungeachtet alle bemerkbaren Wärmeſtrahlen rück. Ferner kommt es ſehr darauf an, von welcher Art die einem edium zugeſendeten Wärmeſtrahlen ſind. Steinſalz läßt die Wärmeſtrahlen einer Lampenflamme eben ſo gut durch, als die eines glühenden Platindrahtes, eines erhitzten nicht glühenden Metalles und des ebend heißen Waſſers. Die übrigen Subſtanzen wirken auf die Strahn dieſer verſchiedenen Wärmequellen ſehr ungleich, und ſind im Allmeinen um ſo weniger diatherman, je niedriger die Temperatur der Bärmequelle iſt. Hat z. B. ein Metall nur die Temperatur von 80° R., o gehen ſeine Wärmeſtrahlen ſo gut wie nicht durch Glas; während ne Steinſalzplatte, welche 92 Procente der Wärmeſtrahlen einer Lampenflamme durchläßt, ebenfalls 92 Procenten der vorgenannten Strahn den Durchgang geſtattet. Wärmeſtrahlen, die bereits durch ein Medium gegangen ſind, erleiden bei dem Durchgange durch eine zweite Schichte von derſelben materiellen Beſchaffenheit einen weit geringeren Verluſt; bei dem Eindringen in ein heterogenes Medium aber kann der Verluſt weiter großer ſeyn, ja gänzliche Abſorption ſtatt finden. Polirt der Flächen erleichtert in allen Fällen den Durchgang der Wärmeſtrahlen; auch werden bei geringerer Dicke der durchwanderten Schichte

Taf. I. Fig. 1 — 40.



$\rho = \frac{\sin 2\beta - \sin 2\alpha}{\sin 2\beta + \sin 2\alpha}$, also ebenfalls $\rho = -r$ ist, so haben wir wieder $s\sigma - r\rho = 1$. Sonach bestehen die Resultate $\rho = -r$ und $s\sigma - r\rho = 1$, weil sie für jede der Componenten gelten, in welche man das unpolarisirte Licht zerlegen kann, auch für letzteres. Diesem gemäß ergibt sich $R = 0$, d. h. das reflectirte Licht verschwindet, und da nach obigen Ausdrücken $S = \frac{R - rc}{\rho}$ ist, so wird $S = c$, d. h. das durchgelassene Licht hat die Intensität des einfallenden.

Beträgt der Gangunterschied des längs $B'C'B$ und HB fortgepflanzten Lichtes eine halbe Schwingungsdauer, so sind die interferirenden Schwingungen je zweier der Componenten der Strahlen BE, CD einander entgegengesetzt; dem zu Folge hat man

$$R = rc - s\rho\sigma c(1 - \rho^2 + \rho^4 - \ldots) = rc - \frac{s\rho\sigma c}{1+\rho^2},$$

$$S = s\sigma c(1 - \rho^2 + \rho^4 - \rho^6 + \ldots) = \frac{s\sigma c}{1+\rho^2}$$

oder, weil $\rho = -r$ und $s\sigma = 1 + r\rho = 1 - r^2$ ist,

$$R = rc + \frac{r(1-r^2)c}{1+r^2} = \frac{2rc}{1+r^2} \text{ und } S = \frac{(1-r^2)c}{1+r^2}.$$

Hier zeigt sich $R^2 + S^2 = c^2$, d. h. die Intensitäten des reflectirten und des durchgelassenen Lichtes machen zusammen jene des einfallenden aus.

Da bloß das reflectirte, nicht aber das durchgelassene Licht gänzlich aufgehoben werden kann, so erscheinen am Newton'schen Farbenglase die durch das hindurch gehende Licht gebildeten Farbenringe bedeutend weniger lebhaft als die vom reflectirten Lichte herrührenden.

Der Betrag des Gangunterschiedes D der bei einer gewissen Incidenz interferirenden Nachbarstrahlen richtet sich nach der Dicke des Plattchens und nach dessen Brechungsindex. Es sei diese Dicke $BK = \delta$ und n der Brechungsindex, so ergibt sich wegen $BB'H = \alpha$ und $KBC' = KBC = \beta$ aus den rechtwinkligen Dreiecken BKC', BHB' nach den bekannten Regeln $BC' = \frac{\delta}{\cos\beta}$, $C'K = \frac{1}{2}BB' = \frac{\delta \sin\beta}{\cos\beta}$, $HB = BB' \sin\alpha = \frac{2\delta \sin\alpha \sin\beta}{\cos\beta}$. Auf die Fortpflanzung des Lichtes in der Luft bezogen, wird offenbar der dem Gange des Lichtes längs $B'C'B = 2BC'$ aquivalente Weg durch $2nBC'$ ausgedruckt; mithin ist $D = 2nBC' - HB = \frac{2n\delta}{\cos\beta} - \frac{2\delta \sin\alpha \sin\beta}{\cos\beta}$, oder wenn man $n \sin\beta$ statt $\sin\alpha$ schreibt, $D = \frac{2n\delta(1 - \sin^2\beta)}{\cos\beta} = 2n\delta\cos\beta$. Die Vergleichung dieser Größe mit der Länge einer Lichtwelle in der Luft bietet das Verhaltniß des Unterschiedes der Phasenzeiten der interferirenden Lichtwellen zur Dauer einer Schwingung dar. Bedeutet δ die kleinste Dicke, bei welcher das Plattchen im senkrecht reflectirten Lichte dunkel erscheint, so ist die Wellenlange des Lichtes in der Luft $= 2n\delta$ und in der Substanz des Plattchens $= 2\delta$.

Die Farbenringe am Newton'schen Apparate erleiden bezüglich ihrer Intensitat und insbesondere des centralen Fleckes besondere Modificationen, wenn geradlinig polarisirtes Licht angewendet wird und die Glaslinse auf einer Platte aus Metall oder aus einer das Licht anders als Glas polarisirenden Substanz liegt, worauf wir hier nicht weiter eingehen. Alle diese Besonderheiten aber lassen sich aus der Theorie

nicht nur erklären, sondern konnten vorher gesagt werden, und die Erfahrung bestätigte jedesmal die Voraussagung.

Ueberblickt man die Gesammtheit der mannigfaltigen im Vorhergehenden zur Sprache gebrachten Phänomene und deren Erklärungen, so steht die Ueberzeugung fest, daß die Theorie, welche die Erscheinungen des Lichtes auf Schwingungen reducirt, die naturgemäße Ansicht dieses Agens in sich enthalte. Daher kann auch heut zu Tage von der ehemals im Schwunge gewesenen Hypothese, daß das Licht in subtilen unwägbaren Partikeln bestehe, welche von den leuchtenden Körpern ausgehen und nebst ihrer Trägheit den Anziehungs- und Abstoßungskräften der wägbaren Materie gehorchen (Emanationshypothese), keine Rede mehr seyn.

328. **Physiologische und chemische Wirkungen des Lichtes.** Das Licht vermag Wirkungen hervorzubringen, welche keinen Zweifel darüber lassen, daß es nicht einzig und allein dazu bestimmt ist, den mit Sehorganen versehenen Wesen die materiellen Objecte sichtbar zu machen, sondern daß es auf eine umfassendere, wohl noch nicht in ihrer wahren Ausdehnung und Bedeutung erkannte Weise in das Walten der Natur im Großen eingreift. So beschränkt sich die Wahrnehmbarkeit der Aetherschwingungen nur auf eine gewisse Raschheit derselben; außerhalb der Grenzen des Farbenspectrums sind aber noch unzählige Schwingungsweisen möglich, die, wenn gleich sie sich bezüglich unseres Auges nicht als Licht äußern, doch die Veranlassung anderweitiger Effecte seyn können. Es ist eine längst bekannte Erfahrung, daß das Licht eine wesentliche Bedingung des Gedeihens des Pflanzen- und Thierlebens ausmacht; nur unter dem Einflusse des Lichtes zerlegen die Pflanzen die Kohlensäure, welche ihnen das umgebende Medium darbietet, eignen sich den Kohlenstoff an und scheiden den Sauerstoff in Gasform ab, denn im Finstern bleibt die Kohlensäure unverändert; auch im menschlichen Organismus hat der gänzliche Abschluß des Lichtes krankhafte Veränderungen zur Folge. Sehr auffallend ist der Antheil, den das Licht an der Einleitung chemischer Processe nimmt; Beispiele hievon sind die rasche Verbindung des Chlors mit dem Wasserstoffe, die Ausscheidung von Sauerstoff aus der Salpetersäure, das Schwärzen der Haloidsalze des Silbers im Lichte u. dgl. Nicht alle Bestandtheile des weißen Lichtes sind zu derlei Effecten gleich geeignet; sie erfolgen im violetten Lichte schnell, im rothen fast gar nicht, doch werden sie, wenn sie in ersterem begonnen haben, von letzterem fortgesetzt. Die chemische Wirksamkeit des Sonnenspectrums zeigt sich sogar noch außerhalb des violetten Endes mit großer Energie; diese Thatsache hat zur Annahme besonderer chemischer Strahlen im Sonnenlichte geführt, welche brechbarer sind als die violetten, mithin eine noch kürzere Schwingungsdauer in Anspruch nehmen als diese.

329. **Photographie.** Die Veränderungen, welche die Verbindungen des Silbers mit Chlor, Jod und Brom durch den Einfluß des Lichtes erleiden, haben in neuester Zeit zu der interessanten Anwendung Veranlassung gegeben, die Bilder der Camera obscura festzuhalten, und solchergestalt vollkommen getreue Nachbildungen beliebiger Gegenstände zu gewinnen. Unter den verschiedenen zu diesem Zwecke dien-

lichen Operationen behauptet das von Daguerre entdeckte Verfahren den Vorzug, welchem man die Benennung Daguerreotypie beigelegt hat. Zur Aufnahme des Bildes dient dabei eine platirte Kupferplatte mit vollkommen ebener Silberfläche. Dieſe wird von jedem an ihr haftenden fremdartigen Ueberzuge durch geeignete Putzmittel wohl gereinigt, und hierauf über feſtes oder in Alkohol gelöſtes Jod, oder wenn man eine ſehr raſche Einwirkung des Lichtes beabſichtiget, über eine Löſung einer Verbindung von Chlor oder Brom mit Jod gebracht, und den Dämpfen des aus der Löſung ſich verflüchtigenden Stoffes ſo lange ausgeſetzt, bis ſie in Folge der Verbindung der äußerſten Silberſchichte mit dem Jod oder Jodchlorür oder Jodbromür eine goldgelbe oder röthliche Färbung angenommen hat, was in kurzer Zeit geſchehen iſt. So vorbereitet kommt die Platte, vor dem Lichte bewahrt, in die Camera obſcura an den Ort des Bildes des zu kopirenden Gegenſtandes. Nach kurzer Zeit iſt die oberſte Schichte der Platte durch die Einwirkung des Lichtes nach Maßgabe ſeiner Intenſität und Wirkungsfähigkeit zwar noch nicht auf eine ſichtbare Weiſe, aber doch ſo weit verändert, daß wenn man die Platte jetzt über Queckſilber, dem man die Temperatur von 50°—55° R. gegeben hat, bringt, ſich ein deutliches Bild des Gegenſtandes zeigt. Es hängt ſich nämlich das Queckſilber in feinſter Vertheilung an denjenigen Stellen der Oberfläche des Silbers an, auf welche das Licht eingewirkt hat, und zwar im Verhältniſſe der Intenſität der geſchehenen Einwirkung. Iſt das Bild gehörig entwickelt, ſo legt man die Platte zum Behufe der Wegſchaffung des unverändert gebliebenen Theiles des Silberüberzuges in eine wäſſerige Löſung von unterſchweſligſaurem Natron, oder in eine ſiedenheiße, geſättigte Kochſalzlauge, und reinigt zuletzt noch das fertige Bild durch Uebergießen mit deſtillirtem Waſſer. Der Effect eines ſo erzeugten Bildes beruht darauf, daß eine wohl polirte Silberfläche dem Auge, welches ſich außerhalb des von derſelben regelmäßig reflectirten, von der Beleuchtung herrührenden Lichtſtromes befindet, ſchwarz erſcheint; auf derſelben befindliche Queckſilbertheilchen aber, weil ſie das Licht auch ſeitwärts reflectiren, ſich als Lichtpuncte auf dem dunklen Grunde darſtellen. Die tiefſten Schatten des Bildes entſprechen ſonach den Stellen, wo keine Einwirkung des Lichtes ſtatt hatte, mithin zuletzt wieder die reine Silberfläche vorhanden iſt; die hellſten Puncte werden durch die Anhäufung der Queckſilberpartikel gegeben. Man kann den Effect des Bildes noch durch einen leichten Anflug von Gold oder eines andern Metalles erhöhen, den man durch Behandlung der Oberfläche der Platte mit ſchwachen Löſungen geeigneter Metallſalze in der Wärme erzeugt, was wir jedoch hier ſo wenig weiter erörtern wollen, als die Verſuche, die man gemacht hat, photographiſche Bilder auf Papier darzuſtellen.

Dreizehntes Hauptstück.

Strahlende Wärme.

330. Existenz der strahlenden Wärme. So wie das Licht ch unabhängig von jedem wägbaren Medium im Raume längs gera- en Linien, welche man Lichtstrahlen nennt, fortpflanzt, eben so ver- reitet sich die Wärme jedes Körpers rings um denselben nach geraden inien, welche mit demselben Rechte auf die Benennung Wärme- rahlen Anspruch machen. Man nennt daher auch die Wärme, in fern sie sich, die Luft und andere Medien, welche ihr den Durchgang rstatten, durchdringend, frei im Raume fortpflanzt, strahlende Bärme, und unterscheidet sie von der an den Körpern haftenden, m Theile gar nicht am Thermometer wahrnehmbaren, zum Theile nerhalb der Körper sich verbreitenden und die Temperatur und das olum derselben ändernden Wärme, wovon erstere die gebundene, tere die geleitete Wärme heißt. Die Existenz der strahlenden Bärme und die Art ihrer Verbreitung ist eine nothwendige Folge der hatsache, daß ein Körper einem andern von ihm entfernten, unab- ängig von der Temperatur des zwischen beiden befindlichen Mediums. Bärme mitzutheilen vermag, daß diese Mittheilung augenblicklich er- lgt, jedoch an die Bedingung gebunden ist, daß die gerade Strecke n dem einen Körper zum andern durch keinen Körper unterbrochen y, der die Wärme aufzuhalten vermag. Dieß vorausgesetzt muß, so ie jeder leuchtende Körper jedem andern leuchtenden Körper Licht zu- ndet, jeder Körper jedem anderen Wärmestrahlen zusenden. Diese etrachtung zeigt, daß der jedesmalige Wärmezustand eines Körpers, wie jedes Theiles desselben, von dem Unterschiede zwischen dem Wär- equantum abhängt, welches der Körper hergibt, und demjenigen, elches er empfängt. Je nachdem sein Gewinn an Wärme größer, en so groß oder kleiner ist als der Verlust, ist seine Temperatur im teigen, constant, oder im Sinken. Das sogenannte Gleichgewicht er Wärme eines Körpers, d. h. die Beständigkeit der Temperatu- n aller seiner Theile beruht daher auf der Gleichförmigkeit des Wech- ls der Wärme, und heißt deßhalb auch das bewegliche Gleich- ewicht.

Die Thatsache, durch welche sich die Existenz der strahlenden Wärme am auffallendsten kund gibt, ist die Wärme, welche Feuer, ein geheizter Ofen ꝛc. um sich verbreitet, wenn auch die umgebende Luft sehr kalt ist; wir unterscheiden diese Wärme sehr wohl von derjenigen, welche die Luft selbst besitzt und uns mittheilt. Vor ersterer können wir uns durch einen zwischen uns und die Wärmequelle gebrachten Schirm schützen, nicht aber gegen letztere. Die Wärme, welche uns ein Flammenfeuer durch Strahlung zusendet, und deren Einwirkung auf ein Thermometer wird nicht im mindesten gestört, wenn die zwischenliegende Luftmasse sich in noch so rascher Strömung befindet, also fortwährend schnell wechselt.

Obgleich die strahlende Wärme häufig als Begleiter des Lichtes auftritt, so ist sie doch nicht mit dem Lichte identisch, denn auch Kör-

per, an denen wir selbst in größter Dunkelheit keine Aeußerung des Lichtes wahrzunehmen im Stande sind, können reichlich Wärmestrahlen aussenden. Eine andere Frage aber wäre die, ob die Wärme von dem Lichte nicht etwa nur dem Grade nach verschieden sey, namlich auf Aetherschwingungen von anderer Oscillationsdauer beruhe, als diejenigen, welche die Netzhaut des Auges zu afficiren vermögen? Allerdings beginnt ein Körper, wie z. B. Eisen, wenn seine Wärme bis zu einem gewissen Grade gesteigert worden ist, schwach zu leuchten, und von da an nimmt die Intensität des Glühens mit der Hitze zu. Aber andere Erfahrungen, welche darthun, daß sich gleichsam Licht und Wärme von einander scheiden lassen, sprechen wenigstens zum Theile dagegen. Wie auch immer die Antwort auf diese Frage bei weiterer Entwicklung der Wissenschaft ausfallen mag, so tritt noch die andere Frage ein, ob das, was wir strahlende und geleitete Wärme nennen, einerlei sey, ob nicht vielleicht erstere bloß als Veranlassung zur Erregung der letzteren wirke und umgekehrt, so wie strömende Elektricität deßhalb noch nicht für Wärme oder für Licht gehalten werden kann, weil sie beides hervorzurufen im Stande ist. Wir nehmen namlich die strahlende Wärme wohl nur in Folge ihrer wärmenden Eigenschaft wahr, aber letztere nur in so fern, als die strahlende Wärme von Körpern absorbirt wird, d. h. in ihnen Wärme rege macht. Was man gegenwärtig mit Sicherheit über die Natur der strahlenden Wärme aussagen kann, darüber wird das Folgende nähere Auskunft geben.

331. Instrumente zur Nachweisung und Messung der strahlenden Wärme. Die gewöhnlichen Quecksilberthermometer sind zu feineren Versuchen über strahlende Wärme zu wenig empfindlich, daher zur Untersuchung der Gesetze derselben nicht geeignet. Bessere Dienste leisten die Luftthermometer, welchen man zu diesem Behufe die Einrichtung gegeben hat, daß sie nicht auf fire Puncte sich beziehende Unterschiede des Wärmegrades oder sogenannte absolute Temperaturen, sondern bloß relative Temperaturunterschiede anzeigen. Man nennt derlei Instrumente Differenzialthermometer. Ein solches besteht aus zwei dünn ausgeblasenen, durch eine enge Röhre verbundenen Glaskugeln; die Kugeln enthalten Luft, die Röhre aber Schwefelsäure, welche Flüssigkeit leicht beweglich ist und doch bei gewöhnlicher Lufttemperatur nur Dämpfe von unmerklicher Spannung liefert. Drücken die in beiden Kugeln abgesperrten Luftmassen mit constanten Kräften auf die sie trennende Flüssigkeitssäule, so bleibt diese in dem angenommenen Gleichgewichtsstande. Wird aber einer der Luftmassen mehr Wärme zugeführt oder entzogen als der andern, so hört die Gleichheit der Expansivkräfte auf, und die Flüssigkeit geräth in Bewegung, und sucht einen anderen Gleichgewichtsstand anzunehmen. Hiebei kann der hydrostatische Druck der Flüssigkeit von der Wirkung ausgeschlossen seyn oder mitwirken. Im ersteren Falle ist ein längeres Stück der Verbindungsrohre der Kugeln horizontal und nur dieses enthält Flussigkeit; im anderen Falle aber ist die Röhre mit so viel Flüssigkeit gefüllt, daß dieselbe auch in die aufwärts gebogenen Arme der Röhre reicht, und der Ueberschuß des Druckes der höheren Flussigkeitssäule über den der niedrigeren zur Bekämpfung der Expansivkraft der an letztere grenzenden Luft mithilft; auf der Seite, wo

die Luft eine größere Expanſivkraft bekommt, nimmt die Flüſſigkeit einen tieferen Stand an, bis durch die damit verknüpfte Abnahme des Druckes auf der einen und die Steigerung deſſelben auf der anderen Seite das Gleichgewicht wieder hergeſtellt iſt. Bei dem Gebrauche dieſer Thermometer läßt man die Wärmequelle bloß auf eine der Kugeln einwirken, indem man die andere vor der Strahlung durch einen davor geſtellten Schirm ſchützt.

Das empfindlichſte und zweckmäßigſte Inſtrument zur Nachweiſung der ſtrahlenden Wärme, welches auch eine Meſſung der Intenſität geſtattet, iſt jedoch eine kleine thermoelektriſche Säule, deren Pole mit einem empfindlichen Galvanometer verbunden ſind. Sobald die eine Endfläche der Säule von Wärmeſtrahlen getroffen wird, die eine größere Intenſität haben als diejenigen, welche das entgegengeſetzte Ende afficiren, entſteht ein der Differenz dieſer Intenſitäten proportionaler elektriſcher Strom, den das Galvanometer anzeigt. Der Vorzug dieſes Apparates vor den Differenzialthermometern beruht zum Theile darauf, daß die Glashülle, welche die Luftmaſſen umgibt, den größten Theil der Wärmeſtrahlen abſorbirt, und gar nicht zur Luft gelangen läßt.

332. Geradlinige Fortpflanzung der ſtrahlenden Wärme. Mit Hilfe der ſo eben angegebenen empfindlichen Apparate zur Wahrnehmung ſtrahlender Wärme läßt ſich das Geſetz der geradlinigen Fortpflanzung dieſer Wärme mit hinlänglicher Schärfe prüfen, um die Ueberzeugung zu gewinnen, daß es in demſelben Umfange Giltigkeit habe, wie die in 290 betrachtete geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Es gibt eben ſo eine Schattengrenze für ſtrahlende Wärme, wie ſie bei dem Lichte ſtatt findet. Eine natürliche Folge der geradlinigen Fortpflanzung iſt die dem Quadrate der Diſtanz proportionale Abnahme der Erwärmungsintenſität der Wärmeſtrahlen; auch dieſes Geſetz hat ſich in der Erfahrung bewährt. Zu deſſen Rechtfertigung genügt es ſchon feinere Thermometer gewöhnlicher Art in verſchiedenen gemeſſenen Diſtanzen von einer auf ſie einwirkenden conſtanten Quelle ſtrahlender Wärme aufzuſtellen, und deren ſtationäre Temperaturangaben zu beobachten. Die Producte der Temperaturen mit den Quadraten der zugehörenden Diſtanzen zeigen ſich für alle Thermometer gleich groß.

333. Reflexion der ſtrahlenden Wärme. Die Wärmeſtrahlen werden an den Körperflächen nach demſelben Geſetze reflectirt, wie die Lichtſtrahlen; der reflectirte Strahl bleibt in der Einfallsebene und der Reflexionswinkel iſt dem Einfallswinkel gleich. Man überzeugt ſich hievon leicht durch directe Erfahrung. Nicht alle Körperflächen reflectiren die ſtrahlende Wärme mit gleicher Intenſität; polirte Metallflächen ſind hiezu am geeignetſten, daher bedient man ſich zu derlei Verſuchen einer polirten Metallplatte, auf welche man von irgend einer Wärmequelle Strahlen fallen läßt: die Richtung des reflectirten Strahlenbündels erkennt man durch deſſen Einwirkung auf ein empfindliches Thermoſkop. Das angeführte Reflexionsgeſetz gibt ſich auch

durch den Effect metalliſcher oder mit einem metalliſchen Ueberzuge bekleideter, wohl polirter Hohlſpiegel kund.

Stellt man zwei ſolche Hohlſpiegel einander gegenüber, ſo daß ihre Axen in einerlei gerade Linie fallen, ſetzt in den Brennpunct des einen Spiegels ein Thermometer und in den Brennpunct des anderen einen erhitzten Körper, z. B. eine Phiole mit heißem Waſſer, ſo zeigt das Thermometer ſogleich eine Temperaturerhöhung an, welche nicht in dem Maße ſtatt findet, wenn man das Thermometer unter denſelben Umſtänden ohne Hohlſpiegel anwendet. Man kann auf dieſe Weiſe mittelſt einer glühenden Kohle einen leicht entzündlichen Körper, z. B Feuerſchwamm, auf eine bedeutende Diſtanz hin anzünden. Bringt man in den einen Brennpunct einen kalten Körper, z. B. ein Stück Eis, ſo ſinkt die Temperatur im andern Brennpuncte. Das dort befindliche Thermometer verliert durch ſeine eigene Ausſtrahlung mehr Wärme, als es von dem kalten Körper zurück empfängt; dieß iſt ein ſchlagender Beweis für die Thatſache des gegenſeitigen Wärmeaustauſches der Körper und des beweglichen Gleichgewichtes. Aus demſelben Grunde zeigt auch ein Thermometer in dem Brennpuncte eines dem heiteren Himmel zugewendeten Hohlſpiegels, vornehmlich zur Nachtzeit, einen niedrigeren Temperaturſtand, als die umgebende Luft. Sehr leicht iſt der Verſuch zu jeder Zeit mit dem thermoelektriſchen Apparate anzuſtellen, wenn man denſelben mit einem kegelförmig ſich erweiternden Reflector verſieht. Ein polirter Glasſpiegel iſt zwar zur Reflexion der Lichtſtrahlen ſehr geeignet; die Wärme aber reflectirt er nur in geringem Maße. Eine glühende Kohle in dem Brennpuncte eines Hohlſpiegels aus Glas würde den Spiegel ſelbſt erwärmen, nicht aber die vorerwähnte Wirkung in die Ferne hervorbringen. Stellt man eine Glastafel, wovon ein Stück mit Stanniol belegt iſt, in die Nähe eines Feuers oder an einen heißen Ofen, die Metallfläche demſelben zugekehrt, ſo erhitzt ſich der unbelegte Theil ſehr bedeutend, der belegte weit weniger.

384. Brechung der ſtrahlenden Wärme. Fallen Wärmeſtrahlen auf einen Körper, deſſen Subſtanz ihnen den Durchgang geſtattet, oder, wie man jetzt ſagt, diathermań iſt, ſo werden ſie an der Grenzfläche des Körpers auf ähnliche Weiſe, wie Lichtſtrahlen, gebrochen oder erfahren nach Umſtänden wie dieſe die totale Reflexion. Die Erfahrung hat unter den diathermanen Stoffen das Steinſalz als denjenigen kennen gelehrt, der in Bezug auf die Leichtigkeit des Hindurchlaſſens, ſich gegen Wärmeſtrahlen ſo verhält, wie Glas gegen das Licht, daher ein Steinſalzprisma vor allen andern Mitteln zur Nachweiſung der Brechung und totalen Reflexion der ſtrahlenden Wärme den Vorzug verdient. Feine Verſuche, bei welchen die Thermoſäule mit dem Galvanometer zur Ausmittelung der Richtung des aus dem Steinſalzprisma austretenden Bündels der Wärmeſtrahlen dient, haben eine Verſchiedenheit der Brechbarkeit der von verſchiedenen Quellen herrührenden Wärmeſtrahlen nachgewieſen; es ſind nämlich dieſelben im Allgemeinen um ſo brechbarer, je höher die Temperatur der Wärmequelle iſt, von der ſie ausgehen. Hiernach läßt ſich auf eine Qualität der Wärmeſtrahlen ſchließen, welche der Farbe der Lichtſtrahlen analog iſt. Die Wärmeſtrahlen werden unter gleichen Umſtänden weniger gebrochen als die Lichtſtrahlen; das Wärmeſpectrum, welches ein Steinſalzprisma liefert, fällt nicht mit dem Lichtſpectrum zuſammen, ſon-

rn größtentheils außerhalb deſſelben auf die Seite des rothen Endes; e wärmſte Stelle befindet ſich in einigem Abſtande von dieſem Ende.

Die Brechung der Wärmeſtrahlen zeigt ſich ſehr augenfällig an dem Brennpuncte einer Steinſalzlinſe, wenn man mit ſelber die von einem Feuer ausgehenden Strahlen auffängt. Eine Glaslinſe bietet wohl ein Lichtbild, aber kein auffallendes Wärmebild des Feuers dar, weil das Glas einen großen Theil der Wärmeſtrahlen zurückhält. Dieſe Subſtanz abſorbirt verſchieden brechbare Wärmeſtrahlen ungleich, weßwegen Verſuche über die wärmſte Stelle am Sonnenſpectrum, wenn man es mit Hilfe eines Glasprisma's bildet, ſo verſchiedene Reſultate geben. Es kommt hier nicht bloß auf die nähere Beſchaffenheit des Glaſes, ſondern ſogar auf die Dicke der Glasſchichte des Prisma's an, durch welche das Licht hindurchgeht. Bei Anwendung eines Steinſalzprisma's fällt die wärmſte Stelle ſtets in dieſelbe Entfernung vom rothen Ende des Spectrums, das Licht mag nahe an der Kante des brechenden Winkels, oder am dickeren Theile durch das Prisma gehen.

335. Abſorption der Wärmeſtrahlen durch diathermane Medien. Sehr merkwürdig ſind die Ergebniſſe der Verſuche ber die Verluſte, welche ein Bündel Wärmeſtrahlen bei dem Durchange durch verſchiedene diathermane Stoffe erleidet. Erſtlich richtet ch das Vermögen der Körper, Wärmeſtrahlen durchzulaſſen, gar nicht ach der Durchſichtigkeit und Farbe. Gleich durchſichtige und farbloſe örper können ſehr verſchieden auf die Wärmeſtrahlen einwirken, und eit weniger diatherman ſeyn als farbige und wenig durchſichtige Körr. Während z. B. bei Mellon i's Verſuchen eine durchſichtige teinſalzplatte von 100 Theilen der auffallenden Wärme 92 Theile rchließ, konnten durch eine waſſerhelle Alaunplatte von derſelben icke nur 12 Theile gehen, aber eine gleich dicke Platte aus dunklem auchtopas ließ noch 57 Theile Wärmeſtrahlen hindurch. Kupfervitriol hielt ſeiner Klarheit ungeachtet alle bemerkbaren Wärmeſtrahlen rück. Ferner kommt es ſehr darauf an, von welcher Art die einem ledium zugeſendeten Wärmeſtrahlen ſind. Steinſalz läßt die Wärſtrahlen einer Lampenflamme eben ſo gut durch, als die eines glünden Platindrahtes, eines erhitzten nicht glühenden Metalles und des dend heißen Waſſers. Die übrigen Subſtanzen wirken auf die Strahn dieſer verſchiedenen Wärmequellen ſehr ungleich, und ſind im Allmeinen um ſo weniger diatherman, je niedriger die Temperatur der ärmequelle iſt. Hat z. B. ein Metall nur die Temperatur von 80° R., gehen ſeine Wärmeſtrahlen ſo gut wie nicht durch Glas; während ne Steinſalzplatte, welche 92 Procente der Wärmeſtrahlen einer Lamnflamme durchläßt, ebenfalls 92 Procenten der vorgenannten Strahn den Durchgang geſtattet. Wärmeſtrahlen, die bereits durch ein ledium gegangen ſind, erleiden bei dem Durchgange durch eine zweite chichte von derſelben materiellen Beſchaffenheit einen weit geringeren erluſt; bei dem Eindringen in ein heterogenes Medium aber kann der erluſt weiter größer ſeyn, ja gänzliche Abſorption ſtatt finden. Polir der Flächen erleichtert in allen Fällen den Durchgang der Wärmeahlen; auch werden bei geringerer Dicke der durchwanderten Schichte

weniger Wärmestrahlen absorbirt. Aus den angeführten Erscheinungen erhellet, daß die verschiedenen diathermanen Substanzen, das Steinsalz ausgenommen, sich gegen Wärmestrahlen verschiedener Art wie gefärbte Medien gegen farbiges Licht verhalten, welche bloß für Strahlen gewisser Farben durchsichtig, für alle anderen undurchsichtig sind. Unter den bisher untersuchten Stoffen besitzt das Steinsalz allein den Charakter der Farblosigkeit bezüglich der Wärmestrahlen. Die Metalle erscheinen zur Fortpflanzung der strahlenden Wärme eben so untauglich, wie sie für das Licht undurchsichtig sind.

Es gibt einzelne Fälle, in welchen eine Substanz, wie z. B. eine berußte Steinsalzplatte, für Wärmestrahlen einer Quelle von niedrigerer Temperatur mehr diatherman ist, als für solche, die von einem heißen Körper herkommen. Eine Combination eines mit einem Kupferoxyd grünlich gefärbten Glases und einer Wasserschichte soll, obgleich sehr viel Licht hindurchgehet, aller strahlenden Wärme den Durchgang verwehren. Die Reflexion der Wärmestrahlen aller Art geht unter gleichen Umständen immer auf dieselbe Weise vor sich, die Wärmefärbung (Diathermansie oder partielle Diathermanität) des reflectirenden Körpers hat darauf keinen Einfluß, nur das Reflexionsvermögen desselben, welches für alle Arten der Wärmestrahlen sich gleich bleibt. Man hat an rauhen diathermanen Körpern entschiedene Anzeichen von unregelmäßiger Reflexion (Diffussion) bemerkt.

336. **Polarisation der strahlenden Wärme.** Die Analogie der strahlenden Wärme mit dem Lichte wird durch die Thatsache bis zum höchsten Grade der Aehnlichkeit gesteigert, daß die Wärmestrahlen der Polarisation fähig sind, und hierin genau denselben Gesetzen gehorchen wie die Lichtstrahlen, so daß alles was für diese gilt, bezüglich jener sich wiederholt. Nur sind die Mittel, welche bei der Polarisation des Lichtes gute Dienste leisten, nicht auch zur Polarisation der Wärmestrahlen in gleichem Maße geeignet. Glas ist dazu nicht wohl anwendbar wegen seines Absorptionsvermögens, und nicht jede Art von Turmalinen gibt entscheidende Resultate, wegen ihres vom Dichroismus abweichenden Verhaltens. Am besten läßt sich die Polarisation der Wärme dadurch nachweisen, daß man ein Bündel Wärmestrahlen unter dem geeigneten Winkel (33°) durch eine Reihe paralleler sehr dünner Glimmerblätter gehen läßt (in welche sich eine Glimmerplatte durch Erhitzen von selbst zertheilt) und die solchergestalt polarisirten Strahlen mittelst eines ähnlichen Systemes von Glimmerplättchen analysirt. Hieraus folgt mit Nothwendigkeit, daß die Fortpflanzung der strahlenden Wärme auf transversalen Schwingungen eines ätherischen Mediums beruht.

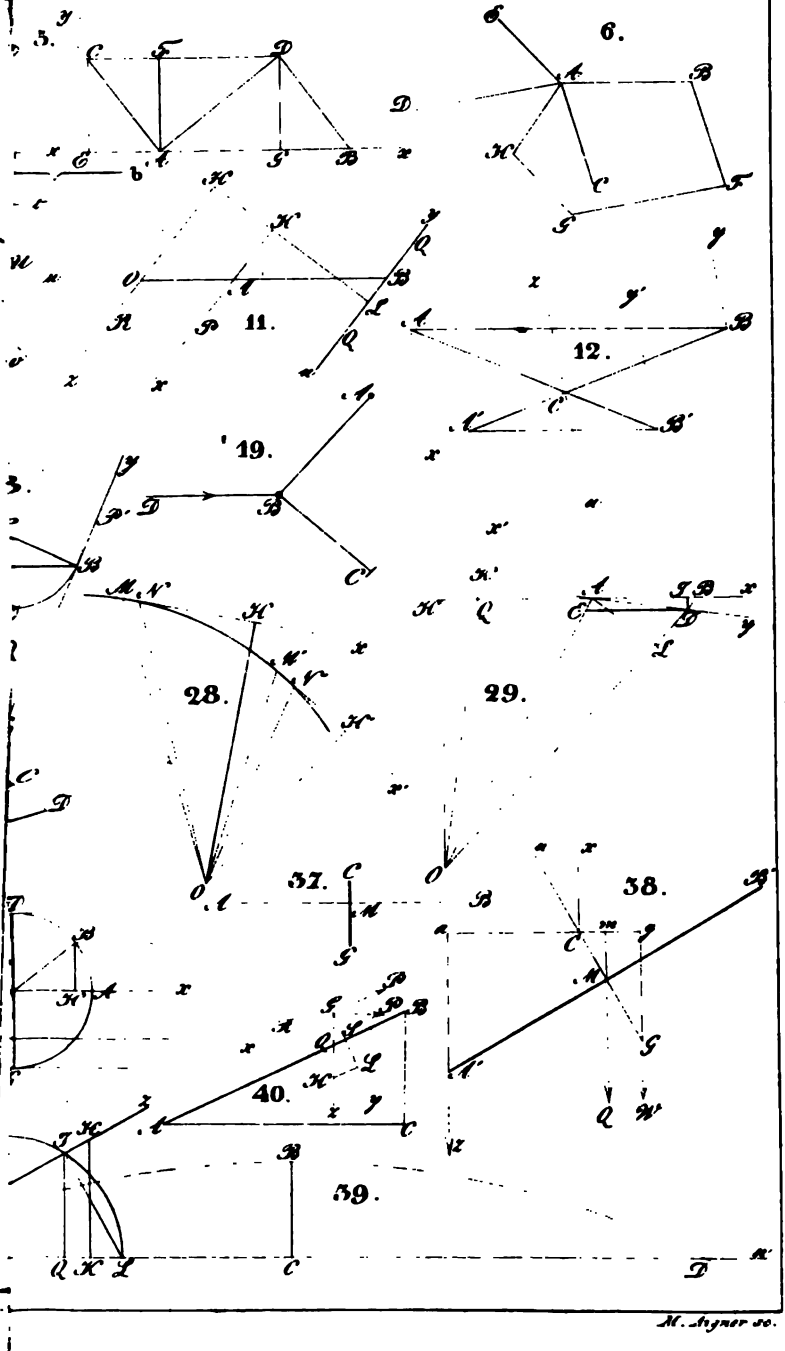
Jedoch ist damit noch nicht entschieden, daß die im Innern der Körper geleitete Wärme ebenfalls durch transversale Schwingungen des Aethers bedingt sey; sie könnte auch durch longitudinale Schwingungen bewerkstelliget werden, ja es scheinen sogar einige Gründe dafür zu sprechen, daß gerade letzteres statt finden dürfte. Doch ist diese Frage bei weitem noch nicht zur Entscheidung reif. Jede dieser Schwingungsweisen bringt einen eigenthümlichen Charakter mit sich. Transversale Schwingungen gehen ohne merkliche Aenderungen der Dichte des mitreißenden Mediums vor sich, wogegen longitudinale eine entsprechende

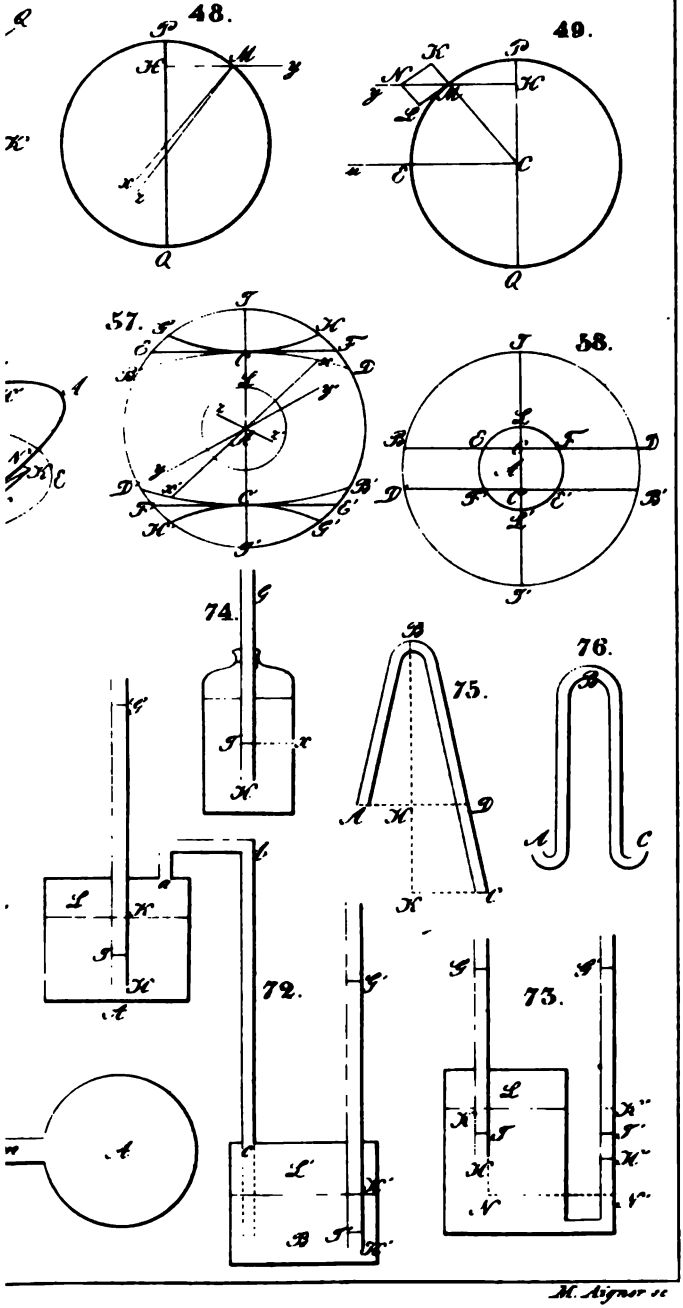
Verdichtung und Verdünnung erfordern. Dagegen ist nur bei transversalen Schwingungen Polarisation möglich; auf longitudinale findet diese Modification keine Anwendung. Wärmestrahlen, welche auf die angegebene Weise polarisirt worden sind, nehmen bei der totalen Reflexion in einem Steinsalzprisma circuläre Polarisation an.

337. **Ausstrahlungsvermögen der Körper.** Die Möglichkeit des beweglichen Gleichgewichtes erfordert, daß in dem Maße als die Wärmestrahlen in das Innere einer Substanz reichlicher oder minder reichlich eindringen, diese Substanz auch in gleichem Verhältnisse mehr oder weniger Wärmestrahlen aussende. Aber nur diejenigen Strahlen dringen in einen Körper ein, welche nicht reflectirt werden. Daher hält das Ausstrahlungsvermögen im Vergleiche mit dem Reflexionsvermögen den umgekehrten Gang; je größer das eine Vermögen ist, desto geringer ist das andere. Wo also eine reichliche Absorption besteht, dort muß eine wenigstens eben so reichliche Emission vorhanden seyn. Die Verschiedenheit der Emission der Wärme bei gleicher Temperatur läßt sich durch einen directen Versuch darthun, wenn man ein Gefäß, dessen Wände an der äußeren Fläche eine verschiedene materielle Beschaffenheit haben, mit einer heißen Flüssigkeit füllt, und bald die eine, bald die andere Seitenfläche des Gefäßes einem empfindlichen Thermoskope zuwendet.

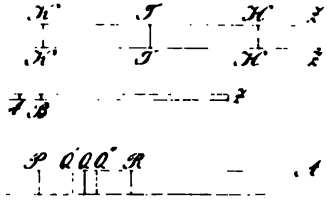
[redacted]

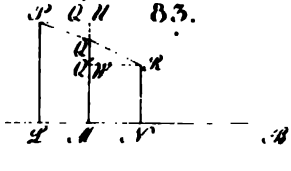
Taf. I. Fig. 1 — 40.

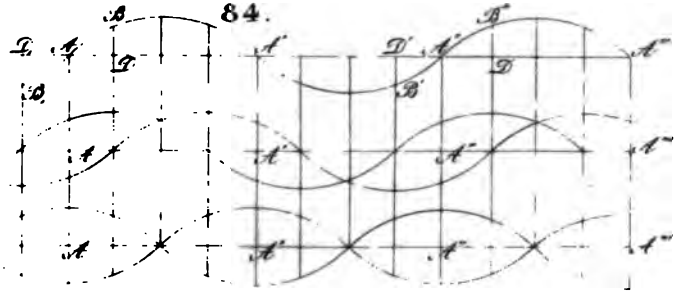


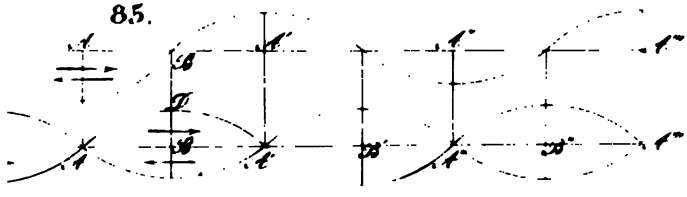


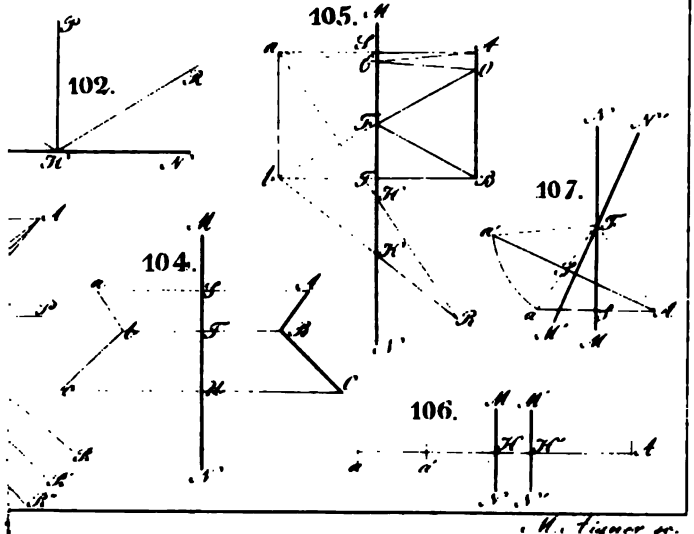
M. Aigner sc.




83.

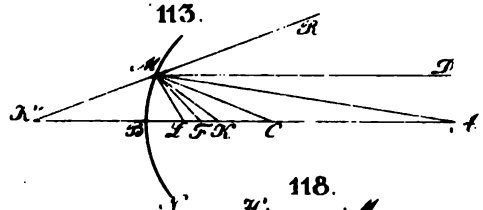

84.

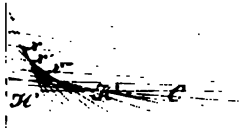

85.


102.
105.
104.
107.
106.

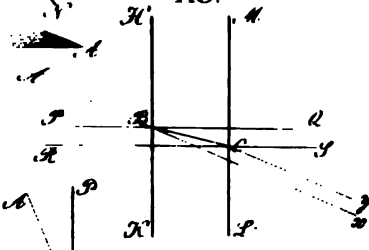
112.

113.

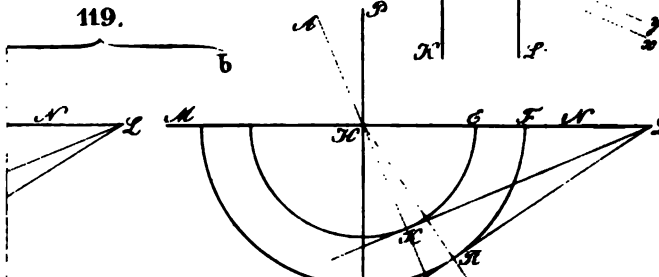




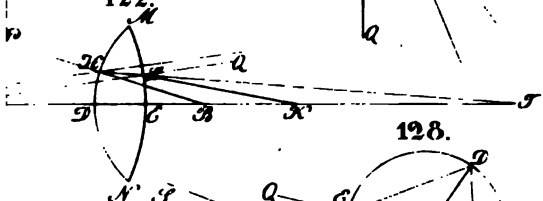
118.



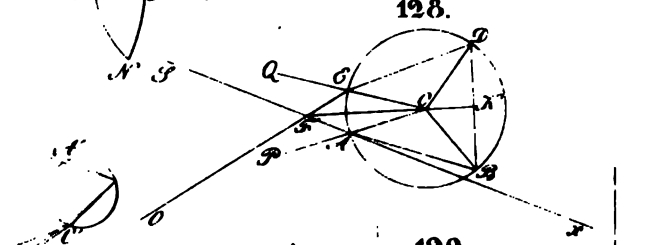
119.



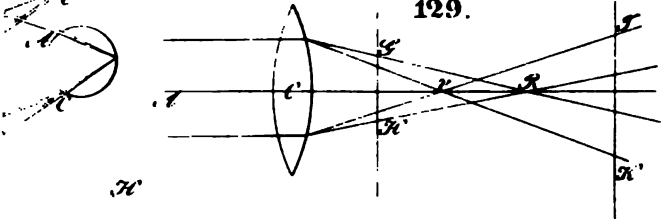
122.



128.

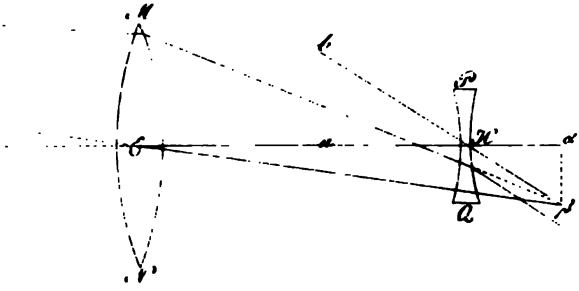


129.

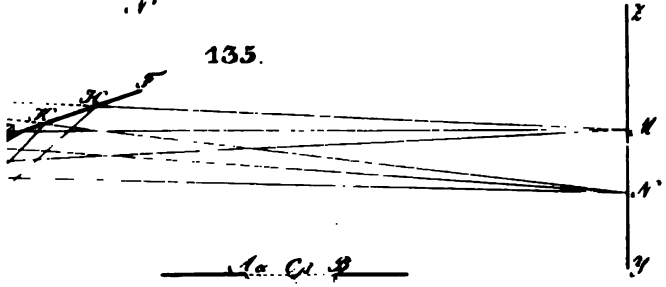


M. Aigner sc.

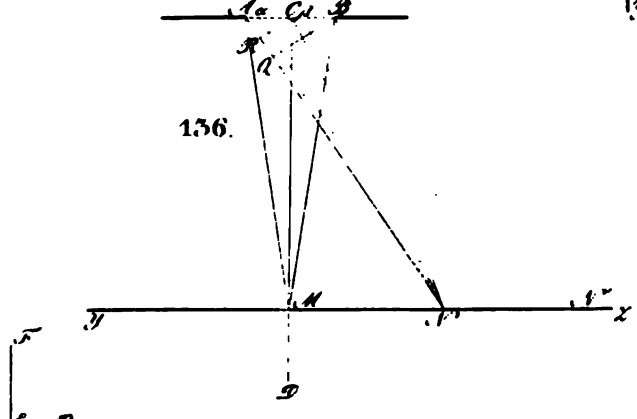
131.



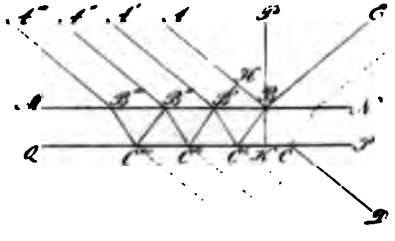
135.

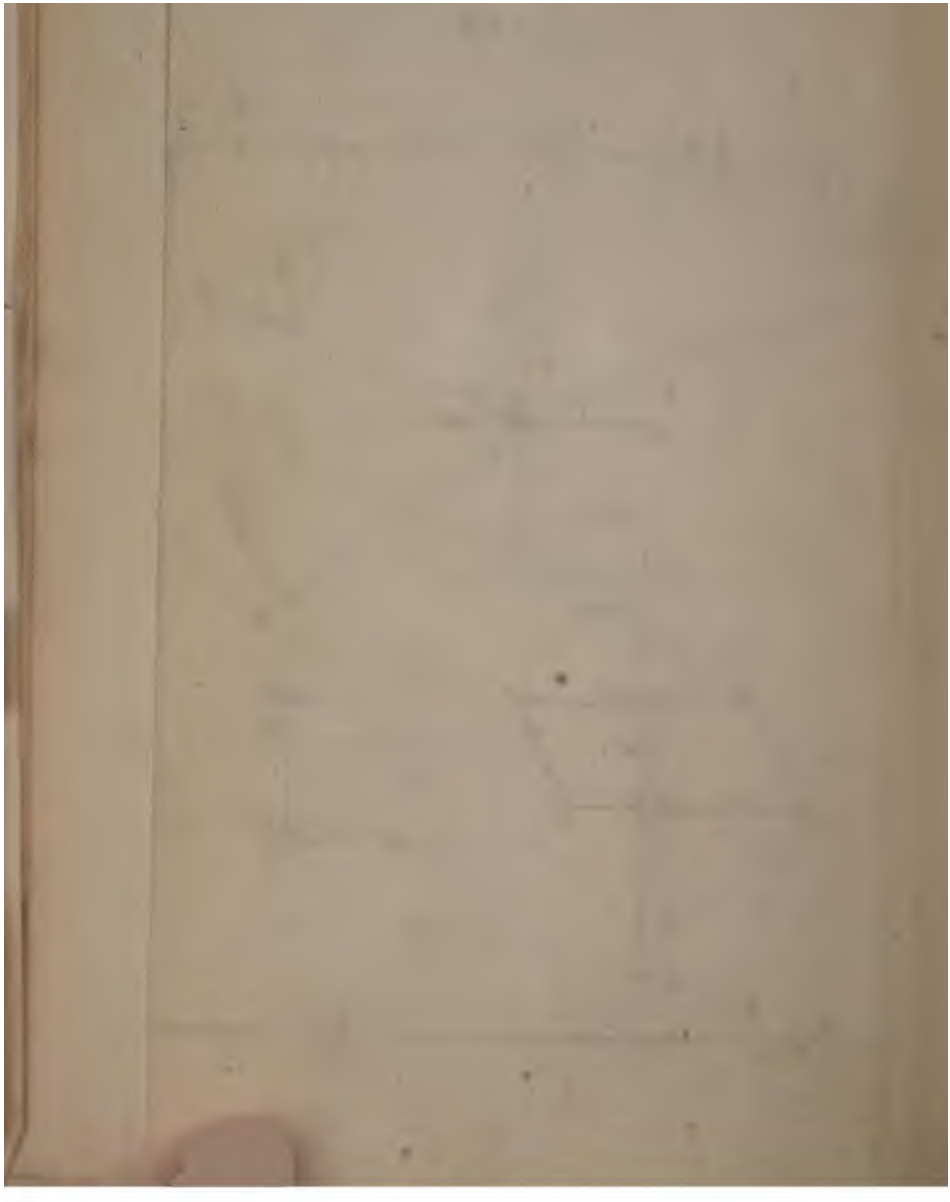


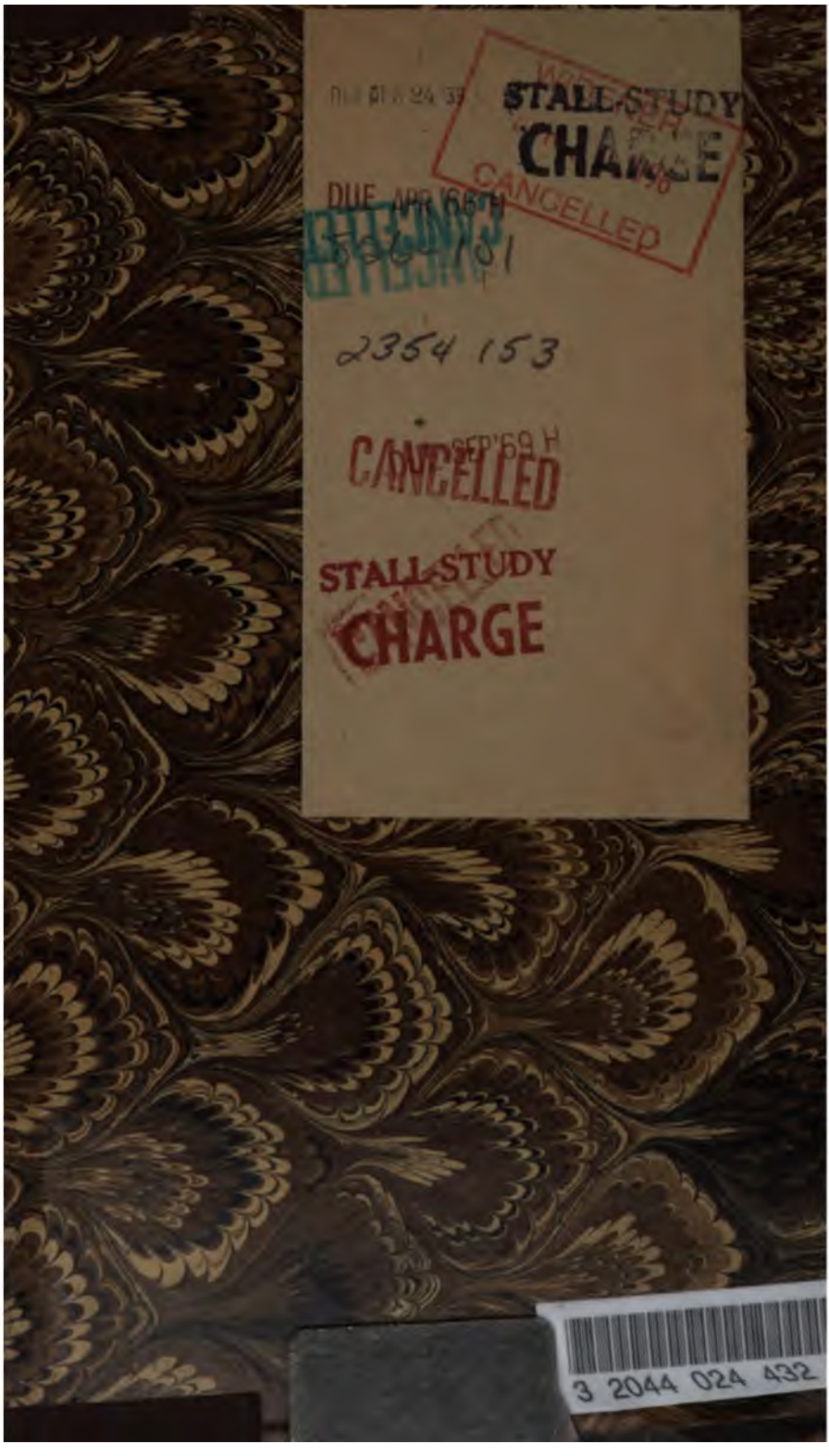
136.



143.







DUE APR 24 '39
STALL-STUDY
CHARGE
CANCELLED
DUE APR '65 H
2354 153
SEP '69 H
CANCELLED
STALL-STUDY
CHARGE
3 2044 024 432